Math. P. 348-4

J. 5309

Mathesis. Geometria generalis 269.

R

Neu abgefaßte Methode die Geometrie von ſich ſelbſt zu erlernen.

Vierter Band,

durch vielen Fleiß und Mühe aus den beſten Autoribus zuſammen getragen und mit verſchiednen neu erfundnen Aufgaben vermehrt, nebſt einer vollſtändigen nirgend anderswo zu findenden Anweiſung vom Gebrauch des ſo nützlichen als nöthigen

Proportionalzirkels

verſehen, und mit ſehr vielen hierzu nöthigen accuraten Kupfer-Tafeln geziert

von einem

Liebhaber der Architektur und Mathematik

K. P. und der D. R. C. von der F. und Ingen.

Breslau, 1783

bey Johann Friedrich Korn dem Aeltern, im Buchladen nächſt dem Königl. Oberzollamt am Markt.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Den lehrbegierigen geneigten Leſer, welcher ſich den erſten, zweyten und dritten Band meiner herausgegebenen Anweiſung, die Geometrie von ſich ſelbſt zu erlernen angeſchaft, und vielleicht gewünſcht und gehoft den vierten Band derſelben bald an das Licht und aus der Preſſe kommen zu ſehen, bitte um Verzeihung, daß es wieder meinen

Willen ganzer drey viertel Jahr ſpäter geſchieht, als ich es vermuthet hatte; allein eine zwiſchen dem Königreich Pohlen, und dem Großherzogthum Schleſien, niedergeſetzte Grenz-Commißion, welche mich als Grenz-Ingenieur den 12ten May 1782. dazu berufen, hat mich über ſieben Monate aufgehalten das Manuſcript der Preſſe übergeben zu können, jedoch jetzo da die Arbeit nicht ſo überhäufet, ſo habe ich die langen Winterabende dazu angewendet, das Werk zu vollenden, um die Lehrbegierigen nicht ſo lange umſonſt warten zu laßen.

Ich liefere demnach den vierten Band, als ein Werk, welches die Theilung aller nur möglichen geometriſchen Regular-

und Irregular-Figuren, theils in gleiche, theils in proportionirte Theile mechanice und ganz ohne die gerinſte Rechnung nöthig zu haben, enthält. Es wird dieſer Band, beſonders allen denenjenigen zu ſtatten kommen, welche mit Felder- und Grundſtücken-Theilung etwas zu thun haben, und können ſich deſſen ſo wohl Landedelleute, Gerichtsverwalter, Amtleute, Schulzen u. dgl., um die Unterthanen bey Erbtheilungen, verkauften, gekauften oder verſchuldeten Güter, auseinander zu ſetzen, ohne erſt mit vielen Koſten einen Feldmeſſer von weiten herholen zu laßen.

Es enthält dieſer Theil der mechaniſchen figürlichen Arithmetik, zweyhun-

dert und acht und ſechzig Aufgaben, und mehr dann dreyhundert der deutlichſten geometriſchen Figuren, welche, wenn man anders die Regeln und Grundſätze meines erſten Bandes, wie auch die Conſtruktiones und Verwandlungen der geometriſchen Figuren meines dritten Bandes wohl im Kopfe hat, nur Kinderſpiele ſind, die Aufgaben dieſes dritten Bandes zu verſtehen und aufzulöſen.

Für diejenigen aber, welche ſich der Geometrie ſchon mit mehrern Fleiße widmen, habe ich die geometriſche figürliche Arithmetik durch den Proportionalzirkel beygefüget, und in derſelben alle Species der Arithmetik in einigen neunzig Aufgaben, und eben ſo viel Figuren ſo

deut-

deutlich und klar als möglich durchgegangen.

Ich werde mich nicht lange aufhalten, und erwähnen, welche Aufgaben und Figuren der geneigte Leſer nirgends anders als in dieſem Bande antreffen wird, man wird es von ſelbſt einſehen, und das Werk wird ſich allein loben.

Was die Theilungen und Berechnungen mit dem Proportionalzirkel betrifft, kann ich auch wohl ohne Ruhm ſagen, daß ich ſelbſt noch in keinem Buche ſo viel davon und auf allerley Fälle gerichtet, beyſammen gefunden.

Der fünfte Band, welchen ich aber nicht eher als bis nach vollig geendig-

ter

ter Grenz-Commißion ausfertigen kann, wird die Berechnung aller nur mögli-chen geometriſchen Figuren, nebſt der Vermeßung auf dem Felde, durch das Aſtrolabium, Menſel, Bußole und Stäbe enthalten. Die Zeit aber kann ich noch nicht vor gewiß beſtimmen, denn niemand weiß obbemeldter Commißion ihr Ende.

Innhalt
des vierten Bandes.

Erſtes Hauptſtück. Mechaniſche Arithmetik geometriſcher Figuren.

Erſter Abſchnitt. Die geometriſche Addition.

Erſtens. Dreyecke zu addiren S. 1
A. Von gleicher Höhe ebend.
B. Von ungleicher Höhe S. 5
Zweytens. Vierecke zu addiren S. 15
A. Rechtwinklichte Parallelogramme ebend.
B. Quadrate S. 21
Drittens. Vierecke und Dreyecke S. 23
Viertens. Die Addition der Zirkel, und ihrer Theile S. 36
A. Ungleiche Zirkel ebend.
B. Quadranten S. 38
C. Halbzirkel S. 40
D. Quadranten und Halbzirkel, in Quadranten, Halb- und ganze Zirkel zu addiren S. 43
E. Zirkel und Quadranten, in Quadranten Halb- und ganze Zirkel zu addiren S. 47
F. Zirkel, Quadranten und Halbzirkel, in Quadranten, Halb- u. ganze Zirkel zu addiren S. 50
Fünftens. Die Addition gleichſeitiger, und ungleichſeitiger Figuren S. 57

Zweyter Abſchnitt. Die geometriſche Multiplication S. 78

Erſtens. Multiplication der Dreyecke S. 78
A. Gleichſeitiger Dreyecke ebend.
B. Ungleichſeitiger S. 82
C. Gleichſeitige, gleichſchenklichte, und rechtwinklichte, ohne Fundamentalfigur mit vier zu multipliciren S. 85
Zweytens. Die Multiplication der Vierecke S. 89
A. Reguläre Vierecke zu multipliciren ebend.
B. Geſchobene S. 102
C. Trapezia, Trapezoides S. 107
Drittens. Multiplication der Zirkelfiguren S. 115
A. Vollkommene Zirkel ebend.
B. Ovalfiguren S. 117
C. Vielſeitige Figuren S. 120
Dritter Abſchnitt. Die geometriſche Subtraction S. 124
Erſtens. Dreyecke von Dreyecken zu ſubtrahiren ebend.
A. Einzelne Dreyecke ebend.
B. Ein Dreyeck von verſchiedenen Dreyecken zu ſubtrahiren S. 130
C. Dreyecke verſchiedener Höhe, von andern ungleich hohen S. 134
Zweytens. Vierecke von Dreyecken zu ſubtrahiren S. 140
Drittens. Geradlinichte Polygone von Dreyecken zu ſubtrahiren S. 146
Viertens. Dreyecke von Vierecken zu ſubtrahiren S. 156
A. Dreyecke von gleich hohen Vierecken ebend.
B. Ungleich hohe Dreyecke von ungleich hohen rechtwinklichten Vierecken abzuziehen S. 160

C. Drey=

C. Dreyecke von geſchobenen regulären Vierecken S. 166
Fünftens. Vierecke von Vierecken zu ſubtrahiren S. 172
Sechſtens. Reguläre und irreguläre Polygone zu ſubtrahiren S. 176
Siebentens. Quadrate zu ſubtrahiren S. 179
Achtens. Halbe- und ganze Zirkel zu ſubtrahiren S. 186
Neuntens. Die Subtraction ungleichſeitiger geradlinichter Polygone S. 217
A. Gewißer Theile ſolcher Polygone ebend.
B. Geradlinichter Figuren S. 220
Vierter Abſchnitt. Die geometriſche Diviſion S. 230
Erſtens. Die Diviſion der Dreyecke ebend.
Zweytens. Die Diviſion der Vierecke S. 244
A. Quadrate, Parallelogr. und Rauten ebend.
B. Trapezia, und Trapezoides S. 276
Drittens. Die Diviſion gleichſeitiger, und ungleichſeitiger Figuren S. 290
A. Die Die Diviſion gleichſeitiger, geradlinichter, und gleichwinklichter Polygone S. 291
Fünfter Abſchnitt. Die proportionirte Diviſion S. 340
Erſtens. Figuren in Dreyecke zu verwandeln S. 341
Zweytens. Allerley Figuren proportionirt zu theilen S. 353
Zweytes Hauptſtück. Die Veränderung der Figuren durch den Proportionalzirkel S. 393

Innhalt des vierten Bandes.

Erſter Abſchnitt. Die Addition der Figuren S. 393
Erſtens. Die Addition der Dreyecke ebend.
Zweytens. Der Vierecke S. 396
Zweyter Abſchnitt. Die Multiplication der Figuren S. 414
Erſtens. Die Multiplication der Dreyecke ebend.
Zweytens. Der Vierecke S. 428
Drittens. Der Polygone S. 455
Viertens. Der Zirkel, Quadranten, und Halbzirkel S. 463
Dritter Abſchnitt. Die Subtraction der Figuren S. 475
Erſtens. Dreyecke zu ſubtrahiren ebend.
Zweytens. Vierecke S. 485
Drittens. Zirkel S. 493
Viertens. Ungleichſeitige, geradlinichte Figuren S. 495
Fünftens. Gleichſeitige, geradlinichte und reguläre Polygone S. 505
Vierter Abſchnitt. Die geometriſche Diviſion S. 513
Erſtens. Die Diviſion der Dreyecke ebend.
Zweytens. Rechtwinklichter Vierecke S. 523
Drittens. Schiefwinklichter Vierecke S. 532
Viertens. Geradlinichter Polygone S. 536

Erſtes

Erſtes Hauptſtück.

Von der mechaniſchen Arithmetik, der geometriſchen Figuren.

Erſter Abſchnitt.

Von der Geometriſchen figürlichen Addition.

Erſtens, Triangula oder Dreyecke zu addiren.

A. Triangula von gleicher Höhe, in Triangula oder Dreyecke zu ſummiren.

Die erſte Aufgabe.

Einen gleichſchenklichten Triangel a b c, und ein ſpitzwinklichtes Trigonum ſcalenum d e f, welche beyde von einerley Höhe i h ſind, und auf einer allgemeinen Grundlinie a i liegen, in die Summe des ſpitzwink-

lichten Dreyecks lmi, von gleicher perpendikulären Höhe km, zu addiren.

Anmerkung.

Da die gegebenen Triangula acb I. und dfe II. zwiſchen zwey Parallelen ae und cf liegen, ſo ſind ſelbige alſo auch von gleicher Höhe. S. hiervon den 27ten Lehrſatz, Fig. 39. Tab. VIII. meines zwoten Bandes.

Auflöſung.

Tab. I. Fig. 1 et 2. Verlängert die Grundlinie ae, auf welcher die Triangel acb I und dfe II, aufgerichtet ſind nach i; und ziehet mit dieſer allgemeinen Grundlinie ai, durch die Scheitelpunkte c und f der zu ſummirenden Dreyecke acb I und dfe II, die lange unbeſtimmte Parallel gh; erwählet auf der Grundlinie ai, einen willkührlichen Punkt l, ſetzet aus ſelbigen gegen i, in k, die Länge der Grundlinie de, des Dreyecks dfe II, und ſodann aus k nach i das Maaß der Grundlinie ab, des Triangels acb I; errichtet aus k den Perpendikel km, bis an die mit der Grundlinie ai parallel laufende Linie gh; ziehet aus m nach l und i die Seiten ml und mi, der verlangten Summe lmi, ſo iſt der Triangel lmk gleich dem Dreyeck dfe II, und das Dreyeck kmi, iſt gleich dem Triangel acb I, und folglich iſt auch der ganze Triangel lmi, an Flächeninhalte gleich, den gegebenen beyden Dreyecken acb I und dfe II. S. dem oben angeführten Lehrſatz pag. 66.

Anmer-

Anmerkung.

Wollte man aber die gegebenen Triangel acb I und dfe II, in die Summe eines rechtwinklichten Triangels lih, bringen, ſo darf man nur auf der Grundlinie li aus i den Perpendikel ih, bis an die Parallellinie gh errichten, und dann aus h nach l die Hypothenuſe lh, nebſt der blinden Scheidungslinie kh, ziehen; ſo iſt ſodann der Triangel lkh, gleich dem Dreyeck defII, und der Triangel kih, gleich dem Dreyeck acbI, und folglich iſt auch das ganze Triangulum rectangulum lih, an Flächeninhalte gleich dem Dreyeck lmi, denn ſie ſtehen beyde auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie li, und ſind von gleicher Höhe km und ih, weil ſie zwiſchen zwoen Parallelen li und mh liegen. Tab. I. Fig. 1 et 2.

Die zweyte Aufgabe

Zwey Triangula ſcalena abcI und defII, welche zwiſchen zwoen Parallelen ae und bf liegen, und alſo wiederum von gleicher Höhe ſind, auf andere Art in die Summe eines gleich hohen ungleichſeitigen Dreyecks dfh, zu bringen.

Auflöſung.

Verlängert die Grundlinie de des Dreyecks dfe von willkührlicher Länge nach g, ſetzet auf ſelbige aus e gegen g nach h die Länge der Grunlinie ac des Triangels abc, und ſchließet das verlangte und gefundene Trigonum dfh, durch die gerade Linie fh. So iſt der Triangel dfh, gleich den beyden gegebenen Dreyecken abc Tab. I. Fig. 3.

und dfe; denn der Triangel dfe, iſt ſich ſelbſten gleich; und der ihm zugeſetzte Triangel efh, iſt gleich dem Dreyeck abc, weil die Grundlinie eh, gleich der Grundlinie ac iſt. Alſo hat auch der Triangel dfh, mit beyden gegebenen Dreyecken abc und dfe, gleichen Flächeninhalt, und folglich iſt der Triangel dfh, die verlangte Summe.

Anmerkung 1.

Der Beweiß der richtigen Summe dieſer addirten Figuren gründet ſich gleichfalls auf obigen citirten 27ten Lehrſatz meines zweyten Bandes pag. 66.

Anmerkung 2.

Tab. I. Fig. 3. Dieſe vorgeweſene zweyte Aufgabe war alſo eingerichtet, daß das Produkt oder der gefundene Triangel dfh als die Summe der beyden zu addiren aufgegebenen Dreyecke abc und dfe, zu dem Trigono dfe II, auf eine Grundlinie de gezählet wurde, und mit ſelbigen einen gemeinſchaftlichen Scheitelpunkt f bekam. In nachſtehender Aufgabe aber wollen wir ſehen, wie verfahren werden müſſe, wenn man zwar die Summe auf eine gemeinſchaftliche Grundlinie mit einem der zu addiren gegebenen Dreyecke ſetzt, den Scheitelpunkt ſowohl des einen gegebenen Triangels, als der gefundenen Summe aber, ſeitwärts annimmt.

Die dritte Aufgabe.

Zwey ungleichſeitige Triangel acb I und dfe II, welche von gleicher Höhe gh ſind, das iſt, ſo da zwiſchen zwoen Parallelen ag und kh liegen, in die Summe eines rechtwink-

rechtwinklichten Dreyecks dgh zu bringen, und zu addiren.

Auflöſung.

Da beyde zu addiren vorgegebene Triangel acb I und dfe II, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie ae liegen, ſo verlängert ſelbige nach g. traget aus dem Punkte e, der Baſis de, des Triangels dfe, die Länge der Grundlinie ab, des Dreyecks acb I, nach g, ſo iſt eg gleich ab, reißet mit dieſer gemeinſchaftlichen Grundlinie ac, durch die Scheitelpunkte c und f, der gegebenen Dreyecke acb und dfe, die unbeſtimmte Parallel kh, errichtet in g auf der Grundlinie dg, den Perpendikul gh, bis an die mit ag parallel laufende gerade Linie kh, und ſchließet das begehrte und gefundene Triangulum rectangulum dgh, durch die Hypothenuſa dh; ſo ſind die zwey gegebenen Triangel acb und dfe, in die Summe des rechtwinklichten Dreyecks dhg, nebſt Anwendung der Baſi de, des Triangels dfe, nach Begehren addiret. Tab. I. Fig. 4.

B. Dreyecke von ungleicher Höhe in eine Summe zu bringen.

Die vierte Aufgabe.

Den niedrigen Triangel acb I und das hohe Dreyeck dfe II, in die Summe des ſpitzwink-

lichten Dreyecks dfm, von der Höhe des gegebenen zweyten Triangels dfe zu addiren.

Auflöſung.

Tab. I. Fig. 5. Verlängert die Grundlinie der beyden zu addirenden Triangel acbl und dfelk, von e nach m, weil ſelbige auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie ae, conſtruiret ſind, und ziehet mit dieſer Grundlinie am, durch den Scheitelpunkt f des Dreyecks dfe ll, die blinde unbeſtimmte Parallele gh. Erwählet auf dieſer nur gezogenen Parallele gh, uber den Scheitelpunkt c, des Triangels acbl, den willkührlichen Punkt i; ziehet die blinde gerade Linie ai, und mit ihr aus c, die blinde Parallele ck; reißet auch aus i, die blinde gerade Linie ib, und mit ihr aus c die blinde Parallele cl, ſo determiniren die Punkte k und l, die Grundlinie zum verlangten erhöhten Triangel; reißet demnach aus i nach k und l, die geraden Linien ik und il, als deſſen Seite, ſo iſt das niedrige Dreyeck acb, in das dem Triangel dfe, gleich hohe Dreyeck kil, verwandelt.

Faſſet nunmehro dieſes gefundenen Triangels Grundlinie kl, und traget ſelbige auf die verlängerte Grundlinie dm, aus e nach m, und ziehet die gerade Linie fm; ſo iſt der Triangel efm, gleich dem Dreyeck kil, und folglich auch dem gegebenen Triangel acb, und alſo iſt das Dreyeck dfm, gleich denen beyden gegebenen Dreyecken acb und dfe, welche zu addiren aufgegeben worden.

Die

Die fünfte Aufgabe.

Zwey rechtwinklichte Triangel c a b I und f d e II, von ungleich hohen Catheten a b und d e, in die Summe des mit dem gegebenen Triangels c a b, gleich hohen Trianguli aequicruri k o m, zu addiren.

Auflöſung.

Ziehet mit der Grundlinie a f, der beyden Dreyecke c a b I und f d e II, aus dem Vertice b, des Triangels c a b, die unbeſtimmte lange Parallele b g verlängerte die Cathete d e, des Triangels f d e II, bis an die gezogene Parallele b g nach h. Ziehet aus h nach f, die blinde gerade Linie h f, und mit ihr aus e die blinde Parallele e i, ſo determiniret der Punkt i die Länge der Baſis d i, des begehrten erhöhten Triangels; ſchließet alſo dieſes neue Triangulum rectangulum i d h II, durch die Hypothenuſe h i, ſo iſt das Triangulum rectangulum i d h, an Flächeninhalte gleich, dem gegebenen niedrigen rechtwinklichten Dreyecke f d e. Tab. II. Fig. 6 et 7.

Verlängert die Baſis a f, der beyden zu ſummiren gegebenen Dreyecke nach m. Erwählet auf am einem beliebigen Punct k, traget aus k gegen m nach l, die Länge der Grundlienie a c, des Dreyecks c a b I. und aus l nach m die Länge der Baſis d i, des Trigoni d i h II. Halbiret k m in n, errichtet in n, den Perpendikul n o, biß an die blinde Parallele b g; ſo iſt o, der

Scheitelpunct zum begehrten Triangulo. Ziehet endlich die Crura ok und om, des gleichſchenklichten kom, welcher die verlangte Summe der beyden gegebenen Triangel cab I und fde II. seyn wird.

Die ſechſte Aufgabe.

Zwey gleichſeitige ungleich große Triangula acb II. und dfe II. in das Triangulum aequilaterum ikh, zu addiren.

Aufloͤſung.

Tab. II. Fig. 8 et 9. Ziehet eine gerade Lienie gh, ſo lang als die Grundlinie de des Dreyecks dfe, errichtet in g, den Perpendikul gi, ſo lang als die Baſis ab, des Trigoni acb; reißet die Hypothenuſa ih, des rechtwinklichten Triangels igh, errichtet auf ih, das gleichſeitige Dreyeck ikh, welches an Flächeninnhalte ſo groß iſt, als die beyden zu ſummiren aufgegebene Triangula aequilatera acb I und dfe II.

Anmerkung.

Hätte man aber dieſe beyden gleichſeitigen Triangula in ein rechtwinklicht Dreyeck addiren wollen, ſo wäre die Procedur folgende geweſen:

Fig. 9. Nachdem man die Grundlinie ih, durch dem rechtwinklichten Triangel hgi darzu gefunden, ſo ziehet man mit ih durch k eine unbeſtimmte Parallele kl, und errichtet auf ih, aus h, den Perpendikul hl; ſo giebt der durch die Parallele kl, und der Perpendikul hl, entſtandene Durchſchnittspunct l, den Scheitelpunct zum

zum begehrten triangulo rectangulo i h l. Ziehet letztlich die Hypothenuſa i l, ſo iſt das rechtwinklichte Dreyeck i h l, gleichfalls die Summe der beyden gegebenen gleichſeitigen Triangel a c b I, und d f e II, weilen es mit dem Triangulo aequilatero i k h, aus welchen es verwandelt worden, von gleichen Flächen-Innhalte iſt.

Die ſiebente Aufgabe.

Drey gleichſeitige Triangula a b c I, d e f II, und g h i III, in das Triangulum aequilaterum n m o, zu addiren.

Auflöſung.

Ziehet eine gerade Linie k l, gebt ſelbiger die Länge der Grundlinie g h, des gleichſeitigen Dreyecks g h i III, errichtet auf k l aus l den Perpendikul l m, machet l m gleich der Baſi d e, des Trigoni d e f II: ziehet die Hypothenuſa k m, errichtet auf k m aus k, den Perpendikul k n, machet k n gleich der Seite a b des Dreyecks a b c I. Ziehet n m als die Grundlinie des zu findenden Dreyeckes oder Produkts. Conſtruiret auf n m das Triangulum aequilaterum n m o. Welches nach Verlangen in Summe oder an Flächen-Innhalte gleich iſt, denen drey gegebenen gleichſeitigen Dreyecken a c b. I. d f e II und g h i III. Tab. II. Fig. 10 et 11.

Anmerkung 1.

Solte man aber dieſe vorgegebenen drey Triangula aequilatera a c b I. d f e II, und g h i III in ein

rechtwinklichtes Trigonum addiren, ſo wäre die Solution ſo wie in der Anmerkung der vorhergehenden ſechſten Aufgabe angewieſen worden.

Anmerkung 2.

Hätte man aber vier, oder mehrere gleichſeitige Dreyecke zu ſummiren, ſo ſetzet man die Länge der Baſis des vierten Triangels wiederum perpendiculär auf n m auf, als wodurch man eine neue Hypothenuſa bekommet, auf welcher man das Produkt von vier Triangeln conſtruiret, und ſo fort mit fünf, ſechs, ſieben und mehreren dergleichen gleichſeitigen Dreyecken.

Die achte Aufgabe.

Drey ungleichſeitige aber einander ähnliche Triangel acb I, dfe, II und ghi III, in die Summe eines, denen gegebenen Dreyecken, gleichfalls ähnlichen Triangels opy zu bringen.

Auflöſung.

Tab. III. Fig. 12 et 13.

Ziehet eine gerade Linie lm, machet ſelbige ſo lang als die Grundlinie de, des Dreyecks def, errichtet auf ml aus l den Perpendikul lk, machet lk gleich der Baſi ab des Triangels abc, ziehet die Hypothenuſa km, conſtruiret auf km aus m, den rechten Winkel kmn, machet mn gleich der Baſis gh, des Triangels ghi; und ziehet die zwote Hypothenuſa kn, welche die Länge der Grundlinie des begehrten Dreyecks oyp, ſo den Flächeninnhalt der drey gegebenen ungleichſeitigen ähnlichen Dreyecke acb, dfe und ghi, in ſich faßen, und ihnen ähnlich ſeyn

ſoll,

ſoll, determiniret. Ziehet demnach eine gerade Linie op, von der Länge der Hypothenuſa nk, reißet auf die Grundlinie ab des gegebenen Dreyecks acb I, aus a und b mit beliebiger doch gleicher Zirkelſpannung in die Winkel cab und cba des Dreyecks acb, die Zirkelbögen rq und uv, wie auch deren Chorden qr und vu, faßet aq, oder bu es gillt gleich, Centriret mit dieſer Zirkelweite die Endpunkte o und p, der gefundenen geraden Linie op, und ſchlaget die Bögen sz und w&, traget die Länge der Chorda qr vom Dreyeck acb auf dem Bogen sz aus s nach t, desgleichen auch das Maaß der Chorda uv, vom Triangel bca, auf dem Bogen w&, aus w nach x; ziehet letzlich aus o durch t, und aus p durch x, die Seiten oy und py, welche ſich in y ſchließen, und das Dreyeck oyp formiren, welches nach Verlangen die Summe der gegebenen drey Triangel acb I, dfe II und gih III, wie auch denenſelben vollkommen ähnlich iſt.

Die neunte Aufgabe.

Einen ſpitzwinklichten Triangel acb I. Ein rechtwinklichtes Dreyeck dfe II, und einen ſtumpfwinklichten Triangel hgi III, von ungleicher Höhe in die Summe eines gleichſchenklichten Triangels zy⊙ von der Höhe der gegebenen geraden Linie ┼ & zu bringen, und zu addiren.

Anmer-

Anmerkung.

Tab. IV. Fig. 14 et 15. Bey der Figürlichen Geometriſchen Arithmetik, iſt es eine Hauptſache, ja ein unumgängliches Muß, daß man die zum Berechnen aufgegebenen Figuren, wenn ſelbige von ungleicher Höhe ſind, zuerſt alſo verwandeln muß, daß ſelbige einerley Höhe bekommen. Es gilt aber gleich viel, man nehme zur beſtimmten Höhe, eines von den gegebenen Dreyecken an, welches man wolle; als da habe ich z. E. in dieſer 9ten Aufgabe dem Triangel a c b I und dem Triangel g h i III, die Höhe des Dreyecks d e f II, gegeben; die Ausarbeitung iſt demnach folgende.

Auflöſung.

Tab. IV. Fig. 14 et 15. Da das Trigonum a c b I, mit dem Triangel d e f II, auf einer allgemeinen Grundlinie a e aufſtehet, ſo ziehet mit dieſer gemeinſchaftlichen Grundlinie a e, durch den Scheitelpunkt f, des Dreyecks d e f II. die blinde lange unbeſtimmte Parallele f k. Verlängert die Seite a c, des Triangels a c b I, bis an die mit der Grundlinie a e, parallel laufende grade Linie k f nach l; ziehet die blinde grade Linie l b, und mit ihr aus c die blinde Parallele c m; ſchließet den begehrten neuen Triangel a l m, durch die Linie l m, ſo hat ſelbiger die Höhe e f, des rechtwinklichten Dreyecks d e f II, denn ſie liegen beyde zwiſchen zwey Parallelen a e und k f.

Um nun auch dem ſtumpfwinklichten Dreyeck h g i III, die Höhe e f des rechtwinklichten Dreyecks d e f II, zu geben; ſo ziehet erſt-

erſtlich mit der Grundlinie gh, aus dem Spi-
ßenwinkel i, die unbeſtimmte Parallele io; hal-
biret die Grundlinie gh in p, errichtet in p den
Perpendikel pr, ſo hoch als die Cathete ef, des
rechtwinklichten Dreyecks defII. Dieſer Per-
pendikel pr, ſchneidet die mit der Grundlinie gh
parallel laufende grade Linie io in q; ziehet qg
und qh, ſo iſt der gegebene ſtumpfwinklichte
Triangel igh, in das Triangulum iſoſceles
oder niedrige ſtumpfwinklichte gleichſchenklichte
Dreyeck gqh verwandelt worden.

Ziehet ferner um ſelbigen die verlangte Höhe
ef des rechtwinklichten Dreyecks defII. zu ge-
ben, aus dem Punkt r, der vorhin beſtimmten
ſenkrechten graden Linie rp nach g und h, die
blinden graden Linien rg und rh, und mit ih-
nen aus dem Scheitelpunkt q, die blinden Pa-
rallelen qD und q△, ſo determiniren die Punkte
D und △, auf gh, die Länge der Grundlinie
zum verlangten erhöheten Triangel Dr△; reißet
alſo rD und r△ durch grade Linien zuſammen,
ſo iſt das gegebene ſtumpfwinklichte Dreyeck
ighIII, in das gleichſchenklichte Trigonum
Dr△, nach der begehrten Höhe pr, des gege-
benen rechtwinklichten Dreyecks defII, zum
addiren verwandelt.

Um nun dieſe drey in einerley Höhe, ge-
brachte Triangel almI, dfeII und Dr△III,
in eine Summe zu addiren, oder welches gleich
viel iſt, in einem gleich ſchenklichten Triangel
zy⊙ zu bringen, welcher den Flächeninnhalt
dieſer

dieſer drey gefundenen Dreyecke a l m I, d f e II und D r △ III in ſich faßen ſoll, ſo ziehet eine unbeſtimmte gerade Linie s v, traget auf ſelbige aus s gegen v, nach t die Länge der Grundlinie a m, des Triangels a l m I, aus t gegen v nach u, das Maaß der Baſis d e, des Dreyecks d f e II, und endlich aus u nach v, die Länge der Fundamentallinie D △, des Triangels D r △: halbiret s v in w, errichtet in w den Perpendikel w x, ſo hoch als die Cathete e f, des rechtwinklichten Dreyecks d e f II. Ziehet x s und x v, ſo iſt das dadurch entſtandene Trilaterum Iſoſceles s x v an Flächeninnhalte gleich, denen drey gegebenen ungleich hohen Dreyecken a c b I, d f e II, und h g i III; oder ihren gleichen a l m I, d f e II und D r △: in welche ſelbige verwandelt worden ſind.

Da aber dieſes zu addirenden Triangels Höhe durch die Länge der gegebenen geraden Linie ⊹ & beſtimmet wird, ſo verlängert den Perpendikel w x nach y, machet w y gleich ⊹ &. Ziehet aus y gegen s und v die blinden geraden Linien y s und y v, und mit ihnen aus x die Parallelen x z und x ⊙, ſo determiniren die Punkte z und ⊙ die Baſis des geſuchten neuen Dreyecks, reißet letztlich aus y nach z und ⊙, die Seite y z, und y ⊙, des verlangten Dreyecks z y ⊙, als der wahren Summe der drey gegebenen Triangel a c b I, d f e II, und i g h III.

Zwey-

Zweytens, Quadrangula oder Vierecke zu Addiren.

A. Parallelogramma rectangula in eine Summe zu bringen.

Die zehnte Aufgabe.

Das parallelogrammum rectangulum a c d b I, zum Rechteck e g h f II, welche beyde von gleicher Höhe a c, und e g, aber von ungleicher Baſis a b, und e f ſind, in das parallelogrammum rectangulum i n m k, ſo mit den gegebenen von gleicher Höhe i m ſeyn ſoll zu addiren.

Auflöſung.

Ziehet eine unbeſtimmte gerade Linie i k, traget auf ſelbige aus i gegen k nach l, die Länge der Grundlinie a b, des parallelogrammi a b c d I, und auf eben dieſe Linie i k aus l nach k, die Länge der Baſis e f, des Oblongi e g h f II, errichtet in i und k zwo Perpendikulärlinien i m, und k n, von der Höhe a c, oder e g, der gegebenen Rechtecke a c d b II, weilen ſelbige von gleicher Höhe ſind: ziehet mit der Grundlinie i k von m nach n, die Parallel m n; ſo iſt das Parallelogrammum rectangulum i n m k an Flächeninnhalte gleich, denen beyden gegebenen rechtwinklichten geradlinichten Figuren a b c d I und e g h f II, folglich ſelbige in eine Summe i k n m gebracht und addiret. Tab. V. Fig. 16. 17.

Anmer-

Anmerkung.

Da dieſe Conſtruktion richtig, ſo darf man nur ſtatt der Probe auf dem, auf der Grundlinie ik, des gefundenen Rechtecks befindlichen Punkt l, den Perpendikel lo errichten, ſo wird man finden, daß das parallellogrammum rectangulum imol, gleich dem Rechteck acdbI, und das Oblongum lonk gleich dem Oblongo eghf ſeyn wird.

Die eilfte Aufgabe.

Zwey Parallellogramma rectangula acdbI und eghfII, welche beyde von gleich langen Grundlinien ab und ef, hingegen aber von ungleicher Höhe ac und eg ſind, in die Summe eines Rechtecks ikln, ſo mit den gegebenen acdbI und eghfII, von gleicher Grundlinie ik iſt, zu addiren.

Auflöſung.

Tab. V. Fig. 18. 19. Reißet eine gerade Linie ik, ſo lang als die Grundlinie ab, des gegebenen Oblongi abcdI, oder auch, als wie die Baſis ef, des zu addirenden Rechtecks efghII, es gilt gleich, weilen ſelbige von gleicher Länge ſind. Errichtet auf deren Endpunkten i und k, die unbeſtimmten Perpendikulären il, und kn, traget auf ſelbige zu beyden Seiten aus i und k, das Maaß der Höhe ac, des Rechtecks acdbI, nach m und o; ziehet mo, traget ferner auf die Perpendikulären il und kn aus m und o, die Länge der Seite

eg,

eg, der fh, des Rechtecks eghf II, nach l und n, ſo iſt die Seite il gleich der Linie kn, ziehet die gerade Linie ln, ſo iſt das Rechteck ilkn in Summe ſo groß, oder welches gleich viel iſt, gleichen Flächeninnhalts als die beyden Quadrangula acdb I, und efgh II, welche zu addiren aufgegeben worden.

Anmerkung.

Die Solution dieſer Aufgabe iſt mit voriger ganz einerley. Denn man darf nur eine von denen Perpendikularen als in oder kn es gilt gleich viel, ſtatt der neuen Grundlinie annehmen, ſo wird man finden daß die gegebenen rectangula acdb I und eghf II, ſo wie in der zehnten Aufgabe Fig. 16. und 17. neben einander geſetzet worden: folglich hat es auch mit der Probe, ſo wie in denen angeführten Figuren ſeine Richtigkeit.

Die zwölfte Aufgabe.

Zwey Parallellogramma rectangula acdI und efghII, ſo von ungleich langen Grundlinien ab und eh, und von ungleicher Höhe ac und ef ſind, in die Summe eines ablangen Rechtecks mopr, mit Beybehaltung der Höhe ac, des Oblongi acdbI, zu addiren.

Aufldſung.

Verlängert die eine Seite als hg, des zu addirenden Oblongi efghII nach i, machet hi, ſo lang oder hoch als die Seite ac des Recht- Tab. VI. Fig. 20. 21.

ecks a c d b I. Ziehet die blinde ſchräge grade Linie i e, und mit ihr aus g, die Parallele g k, ſo iſt h k, die beſtimmte Länge der Grundlinie zum geſuchten neuen parallelogrammo rectangulo; errichtet in k den Perpendikel k l, machet k l ſo hoch wie h i, und ſchließet das geſuchte Rechteck durch die mit h k parallel laufende grade Linie l i, ſo iſt dieſes neue gefundene parallellogrammum rectangulum k l i h, ſo groß als das Oblongum e f g h, aus welchem es verwandelt worden, und mit dem parallogrammo rectangulo a c d b I, von gleicher begehrten Höhe a c, weil die Seiten h i und k l, des Rechtecks k l i h, gleich ſind den Seiten a c oder b d des Rechtecks a c d b I.

Ziehet nunmehro eine unbeſtimmte grade Linie m o, traget auf ſelbige aus m gegen o nach n, die Länge der Grundlinie a b, des zu addirenden Oblongi a c d b I, und aus n nach o, die Länge der Baſis k h, des neuen gefundenen Parallellogrammi k l i h II. Errichtet aus m und o, zu beyden Seiten die Perpendikularen m p und o r, und machet ſelbige ſo hoch als den Perpendikel a c, des Rechtecks a c d b I; oder ſeinem Gleichen h i, des Oblongi k l i h II. Ziehet mit der Grundlinie m o, die Parallele p r, ſo iſt das große parallellogrammum rectangulum m p r o die gefundene Summe der zu addiren aufgegebenen rechtwinklichten viereckichten Figuren a c d b I und k l i h II. Denn man ziehe ſtatt der Probe aus dem auf m o befindlichen Punkte n mit m p

oder

oder or, die Parallele nq, ſo wird man finden, daß das parallellogrammum rectangulum mnpq, ſo groß iſt, als das Oblongum acdbI, und das Rechteck noqr gleich dem Oblongo klih iſt. Folglich iſt auch das ganze parallellogrammum rectangulum mpro, gleich den beyden zu addiren aufgegebenen viereckichten Figuren acdbI und fgheII, oder ſeiner Gleichen klihII.

Anmerkung.

Soll man ungleich hohe Quadrangula in eine Summe nach einer dazu beſtimmten Höhe bringen, ſo muß man die vorgegebenen Vierecke allezeit erſtlich alſo verwandeln, daß ſelbige einerley Höhe bekommen.

Die dreyzehnte Aufgabe.

Zwey parallellogramma rectangula abdcI und eghfII, von ungleicher Höhe als ab und eg, in die Summe eines ablangen Rechtecks mpro mit Beybehaltung der Höhe fh, wie mp, zu addiren.

Auflöſung.

Faſſet erſtlich die Höhe der Seite eg des Oblongi eghfII, und traget ſelbige auf den Perpendikel ab, der viereckichten Figur abdcI, aus a nach i, ziehet die oblique blinde grade Linie ic, verlängert die Grundlinie ac nach k, und reißet mit ic aus b auf ak die Parallele bk; errichtet in k den Perpendikel kl, und machet kl ſo hoch als ai, ſchließet ſo dann dieſes begehrte Tab. VI. Fig. 21. 22.

Oblongum a i l k, durch die mit a k parallel laufende grade Linie i l; ſo iſt das Rechteck a b d c, in das Oblongum a i l k nach der begehrten Höhe e g, verwandelt worden.

Um nun dieſe beyden Quadrangula a i l k I und e g h f II, in eine Summe zu bringen, ſo ziehet die unbeſtimmte lange grade Linie m o, traget auf ſelbige aus m gegen o nach n, die Länge der Grundlinie a k, des Oblongi a i l k I, und aus n nach o das Maaß der Grundlinie e f, des parallellogrammi e g h f II; errichtet in m und o die ſenkrechten graden Linien m p und o r, gleich der Höhe a i des Rechtecks a i l k, oder der Höhe f h, des Oblongi e g h f II, und ziehet die grade Linie p r, mit m o parallel; ſo iſt das gefundene parallellogrammum rectangulum m p r o die begehrte Summe der beyden zu addiren vorgegebenen viereckichten rechtwinklichten Figuren a b d c I nnd e f h g II.

Anmerkung 1.

Die Probe in Anſehung der Richtigkeit dieſer Aufgabe iſt wiederum mit voriger ganz einerley, denn man darf nur aus dem auf m o ſtehenden Punkt n den Perpendikel n q errichten, ſo entſtehen aus dem Oblongo m p r o, zwey parallellogramma m p q n und n q r o, wovon das erſte m n q p, gleich dem Rechteck a i l k, oder ſeinem Gleichen a b d c I, und das zwote n q r o, gleich dem Oblongo e g h f II iſt.

Anmerkung 2.

Auch allhier muß man die vorgegebenen viereckichten Figuren unter einerley Höhe verwandeln,

deln, und weil vorgegeben worden, dieſe zu addirenden parallelogramma abdc I und efgh II, in die Summe eines Rechtecks mpro von der Höhe fh, des Oblongi eghf zu bringen, ſo muß man das Höchſte als wie abdc um die Diſtanz ib erniedrigen und in das Viereck ailk verwandeln.

B. Quadrata perfecta zu addiren.

Die vierzehnte Aufgabe.

Zwey gleich große vollkommene gleichſeitige Quadrata abcd I und efgh II, in die Summe eines gleichſeitigen rechtwinklichten Vierecks mopn, zu addiren.

Auflöſung.

Ziehet eine grade Linie ik, ſo lang wie die Seite ab, des Quadrats abcd I; errichtet auf dieſer Linie ik in k, einen Perpendikel kl, und gebet dieſem Perpendikel kl die Höhe der Seite ef, des Vierecks efgh II; ziehet die ſchräge grade Linie li, ſo giebt dieſe Hypothenuſe li, die Seite zu dem geſuchten Quadrat. Da die zu ſummirenden Vierecke, Quadrata perfecta von gleicher Größe ſind, ſo darf man nur gleich ein Triangulum rectangulum ikl conſtruiren, und deſſelben Grundlinie ik als auch Cathete kl gleich einer Seite des gegebenen Quadrats abcd, machen, ohne weiter vom Quadrat efgh eine Linie abzunehmen, ſo iſt die Hypothenuſe il, dieſes gefundenen rechtwinklichten Dreyecks ikl, allezeit gleichſam die Wurzel zu einer Seite des geſuchten Quadrats. Tab. VII. Fig. 24. 25.

Reißet alſo eine grade Linie mnIV, ſo lang als die gefundene Hypothennſe il, des rechtwinklichten Dreyecks ikl; errichtet auf mn, aus n und m, zwey gleich hohe ſenkrechte grade Linien mo und np, ſo lang als die Grundlinie mn, oder ihre Gleiche il, und ziehet die grade Linie op, mit der Grundlinie mn, parallel, welche das geſuchte Quadratum perfectum mopnIV, als die Summe der beyden vorgegebenen gleichſeitigen viereckichten rechtwinklichten Figuren abcdI und efghII, accurat geben wird.

Die funfzehnte Aufgabe.

Drey ungleich große Quadrata perfecta abdcI, efhgII und iklmIII, in die Summe des vollkommenen Quadrats rtus zu addiren.

Auflöſung.

Tab. VII. Fig. 26. 27. Ziehet eine grade Linie no, von der Länge der Grundlinie il, des Vierecks ikmlIII; errichtet auf dieſer Linie no in o, den Perpendikel op, und gebt ihm die Höhe der Seite gh, des Quadrats efhgII; Ziehet die ſchräge grade Linie oder Hypothenuſe pn; errichtet letzlich auf pn in n, die ſenkrechte grade Linie nq, und machet nq ſo lang als die Baſis ac, des vollkommenen Vierecks abdcII. Ziehet die zweyte Hypothenuſe qp, welche eine Seite des verlangten Quadrats, als die Summe zur Wurzel des Produkts rtus beſtimmet.

Reißet nunmehro eine grade Linie rs, und gebt ihr die Länge der auf der Fundamentalfigur qnop IV gefundenen zweyten graden Linie qp; errichtet auf ſelbiger aus r und s die ſenkrechten graden Linien rt und su, ſo lang als die Grundlinie rs oder ihre Gleiche qp, und ſchließet das begehrte Quadrat rtus durch die grade Linie tu, ſo iſt dieſes große gefundene Quadratum perfectum rtus die Summe der drey zu addiren vorgegebenen Quadrate abdc I, efhg II und ikml III.

Drittens, Quadrangula und Triangula zu addiren.

Die ſechzehnte Aufgabe.

Ein parallellogrammum rectangulum ahlk zu einem gleich hohen ſpitzwinklichten Triangel egf zu addiren, und in die Summe des mit dem Rechtecke ahlk gleich hohen Rechtecks pstr, zu bringen.

Auflöſung.

Da der zu addirende Triangel egf mit dem gegebenen Oblongo ahlk von gleicher Höhe iſt, ſo ziehet mit der Grundlinie ef dieſes Triangels egf, durch deſſen Scheitelpunkt g die unbeſtimmte Parallele oi; halbiret ef als des Dreyecks egf Baſis in m, errichtet in e und m bis an die mit ef gezogene Parallele oi, die Perpendi- Tab. VIII. Fig. 28. 29.

kularen e o und m n, ſo iſt das parallelogrammum rectangulum e o n m, gleich dem ſpitzwinklichten Triangel e g f. Ziehet demnach eine unbeſtimmte grade Linie p r, traget auf ſelbige aus p gegen r nach q, die Länge der Grundlinie a k, des gegebenen Rechtecks a h l k; traget ferner auf p r, aus q nach r, die Grundlinie e m, des Oblongi e o n m. Errichtet auf p r aus p und r, zwey gleich lange Perpendikularen p s und r t, von der Höhe a h, des Rechtecks a h l k oder von der Höhe e o, des Rechtecks e o n m; ziehet letztlich die Punkte s t durch eine mit p r parallel laufende grade Linie zuſammen; ſo iſt das gefundene parallelogrammum rectangulum p s t r, die Summe der beyden zu addiren aufgegebenen Figuren a h l k und e g f.

Anmerkung.

Da das zu ſummiren vorgegebene Dreyeck e g f, mit dem Parallelogrammo rectangulo a h l k, von gleicher Höhe iſt, und beyde in ein mit ihnen gleich hohes Oblongum p s t r addiret zu werden aufgegeben worden, ſo hätte man auch nur gleich die Grundlinie e f des Dreyecks e g f in m halbiren dürfen, ohne dieſen Triangel e g f, in das parallelogrammum e o n m zu verwandeln.

Die ſiebzehnte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum a b c d I, zu einem ſpitzwinklichten Triangel e g f II, in ein Oblongum p s t r, von der Höhe des gegebenen Dreyecks e g f II, zu addiren.

Anmer-

Anmerkung.

Nach dieſer Aufgabe, um ſelbige gehörig zu ſolviren, muß man erſtlich das zu addirende Dreyeck egf II, in ein parallelogrammum rectangulum von der Höhe des gedachten Triangels verwandeln, und denn Zweytens, dem zu ſummirenden niedrigen Rechteck abcd I, nach Anweiſung der Verwandlung der Figuren, gleichfalls die Höhe deß, in das parallelogrammum rectangulum eonm II, verwandelten Triangels egf II, geben: die Procedur iſt ſodann folgende. Tab. VIII. Fig. 28. 29.

Auflöſung.

Reißet erſtlich mit der Grundlinie ef des zu addiren aufgegebenen ſpitzwinklichten Triangels egf II, durch deſſen Scheitelpunkt g, die unbeſtimmte Parallellinie oi; halbiret des Triangels Grundlinie lf in m; errichtet aus e und m, die Perpendikularen eo und nm, biß an die Parallele oi, ſo iſt das hierdurch endſtandene parallelogrammum rectangulum eonm II, an Flächeninnhalte gleich, dem gegebenen Triangulo acutangulo egf II; verlängert nunmehro auch die Seite ab, des zu ſummiren gegebenen ablangen Rechtecks abcd I, nach h, faßet die Höhe eo des Oblongi eom, und traget deren Länge auf ak aus a nach h, ſo iſt ah gleich dem Perpendikel eo, oder ſeinem gleichen mn. Ziehet aus h auf die Grundlinie ad des Rechtecks abcd I, die ſchräge blinde gerade Linie hd, und mit ihr aus b die blinde Parallele bk. Errichtet in k die Perpendikularlinie kl ſo lang wie ah, Tab. VIII. Fig. 28. 29.

und ziehet mit a d aus h die Parallele h l. So iſt das dadurch entſtandene parallelogrammum rectangulum a h l k, an Flächeninhalte gleich dem gegebenen Rechtecke a b c d, und zugleich von der verlangten Höhe des Triangels e g f II.

Ziehet demnach eine unbeſtimmte gerade Linie p r, traget auf ſelbige aus p gegen r nach q die Länge der neuen Grundlinie a k des parallelogrammi a h l k I, und dann aus q nach r, das Maaß der Baſis e m, des Oblongi e o n m II, errichtet aus p und r die Perpendikularen p s und r t, ſo lang wie a h, im Oblongo a h l k I, oder ihre gleiche e o, in e o n m II. Ziehet s t mit p r parallel zuſammen. So iſt das parallelogrammum rectangulum p s t r die verlangte Summe des gegebenen Rechtecks a b c d I, und des Triangels e g f II.

Zur abermahligen Probe darf man nur aus q auf p r den Perpendikel q u errichten, oder welches gleich viel iſt, aus q mit p s oder r t die Parallele q u ziehen, ſo wird man augenſcheinlich finden, daß das parallelogrammum p s u q, gleich und ähnlich iſt, dem oblongo a h l k, ingleichen daß das Rechteck q u t r, dem aus dem Triangel e g f, gefundenen oblongo e o n m gleich ſey.

Anmerkung.

Da die zu addiren aufgegebenen Figuren a b c d und e g f allhier in Tab. VIII. fig. 28. auf einer allgemeinen Grundlinie a f aufſtehen, ſo darf man nur

gleich

gleich Anfangs um die verlangten parallelogramma ahlk und eonm zu finden, mit der allgemeinen Grundlinie af durch den Scheitelpunkt g, des Dreyecks egf, die unbeſtimmte lange Parallele hi ziehen. Die Grundlinie ef des Dreyecks efg, in m halbiren, die Seite ab des Rechtecks abcd biß an dieſe Parallele hi verlängern, den auf ad ſtehenden Punkt k aber nach angewieſener Art der Verwandlung ſuchen, und ſo dann aus denen drey Punkten k, e und m biß an die Parellele hi mit ah, die Parallelen kl, eo, und mn ziehen, ſo wird man dadurch gleichfalls, jedoch auf eine leichtere und geſchwindere Art, das Oblongum abcd, in das Rechteck ehlk, und das Dreyeck egf, in das parallelogrammum rectangulum eonm verwandeln.

Die achtzehnte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum abdc I, und ein parallelogrammum rectangulum eghf II, in die Summe eines regulären Quadrats prsq zu addiren.

Auflöſung.

Da das Produkt ein Quadrat ſein ſoll, ſo Tab. VIII.
muß man das vorgegebene Oblongum eghf Fig. 30, 31.
erſtlich in ein Quadrat verwandeln, oder welches gleich viel iſt zur Baſi ef und Höhe eg deſſelben, die mittlere Proportionallinie el ſuchen, ſo die Wurzel oder Seite des verlangten Quadrats giebet, welches alſo geſchiehet: verlängert die Grundlinie ef des gegebenen länglichten Rechtecks eghf II, nach i, centriret e, öffnet den Zirkel biß g, und ſchlaget dem Zirkelbogen gi,

halbi-

halbiret ganz i f in k, centriret k, ſpannet den Zirkel biß f und reißet auf i f den halben Zirkel i l f, verlängert e g bis an den halben Zirkelbogen f l i nach l, ſo giebt e l die mittelſte Proportionallinie zwiſchen e f und e g, welche zugleich die Wurzel oder Seite eines Quadrats ſo gleich dem Oblongo e g h f iſt, determiniret.

Reißet nunmehro eine gerade Linie m n, ſo lang als die zwiſchen e f und e g, gefundene mittlere Proportionallienie e l, errichtet auf ſelbiger aus m dem Perpendikel m o, und machet m o ſo lang als die Seite a c des Quadrats a b c d: reißet o n, als die gefundene Seite des zur Summe verlangten vollkommenen Vierecks p r s q.

Ziehet demnach eine gerade Linie p q, ſo lang als die Wurzellinie oder Hypothenuſe o n, des rechtwinklichten Dreyecks n m o, errichtet auf ſelbiger aus p und q die Perpendikularen p r, und q s, ſo lang als die Grundlinie p q; ziehet r s mit p q parallel, als wodurch ſich das verlangte, geſuchte und gefundene Quadrat p s r q, welches die begehrte Summe des Quadrats a b c d II, und des parallelogrammi rectanguli e g h f II iſt, ſchließet. Und ſo ſind auch dieſe Figuren von ungleicher Art, in eine Summe gebracht, und addiret.

Die neunzehnte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum a b d c I, und einen Rhomboidem e f h g II, von ungleicher

gleicher Höhe in ein ablanges rechtwinklich-tes Viereck l n t s, ſo mit dem gegebenen Oblongo a b d c von gleicher Höhe l n iſt, zu addiren.

Aufloͤſung.

Verlängert die Baſis e g, des zu addiren vorgegebenen Rhomboidis e f h g II, nach i, fället aus dem oberen ſtumpfen Winkel f auf die Grundlinie e i den Perpendikel f k, faßet e k und traget dieſe Diſtanz auf die verlängerte Baſis e g, aus g nach i, und ziehet die blinde gerade Linie h i. Tab. IX. Fig. 32. 33.

Oder aber, fället auch aus h auf die verlängerte Grundlinie g i den zwoten Perpendikel h i.

Oder aber noch anders, ziehet mit der Perpendikulare f k, aus h, auf die Grundlinie e i, die Parallele h i.

So entſtehet nach allen drey Fällen hieraus ein parallelogrammum rectangulum k f h i II, welches gleich iſt dem gegebenen Rhomboidi e f h g II.

Nunmehro zur Addition ſelbſten. Ziehet eine lange gerade Linie l q, von unbeſtimmter Länge, traget auf ſelbige aus l gegen q nach m, das Maaß der Grundlinie a c, des zu ſummiren vorgegebenen Oblongi a b d c I, errichtet aus l und m auf dieſer Grundlinie l q, die Perpendikularen l n und m o, machet dieſe Perpendikularen l n und m o, ſo hoch als die Seite a b oder ihre gleiche c d vom parallelogrammo a c d b I,

und

und ziehet die gerade Linie n o mit der Grundlinie l q parallel; ſo iſt das parallelogrammum rectangulum l n o m auf l q, an Flächeninhalte gleich dem aufgegebenen Rechteck a c d b I, von welchen es abgetragen worden.

Faßet ferner die Länge der Grundlinie k i des aus dem Rhomboide e f g h II, verwandelten Oblongi k f h i, und traget dieſes Maaß auf die neue Grundlinie l q, aus m nach q, nehmet die Höhe des Perpendikels k f oder ſeines gleichen h i, eben dieſes Rechtecks k f h i II, und traget ſelbige auf die Baſis l q aus m nach q, nehmet die Höhe des Perpendikels k f, oder ſeines gleichen h i, vom Rechteck k f h i II, und traget ſelbige aus dem auf l q befindlichen Punkte m, auf m o, nach p, errichtet in q wiederum einem Perpendikel q r, und machet ſelbigen ſo hoch als die ſenkrecht gerade Linie m p; ſchließet das Oblongum m p r q, durch dir mit m q parallel laufende gerade Linie p r.

Oder aber reißet mit dem Perpendikel m p aus q die Parallele q r, und mit der Grundlinie m q aus p die Parallele p r, ſo werden ſich ſelbige gleichfalls (wenn anderns accurat gearbeit worden), in r ſchneiden, und das Oblongum m p r q formiren, welches nach beyden Fällen accurat gleich und ähnlich ſeyn wird dem Oblongo k f h i II.

Um aber auch nunmehro dieſem Oblongo m q r q, die Höhe m o, des parallelogrammi rectanguli l n o m zu geben, und aus beyden eines

nes zu machen; ſo reißet aus o nach q, die blinde ſchräge gerade Linie oq, und mit ihr aus p, auf mq, die Parallele ps: errichtet in s den Perpendikel st, machet st ſo hoch wie mo, oder ln, und ſchließet das begehrte neue Oblongum mots durch die mit ms parallel laufende gerade Linie ot. So ſind beyde parallelogramma rectangula lnom und mots welche in Summe nur ein Oblongum lnts ausmachen, zuſammen genommen an Flächeninhalte gleich, dem zu addiren aufgegebenen Oblongo abdc I, und Rhomboidi efhg II, folglich derſelben verlangtes Produkt. Tab. IX. Fig. 34. 35.

Anmerkung.

Ein Geübter kann ſich bey ein wenig Nachdenken in dieſer Aufgabe erſpahren das dem Oblongo kfhi gleiche parallelogrammum mprq, auf mq aufzutragen, und iſt es genug um die Baſis ms des dem Rechteck kfhi gleichen Rechtecke mots zu finden, wenn man die Grundlinie ki auf die Baſis lg, wie mq, und die Höhe kf auf dem Perpendikel mo, wie mp aufträget. Welches ein jeder leichte einſehen kann, indem der vierte Punkt r des Oblongi mprq, bey der Verwandelung in das Rechteck mots nicht gebrauchet noch berühret wird.

Die zwanzigſte Aufgabe.

Einen hohen ſpitzwinklichten Triangel abc I, ein Oblongum rectangulum degf II und einen Rhoimboidem hkli III, in die Summe eines ablangen Rechtecks uy + x zu bringen und zu addiren.

Auflö-

Aufloͤſung.

Tab. IX. Fig. 34. 35. Erſtlich verwandelt das aufgegebene Trigonum a b c I, in das dem Oblongo d e g f II gleich hohe Rechteck a m q △. Errichtet auf der Grundlinie a c, aus a den Perpendikel a m, machet a m ſo hoch als den Perpendikel d e, vom Oblongo d e g f h II, ziehet mit a c aus m, die Parallele m q; welche die Seite a b, des Dreyecks a b c, in o ſchneidet. Verlängert die Baſis a c, des Triangels a b c nach p, ziehet aus dem Durchſchnittspunkte o, nach c die blinde ſchräge gerade Linie o c, und mit ihr aus b auf a p die Parallele b p, ziehet o p, ſo iſt das Dreyeck a b c I, in das, dem Oblongo d e g f II, gleich hohe Triangulum a o p, verwandelt.

Dieſes Trilaterum a o p, nunmehro auch in das verlange Oblongum a m q △ zu verwandeln; ſo halbiret die Grundlinie a p des Dreyecks a o p in △ errichtet aus dieſem Punkte △ den Perpendikel △ q, machet ſelbigen ſo hoch als den Perpendikel a m, und ziehet aus m nach q die mit a △ parallel laufende gerade Linie m q, ſo iſt das gefundene Rechteck a m q △ gleich dem zu addiren vorgegebenen Dreyeck a b c I, und von der verlangten Höhe d e des Oblongi d e g f II.

Verwandelt zweytens auch den Rhomboidem h k l i III, in ein dem Oblongo rectangulo d e g f II, gleich hohes Rechteck h r t s alſo: errichtet auf der Grundlinie h i, des Rhomboidis h k l i III, den Perpendikel h r, und machet ſelbi-

ſelbigen ſo hoch als die Seite de, des Rechtecks degf II, verlängert die obere Linie kl, des Rhomboidis hkli biß an dem Perpendikel hr nach q, faßet qk, und traget dieſe Diſtanz auf lk aus l nach ⊙ und fället aus ⊙ dem Perpendikel ⊙i, ſo iſt der Rhomboides hkli in das Oblongum hq⊙i verwandelt.

Ziehet ferner aus r nach i die blinde ſchräge gerade Linie ri, und mit ihr aus q, die Parallele qs, ſo beſtimmet die Diſtanz hs, die Baſis zum verlangten Oblongo hrst, reißet mit der Grundlinie hi aus r die unbeſtimmte lange Parallele rn, und errichtet aus s biß an die gezogene Parallele rn, den Perpendikel st; ſo iſt das dadurch dem Rechteck degf II, entſtandene gleich hohe Oblongum hrts an Flächeninnhalte gleich, dem aus dem Rhomboide hkli verwandelten gleich großen parallelogrammo hq⊙i.

Da nunmehro das Triangulum abc I, in das Rechteck amq△ I, und das geſchobene ablange Viereck hkli III, in das Oblongum hrts III; nach der begehrten Höhe de, des Oblongi degf II, von gleichen Flächeninnhalte verwandelt worden, ſo werden dieſe drey Oblonga amq△ I, degf II und hrts III, folgender Geſtalt addiret.

Reißet eine unbeſtimmte lange gerade Linie ux, traget auf ſelbige aus u gegen x nach v, die Grundlinie a△, des Rechtecks amq△, und aus v nach w die Länge der Baſis df, des Oblongi defg, und aus w nach x das Maaß der Grund-

linie h s des parallelogrammi h r t s, errichtet aus denen Endpunkten u und x die Perpendikularlinien u y und x ┼, machet ſelbige ſo hoch wie a m oder d e oder h r, es gilt gleich viel, ziehet ſchlüßlich die Punkte y ┼ durch eine mit der Baſi u x parallel laufende gerade Linie y ┼ zuſammen, ſo iſt das dadurch entſtandene parallelogrammum rectangulum u y ┼ x die Summe der zum addiren vorgegebenen ungleich hohen geradlienichten Figuren a b c I, d e g f II und h k l i III, oder ihren gleichen a m q △ I, d f g e II und h r t s III, in welche ſelbige verwandelt worden.

Anmerkung I.

Bey dieſer Figürlichen Geometriſchen Arithmetik befinde beſonders nothwendig zu erinnern daß es unumgänglich nöthig, wenn man Figuren von verſchiedener Geſtalt, in eine beſtimmte Summe, als in einem Triangel, Oblongum oder Quadratum perfectum, oder andere dergleichen Figur bringen und addiren will, man zuförderſt die vorgegebenen Figuren, um ſo viel erhöhen oder erniedrigen müße, als die Figur der Summe zur Höhe bekommen ſoll. Zweytens muß man die zu ſummiren vorgeſchriebenen Figuren, alle in eine der verlangten Summe ähnliche Figur verwandeln; als man ſollte zum Exempel ein Dreyeck und ein Oblongum wie Fig. 28. I et II. Tab. VIII. in ein parallelogrammum rectangulum von der Höhe des gegebenen Dreyecks addiren, ſo verwandelt das Dreyeck e g f in ein Rechteck e o n m, ſo mit dem Trigono von gleicher Höhe iſt; ſodann aber erhöhet das Oblongum a b c d bis es die Höhe a h l k des Dreyecks e g f, oder Rechtecks e o n m erhalte, worauf ſich dann dieſe beyden oblonga leichte

in

in das parallelogrammum rectangulum p s t r addiren, und in eine Summe bringen laßen.

Ein gleiches hat man auch bey der Addition von vier, fünf, ſechs und mehrerley Arten von Figuren zu beobachten; dahero als eine Generalregel in dieſer Addition zu merken, daß man erſtens die zu addiren vorgegebenen Figuren bis zur Höhe der verlangten Summen-Figur erhöhen oder erniedrigen muß. Zwotens aber ſodann dieſe Figuren durch die Verwandlung in das Geſchlecht der begehrten Summe, als in Triangula oder Quadrangula oder andere dergleichen verkehren muß: und iſt dieſes nichts anders als wie in der gemeinen Addition, mit Ziffern in benannten Zahlen gebräuchlich; denn wenn man verſchiedener Poſten, von differenter Größe als zum Exempel 3. Rthlr. 16. gl. o—o 5. Rthlr. — gl. 4. pf. o—o 2. Rthlr. 8. gl. 9. pf. o—o 4. gl. 11. pf. o—o und 10. pf. in eine Summe bringen ſoll, ſo muß man jedes Geſchlecht unter einander ſetzen, ehe man addiren kann. Die Pfennige zu Groſchen und die Groſchen zu Thalern machen, und ſo dann kan man erſt das verlangte Produkt beſtimmen, oder ſummiren.

Anmerkung 2.

Um unnöthige Schreiberey zu vermeiden, und dieſen Band nicht allzuſtark und koſtbar zu machen, habe ich nur einige Aufgaben von der Addition allhier angeführet, hingegen kan ſich der Lehrbegierige ſelbſten, aus dieſen Wenigen wohl hundert Aufgaben, (oder wie in den gemeinen Rechenbüchern ſtehet) Exempel zur Uebung, durch Verwerfung und Veränderung der Figuren aufgeben, als wodurch ſelbiger nicht allein feſte, ſtark und gewiß in der Geometriſchen Arithmetick werden wird: ſondern auch einen guten Grund zum künftigen Vten Bande leget, und ſich überdieß einen angenehmen Zeitvertreib machet.

Viertens, Von der Addition des Zirkels und deſſen Theilen.

A. Ganze Zirkel von verſchiedener Größe zu addiren.

Die ein und zwanzigſte Aufgabe.

Zwey ganze Zirkel a b e c I, und f g k h II, von verſchiedener Diametralgröße a e und f k, in die Summe des ganzen Zirkels q n m p l, zu bringen.

Auflöſung.

Tab. X. A. Fig. 36 et 37. Reißet ſo wohl in dem gegebenen Zirkel a b e c I, als auch in dem kleinern f g k h II, durch deren Centra d und i, die Durchmeßer a e, und f k, ziehet aparte eine gerade Linie l m, ſo lang als der Diameter a e des gegebenen gröſten Zirkels a b c II. Errichtet auf dieſer Linie l m in m den Perpendikel m n, und gebt ſelbigem die Höhe des Diameters f k vom kleineren gegebenen Zirkel f g h II, ziehet von l biß n die Hypotenuſe l n des rechtwinklichten Dreyecks l m n. Halbiret dieſe Hypothenuſe l n in o, centrirt o. Oefnet den Zirkel bis l oder n, es gilt gleichviel, weil o l gleich o n, per Conſtruction: und ſchlaget mit dieſer Zirkelſpannung den Zirkelkreiß l q n m p, ſo giebt ſelbiger den Flächeninhalt der beyden zu addiren vorgegebenen Zirkel a b c I und f g h II, zu welcher Addition das durch oder von denen

bey-

beyden Durchmeßern a e und f k errichtete Triangulum rectangulum l m n die Fundamentalfigur iſt.

Die zwey und zwanzigſte Aufgabe.

Drey ganze Zirzel a b c I, f g h II und l m n III, von verſchiedener Diametralgröße a e, f k und l p in die Summe des großen Zirkels q s t v w zu addiren.

Auflöſung.

Ziehet zuförderſt in alle drey gegebene Zirkel durch deren Centra d, i, o, die Durchmeßer a e, f k und l p. Reißet eine gerade Linie q r, ſo lang wie der Diameter l p, des größten Zirkels l m n III, errichtet auf q r aus r den Perpendikel r s, ſo hoch als der Diameter f k des mittelſten Zirkels f g h II, lang iſt. Ziehet die erſte Hypothenuſe q s, ſetzet auf q s in s wiederum einen Perpendikel s t auf, und gebt ihm die Höhe des Diameters a e, vom kleinſten gegebenen Zirkel a b c I. Ziehet die zwote Hypothenuſe q t, ſo iſt der punktirte Trapezoides q r s t die Fundamentalfigur, oder gleichſam das Einmahl Eins zur Addition von den gegebenen dreyen Zirkel. Tab. X. A. Fig. 37 et 38.

Halbiret dieſe Hypothenuſe q t in u, centriret u, ſpannet den Zirkel bis t oder q, und ſchlaget mit dem Radio u t, oder ſeinem gleichen u q, den großen ganzen Zirkel s t v w q, als die verlangte Summe der drey zum addiren aufgegebenen Zirkel a b c I, f g h II und l m n III.

B. Viertelzirkel in viertel, halbe und ganze Zirkel zu addiren.

Die drey und zwanzigſte Aufgabe.

Zwey Viertelzirkel b a c und e f g, von ungleich langen Radiis a b und f e, in die Summe eines Quadranten m n o, zu addiren.

Auflöſung.

Tab. X. B. Fig. 1. Ziehet eine punktirte grade Linie i k, mit dem Radio a b, des Viertelzirkels c d b, von gleicher Länge. Errichtet auf i k in i den Perpendikel i l, von der Höhe des Radii f g, des Viertelzirkels e h g; ziehet l k durch eine blinde grade Linie zuſammen, ſo iſt der Radius zur verlangten Summe des Quadranten gefunden, als zu welchem wiederum das durch die Radios a b und e f, der Viertelzirkel c d b und e h g gefundene rechtwinklichte Dreyeck k i l die Fundamentalfigur iſt.

Ziehet demnach eine grade Linie m n, ſo lang wie die Hypothenuſe k l des rechtwinklichten Dreyecks k i l. Errichtet auf m n aus n, den Perpendikel n o, gleich der Linie n m; centriret n, und ſchlaget mit der Diſtanz n m oder n o, den Quadranten m p o, als die verlangte Summe der beyden gegebenen Viertelzirkel a c d b und e h g f.

Die

Die vier und zwanzigſte Aufgabe.

Zwey ungleich große Viertelzirkel strq und uxwv, in die Summe eines halben Zirkel △⊙┼D zu addiren.

Auflöſung.

Reißet wieder wie vor eine punktirte grade Linie yz, ſo lang als der Radius qr, des Quadranten qstr; errichtet auf yz den Perpendikel y& von der Länge des Radii uv, des Quadranten uxwv, und ziehet die Hypothenuſe &z des verlangten rechtwinklichten Fundamental-Dreyecks &yz. Tab. X. B. Fig. 2.

Reißet nunmehro eine blinde grade Linie △⊙ ſo lang als die Hypothenuſe z& des Dreyecks zy&; errichtet auf △⊙ in ⊙ den Perpendikel ⊙┼, ſo lang als die Baſis △⊙ und ziehet die Hypothenuſe △┼. Halbiret ſelbige in D; centriret D, öffnet den Zirkel bis ┼ oder △, und ſchlaget den halben Zirkelbogen △⊙┼ welcher die Summe der beyden gegebenen Viertelzirkel str und uxw, geben wird.

Die fünf und zwanzigſte Aufgabe.

Zwey ungleich große Quadranten acdb und fghe, in die Summe eines ganzen Zirkels rusv, zu addiren.

Auflöſung.

Ziehet eine grade Linie ki, ſo lang als den Radium ef des gegebenen größern Quadranten Tab. X. C. Fig. 3.

ſehg. Errichtet auf k i in i den Perpendikel i l, von der Höhe des Halbmeſſers a c, des Viertelzirkels a c d b, und ziehet die Hypothenuſe k l, dieſe giebt den Radium zu einem Quadranten, welcher ſo groß iſt als die beyden gegebenen zuſammen genommen.

Ziehet nunmehro eine grade Linie m n, ſo lang als die gefundene Hypothenuſe k l, des fundamental rechtwinklichten Dreyecks k i l. Errichtet auf m n in m den Perpendikel m o, ſo lang als die Linie m n, oder ihre gleiche k l; centriret m, und ſchlaget mit m n den Viertelzirkel n p o, welcher die Summe der beyden gegebenen Quadranten a c d b und e f g h iſt.

Ziehet die Chorde o n, im Zirkelbogen o p n; halbiret o n in q; centriret q, öffnet den Zirkel bis n, und führet den halben Zirkelbogen o m n, welcher gleich ſeyn wird dem Quadranten o p n.

Reißet ferner eine grade Linie r s, von der Länge det Linie m n. Halbiret r s in t; centriret t, öffnet den Zirkel bis s, und führet mit t s oder t r den ganzen Zirkelkreys r u s v, welcher den Flächeninhalt des halben Zirkels o q n m in ſich faſſet, und folglich auch ſo groß iſt als der gefundene Quadrant o p n, mithin ſind die beyden gegebenen Viertelzirkel a c d b und f g h e, in die Summe des ganzen Zirkels r u s v, addiret.

C. Halbe Zirkel in viertel, halbe und ganze Zirkel zu addiren.

Die

Die ſechs und zwanzigſte Aufgabe.

Zwey ungleich große halbe Zirkel adbc und ehfg, in die Summe eines Quadranten opqr, zu addiren.

Auflöſung.

Führet eine grade Linie ik von der Länge des Diameters dhf des zu addiren vorgegebenen großen halben Zirkels egfh. Errichtet auf ik in i den Perpendikel il, von der Höhe des Diameters adb, des kleinern halben Zirkels acbd, ziehet die Hypothenuſe lk; halbiret lk in m; centriret m, öffnet den Zirkel bis l oder k, und ſchlaget den halben Zirkelbogen lik, welcher durch Hülfe des rechtwinklichten Fundamental-Dreyecks ilk ſo groß iſt, als die beyden zu ſummiren vorgegebene halben Zirkel acbd und egfh. Tab. X. D. Fig. 4.

Halbiret den halben Zirkelbogen lik in n, ziehet den Radium mn, oder auch, errichtet auf dem Diameter lk aus dem Centro m, den Perpendikel mn, und ziehet aus n die Chorde nk.

Reißet eine gerade Linie op, von der Länge der Chorde nk; errichtet auf ſelbiger in p den Perpendikel pq, ſo hoch als po, oder ihre Gleiche nk; centriret p, öffnet den Zirkel bis o oder q, und ſchlaget den Quadranten orq, ſo iſt der Viertelzirkel porq, an Flächeninhalte gleich dem halben Zirkel linkm, und folglich iſt ſelbi-

ger auch die Summe der beyden gegebenen halben Zirkel acbd und ehfg.

Die ſieben und zwanzigſte Aufgabe.

Drey halbe Zirkel adbc, ehfg und imkl, in die Summe eines halben Zirkels rtsu, zu addiren.

Auflöſung.

Tab. X. E. Fig. 5. Ziehet eine grade Linie no ſo lang als den Durchmeſſer ef des halben Zirkels egf; errichtet auf no aus o, den Perpendikel np, ſo hoch als den Diameter ab, des halben Zirkels acb, ziehet die Hypothenuſe po, errichtet auf po in o, den zweyten Perpendikel oq, von der Länge des Durchmeſſers ik des kleinſten gegebenen halben Zirkels ilk, und ziehet die zweyte Hypothenuſe pq. Dieſe giebt den Diameter der verlangten Summe.

Reißet eine grade Linie rs, von der Länge der Hypothenuſe pq, der Fundamentalſigur pnoq. Halbiret rs in t; centriret t, öffnet den Zirkel bis r oder s und führet den halben Zirkelkreys rus, ſo iſt dieſer halbe Zirkel rtsu, die verlangte Summe der drey zu addiren vorgegebenen halben Zirkel adbc, ehfg und imkl.

Die acht und zwanzigſte Aufgabe.

Zwey halbe Zirkel adcb und ehfg, in das aggregat eines ganzen Zirkels npqs zu addiren.

Auflö-

Aufloͤſung.

Ziehet eine blinde gerade Linie ik gleich dem Diameter ef, des gegebenen groͤßten halben Zirkels egf. Errichtet auf dieſer Linie ik in i den Perpendikel il, gebt ſelbigen die Hoͤhe vom Diameter ac, des halben Zirkels abcd. Ziehet die Hypothenuſe lk, dieſe giebt den Diameter zu einem halben Zirkel welcher die Summe der beyden gegebenen halben Zirkel abcd und egfh iſt. Um dieſe Summe zu bekommen ſo fuͤhret eine blinde gerade Linie no, von der Laͤnge der Hypothenuſe lk des rechtwinklichten Fundamental Dreyecks lik. Halbiret no in p, centriret p, oͤffnet den Zirkel bis n oder o, reißet den halben Zirkel nqo, welcher an Flaͤcheninhalte gleich ſeyn wird, denen beyden gegebenen halben Zirkeln abcd und egfh. Halbiret dieſen halben Zirkelbogen in q, oder faͤllet aus p den Perpendikel pq, und ziehet die Chorde nq im Quadranten npq, halbiret nq in r, centriret r, oͤffnet den Zirkel bis n oder q, und reißet den ganzen Zirkel npqs, welcher die verlangte Summe der beyden zu addiren vorgegebenen halben Zirkel adcb und fheg iſt. Tab. X. F. Fig. 6.

D. Viertel- und halbe Zirkel in viertel, halbe und ganze Zirkel zu addiren.

Die neun und zwanzigſte Aufgabe.

Einen halben Zirkel adbc, und zwey Quadranten efgh und iklm von ungleich langen Radiis

Radiis da, ef und kl, in die Summe eine
Viertelzirkels u v w x zu addiren.

Auflöſung.

Tab. X. G. Fig. 7. Verwandelt erſtlich den halben Zirkel a c b
in den Quadranten o n p alſo; halbiret den
halben Zirkelbogen a c b in c, fället aus
dem Centro d den Perpendikel d c, und führe
die Chorde a c, zum Quadranten a d c. Ziehe
eine blinde gerade Linie n p, ſo lang als die Chor-
de a c des Quadranten a d c, fället von n p aus
n den Perpendikel n o, gleich der geraden Linie
n p, centriret n, öfnet den Zirkel bis p und reißet
den Viertelszirkel n p o, welcher gleich ſeyn wird
dem halben Zirkel a d b c.

Nunmehro zur Addition aller drey Quadran-
ten. Ziehet eine gerade Linie q r, gleich dem
Radio e f des Quadranten e h g, errichtet auf q r
in q, die ſenkrechte gerade Linie q s, gleich dem
Radio n p. Vom Viertelszirkel n p o, ziehet
die Hypothenuſe s r, errichtet auf s r in r den
Perpendikel r t, ſo hoch als der Radius k l des
Quadranten i m l, und ziehet die Hypothenuſe
s t; reißet eine gerade Linie u v, von der Länge
der Hypothenuſe s t, errichtet auf u v in u den
Perpendikel v w gleich v u, centriret v, ſpannet
den Zirkel bis w, und ſchlaget den Viertelszir-
kelbogen w x u, welcher die Summe des gegebe-
nen halben Zirkels a d b c und der beyden Qua-
dranten e h g f nnd i m l k iſt.

Die

Die dreyßigſte Aufgabe.

Zwey halbe Zirkel adbc, efgh und einen Quadranten iklm, in die Summe eines halben Zirkels vxwzy zu addiren.

Auflöſung.

Ziehet in dem Quadranten imlk die Chorde il, reißet eine gerade Linie no, von der Länge der Chorde il des Viertelzirkels iml, theilet no in p in zwey gleiche Theile; centriret p, öfnet den Zirkel bis n oder o, und ſchlaget den halben Zirkel nqo, welcher gleich iſt dem gegebenen Quadranten imlk. Tab. X. H. Fig. 8.

Reißet eine gerade Linie tr, von der Länge des Diameters ef, des größten halben Zirkels egf, errichtet auf tr in r, einen rechten Winkel trs, und machet rs gleich dem Diameter ab des zweyten halben Zirkels acb, ziehet die Hypothenuſe ts, gehet auf ts aus s wiederum Winkelrecht heraus nach u, machet su gleich dem gefundenen neuen Diameter no, des kleinſten halben Zirkels nqo, und ziehet die zwote Hypothenuſe tu, ſo iſt die Fundamentalfigur trsu zur Addition conſtruiret.

Ziehet nunmehro eine lange gerade Linie vw, ſo lang als die zwote Hypothenuſe tu der Fundamentalfigur trsu, halbiret vw in x, centriret x, öfnet den Zirkel bis v oder w, und ſchlaget den halben Zirkel vyzw, welcher die verlangte Summe der beyden gegeben halben Zirkel acbd, egfh und des Quadranten imlk iſt.

Die

Die ein und dreyßigſte Aufgabe.

Einen halben Zirkel a d b c, und zwey Quadranten e h g f und l m i k in die Summe eines halben Zirkels r u s t zu addiren.

Aufloͤſung.

Tab. X. I. Fig. 9. Fuͤhret in die beyden Quadranten l m i k und g h e f die Chorden l i und e g, ziehet eine lange blinde gerade Linie n o, gleich dem Diameter a b des gegebenen halben Zirkels a d b c, faͤllet von n o aus n den Perpendikel n p und gebt ihm die Laͤnge der Chorde e g, des Quadranten e h g f, ziehet die Hypothenuſe p o, ſetzet auf o p in p, den Perpendikel p q auf, und machet p q gleich der Chorde l i, des Quadranten l m i k, und reißet die zweyte Hypothenuſe q o, ziehet endlich eine lange gerade Linie r s gleich der Hypothenuſe o q, halbiret r s in t, centriret t, oͤfnet den Zirkel bis r oder s, und ziehet den halben Zirkelkreys r u s, als die verlangte Summe der drey gegebenen Zirkelfiguren a d b c, e f g h und i m l k.

Die zwey und dreyßigſte Aufgabe.

Einen halben Zirkel a b c d, und zwey Quadranten g f e h und i k l m, in die Summe eines ganzen Zirkels u t s w zu addiren.

Aufloͤſung.

Tab. X. K. Fig. 10. Reißet in die beyden gegebenen Quadranten e f g h und i k l m die Chorden, e g und i l, ziehet

ziehet eine gerade blinde Linie n o, von der Länge des Diameters a c des halben Zirkels a b c d, fället von n o aus n, den Perpendikel n p, gleich der Chorde e g des Viertelszirkels e f g h, und ziehet die Hypothenuſe o p, errichtet auf o p in p einen rechten Winkel o p q, und machet p q, ſo lang als die Chorde i l, des Quadranten i k l m. Ziehet die zweyte Hypothenuſe o q, als wodurch ſich die zum addiren aufgeſetzte Fundamentalfigur o n p q ſchließet.

Ziehet nunmehro eine blinde gerade Linie r s von der Länge der zweyten Hypothenuſe q o, halbiret r s in t, centriret t, ſpannet den Zirkel bis r oder s und führet den halben Zirkelkreys r u s. Halbiret dieſen halben Zirkelbogen r u s in u, ziehet den Radium t u, ingleichen auch die Chorde u s im Quadranten u t s. Halbiret dieſe Chorde u s in v, centriret v, und führet mit v u oder v s, den ganzen Zirkel u t s w, als die verlangte Summe der gegebenen Zirkelfiguren a b c d, e f g h und i k l m.

E. Ganze und Viertelszirkel in viertel, halbe und ganze Zirkel zu addiren.

Die drey und dreyßigſte Aufgabe.

Einen Viertelszirkel a b c d, und einen ganzen Zirkel e f g h, in die Summe eines Quadranten r s t u zu addiren.

Auf-

Aufloͤſung.

Tab. X. L. Fig. 11. Ziehet in dem gegebenen Zirkel e f g h, durch Centrum i den Diameter e i g, halbiret den hal- ben Zirkelkreys e h g in h, und faͤllet aus dem Centro i den Perpendikel i h, ziehet auch die Chorde h g, und eine blinde unbeſtimmte ge- rade Linie k l, faßet die Chorde g h, des Zirkels e f g h, und traget ſelbige auf k l, aus k nach m und aus m nach l, centriret m, oͤfnet den Zirkel bis l, und reißet den halben Zirkelkreys k n l halbiret dieſen halben Zirkel in n, ziehet aus dem Centro m den Radium m n, und in dem Qua- dranten n m l die Chorde n l. Fuͤhret eine blin- de gerade Linie o p, ſo lang als die Chorde n l, faͤllet von o p aus p den Perpendikel p q, machet p q, gleich dem Radio a b vom Quadranten a b c d, und reißet die Hypothenuſe o q. Ziehet ferner eine lange gerade Linie t s, von der Laͤnge der Hypothenuſe o q, des rechtwinklichten Drey- ecks o p q, errichtet auf ſelbiger in s den Per- pendikel s r gleich der Baſi s t. Centrirt s, oͤfnet den Zirkel bis t, und ſchlaget den Quadran- ten t u r, ſo iſt ſelbiger an Flaͤcheninnhalte gleich, dem gegebenen Viertelszirkel a b c d, ſammt dem ganzen Zirkel e f g h, folglich iſt dieſer Quadrant r s t u das begehrte aggregat.

Die vier und dreyßigſte Aufgabe.

Einen Quadranten a b d und einen ganzen Zirkel e g f h in die Summe eines halben Zirkels s u t v zu addiren.

Auf-

Auflöſung.

Reißet erſtlich in dem Quadranten a b c d die Chorde b d, ziehet eine blinde gerade Linie k l, ſo lang als die Chorde b d, halbiret k l in m, centriret m, öfnet den Zirkel bis k oder l, und ſchlagt den halben Zirkelkreys k n l. Tab. X. M. Fig. 12.

Ziehet in dem ganzen Zirkel e g f h durchs Centrum i den Diameter e i f. Halbiret den halben Zirkelbogen e h f, in h, reißet den Radium i h, und die Chorde e h. Reißet eine gerade Linie p o, gleich der Chorde d b des Quadranten a b c d, oder ſeiner gleichen k l. Fället von p o aus o, den blinden langen unbeſtimmten Perpendikel o q, faßet die Chorde e h, des Quadranten e i h vom ganzen Zirkel e g f h, und traget ſelbige auf den Perpendikel o q, aus o nach x, und aus x nach q, ziehet die Hypothenuſe p q.

Reißet ferner eine gerade Linie s t, gleich der Chorde p q, halbiret s t in u, centriret u, öfnet den Zirkel bis s, und ſchlaget den halben Zirkelbogen s v t, ſo iſt dieſer halbe Zirkel s u t v, die Summe der beyden zu addiren vorgegebenen Zirkelfiguren a b c d und e g f h.

Die fünf und dreyßigſte Aufgabe.

Einen Viertelszirkel a b c d und einen ganzen Zirkelkreys e g h f, in die Summe eines ganzen Zirkels t w u x zu addiren.

Aufloͤſung.

Tab. X. N. Fig. 13. Ziehet in dem Quadranten abcd die Chorde bd, reißet eine blinde gerade Linie kl von der accuraten Laͤnge der Chorde bd. Halbiret kl in m, centriret m, und fuͤhret mit mk oder ihre gleichen ml, den halben Zirkelbogen knl, halbiret ſelbigen in n, ziehet den Radium mn, und in dem Quadranten kmn die Chorde kn; theilet kn in o in zwey gleiche Theile, centriret o, ſpannet den Zirkel bis n oder k, und ſchlaget den ganzen Zirkelkreys kpnm, welcher an Quadratinhalte gleich ſeyn wird dem gegebenen Quadranten abcd. Ziehet eine gerade blinde Linie qr, ſo lang als der Diameter kon des Zirkels kpnm, faͤllet von qr aus r den Perpendikel rs gleich dem Diameter ef des gegebenen Zirkels egfh, und ſchließet das rechtwinklichte Fundamental-Dreyeck qrs durch die Hypothenuſe qs.

Ziehet nunmehro eine blinde gerade Linie tu, gleich der Hypothenuſe qs, halbiret tu in v, centrirt v, oͤfnet den Zirkel bis t oder u, und ſchlaget den großen ganzen Zirkel twux, welcher die begehrte Summe des gegebenen Quadranten abcd und ganzen Zirkels egfh, zuſammen genommen, gleich ſeyn wird.

F. Ganze, halbe und Viertelszirkel in viertel- halbe- und ganze Zirkel zu addiren.

Die

Die ſechs und dreyßigſte Aufgabe.

Einen Quadranten a b c d, einen halben Zirkel e g f h, und einen ganzen Zirkelkreys i l k n, in die Summe des Quadranten v x w u zu addiren.

Auflöſung.

Halbiret den Diameter e f des halben Zirkels e f h in g, theilet auch den Bogen f h e in h in zwey gleiche Quadranten, ziehet den Radium h g, und die Chorde e h. Tab. X. O. Fig. 14.

Führet in dem gegebenen ganzen Zirkel i l k n durchs Centrum m den Diameter i k, halbiret dieſes Zirkels h lbe Circumferenz i n k in n, ziehet den Radium m n, und deſſen Chorde n k, in dem Quadranten k m n, verlängert dieſe Chorde n k nach o, machet k o gleich k n. Centriret k und reißet mit der Spannung von k n, den halben Zirkelbogen n p o, halbiret dieſen halben Zirkelkreys in p, ziehet den Radium k p, und deßen Chorde n p.

Ziehet eine gerade blinde Linie q r, ſo lang als die Chorde n p. Errichtet auf r q in q, den rechten Winkel r q s, machet q s, gleich dem Radio a b des gegebenen Quadranten a b c d. Ziehet die Hypothenuſe r s, errichtet auf r s in s, den rechten Winkel r s t, machet s t gleich der Chorde e h, des halben Zirkels e g f h, und ziehet die zweyte Hypothenuſe r t, ſo iſt der Trapezoides r q s t die zum addiren verlangte Fundamentalfigur.

Ziehet eine gerade Linie u v, von der accuraten Länge der Hypothenuſe r t. Errichtet auf u v in v, den Perpendikel u v x, machet v x gleich v u. Centriret v, ſpannet den Zirkel bis u und reißet den Viertelszirkelbogen u w x, ſo iſt der Quadrant x v u w, die Summe der gegebenen Zirkelfiguren a b d c, e g f h und i l k n.

Die ſieben und dreyßigſte Aufgabe.

Einen Quadranten a b c d, einen halben Zirkel e g f h, und einen ganzen Zirkel i l k n, in die Summe eines halben Zirkels y & z △ zu bringen.

Auflöſung.

Tab. X. P. Fig. 15. Ziehet in dem gegebenen Quadranten a b c d, die Chorde b d, reißet eine blinde gerade Linie u v, gleich der Chorde d b, halbiret u v in w. Centriret w, und ziehet mit der Diſtanz w u den halben Zirkelbogen u x v, ſo iſt der Quadrant d a b c in den halben Zirkel u w v x verwandelt. Reißet auch in dem gegebenen Zirkel i l k n durchs Centrum m, den Diameter i m k, halbiret den halben Zirkelbogen i n k in n, ziehet den Radium m n, und von n nach k, die Chorde n k, verlängert n k in gerader Linie nach o, machet k o gleich k n. Centriret k, und ſchlaget auf dem Diameter n o, den halben Zirkelbogen n p o, ſo iſt der gefundene halbe Zirkel n k o p, an Quadratfläche gleich dem gegebenen Zirkelkreys i l k n.

Nun-

Nunmehro zur Fundamentalfigur. Ziehet eine blinde gerade Linie q r, gleich dem Diameter n o, fället von q r aus r den Perpendikel r s, machet r s ſo lang als den Diameter e f des gegebenen halben Zirkels e g f h, ziehet die erſte Hypothenuſe q s, errichtet auf q s in q einen rechten Winkel s q t, gebt q t die Länge des Diameters u w v, vom halben Zirkel v w u x, oder der Chorde d b, des Quadranten a b c d, und ziehet die zwote Hypothenuſe t s, ſo iſt auch dieſe Fundamentalfigur t q r s zum addiren conſtruiret.

Ziehet demnach eine gerade Linie y z, von der Länge der Linie t s, der Fundamentalfigur r q t s. Halbiret y z in &, centriret &, öfnet den Zirkel bis y oder z, und ſchlaget den halben Zirkelbogen y △ z, ſo iſt die gefundene halbe Zirkelfläche y & z △, die Summe der gegebenen drey Zirkelfiguren a b c d, e g f h und i l k n, welche zu addiren verlanget worden.

Die acht und dreyßigſte Aufgabe.

Einen Quadranten a b c d, eine halbe Zirkelfläche i m l k, und einen ganzen Zirkel p s r q, in die Summe des ganzen Zirkels y △ z ⊙ zu addiren.

Aufloͤſung.

Ziehet in dem Quadranten a b c d die Chorde a b, halbiret ſelbige in e, centriret e, ſpannet den Zirkel bis c oder b, und ziehet den halben Zirkelbogen b f c; theilet dieſen in Tab. X.Q. Fig. 16.

in f, in zwey gleiche Theile. Ziehet den Radium ef, und in dem Quadranten bef von b bis f die Chorde bf. Halbiret bf in g, centriret g, und ſchlagt mit gf, oder gb, den ganzen Zirkel ebhf, ſo iſt der Quadrant abdc in den mit ihm gleich großen Zirkel verwandelt.

Halbiret ferner den Diameter il, des zu addiren vorgegebenen halben Zirkels imlk, in m. Theilet auch den halben Zirkelbogen ikl in k in zwey gleiche Theile, und ziehet in dem Quadranten kml von k bis l, die Chorde kl, halbiret kl in n, und reißet aus n mit nk oder nl den ganzen Zirkel kolm, welcher an Flächeninhalte gleich ſeyn wird dem gegebenen halben Zirkel imlk.

Ziehet nunmehro eine blinde gerade Linie uv, gleich dem Diameter kl des Zirkels kolm, fället von uv aus v den Perpendikel vw, und gebt dieſem die Länge des Diameters bf, vom Zirkel befh. Ziehet die Hypothenuſe uw. Errichtet auf uw in u einen rechten Winkel wux und machet ux mit dem Diameter pr des Zirkels psrq, gleich lang, und ziehet die die zwote Hypothenuſe xw. So iſt die zum addiren nöthige Fundamentalfigur xuwv geſchloßen.

Ziehet die blinde gerade Linie yz, gleich der Linie xw der Fundamentalfigur xuvw. Halbiret yz in &; centriret &; ſpannet den Zirkel bis y oder z, und führet den großen ganzen Zirkel

y△z⊙,

y △ z ⊙, welcher die verlangte Summe der drey gegebenen Cirkularfiguren a b d c, i m l k und p s r q, nach Verlangen ſeyn wird.

Anmerkung 1.

Auf dieſe Art, nämlich durch die Fundamentalfiguren, oder auf einandergeſetzte rechtwinklichte Dreyecke, laſſen ſich ſechs, acht, zehn und mehr Figuren ganz leicht addiren und in eine Summe bringen, und iſt wie wir allbereits geſehen, die letzte und längſte Hypothenuſe allezeit gleichſam die Wurzel zur Summefigur.

Anmerkung 2.

Anbey iſt in der Addition beſonders zu beobachten, daß, wenn man verſchiedene Arten von Flächen in eine gewiſſe gegebene Figur Summe addiren ſoll, man die gegebenen Flächen alle, allezeit erſtlich in eine dergleichen Figur verwandeln muß, ehe man zur würklichen Addition ſchreiten kann, als z. Exempel:

Es ſollte ein Triangulum ſcalenum, ein Oblongum und ein Trapezoides in ein Triangulum aequilaterum addiret werden, ſo muß man zuförderſt alle die zu ſummiren gegebenen Figuren in lauter gleichſeitige Dreyecke verwandeln, und ſodann durch die Grundlinien derſelben, nach Anweiſung der nacheinander und aufeinander aufgeſetzten rechtwinklichten Triangel die nöthige Fundamentalfigur aufſetzen, ehe man zur würklichen Addition ſchreiten kann.

Anmerkung 3.

Da laut Tab. X. O. die Cirkularfiguren a b d c, e g f h und i l k n, in einem Quadranten u v x w zu addiren vorgegeben worden, ſo giebt z. Ex. die Linie e h, den Radium zu einem Quadranten, welcher iſt gleich dem gegebenen halben Zirkel e g f h.

Ingleichen giebt die Chorde n p, des halben Zirkels n k o p den Radium zu einem Quadranten, welcher an Flächeninhalte gleich iſt dem gegebenen Zirkel i l k n. Der gegebene Quadrant a b d c bleibt ohne Verwandlung, weil die Summen-Figur u v x w ein Quadrant werden ſollte.

Gleiche Bewandtniß hat es auch mit den zu addiren vorgegebenen Cirkularfiguren a b c d, e g f h und i l k n. Tab. X. P. als welche in die Summe eines halben Zirkels y △ z & zu addiren verlanget worden. Da hat man erſtlich den Quadranten a b c d in einen halben Zirkel u x v w verwandeln müſſen, um den Diameter u v zu bekommen.

Der halbe Zirkel e g f h, bleibt allhier wieder unverändert, weil die Summen-Figur ein halber Zirkel werden ſoll.

Hingegen mußte der gegebene ganze Zirkel i l k n, in einen halben Zirkel n k o p verwandelt werden, um den nöthigen Diameter n o, zur Conſtruktion der Fundamentalfigur t q r s zu erhalten, auf daß man den verlangten Diameter y z oder ſeinen Gleichen t s zur Summen-Figur finden konnte.

Eben dieſe Ordnung hat auch auf Tab. X. Q. mit den Cirkularfiguren a b d c, i m l k und p s r q, müſſen beobachtet werden, denn da die Summen-Figur y △ z ⊙ ein ganzer Zirkel werden ſollte. ſo hat ſowohl der Quadrant a b c d, als auch der halbe Zirkel i m l k in ganze Zirkel e b h f und k m l o verwandelt werden müſſen, um die reſpectiven Diameter b f und k l, zur Conſtruktion der Fundamentalfigur x u v w zu finden; hingegen bleibt allhier der zu addiren vorgegebene Zirkel p s r q, wieder unverändert, weil die Figur-Summe y △ z ⊙ ein ganzer Zirkel iſt.

Fünf-

Fünftens, von der Addition der gleichſeitigen und ungleichſeitigen, gradlinichten, vieleckichten Flächen von verſchiedener Art und Geſtalt.

Die neun und dreyßigſte Aufgabe.

Ein Triangulum ſcalenum a b c I. Ein gradlinichtes Dreyeck d e f II. Ein parallellogrammum rectangulum g h i k III; und ein ungleichſeitiges gradlinichtes Fünfeck l m n o p IV, in die Summe eines gleichſchenklichten Dreyecks q p r, nach der dazu gegebenen Höhe n⊙p, zu addiren.

Aufloͤſung.

Weil die zu addirenden Triangel a b c I und d e f II, wie auch die übrigen beyden zu ſummirenden Figuren g h i k III und l m n o p IV, auf gemeinſchaftlichen Grundlinien a f I et II und g d III et IV. aufſtehen, ſo verwandelt zuerſt alle vier gegebene Figuren in Triangel von willkührlicher jedoch gleicher Höhe alſo: Tab. XI. Fig. 39. 40.

Errichtet auf der ungefähren Mitte der Grundlinie a f I et II, als in q den Perpendikel q r, von der willkührlichen Höhe, als die Triangel zuerſt bekommen ſollen, und ziehet mit a f durch den oberſten Punkt r der beſtimmten Perpendikularlinie die unbeſtimmte blinde Parallele s t, welche das Dreyeck a b c I in u ſchneidet. Ziehet aus u nach c die blinde gerade Linie

uc, und mit ihr aus b die Parallele bv, u
ſchließet das begehrte Dreyeck auvI, durch d
gerade Linie uv, ſo iſt der Triangel abc,
das Dreyeck auvI, nach der gegebenen Hö
qr, nebſt Beybehaltung ſeines Quadratinhal
erniedriget.

Erwählet nunmehro auf der, mit der Grun
linie af der gegebenen Dreyecke abcI und def
parallel laufenden graden Linie st, über d
Scheitelpunkt e, des niedrigen Dreyecks defI
einen willkührlichen Punkt w; oder welches fa
noch beßer iſt, ziehet mit dem Perpendikel q
aus e die Parallele ew, bis an die blinde lan
Parallele st, aus dieſem Punkt w, ziehet d
blinden graden Linien wd und wf, und m
ihnen aus dem Vertice e die blinden Parallel
ex und ey; ziehet die Seiten wx und w
des nach dem Perpendikel qr begehrten erhöh
ten Dreyecks xwyII.

Verlängert nunmehro auch die Seite g
des Oblongi ghikIII nach z, machet gz, glei
dem Perpendikel qr auf der Baſi af, der Drey
ecke auvI und xwyII. Ziehet mit der gemein
ſchaftlichen Baſi gd des Rechtecks ghikIII
und des Fünfecks lmnopIV, aus dem Punk
z des dem Perpendikel qr gleichen Perpendikel
gz die blinde Parallele z&; führet aus z au
die Grundlinie gk des Rechtecks ghikIII, nac
k die blinde ſchräge grade Linie zk und mit ih
aus h die blinde Parallele ha; faſſet ga, un
traget dieſe Diſtanz auf die mit gd parallel lau-
fend

ſende grade blinde Linie z & aus z nach b, und ziehet aus a mit g z nach b, die Parallele a b, ſo iſt das parallelogrammum rectangulum g h i k III, gleich dem erhöheten Oblongo g z b a II.

Um aber auch nunmehro das ungleichſeitige gradlinichte Fünfeck l m n o p IV, in einen Triangel c n d IV, zu verkehren; ſo reißet aus n nach l die blinde grade Linie n l, und mit ihr aus m die Parallele m c. Ziehet die grade Linie n c, führet auch aus n nach p die blinde gerade Linie n p, und mit ihr aus o die blinde Parallele o d, und ziehet die grade Linie n d, ſo iſt das Dreyeck c n d an Quadratinhalte gleich dem pentagono irregulari l m n o p, um aber ſelbigen die begehrte Höhe, der auf der Grundlinie a f befindlichen graden ſenkrechten Linie q r zu geben, ſo erwählet über den Punkt n, auf der mit g d parallel laufenden Linie z & einen Punkt e, ziehet aus e nach c und d, zu beyden Seiten die blinden graden Linien e c und e d, und mit ihnen aus n, die blinden Parallelen n f und n g, ſo beſtimmen die Punkte f und g, die Grundlinien des begehrten neuen Triangels; ziehet endlich aus e nach f und d, die Seiten e f und e g, des begehrten und gefundenen neuen Dreyecks f e g IV, welches ſo groß als das gegebene gradlinichte Fünfeck l m n o p, ſeyn wird.

Ziehet anitzo eine lange unbeſtimmte gerade Linie h m; faſſet die Grundlinie a v des Dreyecks a u v, und traget ſelbige auf h m, aus h gegen m nach i. Nehmet die Länge der Baſis x y, des Trian-

Triangels x w y, und traget ſelbige auf h m a
i nach k, faſſet die Grundlinie g a des Rec
ecks g z b a, und traget ſelbige zweymal auf h
aus k nach l, weil das Rechteck doppelt ſo gr
iſt, als ein Triangel welcher mit ihm gleic
Grundlinie und Höhe hat.

Nehmet endlich die Länge der Grundlin
f g, des Dreyecks f e g, und traget ſelbige a
h m aus l nach m; halbiret ganz h m in n, e
richtet auf h m in n einen Perpendikel n ⊙, ſ
lang als die ſenkrechte gerade Linie q r auf a
ziehet aus ⊙ nach h und m die geraden Linie
⊙ h und ⊙ m, ſo iſt das Dreyeck h ⊙ m i
Summe ſo groß, als die zu addiren aufgegebe
nen Figuren a b c I, d e f II, g h i k III un
l m n o p IV. Dieſer Summen-Figur aber nun
mehro auch die begehrte Höhe zu geben, ſo ver
längert den Perpendikel n ⊙ nach p, machet n p
ſo lang als der Triangel hoch werden ſoll; zie
het aus p nach h und m, die blinden geraden Li
nien p h und p m, und mit ihnen aus ⊙ die Pa
rallelen ⊙ q und ⊙ r. Ziehet letztlich die geraden
Linien p q und p r, ſo iſt der hohe gleichſeitige
Triangel q p r die wahre Summe der zu addiren
aufgegebenen Figuren a b c I, d e f II, g h i k III
und l m n o p IV.

Die vierzigſte Aufgabe.

Ein ſtumpfwinklichtes Dreyeck a b c I. Einen
Rhomboidem d e f g II. Ein Parallelogram-
mum

mum rectangulum h i k l III. Ein Quadratum perfectum m n o p IV und ein geradlinichtes Pentagonum irregulare q r s t u V, in ein Quadratum perfectum t w f e, zu addiren; oder auch dieſe zu ſummiren vorgegebenen fünf geradlinichten Figuren in ein Oblongum rectangulum r x a w. Figur 42. von beſtimmter Höhe v w. Figur 41. zu addiren, und dieſes Rechteck r x a w, ſodann in ein Quadratum perfectum f t w e zu verkehren.

Auflöſung.

Da das ſtumpfwinklichte Dreyeck a b c mit dem Rhomboide d e f g, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie a &, aufſteht, ſo errichtet zwiſchen beyden, als zwiſchen c und d einen Perpendikel v w, von der verlangten Höhe, als das Summen-Parallelogrammum rectangulum r x a w bekommen ſoll. Ziehet ſodann mit der gemeinſchaftlichen Grundlinie a &, durch den Punkt w des beſtimmten Perpendikels v w, die unbeſtimmte blinde Parallele x y, welche das ſtumpfwinklichte Dreyeck a b c in x ſchneidet. Tab. XII. Fig. 41.42.

Ziehet nunmehro aus dieſem Punkt x nach c, die blinde gerade Linie x c, und mit ihr aus b die Parallele b z, ziehet x z, ſo hat der Triangel a b c I, die Höhe der gegebenen Perpendikulare v w, erhalten.

Verlängert anitzo die Baſis d g, des Rhomboidis d e f g II, nach &; fället aus f auf d &, den Perpendikel f &, und ziehet mit f & aus e, die Parallele

rallele e ✝, ſo wird e ✝ auch auf d g ſenkre
aufſtehen, und iſt der Rhomboides d e f g in d
ihm gleiche Rechteck ✝ e f & II, verwandelt.

Verlängert nunmehro auch dieſen klein
Perpendikel ✝ e bis an die mit der Grundli
✝ & parallel laufende blinde Linie x y nach
ziehet aus a nach & die blinde ſchräge gerade
nie a &, und mit ihr aus e die Parallele e b; z
het aus b, mit ✝ a die Parallele b c, und ſchli
ſet das dem Perpendikel v w, gleich hohe Oblo
gum ✝ a c b, durch die gerade Linie a c.

Verlängert auch den Perpendikel h i d
Rechtecks h i k l III nach d, machet h d glei
dem auf der Baſi a & befindlichen aufgerichtet
Perpendikel v w, und weil die übrigen zu add
renden Figuren m n o p IV und q r s t u V, m
h i k l III, auf einer gemeinſchaftlichen Grundl
nie h n aufſtehen, ſo ziehet mit dieſer Grundl
nie h n, aus dem oberſten Punkt d, des Pe
pendikels h d, die unbeſtimmte lange blinde P
rallele e f, als bis an welche die Figure
m n o p IV und q r s t u V, auch erhöhet werde
müſſen; führet nunmehr aus d auf die Grund
linie h l des Rechtecks h i k l, die blinde ſchräg
Linie d l, und mit ihr aus i die Parallele i g
ziehet aus g mit dem Perpendikel h i d bis an di
Parallele e f die Parallele g h, und ſchließet da
dem Perpendikel v w gleich hohe Oblongum
h d h g, durch die gerade Linie d h.

Nunmehro verlängert auch den Perpendike
m n, des Quadrats m n o p IV, bis an die Pa
ralle

rallele e f nach i; ziehet aus i nach p die blinde ſchräge gerade Linie i p, und mit ihr aus n die Parallele n k; errichtet aus k den Perpendikel kl bis an die obere Parallele e f, und ziehet i l, ſo iſt das Quadratum perfectum m n o p IV, in das parallelogrammum rectangulum i l k, von der nach dem Perpendikel v w beſtimmten Höhe m i verwandelt.

Letztlich verwandelt auch das ungleichſeitige geradlinichte Fünfeck q r s t u V, in einen Triangel m s n V, alſo: Ziehet aus s nach q und u, die Diagonalen s q und s u, und mit ihnen aus r und t, die Parallelen r m und t n, ſo beſtimmen die Punkte m und n die Grundlinie zum verlangten Dreyeck; ziehet letztlich aus s nach m und n, die Seiten s m und s n, des gefundenen Dreyecks m s n, welches an Flächeninhalte gleich iſt, dem gegebenen pentagono irregulari q r s t n V.

Um ſelbigem aber auch die begehrte Höhe des Perpendikels v w ſo wie denen vorhergehenden vier Figuren zu geben, ſo erwehlet auf der Parallele e f, über den Scheitelpunkt s, des Dreyecks m s n einen beliebigen Punkt ⊙. Ziehet aus ſelbigem nach m und n, die blinden geraden Linien ⊙ m, und ⊙ n, und mit ihnen aus s die blinden Parallelen s p und s g. Vollendet dieſes dem Perpendikel v w gleich hohe verlangte Triangulum durch die geraden Linien ⊙ p und ⊙ g, ſo iſt auch dieſer Triangel p ⊙ g, an Flächeninhalte gleich, dem gegebenen ungleichſeitigen Fünfecke q r s t u V.

Anietzo

Anietzo zur Addition dieſer fünf gleich hohen geradlienichten Flächen, a x z I, ✝a c b II, h d h g III, m i l k IV und p ⊙ g V, zu kommen, ſo ziehet eine lange unbeſtimmte gerade Linie r b; Fig. 42. nehmet halb a z, als die Hälfte der Baſis a z des Dreyecks a x z I, weil die Figur ein Trigonum iſt, und traget ſelbige auf die allgemeine Grundlinie r b, aus r nach s, faßet die Grundlinie ✝b des Oblongi ✝a c b II, und traget ſelbige auf r b, aus s nach t, nehmet die Länge der Baſis h g des Rechtecks h d h g III und ſetzet ſie weiter auf r b aus t nach u, faßet die Baſis m k des Oblongi m i l k IV, und ſetzet ſie auf r b aus u nach v, nehmet auch letztlich die Hälfte der Grundlinie p g des Triangels p ⊙ g, und ſetzet ſie auch auf r b, aus v nach w. Errichtet in r den Perpendikel r x, und gebet ihm die Höhe des auf a & befindlichen Perpendikels v w, reißet mit r b aus x die Parallele x a, machet x a ſo lang als r w, und ziehet denn zwoten Perpendikel w a, faßet r s von r b, ſetzet dieſes Maaß auf x a aus x nach y, ingleichen nehmet s t von r b, und traget dieſe Länge auf x a aus y nach z; traget t u aus z nach &, u v aus & nach ✝ und ziehet s y, t z, u & und v ✝ durch gerade Linien zuſammen, ſo iſt das parallelogrammum rectangulum r x a w, Figura 42. die Summe der zu addiren vorgegebenen fünf geradliniechten Flächen a b c I, d e f g II, h i k l III, m n o p IV und q r s t u V. Denn das Rechteck r x y s auf r b, iſt gleich den Trilatero a b c oder

ſeinem

ſeinem gleichen a x z I. Das Oblongum s y z t iſt ſo groß als der Rhomboides d e f g, oder ſeine gleiche Figur ✠ a c b II. Das parallelogrammum t z & u iſt mit dem Rechtecke h i k l, oder ſeinem gleichen h d h g III, von gleichen Inhalte. Das länglichte rechtwinklichte Viereck u & ✠ v, iſt mit dem Quadrat m n o p oder ſeinem gleichen m i l k IV gleich groß, und das rectangulum v ✠ a w iſt gleich den pentagono irregulari q r s t u oder ſeinen gleichen p ⊙ g, und alſo iſt das parallelogrammum rectangulum r x a w, die begehrte Summe der zum addiren vorgegeben fünf geradlinichten I, II, III, IV, V.

Will man dieſe fünf Figuren in ein Quadratum perfectum, s t w e addiren, ſo centriret den Endpunkt w, der Grundlinie r w, des großen gefundenen Oblongi r x a w, öfnet den Zirkel bis a, und ſchlaget den Quadranten a b. Halbiret r b in c, centriret c, ſpannet den Zirkel bis b oder r, und reißet den halben Zirkelbogen b e d f r. Halbiret dieſen halben Zirkelbogen in d und fället aus dem Centro d des Diameters r b den Perpendikel c d, ziehet mit c d aus w, die Parallele w e, bis an den halben Zirkelkreys r f d e b in e faßet w e, und traget dieſe Diſtanz aus w gegen r nach t. Reiſſet letztlich mit c d aus t die Parallele t s bis an den Zirkelbogen b e d f r in f, und ſchließet das Quadratum perfectum t w e f durch die gerade Linie f e, welche gleichfalls mit r b, gleichlaufend ſeyn muß. So iſt auch dieſes rechtwinklichte

vollkommene Viereck f t w e die Summe der zu addiren vorgegebenen fünf geradlinichten Flächen, denn es iſt mit der erſten Summe, das iſt, mit dem parallelogrammo rectangulo r x a w von gleichen Quadratinhalte, und aus ſelbigen durch die Regel der mittelſten Proportionallinie in das Quadrat f t w e verwandelt worden.

Die ein und vierzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a b d c I, ein Triangulum ſcalenum e g f II, einen Zirkel h i k l III, ein Trapezoides m n o p IV, und ein pentagonum irregulare q r s t u V, auf andere Art, ohne erſtlich mediam proportionalem zu ſuchen, in ein Quadratum perfectum e f g h. Figura 44. oder in einen Zirkel k l m n zu addiren.

Anmerkung.

Bey der Solution dieſer Aufgabe müßen die vorgegebenen Figuren I. II. III. IV. V. erſtlich in ihre gleichſeitigen vollkommenen Vierecke f & a ✢, e f d e, g n p o und r x y z, verwandelt werden, um die zur Addition nöthige Fundamentalfigur e b a c d f Figura 44. der Hypotheneſen b c, b d, d e und e f wegen, zu erhalten.

Aufloͤſung.

Tab. XIII. Fig. 43. 44. Das Quadrat a b d c I, bleibt unverwandelt ſtehen, weil es ein vollkommenes gleichſeitiges rechtwinklichtes Viereck iſt.

Fäl-

Fället auf die Grundlinie e f, des Triangels e g f II, aus deßen Scheitelwinkel g den Perpendikel g △; halbiret dieſen Perpendikel g i D und ziehet mit e f, durch D eine unbeſtimmte Parallele w x. Ziehet ferner mit dem Perpendikel g △ aus e und f bis an die unbeſtimmte Parallele w x, die Parallelen e w und f x, ſo iſt das hierdurch entſtandene Rechteck e w x f an Flächeninhalte gleich, dem ungleichſeitigen geradlinichten Dreyeck e g f.

Oder halbiret das latus e g des Dreyecks e g f in v, und ziehet durch v die unbeſtimmte Parallele w x, und ſodann mit dem Perpendikel g △ aus e und f die Parallelen e w und f x.

Oder noch anders: fället erſtens aus dem Scheitelpunkt g des Dreyecks e g f den Perpendikel g △, und theilet ſelbigen in D, errichtet in e und f zwey Perpendikularen e w und f x, machet e w und f x jede ſo hoch als g D oder ihre gleiche D △, und ziehet w x mit der Baſi e f, parallel; ſo wird nach allen drey Fällen das parallelogrammum rectangulum e w x f gleich ſeyn dem gegebenen Triangulo ſcaleno e g f II.

Führet durch das Centrum b, des zu addiren vorgegebenen Zirkels h i k l III, den Diameter c d etwas verlängert über die Circumpherenz des Zirkels hinaus, ſelbige durchſchneidet den Zirkel h i k l in D und ⊙, halbiret die beyden halben Zirkel D i k ⊙ und ⊙ l h D in △ und ◻, ziehet durch △ und ◻ den zweyten verlängerten Diameter

meter f e. Theilet den Radium b ☽ in vier gleiche Theile, und bemerket ſelbige wie die Figur zeiget. Traget ein ſolches Viertheil auf die verlängerten Durchmeßer zu beyden Seiten, als aus ☽ nach d, aus △ nach e, aus ⊙ nach c, und aus □ nach f. Ziehet d e, e c, cf und f d, durch gerade Linien zuſammen, ſo iſt das hierdurch entſtandene Quadratum perfectum c f d e gleich dem gegebenen Zirkel h i k l.

Verlängert anietzo die Grundlinie m p des Trapezoidis m n o p willkührlich nach o; ziehet die Diagonal n p, und mit ihr aus o die Parallele o g. Ziehet die gerade Linie n g, ſo iſt der Trapezoides m n o p IV, in das ihm gleiche Triangulum m n g IV, verwandelt.

Theilet die Seite m n dieſes Dreyecks m n g in h in zwey gleiche Theile. Ziehet durch h mit der Baſi m g die unbeſtimmte Parallele i k, errichtet in m und g, die Perpendikularen m i und g k, bis an die Parallele i k, ſo iſt das Trigonum m n g, und folglich auch der Trapezoides m n o p in das ihm an Flächeninhalte gleiche parallelogrammum rectangulum m i k g IV, verwandelt.

Hieraus nunmehro ein Quadratum perfectum g n o p, von gleichen Inhalte zu machen, ſo centriret erſtlich g, ſpannet den Zirkel bis k, und ziehet auf g o, den Viertelszirkel k l. Halbiret die lange Linie m l, in m. Centriret dieſes zu nächſt p ſtehende m, öfnet den Zirkel bis l, und reißet den halben Zirkreyß l n m, verlängert

den

den Perpendikel g k bis an dieſen halben Zirkelbogen l n m nach n, ſo iſt g n die Wurzel zu dem begehrten Quadrat. Machet g o gleich g n, errichtet in o, den Perpendikel o p, und gebt dieſem die Höhe des Perpendikels g n, ſchließet letztlich dieſes gefundene Quadrat g n o p, durch die Linie n p, ſo iſt ſelbiges an Flächeninhalte gleich, dem Oblongo m i k g, und folglich auch dem Triangulo m n g, wie auch dem gegebenen Trapezoidi m n o p IV.

Verlängert nunmehro auch die Grundlinie q u des ungleichſeitigen geradlinichten Vielecks q r s t u V, zu beyden Seiten nach q und r. Ziehet aus s die blinden Diagonalen s q und s u, und mit ihnen aus r und t die blinden Parallelen r q und t r, reißet die geraden Linien s q und s r, ſo iſt das pentagonum irregulare q r s t u in das ihm gleiche Triangulum q s r, verwandelt.

Theilet nunmehro das latus s q in f in zwey gleiche Theile, errichtet auf dem äußerſten q und in r die unbeſtimmten Perpendikularen q t und r u. Ziehet endlich mit q r durch f die Parallele t u, welche die Höhe der Perpendikularen q t und r u beſtimmet; ſo iſt das Oblongum rectangulum q t u r, gleich dem Triangulo ſcaleno q s r, und folglich auch dem ungleichſeitigen geradlinichten gegebenen Vieleck q r s t u V.

Um nun dieſes parallelogrammum rectangulum q t u r der gegebenen Regel nach, in ein Quadratum perfectum r x y z zu verkehren, ſo

verlängert die Grundlinie q r nach z. Centriret den Punkt r, auf der Baſi q z, öfnet den Zirkel bis u, und ſchlaget den Quadranten u v; halbiret die ganze Linie q u in w, centriret w, öfnet den Zirkel bis v, und führet den halben Zirkelbogen v x s r q, verlängert den Perpendikel r u, bis an dieſen halben Zirkelbogen nach x, ſo iſt r x, die Wurzel zu den verlangten Quadrat r x y z, machet demnach r z gleich dem Perpendikel r x, errichtet in z einen Perpendikel z y von der Höhe des Perpendikels r x und ſchließet das Quadrat r x y z durch die gerade Linie x y.

Oder aber ziehet mit r z aus x die Parallele x y und aus z mit r x die Parallele z y welche ſich gleichfalls in y ſchließen, und das verlangte dem parallelogrammo rectangulo q t u r V, gleich große Quadratum perfectum r x y z, formiren werden.

Anmerkung.

Der Lehrbegierige muß bey der Verwandlung dieſer Figuren in Anſehung der Buchſtaben ein wenig aufmerkſam ſeyn um ſich nicht zu irren, weilen es der Menge derſelben wegen getroffen, daß öfters in einer Figur zwey Buchſtaben von einerley Art vorkommen, oder geſetzet werden müßen. Wie beſonders allhier bey Figura IV. im Trapezoide m n o p und beym Quadrat g n o p, ingleichen auf der Grundlinie m o. Zwo m, zwo n, zwo o, und zwo p vorkommen. Ein gleiches trifft ſich auch in Figura V. da auf der Baſi q z, im pentagono irregulari q r s t u, im Triangulo ſcaleno q s r und im parallelogrammo rectangulo q t u r zwo q, zwo r, zwo s, zwo t, und zwo u vorkom-

kommen. Als worauf derſelbe genau achtung zu geben hat, um nicht einen vor dem andern zu nehmen.

Um aber anietzo die Fundamentalfigur e b a c d f Fig. 44. zu conſtruiren, ſo reißet zuerſt eine gerade blinde Linie a b, ſo lang als die Grundlinie a c, des gegebenen Quadrats a b d c I, errichtet auf dieſer blinden Linie a b, in a, einen Perpendikel a c, und gebt ihm zur Höhe die Länge der Baſis f x, des Quadrats f & a x II. Ziehet die Hypothenuſe c b, errichtet auf c b in c, den Perpendikel c d, machet ihn gleich der Grundlinie f c, des Quadrats f d e c II, und reißet die zwote Hypothenuſe d b, errichtet auf d b in b den Perpendikel b e, von der Länge der Baſis g o, des Quadrats g n p o IV, und führet die Hypothenuſe d e. Errichtet letztlich auf d e in d den Perpendikel d f, machet ihn ſo lang als die Grundlinie r z, des vollkommenen Vierecks r x y z, und ſchließet die zum addiren nöthige Fundamentalfigur f d c a b e durch die vierte Hypothenuſe f e.

Nunmehro zum Summen-Quadrat e f g h, Fig. 44. ſelbſten. Errichtet auf dieſer letzteren Hypothenuſe e f der Fundamentalfigur e b a c d f, in e und f die Perpendikularen e h und f g, machet e h und f g ſo lang als die vierte Hypothenuſe f e, und ſchließet das Summe Quadrat f g h e durch die mit f e parallel laufende gerade Linie g h.

Wollte man aber die zu ſummiren vorgegebenen fünf Figuren a b d c I, e g f II, f d e c III, m n o p IV und q r s t u V, in die Summe eines Zirkels k l m n Fig. 44. addiren, ſo führet in das Summe-Quadrat e f g h die Diagonalen e g und f h; welche ſich auf deſſen Mitte in i ſchneiden, theilet i g in fünf gleiche Theile, faßet vier derſelben vom Centro i an gerechnet. Centriret mit vier Fünftheilen von i g, das Centrum i, und ſchlagt den großen Zirkelkreys k l m n, welcher an Flächeninhalte gleich iſt der Quadratſumme e f g h, und folglich hat man auch auf dieſe Art die vorgegebenen fünf Figuren in einen Zirkel addiret.

Anmerkung.

Man hätte aber auch, um dieſe Figuren in einem Zirkel zu addiren, auf folgende Art verfahren können: wenn man nämlich alle fünf gefundene Quadrate abdcI, f&a+II, gnpoIV und rxyzV, in ihnen gleiche Zirkel verwandelt, und aus deren Durchmeſſer, ſo wie von den Seiten der gefundenen Quadrate, die Fundamentalfigur formiret hätte; da ſodann die letzte Hypothenuſe der Diameter des Summen-Zirkels geworden wäre.

Die zwey und vierzigſte Aufgabe.

Einige ungleichſeitige, an Linien und Winkeln proportionirte, alſo ähnliche Vielecke abedcI, fghikII, lmnopIII, qsturIV, in eine ihnen ähnliche Figur zu addiren.

Auflöſung.

Tab. XIV. Fig. 45. 46. Ziehet eine blinde grade Linie vw Fig. 46. von der Länge der Grundlinie ac, des irregulären Fünfecks abedcI; errichtet auf vw in w einen rechten Winkel vwx, machet wx gleich fk, der gegebenen Figur fghikII, ziehet die erſte Hypothenuſe vx. Conſtruiret auf vx in x den Perpendikel xy, gebt ſelbigen die Länge der Baſis lp, der geradlinichten ungleichſeitigen Fläche lmnopIII, nnd führt die zweyte Hypothenuſe vy, ſetzet wieder auf vy in y einen Perpendikel yz auf, machet dieſen ſo hoch als die Länge der Grundlinie qr, des pentagoni irregularis qsturIV. beträgt, und ſchließet die zum addi-

addiren nöthige Fundamentalfigur v w x y z, durch die dritte Hypothenuſe v z.

Halbiret nunmehro die Baſin q r, des gegebenen ungleichſeitigen geradlinichten Fünfecks q s t u r IV in &. (weil es das größte iſt, und ſich von ſelbigen die Winkel am leichtſten, und ohne Verwirrung abnehmen laſſen) Centriret q, öfnet den Zirkel bis in den Punkt &, und ſchlaget den Bogen & a b ♀; centriret auch den Punkt r, ſpannet den Zirkel wieder bis in &, und führet den Bogen & c d ☉; ziehet nunmehro aus q nach t und u die blinden Diagonalen q t und q u, welche den Bogen & a b ♀ in b und a ſchneiden, führet auch aus r nach t und s die blinden ſchrägen graden Linien r t und r s, welche den Bogen & c d ☉ in c und d kreuzen; centriret nunmehro wieder mit der Zirkelweite von q & den Punkte v auf v z, Fig. 46. und reißet den Bogen e i k f, ingleichen centriret auch den Endepunkt z der Linie v z, und ſchlagt den Bogen g l m h, faßet die Weite des Bogens & a, von Fig. IV. und traget ſelbige auf den Bogen e f, aus e nach i, nehmet die Diſtanz & b, vom Bogen & ♀, und tragt ſelbige auf den Bogen e f, aus e nach k; faßt letztlich auf dieſer Seite den ganzen Bogen & ♀, und ſetzet ſie auf den Bogen e f aus e nach f; ziehet nunmehro aus v, durch die Punkte i und k des Bogens e i k f, die blinden unbeſtimmten geraden Linien v i o und v k p, gehet anietzo auf die andere Seite zum Bogen & c d ☉, nehmet von ſelbigen die

Spannung & c, tragt ſie auf den Bogen g l m h, aus g nach l, faßet die Spannung c d des Bogens & c d ⊙, und ſetzet ſie auf den Bogen g l m h aus l nach m, nehmt ſchließlich die ganze Diſtanz & ⊙ des Bogens & c d ⊙, und tragt ſelbige auf den Bogen g l m h aus g nach h, zieht anietzo aus z durch die Punkte l und m, des Bogens g l m h die punktirten unbeſtimmten geraden Linien z n und z p; zieht auch aus v durch f bis an die Linie z n, und aus z durch h bis an die Linie v o, die Linien v n und z o, welche ſich in n und ⊙ ſchneiden, und die Seiten v n, n p, z o, o p, des Summen-Fünfecks v n p o z beſtimmen; ſchließet letztlich dieſes Summen-Pentagonum durch die geraden Linien n p und o p, denn der Punkt p, findet ſich durch die Linien v p und z p, wenn ſelbige durch die Punkte k und m der Bogen e i k f und g l m h gezogen werden, von ſelbſten: und iſt demnach das gefundene ungleichſeitige geradlinichte Fünfeck n p o z, die Summe der vier ähnlichen geradlinichten fünfeckichten Figuren a b e d c I, f g h i k II, l m n o p III, q s t u r IV.

Anmerkung.

Als eine Haupt- und Generalregel über die Addition der verſchiedenen geometriſchen Figuren.

Sind erſtlich, die zu addirenden Figuren lauter Triangula, und zwar von gleicher Höhe, alſo: daß ſelbige mit ihren Grundlinien worauf ſie ſtehen, und

mit

mit ihren Scheitel, das iſt die oberſten Winkeln und Spitzen zwiſchen zwey Parallellinien liegen, ſo darf man nur die Grundlinien dieſer zu addiren vorgegebenen Dreyecke, alle neben einander auf eine darzu gezogene unbeſtimmte gerade Linie auftragen, und ſodann, wenn man dieſe Figuren in die Summe eines rechtwinklichten Triangels bringen will, an einem von den Endepunkten dieſer neuen Grundlinie, deren Länge ſich durch die aufgeſetzten Grundlinien der gegebenen Dreyecke beſtimmet, einen Perpendikel von der Höhe einer dieſer gedachten Dreyecke errichten, und die Hypothenuſe ziehen, ſo iſt die Summe gefunden.

Soll aber das Aggregat ein gleichſchenklichter Triangel werden, ſo theilet man die gefundene Summe-Baſis in zwey gleiche Theile, errichtet in dieſem gefundenen Theilungspunkt, einen Perpendikel, gleichfalls von der Höhe der gegebenen Triangel, und ziehet die zwey gleich langen Schenkel, ſo hat man zur Summe ein Triangulum Iſoſceles.

Verlanget man zur Summe ein ſpitzwinklichtes Triangulum ſcalenum, ſo conſtruiret man auf der gefundenen Summen-Baſi einen Perpendikel, aus welchem Punkt man wolle, (nur nicht aus den Endpunkten, oder aus der Mitte, denn ſonſt wird es wie ich allbereits geſagt, ein rechtwinklichtes, oder ein gleichſchenklichtes Dreyeck), und giebt ſelbigen gleichfalls die Höhe eines der vorgegeben Dreyecke, ziehet ſodann die Seiten, ſo wird das Summe-Dreyeck ein ſpitzwinklichter Triangel ſeyn.

Wenn aber das Summen-Dreyeck ein ſtumpfwinklichter Triangel werden ſoll, ſo wird die Summe-Grundlinie in etwas auf der einen Seite verlängert, und auf dieſer verlängerten blinden Grundlinie ein Perpendikel nach der vorgeſchriebenen Höhe errichtet, und ſodann aus den Endpunkten der gefundenen Summe-Baſis, in den oberſten Punkt des aufgerichteten beſtimmten Perpendikels, die geraden Linien gezogen,

zogen, ſo hat man zur Summe ein ſtumpfwinklichtes Trilaterum.

Würde aber verlangt, zur Summe ein ſtumpfwinklichtes Dreyeck, nach einem darzu von beſtimmten Graden gegebenen Winkel zu finden: als z. Ex. von 119. Grad, ſo errichtet man auf der Summe-Grundlinie aus dem einen Endpunkte, es ſey auf welcher Seite es wolle, durch den Transporteur einen Winkel von 119. Grade, und ziehet die durch den Transporteur gefundene Linie, welche den verlangten Winkel etwas lang hinaus beſtimmt. Errichtet ſodann aus eben dieſen Punkte, wo man den begehrten Winkel aufgeſetzet, einen Perpendikel, von der durch die gegebenen Triangel beſtimmten Länge, ziehet durch deſſen oberſten Punkt mit der Summen-Baſi, eine blinde Parallele, dieſe durchſchneidet ſodann die Linie des ſtumpfen Winkels in einem gewiſſen Punkt, aus dieſem ſchließet man ſodann durch eine ſchräge gerade Linie, den nach Graden beſtimmten ſtumpfwinklichten Triangel.

Sind aber Zweytens, die Triangel von verſchiedener Höhe, ſo werden ſelbige nach der begehrten Höhe, theils erhöhet, theils erniedriget, und ſodann wie ich allbereits gezeiget, in rechtwinklichte, gleichſeitige, ſcalena oder ſtumpfwinklichte Triangel addiret.

Soll man Drittens, parallelogramma von gleicher Höhe addiren, ſo wird in allen verfahren, wie ich von den gleich hohen Triangeln gelehret.

Sind aber Viertens, die oblonga von ungleicher Höhe, ſo müſſen ſelbige gleichfalls nach dem dazu gegebenen Maaße entweder erhöhet oder erniedriget, und ſodann nach Anweiſung der zweyten Regel addiret werden.

Werden Fünftens, geſchobene Vierecke in Triangel zu addiren aufgegeben, ſo muß man ſelbige erſtlich

in Triangel verwandeln, dieſe aber nach der erſten Regel unter einerley Höhe bringen, und ſodann nach der Anweiſung der gegebenen gleich hohen Dreyecke in die Summe des begehrten Dreyecks, ſtumpfe oder ſpitzwinklicht addiren.

Sollen aber Sechſtens, dieſe Rhomboides wider in einem Rhomboidem, nach einer dazu gegebenen Höhe addiret werden, ſo werden die gegebenen Rhomboides erſtlich theils erhöhet, theils erniedriget, und unter einerley Benennung gebracht, und ſodann nach der dritten Regel dieſer figürlichen geometriſchen Addition addiret.

Siebentens, Quadrate in Quadrate zu ſummiren, geſchiehet laut der 14ten Aufgabe, durch die Fundamentalfigur, das iſt durch die Aufſetzung der rechten Winkel und ihrer Hypothenuſen.

Achtens, werden viertel, halbe oder ganze Zirkel, in die Summe von viertel, halbe und ganze Zirkel zu addiren verlanget; ſo kann es nach allen drey Fällen durch die Fundamentalfigur und den Radium, nach dem zweyten und dritten Falle aber auch durch die Fundamentalfigur und den Durchmeſſer verrichtet werden.

Sollten aber Neuntens, halbe und ganze Zirkel in einen Viertelzirkel ſummiret werden, ſo muß man erſtlich die halben und ganzen Zirkel in Viertelzirkel verwandeln, und dieſelben ſodann durch deren Halbmeſſer addiren, indem man aus ihren Radiis die Fundamentalfigur conſtruiret.

Zehntens, Viertelzirkel und ganze Zirkel werden durch die Verwandlung in einen halben Zirkel durch deren Diameter, in die Summe eines halben Zirkels gebracht.

Eilftens, Viertelzirkel und halbe Zirkel aber in ganze Zirkel zu addiren, muß man beyde Arten in

ganze

ganze Zirkel verwandeln, und ſodann durch deren Durchmeſſer die Fundamentalfigur zur Addition, die Aufgabe auflöſen.

Zwölftens, verſchiedene Arten geometriſcher Figuren von ungleicher Höhe in einen Triangel, wozu die gleiche Höhe beſtimmet werden muß, zu addiren. Erſtens müſſen alle vorgegebenen Figuren, welche nicht Triangel ſind, in Dreyecke verwandelt werden. Zweytens, müſſen ſowohl die Triangel, als die verwandelten Figuren, nach dem Maaße der zur Summe gegebenen Höhe, erhöhet oder erniedriget, und ſodann nach der vierten Aufgabe addiret werden.

Verlangte man aber Dreyzehntens, zur Summe aller dieſer zu addiren gegebenen Figuren von verſchiedener Art, ein Oblongum, Quadratum oder Zirkel, ſo wird der gefundene Summen-Triangel in eine dieſer Figuren verwandelt.

Zweyter Abſchnitt.

Von der Geometriſchen Figürlichen Multiplication.

Erſtens, Triangula zu multipliciren.

A. Gleichſeitige Triangula zu multipliciren.

Die drey und vierzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen gleichſeitigen Triangel abc, mit zwey zu multipliciren, um das Produkt cde, welches an Flächeninhalte noch einmahl ſo groß iſt, als das gegebene Trigonus abb, zu erhalten.

Auf-

Auflöſung.

Errichtet auf der Seite bc des gegebenen Dreyecks abc in b den Perpendikel bd, und machet bd, ſo lang wie bc, das iſt centriret b, öfnet den Zirkel bis c, und ſchlagt den Bogen cd, welcher den Perpendikel bd in d, determiniren und abſchneiden wird. Zieht die Hypothenuſe cd, dieſe iſt die Baſis des verlangten Produkts. Conſtruiret anf dieſer Grundlinie cd das gleichſeitige Dreyeck cde, ſo das begehrte Factum des mit zwey multiplicirten gleichſeitigen Dreyacks abc ſeyn wird. Tab. XV. Fig. 47.

Die vier und vierzigſte Aufgabe.

Eeinen gegebenen gleichſeitigen Triangel acb, mit fünfen zu multipliciren, um das Factum hik zu erhalten.

Auflöſung.

Ziehet eine blinde unbeſtimmte gerade Linie di, errichtet auf di in d einen Perpendikel dh, gleichfalls von willkührlicher Länge. Faßet die Baſin ab, oder eine andere Seite als ac oder bc des zu multipliciren gegebenen Dreyecks acb, es gilt gleich viel, weil die gegebene Figur ein gleichſeitiges Dreyeck iſt, und tragt dieſe Länge auf di aus d nach e, ingleichen auch auf den Perpendikel dh, aus d nach f. Ziehet die blinde Hypothenuſe fe, faßet fe, und tragt dieſe Tab. XV. Fig. 48.49.

Län-

Länge auf die Linie di aus d nach g. Ziehet die Hypothenuſe fg, ſetzet ſelbige auf den Perpendikel dh und ziehet die Hypothenuſe gh, traget hg auf die blinde Grundlinie di aus d nach i und führet die letzte Hypothenuſe hi, ſo iſt fe die Baſis zum Zweyfachen, fh zum Dreyfachen, hg zum Vierfachen und hi zum Fünffachen begehrten Produkt. Conſtruiret nunmehro auf hi das Triangulum aequilaterum hik; ſo habt ihr das begehrte Factum des mit 5 multiplicirten gleichſeitigen Dreyecks acb.

Die fünf und vierzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen gleichſchenklichten Triangel abc, mit Drey zu multipliciren, um deßen dreyfaches Produkt lmn, an Flächeninhalte zu zu erhalten.

Auflöſung.

Tab. XV. Fig. 50. 51. Ziehet eine unbeſtimmte gerade Linie dh, errichtet auf ſelbiger gleichfalls in d einen unbeſtimmen blinden Perpendikel dk, tragt ſo wohl auf die blinde Grundlinie dh, als auch auf den Perpendikel dk aus d nach e und aus d nach f die Länge der Grundlinie ac des Dreyecks abc, ziehet fe, ſo iſt dieſe Hypothenuſe fe die Baſis zum zweyfachen Dreyeck des zu multipliciren gegebenen gleichſchenklichten Triangels abc, faßet die Hypothenuſe fe, und ſetzet ſelbige aus d auf den Perpendikel dk nach g, ziehet die zwote Hypothenuſe ge, dieſe giebt die Grundlinie zum drey-

dreyfachen Triangel oder auch zum Produkt des zu vervielfältigen gegebenen Trigonii abc.

Da aber das zu multipliciren gegebene Dreyeck abc gleichſchenklicht iſt, und folglich aus einer kurzen Linie ac und zwo gröſſern, aber gleich langen Schenkeln beſtehet, ſo müßen wir nunmehro auch die Länge der Schenkel von einem Dreyck welches drey mahl ſo groß als der gegebene Triangel abc, nach Proportion der gefundenen Baſis ge, auf der Fundamentalfigur kdh folgender maaßen ſuchen. Faßet eine Seite ab oder cb des zu multipliciren gegebenen gleichſchenklichten Dreyecks abc, weil der Triangel ein Trilaterum iſoſceles iſt, und folglich die Schenkel deſſelben gleich lang ſind, tragt alſo dieſe Diſtanz ab, auf die blinde Grundlinie dh der Fundamentalfigur hdk aus d nach h, ingleichen auch auf den Perpendikel dk aus d nach i, ziehet die blinde Hypothenuſe hi, als die Länge eines Schenkels zu einem Dreyeck welches doppelt ſo groß als der gegebene Triangel abc ſeyn würde. Faßet dieſe Hypothenuſe ih, und tragt ſelbige aus d auf den Perpendikel dk nach k, und ziehet die Hypothenuſe kh, dieſe giebt eine Seite zum dreyfachen Dreyeck oder auch zum Factum des mit Drey zu multipliciren gegebenen gleichſchenklichten Triangels abc.

Ziehet nunmehro eine gerade blinde Linie lm, und gebt ihr die Länge der blinden Linie ge, faßet die Länge der blinden Hypothenuſe kh, und

conſtruirt damit auf l m das Triangulum Iſoſceles l n m, als das dreyfache Factum des mit Drey zu multipliciren gegebenen gleichſchenklichten Dreyecks a b c.

B. Ungleichſeitige geradlinichte Triangula zu multipliciren.

Die ſechs und vierzigſte Aufgabe.

Einen geradlinichten ungleichſeitigen Triangel a c b, mit Zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. XVI. Fig. 52. 53. Fället erſtlich in das zu multipliciren gegebene Dreyeck a c b aus deßen Scheitelwinkel c auf die Baſin a b einen Perpendikel c d; zieht eine blinde unbeſtimmte gerade Linie e k und errichtet auf ſelbiger in e einen unbeſtimmten Perpendikel e l. Faßet den Theil a d der Grundlinie a b des Dreyecks a c b, und tragt ſelbigen auf die blinde Linie e k aus e nach f, ingleichen auch auf den Perpendikel e l aus e nach g, und ziehet die Hypothenuſe f g; nehmet auch den Theil d b von a b, und ſetzt ſelbigen wiederum auf die Fundamentalfigur k e l, aus e nach k wie auch auf deren Perpendikel aus e nach l, und führet die Hypothenuſe l k. Nehmt drittens die Höhe des Perpendikels d c vom Dreyeck a c b, und tragt ſelbigen gleichfalls auf e k aus e nach h; ingleichen auf e l aus e nach i, und ziehet die Hypothenuſe

thenuſe ih, ſo iſt die Fundamentalfigur conſtruiret. Reißet nun eine gerade Linie mo, tragt auf ſelbige aus m gegen o nach n, die Hypothenuſe gf, des rechtwinklichten Dreyecks feg, ſo aus dem Theile ad der Grundlinie ab des Dreyecks acb entſtanden; nehmet die Länge der Hypothenuſe lk, vom Triangulo rectangulo lek, ſo aus dem Theile db der Baſis ab entſprungen, und tragt ſelbige gleichfalls auf mo aus n nach o. Errichtet nunmehro in n auf mo, einen Perpendikel np, und gebt ihm die Höhe der Hypothenuſe ih, vom rechtwinklichten Triangel ieh, ſo aus dem Perpendikel dc des zum multipliciren gegebenen Dreyecks acb, aufgetragen worden; ziehet endlich aus m und o nach p, die geraden Linien mp und op, ſo iſt das gefundene Dreyeck mpo, die Summe des mit zwey multiplicirten Triangels acb.

Die ſieben und vierzigſte Aufgabe.

Einen geradlinichten ungleichſeitigen Triangel adb mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Fället wieder wie zuvor auf die Grundlinie ab, des gegebenen Triangels adb, aus deſſen Vertice d einen Perpendikel dc; ziehet eine unbeſtimmte punktirte gerade Linie me, und errichtet auf ſelbiger aus e den unbeſtimmten blinden Perpendikel en; faſſet den Theil ac, der Grundlinie ab, des Triangels adb, ſetzet Tab. XVI. Fig. 54. 55.

ſelbigen auf die gezogene blinde grade Linie m e aus e gegen m nach k, wie auch auf den Perpendikel e n aus e nach i; ziehet die Hypothenuſe k i, nehmet die Länge dieſer Hypothenuſe tragt ſelbige auf den Perpendikel e n aus e nach l, und ziehet die Summen-Hypothenuſe k l, der kleinen Grundlinie a c.

Nehmet den Theil c b, der Grundlinie a b, des Triangels a d b, ſetzt ſelbigen auf die unbeſtimmte punktirte gerade Linie e m, aus e nach m; ingleichen auch auf den Perpendikel e n, aus e nach l, und zieht die Hypothenuſe m l, faßet die Länge dieſer Hypothenuſe m l, und ſetzet ſelbige auf den Perpendikel e n, aus e nach n, und ziehet die verlangte Summen-Hypothenuſe m n, der größern Grundlinie c b.

Faßet endlich auch die Höhe des Perpendikels c d, vom Trilatero a d b, ſetzt ſelbigen auf die Fundamentalfigur m e n aus e, ſowohl auf die Grundlinie e m nach f, als auch auf den Perpendikel e n nach g, ziehet die Hypothenuſe f g, nehmet die Länge derſelben, und ſetzt ſelbige auf den Perpendikel e n aus e nach h, und ziehet des Perpendikels c d, Summen-Hypothenuſe f h, ſo iſt die Fundamentalfigur m e n, um das gegebene geradlinichte ungleichſeitige Dreyeck a d b, mit dreyen zu multipliciren, aufgeſetzt.

Reißet anietzo eine lange gerade Linie o q, faßet von der Fundamentalfigur m e n, die Summen-Hypothenuſe k l, No. 1. tragt ſelbige auf

o q

oq aus o nach p, nehmt wiederum von der Fundamentalfigur die Summen-Hypothenuſe mn, No. 2. und ſetzt ſelbige auf oq aus p nach q, errichtet in p einen Perpendikel pr, und gebt ihm zur Höhe das Maaß der Summen-Hypothenuſe fh, No. 3; ziehet letztlich aus r die Seiten ro und rq, des gefundenen Dreyecks orq, welches nach Begehren dreymal ſo groß ſeyn wird, als der gegebene Triangel adb.

Anmerkung.

Der Lehrbegierige muß ſich in der Conſtruktion dieſer Figur den Punkt l nicht irre machen laſſen, denn ſelbiger iſt von ohngefähr gemeinſchaftlich, ſowohl der Hypothenuſe ki, welche auf den Perpendikel en aus e aufgeſetzet worden, und in l eintrifft, als auch der Grundlinie cb, oder ihrer gleichen el. Wäre aber ac nur um ein wenig kürzer als es iſt, und cb um ein geringes länger, ſo würden die Hypothenuſen ml und kl, nicht in einem gemeinſchaftlichen Punkt l eintreffen, und folglich ein Buchſtabe oder Punkt mehr vorkommen.

C. Gleichſeitige, gleichſchenklichte und rechtwinklichte Triangel ohne Fundamentalfigur mit Vier zu multipliciren.

Die acht und vierzigſte Aufgabe.

Ein Triangulum aequilaterum acb, mit Vier zu multipliciren.

Auflöſung.

Ziehet eine gerade Linie df, von willkührlicher Länge, faßet die Grundlinie ab, des zu multi- Tab. XVII. Fig. 56. 57

multipliciren gegebenen Dreyecks a c b, tragt ſelbige auf d f aus d nach e, und aus e nach f, faßet ganz d f, welche noch einmal ſo lang als die Grundlinie a b des gegebenen Triangels a b c ſeyn wird, und conſtruirt damit auf d f das gleichſeitige Dreyeck d g f; halbiret d g in h, und g f in i, ziehet die blinden geraden Linien h i, h e und i e, welche das große gefundene Summen-Dreyeck d g f, in vier gleich große, dem gegebenen Dreyeck a c b ähnliche Triangel d h e, e i f, h i e und h g i zertheilen; und folglich iſt das gefundene große Dreyeck d f g, das Faktum des mit Vier multiplicirten Triangels a c b.

Die neun und vierzigſte Aufgabe.

Ein Triangulum aequicrurum a c b, auf vorhergehende Art mit Vier zu multipliciren, um das Faktum d g f zu erhalten.

Aufloſung.

Tab. XVII. Fig. 58. 59. Reißet wieder wie in vorhergehender Aufgabe eine gerade Linie d f, welche accurat noch einmal ſo lang als die Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Dreyecks a c b ſeyn muß. Halbiret d f in e, errichtet auf d e und e f, mit der Länge des Schenkels a c oder c b, des gegebenen Dreyecks a c b, die gleichſchenklichten Triangel d h e und e i f, ziehet h i, welche, wenn richtig gearbeitet worden, gleich d e, oder ihrer gleichen e f und a b ſeyn muß. Conſtruirt wiederum auf h i, mit der Länge der Scheukel d h und a c, das gleich-

gleichſchenklichte Dreyeck hgi, ſo iſt der ganze Triangel dgf viermal ſo groß, als das zu multipliciren gegebene Dreyeck acb.

Oder aber auch:

Zieht eine gerade Linie df, welche doppelt ſo lang als die Grundlinie ab, des gleichſchenklichten Triangels acb ſeyn muß, errichtet auf dieſer geraden Linie df ein gleichſchenklichtes Dreyeck dgf, deſſen Crura dg und fg, doppelt ſo hoch als die Schenkel ac oder bc, des zu multipliciren gegebenen Dreyecks acb, ſeyn müſſen; ſo iſt das gefundene Faktum dgf, viermal ſo groß als der gegebene Triangel acb. Die Probe der Richtigkeit dieſer Figur iſt ganz leichte; denn man halbire die Grundlinie df in e, und die Seiten dg und fg in h und i; ziehe ſodann hi, he und ie, ſo iſt das große gefundene Summen-Dreyeck dgf in vier gleich große gleichſchenklichte, dem gegebenen Triangulo iſoſcele acb, gleich und ähnliche Triangel dhe, eif, hie und hgi zertheilet, und folglich iſt der Triangel dgf das verlangte vierfache Produkt des zu multipliciren gegebenen Triangels acb. Fig. 58. 59.

Die funfzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen rechtwinklichten Triangel bac, mit Vier zu multipliciren, um das viermal ſo große Trigonum rectangulum dfg, als des gegebenen Triangels acb, verlangte Produkt dfg, zu bekommen.

Aufloͤſung.

Tab. XVII. Fig. 60. 61. Ziehet eine unbeſtimmte gerade Linie d f, faßet die Grundlinie a b, des gegebenen Trigoni a c b, und tragt dieſe Laͤnge auf d f aus d nach e, und aus e nach f. Errichtet in e und f die Perpendikularen e i und f h, macht ſelbige ſo hoch als den Perpendikel a c des rechtwinklichten Dreyecks b a c. Zieht d i und f h, durch blinde gerade Linien zuſammen, ſo hat man zwey Triangula rectangula d e i und e f h, deren jedes dem gegebenen Triangulo rectangulo b a c, gleich und aͤhnlich iſt. Punktirt die Scheitelpunkte i und h, der gefundenen Dreyecke d e i, und e f h, durch eine gerade Linie i h, zuſammen, ſo entſtehet dadurch zwiſchen denen nur aufgeſetzten Dreyecken d e i und e f h, ein Drittes rechtwinklichtes e i h, welches gleichfalls gleich und aͤhnlich iſt denen Dreyecken d e i, und e f h, oder ihren gleichen b a c. Errichtet nunmehro auf der punktirten Linie i h, den Perpendikel h g, welches geſchiehet wenn man den Perpendikel f h nach g verlaͤngert, macht h g ſo lang wie h f oder ihre gleiche a c und ziehet die gerade Linie i g, welche mit der geraden Linie d i in directione recta ſeyn wird; ſo iſt das Trigonum rectangulum d f g das verlangte Factum des mit viere zu multipliciren gegebenen b a c, denn es enthaͤlt vier Triangula rectangula i h g, h i e, i e d und e f h, welche gleich und aͤhnlich ſind dem gegebenen rechtwinklichten Dreyeck b a c.

Oder

Oder aber auch:

Reißet eine gerade Linie, d f von doppelter Länge der Grundlinie a b des gegebenen Trigoni b a c, errichtet in f den Perpendikel f g, machet ihn noch einmahl ſo lang als der Perpendikel a c, des rechtwinklichten Trigoni b a c hoch iſt; und ziehet die Hypothenuſe d g, ſo iſt der rechtwinklichte Triangel g f d das verlangte Factum des mit vier multiplicirten Trigoni b a c. Fig. 60. 61.

Die Probe der Richtigkeit dieſer Figur iſt folgende; halbiret die Grundlinie d f dieſes Summen-Triangels d f g in e, die Catthete f g in h und die Hypothenuſe d e in i. Ziehet i h mit e f, i e mit f h und h e mit d g, durch blinde Linien parallel zuſammen, ſo entſtehen daraus im gefundenen Factore d f g vier Triangula rectangula i h g, h i e, d e i und e f h, welche gleich und ähnlich ſind dem gegebenen Trilatero b a c.

Zweytens, Quadrangula zu mulpliciren.

A. Quadrangula Regular. das iſt ſolche Vierecke, welche entweder rechtwinklicht ſind, als wozu die Quadrata perfecta, und parallelogrammum rectangular. gehören; oder welche die einander gegen überliegenden Seiten parallel, und die einander gegen überſtehenden Winkel von gleicher Größe haben, zu multipliciren.

a. Rechtwinklichte Quadrangula zu multipliciren.

Die ein und funfzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a c d b, nach arithmetiſcher Progreßion mit Fünf zu multipliciren, um das Produkt a o q p, welches an Flächeninhalte fünfmahl ſo groß iſt, als das gegebene, a c d b, zu bekommen.

Auflöſung.

Tab. XVIII. Fig. 62. Verlängert ſo wohl die Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Quadrats a b c d willkürlich nach p, ingleichen auch deſſen Seite oder Höhe a c, nach o. Ziehet die blinde Diagonale c b, und ſetzt ſelbige aus a auf den Perpendikel a o, nach e, tragt a e auf die Baſin a p aus a nach f, reißt mit a f aus e die Parallele e g, desgleichen auch mit a e aus f die Parallele f g, welche ſich in g ſchneiden und das Quadratum perfectum a e g f formiren werden, ſo doppelt ſo groß als das gegebene Viereck a c d b ſeyn wird.

Ziehet nunmehro die blinde gerade aber ſchräge Linie b e, und ſetzet ſelbige auf den Perpendikel a o, aus a nach h, wie auch aus a nach i, führet mit e g aus h die Parallele h k und mit f g aus i die Parallele i k, ſo ſich in k ſchneiden, und das Quadratum perfectum h a k i welches dreymahl ſo groß iſt, als das gegebene, hervorbringen.

Reiſ-

Reißet anietzo die blinde gerade Linie h b, und ſetzt ſie auf den Perpendikel a o, aus a nach l; item auch auf die Grundlinie a p aus a nach m. Ziehet mit h k aus l, und mit i k aus m die Parallelen l n und m n, welche ſich in n ſchneiden, und das Quadrat a l n m geben werden, ſo viermahl ſo groß als das gegebene Viereck a c d b ſeyn wird.

Reißet letztlich die ſchräge blinde Linie l b, ſetzt deren Länge auf den Perpendikel a o, aus a nach o, item auch auf die Grundlinie a p aus a nach p, führt mit a p aus o, und mit a o aus p. Die Parallelen o q und p q, ſo den Punkt q determiniren, und das Quadratum perfectum a o q p erzeugen, welches nach Verlangen fünfmahl ſo groß als das gegebene Viereck a c d b, ſeyn wird, und alſo das begehrte Factum des mit Fünf, multiplicirten Quadrats a c d b iſt.

Anmerkung.

Ein Quadrat nach Arithmetiſcher Progreßion zu multipliciren, iſt um es recht deutlich zu erklären, nichts anders als ſelbiges nach einer ſteigenden, und von zwey bis auf eine ſelbſt beliebige Zahl zu vergröſſern, als allhier iſt Tab. XVIII. Fig. 62. das Quadrat a f g e an Flächeninhalte noch einmahl ſo groß als das gegebene a b d c. Denn die Diagonallinie c b, des Quadrats a c d b giebt die Seite a e oder e f eines Quadrats e g f a, welches nach einmahl ſo groß iſt als das Quadrat a c d b, deßen Diagonal c b, ſelbige war. Denn dieſe Diagonal c b, des Quadrats a c d b, iſt die Hypothenuſe eines rechtwinklichten Triangels c a b, weil das Viereck c a b d ein Quadratum perfectum iſt.

iſt. Siehe hiervon Regulam Geometr. 77. Meines erſten Bandes; p. 85. welche heißet:

„Das Quadrat der Hypothenuſe eines Trianguli „rectanguli iſt ſo groß als die beyden Quadrate „der Catthete und Baſis zuſammen genommen.

Ein mehrerts findet man hiervon in meinem zwoten Bande p. 220. ff. im hundert und zwanzigſten Lehrſatz, der da ſaget:

„In einen Triangulo rectangulo b a c, iſt das „Quadrat c b h i der Hypothenuſe c b gleich dem „Quadrat a b d e, der Catthete a b, und dem Qua„drat a c f g, der Baſis a c zuſammen genommen.

welches alles durch einen mechaniſchen Beweiß p. 220. Durch einen Geometriſchen Beweis p. 222. Und durch einen mathematiſchen Beweis p. 223. Und durch dazu gehörige Figuren Tab. XXXIII. Flg. 154. et Tab. XXXIV. Fig. 155. et 156. bewieſen und deutlich erkläret iſt.

Da nun die Diagonale c b, eine Seite a e zu einem Quadrate a e g f giebt, welches noch einmal ſo groß iſt als das gegebene Quadrat a c d b, folglich giebt auch die Hypothenuſe e b, des rechtwinklichten Dreyecks e a b, ein nach oben angeführten hundert und zwanzigſten Lehrſatze meines zweyten Bandes, ein Quadrat h a k i, welches ſo groß iſt als das Quadrat a c d b auf a b, und als das Quadrat a e g f auf a e, und derohalben iſt es klar, daß das Quadrat a h k i dreymal ſo groß iſt, als das gegebene Viereck a c d b; folglich iſt aus eben dieſem Grunde das Viereck a l n m viermal und das Quadrat a o p q, fünfmal ſo groß, als das gegebenen Quadratum perfectum a c d b.

Auf dieſe Art kann man alſo ganz leicht ein gegebenes reguläres Quadrat mit Sourden, das iſt mit ungeraden Zahlen, als mit Eilſen, Dreyzehn, Siebenzehn, Neunzehn ꝛc. welche ſich nämlich nicht aufheben laſſen, multipliciren.

Die

Die zwey und funfzigſte Aufgabe.

Ein Quadrat abcd nach geometriſcher Progreſſion mit Vier zu multipliciren, um das vierfache Quadrat hkib, zu erhalten.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert ſowohl die Grundlinie ab, des gegebenen Quadrats badc willkuͤhrlich nach h, als auch deſſen Hoͤhe bc nach i; zieht in das Viereck adcb, die Diagonale ac, faßt ac und tragt dieſe Laͤnge, ſowohl auf die Baſin bh aus b nach e, als auch auf den Perpendikel bi aus b nach f, ziehet mit bh aus f die Parallele fg, ingleichen mit bi aus e die Parallele eg, welche ſich in g ſchneiden, ſo iſt das dadurch entſtandene Quadrat egfb, noch einmal ſo groß als das gegebene Viereck adcb. S. vorhergehende 51te Aufgabe Fig. 62. Tab. XVIII. Fig. 63.

Zieht ferner in dieſem neuen doppelten Quadrat egfb, die Diagonale ef, und ſetzt dieſe Diſtanz auf die verlaͤngerte Baſin bh aus b nach h, wie auch auf den erhoͤhten Perpendikel bi aus b nach i, ziehet mit bh aus i, und mit bi aus h die Parallelen ik und hk. Dieſe kreuzen ſich in k und geben ein Quadrat bhki, welches viermal ſo groß iſt als das gegebene Viereck adcb.

Zur Probe darf man nur eine Seite, als ab oder bc faſſen, und ſelbige auf bh aus a nach h; oder auf bi, aus b nach i aufſetzen, ſo wird man finden, daß ah oder ci, ſo lang als ba oder bc

ſeyn

ſeyn wird. Da nun die Grundlinie b h und Höhe b i, des gefundenen Produkts b h k i noch einmal ſo lang als die Baſis b a und Höhe b i, des zu multipliciren gegebenen Quadrats a d c b; ſo folgt natürlicher Weiſe, daß das Quadrat b i k h viermal ſo groß ſeyn muß, als das gegebene Viereck a d c b, denn auf der Grundlinie b h können zwey Quadrate a d c b nebeneinander ſtehen, ſo wie auch auf den Perpendikel b i zwo Quadrate a b c d über einander liegen können.

Anmerkung 1.

Nach Geometriſcher Progreßion Quadrate zu multipliciren, heißet alſo allhier nichts anders als wenn das Produkt nach einen Exponenten zunimmt; als zum Exempel da ſtehen die Zahlen 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. und ſo weiter, in geometriſcher Progreßion. Alſo iſt das Quadrat c g f b. Fig. 63. Tab. XVIII. Zweymahl ſo groß als das gegebene a d c b. Das Quadrat h k i b aber iſt viermahl ſo groß als das Viereck b c d a. Conſtruirte man aber von der Diagonal h i, des Quadrats h k i b, wiederum ein neues Quadrat, ſo würde ſelbiges acht Quadrate a d c b betragen, ſetzte man nun ferner von der Diagonal des aus der Diagonal h i conſtruirten Quadrats wiederum ein regulaires rechtwinklichtes gleichſeitiges Viereck auf, ſo würde ſelbiges den Flächeninhalt von 16. Quadraten a d c b in ſich begreifen, und deſſen Baſis noch einmahl ſo lang als die Grundlinie b h, deßen Höhe aber noch einmahl ſo hoch als der Perpendikel b i ſeyn; welches ein Lehrbegieriger zur Uebung probiren, und ſo weit hinaus treiben kann biß er ein Quadrat erhält welches 128, oder 256. mahl größer iſt als das gegebene. Da er dann finden wird daß die doppelte Baſis des gegebenen Quadrats ein Vierfaches, die doppelte Baſis des Vierfachen, ein Sechzehnfaches, und die

dop=

doppelt Grundlinie eines Sechzehnfachen ein zwey⸗hundert und ſechs und funfzigfaches Quadrat, gegen dem gegebenen zu rechnen, betragen wird; und ſo kann man zur Uebung bis ins unendliche fortfahren.

Anmerkung 2.

Allhier bey der geometriſchen Multiplication finde ich beſonders für nöthig, des Umſchlags mit dem Zir⸗kel zu erwähnen; weil ſelbiger beſonders die Vermeh⸗rung betrifft.

Die Unwiſſenden betrügen ſich bisweilen gar ſehr, wenn ſie dafür halten, daß mit dem erſten Umſchlag des Zirkels, eine Figur noch einmal ſo groß wird als ſie iſt, es iſt aber falſch, wie wir allbereits aus vor⸗hergehender 52ten Aufgabe Fig. 63. Tab. XVIII. geſe⸗hen, denn eine ſolche Figur a i k b wird, wenn ſie auf der verlängerten Baſi a h und erhöhten Perpendiku⸗late a v nach c und l umgeſchlagen wird, viermal größer, denn es entſtehet auf ſolche Art aus dem Qua⸗drat a i k b, das Quadrat a l n c, wie aus folgendem zu erſehen, alſo giebt der erſte Umſchlag b c ein Qua⸗drat a l n c von vieren; der zweyte Umſchlag c d, ein Quadrat a o m d von neunen; der dritte Umſchlag d e ein Quadrat a p q e von ſechzehn; der vierte Umſchlag e f ein Quadrat a r s f von fünf und zwanzigen; der fünfte Umſchlag f g ein Quadrat a t u g, von ſechs und dreißigen: der ſechſte Umſchlag g h, ein Quadrat a v w h von neun und vierzigen, u. ſ. w. Der ſiebende Umſchlag, ein Quadrat von 64. denn acht mal acht iſt 64.; der achte Umſchlag, ein Quadrat von 81. denn neun mal neun iſt ein und achtzig; der neun⸗te Umſchlag, ein Quadrat von 100. denn zehn mal zehn iſt hundert. Tab. XVIII. A. Fig. 1.

Dieſes iſt alſo zu verſtehen: wenn ich ein Qua⸗drat habe, wie a b i k, nehme davon die Seite a b, ſchlage den Zirkel damit um, nämlich aus b in c, dieſes heißt der erſte Umſchlag, mach ich nun aus a c ein

ein Quadrat wie a l n c, ſo hält dieſes Quadrat a l n c nicht zwey, ſondern vier ſolche Vierecke wie a b i k iſt, in ſich, und dahero heißt es, der erſte Umſchlag giebt viere.

Schlage ich den Zirkel noch einmal um, nämlich aus c in d, dieſes heißt der zweyte Umſchlag, mache ich nun aus der Linie a d ein Quadrat, als hier a o m d, daſſelbe hält neun Quadrate von der Größe a b i k in ſich, darum heißt es der zweyte Umſchlag giebt neune.

Schlage ich den Zirkel noch einmal um, nämlich aus d in e, dieſes heißt der dritte Umſchlag. Mache ich nun aus der Linie a e ein Quadrat a p q e, daſſelbe hält ſechzehn Quadrate von der Größe des Quadrats a b i k in ſich, darum heißt es, der dritte Umſchlag giebt ſechzehn, u. ſ. w. wie die Figur zeigt.

Anmerkung 3.

Dieſes iſt auch von den Seiten der Triangel und den Durchmeſſern der Zirkel zu verſtehen; alſo giebt z. E. der doppelte Diameter eines kleinen Zirkels, den Diamerer zu einem größern Zirkel, welcher viermal ſo groß iſt, als der gegebene kleine Zirkel, oder welches gleich viel iſt, ſo giebt der Diameter eines kleinen Zirkels den Radium zu einem Zirkel, welcher viermal ſo groß iſt als der gegebene kleine Zirkel.

Die drey und funfzigſte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum a c d b, mit Vier zu multipliciren, um das Produkt o p q r zu erhalten.

Auflöſung.

Tab. XVIII. Fig. 64. 65. Reißet erſtlich zwey unbeſtimmte gerade Linien e n und e m als einen rechten Winkel n e m

in e

in e zuſammen. Faßet die Länge der Grundlinie ab des zu multipliciren gegebenen Rechtecks abdc, und tragt ſelbige auf den Fundamentalwinkel mcn, auf die Baſin en, aus e nach l, wie auch auf den Perpendikel em, aus e nach k, zieht die Hypothenuſe lk dieſe giebt die Grundlinie zu einem Oblongo welches doppelt ſo groß iſt als das gegebene abdc, nehmt die Länge dieſer Hypothenuſe lk, tragt ſelbige wiederum ſo wohl auf die Grundlinie en als auch auf den Perpendikel em, der Fundamentalfigur nem, aus e nach n, und aus e nach m. Zieht die Hypothenuſe lm, dieſe giebt die Länge der Grundlinie zu einem Oblongo welches dreymahl ſo groß iſt als das gegebene Rechteck acdb. Ziehet auch die Hypothenuſe nm, als die verlangte Baſis zu einem parallelogrammo welches viermahl ſo groß werden wird, als das gegebene acdb.

Faßet nunmehro die Höhe ac des Rechtecks acdb, tragt ſelbige auf die Fundamentalfigur nem aus e gegen n nach f, und aus e gegen m nach g, zieht die Hypothenuſe fg, als den Perpendikel zu einem parallelogrammo welches noch einmahl ſo groß werden ſoll als das gegebene abdc; faßet dieſe Hypothenuſe fg, tragt ſelbige auf en aus cnach h, desgleichen auch auf em aus e nach i, zieht die Hypothenuſe hg, welche die Höhe zu einem Oblongo rectangulo beſtimmt, ſo dreymahl ſo groß als das gegebene acdb ſeyn wird. Zieht auch die Hypothenuſe

h'y als die begehrte Höhe zu dem parallelogrammo rectangulo ſo viermahl ſo groß werden ſoll als das gegebene Oblongum a c d b.

Reißet nunmehro eine gerade Linie o r, von der Länge der Hypothenuſe n m des rechtwinklichten Fundamental-Dreyecks m e n, errichtet auf ſelbiger aus deren Endpunkten o und r die Perpendikularen o p und r q, machet ſelbige ſo hoch als die Hypothenuſe h i des rechtwinklichten Fundamental-Dreyecks i e h. Ziehet letztlich aus p nach q die gerade Linie q q mit der Grundlinie o r parallel zuſammen, ſo iſt das parallelogrammum rectangulum o p q r das verlangte Produkt des mit vieren zu multipliciren gegebenen Rechtecks a c d b.

Die vier und funfzigſte Aufgabe.

Auf eine andere Art ein Quadratum perfectum a c d b, durch den Umſchlag mit vieren zu multipliciren, um das Produkt-Quadrat e g i h zu bekommen.

Aufloͤſung.

Tab. XIX. Fig. 66. 67. Zieht eine unbeſtimmte lange gerade Linie e g, faßet die Grundlinie a b des zu multiplicirenden gegebenen Quadrats a c d b, ſetzet ſelbige auf die gezogene gerade Linie e g aus e nach f, und aus f nach g. Errichtet in e und g zwey unbeſtimmte Perpendikularen e h und g i, faßt die Höhe a c oder ihre gleiche b d des Quadrats a c d b, und tragt ſelbige auf e h aus e nach k und aus k nach h, desgleichen auch auf

g

gi aus g nach l und aus l nach i, zieht letzlich hi parallel mit eg, ſo iſt das gefundene Quadrat ehig als das begehrte Produkt juſt viermahl ſo groß als das gegebene kleine Viereck acdb.

Zur Probe der Richtigkeit dieſer Figur, ziehet mit der Grundlinie eg des Quadrats ehig aus k die Parallele kl, desgleichen auch mit der Höhe gi aus f die Parallele fm, die kreutzen ſich in n, und formiren vier gleich große Quadrate eknf, khmn, nlim und fgln, deren jedes accurat ſo groß iſt als das gegebene Viereck acdb; folglich iſt dieſe Procedur richtig und klar.

Anmerkung.

Sollte nun ein ſolches Quadrangulum mit 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. und mit 100. multipliciret werden, ſo darf man nur die Grundlinie des zu multiplicirn gegebenen Quadrats auf die neue Baſin drey, vier, fünf, ſechs, ſieben, acht, neun und zehnmal auftragen, und daraus Quadrata perfecta formiren, ſo wird man die verlangten Produkte erhalten.

Die fünf und funfzigſte Aufgabe.

Auf eben dieſe Art ein parallelogrammum rectangulum acdb, mit vieren zu multipliciren und das Produkt eihg zu erhalten.

Aufloͤſung.

Ziehet eine gerade Linie eg, gebt ihr die doppelte Länge der Grundlinie ab des Rechtecks acdb. Errichtet in denen Endpunkten e und g Tab. XIX. Fig. 68. 69.

zwey lange Perpendikularen eh und gi, machet eh noch einmahl ſo lang als ac, ingleichen auch gi doppelt ſo hoch als bd vom Rechteck acdb. Zieht hi mit eg parallel zuſammen, ſo iſt das gefundene Produkt-Oblongum ehig juſt viermahl ſo groß als das gegebene Rechteck acdb.

Will man von der Richtigkeit dieſer Figur überzeugt ſeyn, ſo halbiret eh in k, und gi in l. Zieht die blinde Linie kl. Halbirt auch eg in f, und hi in m, und zieht den blinden Perpendikel fm, welcher die gerade Linie kl in n ſchneidet, hieraus entſtehen im Oblongo rectangulo ehig vier parallelogramma eknf, fnlg, khmn und nmil, deren jedes accurat ſo groß iſt als das gegebene Rechteck acdb, folglich iſt die Solution dieſer Aufgabe richtig.

Die ſechs und funfzigſte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum acdb, mit 9 zu multipliciren, und das Produkt eloh, zu erhalten.

Anmerkung.

Dieſes geſchieht gleichfalls durch den Umſchlag laut der angeführten zweyten Anmerkung der 51. Aufgabe, und derſelben Fig. 1. Tab. XVIII. A. aber nur auf eine andere Art, weil nämlich jenes ein Qradratum perfectum avwh, iſt, denn die Baſis ah iſt gleich der Höhe av. Dieſes aber iſt ein parallelogrammum, das iſt, ein länglichtes rechtwinklichtes Viereck, da die Grundlinie ab, länger als deſſen gleiche Höhe ac iſt. Die Solution iſt folgende:

Auf-

Aufloſung.

Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie e h, tragt auf ſelbige aus e gegen h nach f, aus f nach g, und aus g nach h, die Länge der Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Rechtecks a b d c, denn Drey iſt die Wurzel von Neunen, weil dreymal drey neune iſt. Errichtet in e und h zwey unbeſtimmte Perpendikularen e l und h o, faßt die Höhe a c, oder ihre gleiche b d, vom Oblongo a c b d, ſetzt ſelbige auf den Perpendikel e l aus e nach i, aus i nach k und aus k nach l; ingleichen auch auf dem Perpendikel h o, aus h nach p, aus p nach q, und aus q nach o. Zieht aus l nach o, die gerade Linie l o, welche mit der Baſi e h parallel ſeyn muß, tragt die Theile e f, f g, g h, der Grundlinie e h auf l o, aus l nach m, aus m nach n und aus n nach o; zieht die blinden geraden Linien i p, k q, f m und g n, ſo iſt das Produkt-Rechteck e l o h, neunmal ſo groß als das zu multipliciren gegebene Oblongum a c d b, denn die in ſelbigen befindlichen neun Oblonga e i r f, f r s g, g s p h, i k t r, r t u s, ſ u q p, k l m t, t m n u und u n o q, ſind alle einander gleich, und ein jedes ſo groß als das aufgegebene Oblongum a c d b, weil e h dreymal ſo lang als a b, und e l dreymal ſo hoch als a c iſt. Tab. XVIII. A. Fig. 2.

Anmerkung.

Hieraus kann alſo der Lehrbegierige erſehen, daß wenn er ein Quadratum perfectum mit 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. multipliciren ſoll, ſelbiger nur

eine Seite des gegebenen Quadrats, auf eine dazu unbeſtimmte gezogene gerade Linie 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. mal aufſetzen und daraus ein Quadrat conſtruiren darf, ſo wird er das verlangte Produkt-Quadrat erhalten.

Iſt aber die zu multipliciren gegebene Figur ein Oblongum, welches auf nur angeführte Art, das iſt mit 4. 9. 16. ꝛc. multipliciret werden ſoll, ſo muß man die Länge der Baſis der gegebenen Figur auf eine darzu gezogene unbeſtimmte gerade Linie 2. 3. 4. 5. ꝛc. mahl aufſetzen, auf jeden Endpunkt derſelben Perpendikularen errichten und auf dieſe die Höhe des gegebenen Oblongi, ſo viel mahl auftragen, als man die Länge der Grundlinie auf die Baſin des zu findenden Produkts aufgetragen hat, und alsdenn aus dieſer Grundlinie und Höhe ein Oblongum errichten ſo wird man das wahre Factum des zu multipliciren gegebenen Rechtecks gewiß erhalten. Man hat ſo dann nicht nöthig daß man ſelbiges durch blinde Linien in die verlangten kleinern parallelogramma eintheilt; und habe ich ſelbiges allhier nur gethan, um den Lehrbegierigen von der Gewißheit der Multiplication durch den Umſchlag zu überzeugen.

B. Geſchobene Vierecke zu multipliciren.

Die ſieben und funfzigſte Aufgabe.

Einen Rhombum a c d b, durch die Fundamentalfigur e f g, mit Drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. XVIII. B. Fig. 3. 4. Zieht zwey unbeſtimmte blinde gerade Linien e f und g h perpendikulär in f zuſammen.

Faßet die eine Seite a b oder a c des geſchobenen gleichſeitigen Vierecks a c d b, und

und tragt ſelbige auf die blinden Linien ef aus f nach h, und auf fg, aus f nach i, zieht die blinde Hypothenuſe h i, faßet h i, tragt ſelbige wiederum auf ef, aus f nach k; und zieht die verlangte zweyte Hypothenuſe k i. Zieht anietzo eine gerade Linie l m, von der accuraten Länge der zwoten Hypothenuſe k i. Centrirt den Punkt a der Grundlinie ab, des geſchobenen Vierecks acdb, und ſchlagt in den Winkel w den willkührlichen Bogen no. Ziehet auch in ſelbigen die Chord no, mit eben dieſer Diſtanz an. Centrirt l, und führt den Bogen pq, nehmt die Chorde no des Winkel w, und ſetzt ſelbige auf den Bogen pq aus p nach r, und ziehet die Chorde pr. Zieht aus dem Endpunkte l der geraden Linie lm, durch den Punkt r des Bogens pq eine gerade Linie ls, macht ls ſo lang wie lm, ſo wird der Winkel x gleich dem Winkel w seyn. Zieht mit der Grundlinie lm aus s die Parallele st, desgleichen ziehet auch mit der obliquen Linie ls aus m die Parallele mt, dieſe beyden Parallelen ſchneiden ſich in t, und formiren das verlangte Produkt lstm, welches an Flächeninhalte dreymahl ſo groß iſt als der gegebene Rhombus acdb.

Die acht und funfzigſte Aufgabe.

Einen Rhombum acdb, durch den Umſchlag mit Vier zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Tab. XVIII. B. Fig. 5. 6.

Zieht eine gerade Linie ef, von unbeſtimmter Laͤnge, faßet die Grundlinie ab des Rhombi adcb, ſetzt ſelbige auf ef aus e nach g und aus g nach f, ſo iſt ef zweymahl ſo lang als ab. Centrit den Punkt b auf ab, und reißt in den Winkel y den Bogen hi, zieht auch deßen Chorde hi, faßet die willkuͤhrliche Laͤnge bh, und ſchlagt aus f auf die Linie fe, den Bogen kl, faßt die Spannung ki des Winkels y, und tragt ſelbige auf den Bogen kl aus k nach m. Zieht aus f durch m die oblique gerade Linie fn, nehmt ab oder ihre gleiche fg und tragt ſelbige auf fn aus f nach o und aus o nach n, ſo iſt fn ſo lang wie fe, oder zweymahl ſo lang als ab oder ihre gleiche bc. Reißet mit der Baſi ef aus n die Parallele np, und mit fn aus e die Parallele ep. Dieſe ſchneiden ſich in p und formiren den Rhombum epnf welcher viermahl ſo groß als der Rhombus adcb, und alſo das begehrte Produkt iſt.

Zieht man nun noch zum Ueberfluß in ſelbigen aus g und o mit fn und fe die blinden Parallelen gr und oq, ſo werden ſich ſelbige in dem Centro der Figur in s, kreuzen und vier Rhombos eqsg, gsof, qprs und srno, formiren, deren jeder accurat ſo groß iſt, als der gegebene Rhombus adcb, welches aber gleichſam nur zur Probe angefuͤhret.

Die

Die neun und funfzigſte Aufgabe.

Einen Rhomboiden a c d b durch Hülfe der Fundamentalfigur e f g, mit Drey zu multipliciren um das Produkt o p v u, zu erhalten.

Auflöſung.

Reißet zwey undeterminirte blinde gerade Linien e f und f g in f winkelrecht zuſammen. Faßet die Länge der Grundlinie a b des Rhomboides a c d b, und ſetzet ſelbige auf f e aus f nach l, und auf f g, aus f nach m. Zieht die erſte Hypothenuſe l m, faßet l m, ſetzet ſelbige nochmahlen auf f e aus f nach n, und zieht die zweyte Hypothenuſe m n; führt nunmehro eine gerade Linie o p, gebt ſelbiger die Länge der zwoten Hypothenuſe m n. Centrirt a auf a b, öfnet den Zirkel bis c, und zieht in den Winkel w den Bogen c q und deſſen Chorde c q, mit eben dieſer Spannung a q, reißet aus o auf o p den Bogen r s, faßet die Chorde q c des Winkels w und tragt ſelbige auf den Bogen r s aus r nach t. Zieht aus o durch t eine unbeſtimmte gerade Lienie o u, nehmt die Länge der ſchrägen Linie a c, tragt ſelbige auf die Fundamentalfigur e f g, aus f gegen e nach h, und aus f gegen g nach i. Zieht die erſte Hypothenuſe h i, und tragt ſelbige nochmahlen auf f e aus e nach k. Zieht die zweyte Hypothenuſe k i, und tragt dieſe Länge auf o u aus o nach u, reißt mit o p aus u und mit o u aus p, die Parallelen u v, und p v, welche

Tab. XVIII. C. Fig. 7. 8.

ghi mit zwey zu multipliciren, um das Produkt kopn zu erhalten.

Auflöſung.

Tab. XVIII. D. Fig. 11. 12. Fället erſtens aus den Punkten c, d auf die lange Grundlinie ab, der gegebenen Figur acdb, die Perpendikularen ce und df; zieht zwey gerade Linien gh und hi in h winkelrecht zuſammen, faßt die kleine Diſtanz ad, der Grundlinie ab, tragt ſelbige auf die Fundamentalfigur ghi, aus h nach a und e, zieht die Hypothenuſe ae, tragt gleichfalls die Länge ef der Grundlinie ab auf hg und hi, aus h gegen g nach e, und gegen i nach f, reißt die Hypothenuſe ef, nehmt die Länge fb, der Baſis ab, und ſetzt ſie auf hg aus h nach ff, und auf hi aus h nach b; zieht die Hypothenuſe ffb, nehmt auch die Höhe einer Perpendikulare weiche ihr wolt: als z. E. die Linie fd, ſetzt ſie auf hg aus h nach f; desgleichen auch auf hi aus h nach d, und zieht die Hypothenuſe fd, ſo iſt die Fundamentalfigur zur multiplication des Trapezii acdb aufgeſetzt.

Zieht anietzo eine lange unbeſtimmte gerade Linie kn, faßt die Hypothenuſe ae, der Fundamentalfigur ghi, ſetzt ſie auf kn aus k nach l, nehmt die Hypotehnuſe ef, tragt ſolche auf kn aus l nach m. Faßt auch die Hypothenuſe ffb und ſetzt ſie auf kn aus m nach n, errichtet in l nnd m zwey Perpendikularen lo und mp, und gebt ihnen zur Höhe die Länge der Hypothenuſe fd, zieht ko, op und pn, ſo iſt das dem Trapezio

pezio a c d b ähnliche Trapezium k o p n, das verlangte Produkt, des mit zwey zu multipliciren gegebenen Trapezii a c d b.

Die zwey und ſechzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem a c d b, durch Hülfe der Diagonale a d, und des Fundamentalwinkels e f g, mit drey zu multipliciren, um das der gegebenen Figur ähnliche Produkt n u r o zu erhalten.

Aufloſung.

Reißt erſtlich wie bekannt, zwey unbeſtimmte gerade Linien e f und f g zu dem Fundamental-Winkel in f winkelrecht zuſammen. Nummerirt die Seiten und Diagonale der gegebenen Figur a c d b, nach der Größe ſo wie die Figur zeigt, durch 1, 2, 3, 4, 5; faßt die Länge der Grundlinie a b 1, als die längſte Seite, tragt ſolche auf die Fundamentalfigur aus f gegen e nach 1, und aus f gegen g nach 1; zieht die Hypothenuſe 1, 1, nehmt derſelben Länge, tragt ſolche aus f gegen g nach h. Zieht die Hypothenuſe 1 h, faßt die Diagonale a d, tragt ſelbige aus f gegen e und g nach 2, zieht die Diagonale 2, 2, und ſetzt deren Länge aus f gegen g nach i. Führt die Hypothenuſe 2 i; nehmt d b, tragt dieſe Diſtanz wiederum auf f e und f g nach 3, 3, zieht die Diagonale 3, 3, faßt 3, 3, und ſetzt dieſes Maaß auf f g nach k, und reißt die Hypothenuſe 3 k. Nehmt die Länge der Linie c d, ſetzt ſolche auf

Tab. XVIII. D. Fig. 13. 14.

fe

fe und fg aus f nach 4, 4, zieht 4, 4, und tragt dieſe Diſtanz aus f nach l, und reißt die Hypothenuſe 4 l; faßt letzlich die kleinſte Linie a c, ſetzt ſelbige aus f gegen e und g nach 5, 5, und zieht die Hypothenuſe 5, 5, ſetzt die Länge dieſer Hypothenuſe auf fg nach m, zieht die Hypothenuſe 5 m, ſo iſt auch dieſe Fundamentalfigur zur Multiplication aufgetragen.

Zieht nunmehro eine gerade Linie n o, ſo lang als die Hypothenuſe e h, faßt die Hypothenuſe 2 i, centriret damit den Punkt n auf n o, und reißt den Bogen p, nehmt die Hypothenuſe 3 k, centrirt mit ſelbiger den Endpunkt o der Linie n o, und durchſchneidet den Bogen p durch den Bogen q in r, ziehet die blinde Linie n r, wie auch die ſcharfe Linie o r, ſo iſt das Dreyeck n r o ähnlich dem Triangel a d b, und dreymal ſo groß als ſelbiger; faßt die Hypothenuſe 4 l, centrirt damit den Durchſchnittspunkt r, der Bogen p und q, und ſchlagt den Bogen s, nehmt letztlich das Maaß der Hypothenuſe 5 m; centrirt damit n, und durchſchneidet den Bogen s durch den Bogen t in u, zieht die geraden Linien n u und r u, ſo iſt das Dreyeck n u r gleichfalls ähnlich dem Dreyeck a c d, und dreymal ſo groß als ſelbiges, folglich iſt der Trapezoides n u r o das verlangte Produkt, des mit drey multiplicirten Trapezoidis a c d b.

Anmerkung.

Da es ſich aber öfters bey Aufreißung der Hypothenuſen in die zur Multiplication nöthige Fundamental-

talfigur zutrift, daß ſelbige einander kreuzen, oder auch derſelben verſchiedene in einen Punkt eintreffen, ſo bin ich auf die Gedanken gerathen, daß man, um etwas dieſe Verwirrung zu vermeiden, die Fundamentalfigur, welche gewöhnlich nur als ein rechter Winkel aufgetragen wird, zwey gerade Linien ziehe, welche ſich auf ihrer ohngefähren Mitte rechtwinklicht durchſchneiden, als wodurch gleichſam vier Fundamentalwinkel entſtehen, auf welchen man alſo mit mehrerer Bequemlichkeit, die zu multiplicirenden Linien auftragen, und derſelben Hypothenuſen ziehen könne, da man denn Buchſtaben und Ziffern rechts oder links neben das Fundamentalkreuz ſetzen kann, auch die Punkte nicht ſo leicht einander decken werden, weil man ſich die Winkel wählen kann wie man will, und alſo vielen Irrungen überhoben ſeyn wird. Zur Probe dieſer Conſtruktion habe ich nachfolgende Aufgabe noch beygefügt.

Die drey und ſechzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem a c d b, durch das Fundamentalkreuz e i k, g i h, mit drey zu multipliciren, um das Produkt p x t q, zu finden.

Aufloͤſung.

Zieht erſtlich zwey unbeſtimmte gerade lange Linien e f, g h, dergeſtalt zuſammen, daß ſich ſolche auf ihrer ohngefähren Mitte in i winkelrecht ſchneiden, und gleichſam ein Kreuz formiren; ſodann zieht in den zu multiplicirenden Trapezoidem a c d b die Diagonale a d, nummerirt ſelbigen durch 1. 2. 3. 4. 5. ſo wie die Figur zeigt. Nehmt die Länge der Grundlinie a b 1, ſetzt ſolche aus dem Centro i des Fundamentalkreuzes gegen

Tab. XVIII. E. Fig. 15. 16 et 17.

gegen g und f nach 1, 1, führt die Hypothenuſe 1, 1, und tragt deren Länge nochmalen aus dem Centro i nach k, und zieht die Multiplications-Hypothenuſe 1 k. Nehmt die Länge der Seite b d, 2. ſetzt ſolche aus dem Mittelpunkte i der Fundamentalfigur gegen g und e nach 2, 2, zieht die Hypothenuſe 2, 2, faßt deren Spannung und tragt ſolche aus i gegen e nach l, zieht die Multiplications-Hypothenuſe 2 l. Faßt die Diagonale a d, 3. tragt ſelbige aus dem Centro i des Fundamentalkreuzes gegen h und f nach 3, 3, zieht die Hypothenuſe 3, 3, und ſetzt deren Länge aus i gegen k nach m, führt die Multiplications-Hypothenuſe 3 m. Nehmt die Seite c d, 4. ſetzt ſolche aus dem Centro i gegen h und e nach 4, 4, zieht die Hypothenuſe 4, 4, und tragt deren Maaß aus i gegen e nach n, reißt die Multiplications-Hypothenuſe 4 n. Nehmt letztlich die Seite a c, 5. und ſetzt ſelbige aus dem Durchſchnittspunkt i gegen g und k nach 5, 5. (Weil aus dieſen beyden Linien i g und i k der mehrſte Platz iſt.) Zieht die Hypothenuſe 5, 5, und tragt ſolche aus i gegen f nach o, und zieht die Multiplications-Hypothenuſe 5 o, ſo ſind die zur Multiplication nöthigen Hypothenuſen auf das Fundamentalkreuz aufgetragen, ohne das eine die andere durchſchneidet, oder daß ein Punkt in den andern eintreffe, und Irrung verurſache.

Zieht anietzo eine gerade Linie p q, von der Länge der Hypothenuſe 1 k, faßt mit dem Zirkel die Hypothenuſe 2 l, centrirt damit den Endpunkt

punkt q der geraden Linien pq, und reißt den Bogen 1, 1; nehmt die Länge der Hypothenuſe 3m, centrirt damit p, und durchſchneidet den Bogen 1, 1, durch den Bogen s in t; zieht die ſcharfe gerade Linie tq, und die blinde gerade Linie pt, ſo iſt das dadurch entſtandene Dreyeck ptq ähnlich dem Dreyeck adb, des gegebenen Trapezoidis acdb, und dreymal ſo groß als dieſes. Faßt die Hypothenuſe 4n, centrirt damit den Durchſchnittspunkt t der Bogen r und s, und zieht den Bogen u; nehmt letzlich die Hypothenuſe 5, o, durchſchneidet damit aus dem Anfangspunkt p, der Baſis pq, den Bogen u durch den Bogen w in x, zieht die geraden Linien tx und px, ſo iſt der Triangel txp, ähnlich dem Dreyeck acd der Figur acdb, und an Flächeninhalte dreymal ſo groß als dieſes. Alſo iſt der gefundene Trapezoides pxtq, das verlangte Produkt des mit drey zu multipliciren gegebenen Trapezoidis acdb.

Die vier und ſechzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem acdb, durch den Umſchlag mit Vier zu multipliciren, um das ihm ähnliche und viermal ſo große Produkt glmh zu bekommen.

Aufloͤſung.

Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie gh, worauf das Produkt-Trapezoides zu ſtehen kommen ſoll. Fällt in das gegebene Trapezoides acdb aus c und Tab. XIX. Fig. 70. 71.

und d, auf deſſen Grundlinie ab, die Perpendikularen ce, df, faßt den kleinen Theil ae der Baſis ab, des zu multipliciren gegebenen Trapezoidis acdb, und tragt dieſes Theilgen zweymal auf die neue Grundlinie gh aus g nach i, nehmt den mittlern Theil ef eben dieſer Baſis ab, ſetzt ſelbigen doppelt auf gh aus i nach k, faßt endlich den letzten Theil fb von ab, und tragt ihn zweymal auf gh aus k nach h, ſo iſt die neue Baſis gh zweymal ſo lang als die Grundlinie des gegebenen Trapezoidis acdb, und ſind zugleich auch die Punkte i und k zu den nöthigen Perpendikularen auf ſelbiger marqiret. Errichtet alſo in i und k auf gh, zwey Perpendikularen il und km, macht den Perpendikel il zweymal ſo lang als den Perpendikel ec auf ab, faßt den Perpendikel fd von ab, und tragt ſolchen zweymal auf die ſenkrechte Linie km auf; zieht endlich die Linien gl, lm, mh, ſo iſt der gefundene Trapezoides glmh, das verlangte Produkt des mit vier durch den Umſchlag zu multipliciren gegebenen Trapezoidis acdb, und durch das Verhältniß der Baſis gegen die Perpendikularen, demſelben völlig ähnlich.

Anmerkung.

Wollte man nun einen ſolchen Trapezoidem durch den Umſchlag mit neune oder ſechzehn multipliciren, ſo darf man nur jeden Theil der Grundlinie, drey oder viermal auf die neue Grundlinie auftragen, und die Perpendikularen drey oder viermal ſo hoch machen, als

als die gegebenen, ſo wird man das verlangte Faktum gleichfalls erhalten.

Drittens, Cirkelfiguren zu multipliciren.

A. Vollkommene Zirkel zu multipliciren.

Die fünf und ſechzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen Zirkel a d c b, nach arithmetiſcher Progreßion mit Vier zu multipliciren, um das Produkt g z m n x zu erhalten.

Auflöſung.

Führt erſtlich durchs Centrum y, des gegebenen Zirkels a d c b, eine unbeſtimmte blinde lange grade Linie x z, ſo iſt a c der Diameter des Zirkels a d c b. Errichtet auf dieſer Linie x z aus y einen unbeſtimmten Perpendikel y g, dieſer theilt den halben Zirkel a d c in zwey Quadranten a y d und c y d, folglich ſteht dieſer Perpendikel y d auch auf den Diameter a c im Centro y ſenkrecht auf; zieht nunmehro in dem Quadranten d y c die Chorde d c, faßt deren Länge, ſetzt ſolche aus dem Centro y auf den Perpendikel y g nach e; centrirt y, öfnet den Zirkel bis e, und ſchlagt mit dieſem Radio y e den Zirkelkreys e i h, welcher noch einmal ſo groß ſeyn wird, als der gegebene Zirkel a d c b; zieht anietzo die Chorde e c, tragt deren Maaß auf den Perpendikel y g aus y nach f, faßt dieſen Radium y f, und führt mit Tab. XX. Fig. 72.

 ſolchen

ſolchen den Zirkelkreys flk, welcher dreymal ſo groß als der gegebene Zirkel adcb ſeyn wird. Führt letztlich die Chorde fc, ſetzt ſolche wiederauf den Perpendikel yg aus y nach g, centrirt y, ſpannt den Zirkel bis g, und reißt mit dieſem Radio yg den Zirkelkreys gznmx, welcher das begehrte Produkt und an Flächeninhalt viermal ſo groß iſt, als der gegebene kleine Zirkel adcb.

Die ſechs und ſechzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen Zirkelkreys acb nach geometriſcher Progreßion mit Vier zu multipliciren, um das Produkt dmeon zu bekommen.

Aufloſung.

Tab. XX. Fig. 73. Reißt erſtlich durchs Centrum f, des gegebenen Zirkelkreyſes abc eine unbeſtimmte lange blinde grade Linie de, ſo iſt pg der Durchmeſſer und fg der Radius des Zirkels abc. Errichtet aus dem Centro f einen unbeſtimmten blinden Perpendikel fm, dieſer durchſchneidet den gegebenen Zirkel agcb in a, führt anietzo in dem Quadranten afg die Chorde ag, nehmt deren Länge und ſetzt ſolche aus dem Mittelpunkt f auf die ſenkrechte Linie fm nach h; centrirt f, ſpannt den Zirkel bis h, und reißt mit dieſem neuen Halbmeſſer fh, den Zirkelkreys hki, welcher noch einmal ſo groß am Quadratmaaße ſeyn wird, als der gegebene Zirkel acb. Dieſer neue Zirkel hki, durchſchneidet die gerade blinde Linie in

in l, zieht die Chorde h l, nehmt die Länge h l, tragt dieſes Maaß auf den Perpendikel fm aus f nach m. Centrirt leztlich f, öfnet den Zirkel bis m, und ſchlagt mit dieſem Radio fm den großen Zirkelkreys m e o n d, welcher doppelt ſo groß als der Zirkel h l k i, und alſo viermal ſo groß als der gegebene kleine Zirkel a g c b, und folglich das verlangte Produkt des mit vier zu multipliciren gegebenen Zirkels a c b, ſeyn wird.

B. Ablange Zirkelfiguren zu multipliciren.

Die ſieben und ſechzigſte Aufgabe.

Eine Eyerrundung a d c i h mit Drey zu multipliciren, um das eyförmige Produkt k g l m n zu erhalten.

Anmerkung.

Wenn man eine Eyrundung multipliciren will, ſo müſſen die Conſtruktionslinien in der ovalen Figur entweder befindlich ſeyn, oder man muß ſolche ſuchen und hineintragen. Dieſes geſchieht am füglichſten, wenn man in dem obern Theil a d c, drey willkührliche Punkte ſetzet, um den ganzen Zirkel a d c b zu bekommen, in welchen ſich hernach ganz leicht die langen Radii a i und c h eintragen laſſen, um die Bogen a h und c i zu bekommen. S. hiervon die 118. Aufgabe Tab. XX. Fig. 112. meines dritten Bandes pag. 102.

Auflöſung.

Da man ſich laut obiger Anmerkung den Diameter a c, den Perpendikel b d und die Linien c h und Tab. XX. Fig. 74.

und a i in dieſer Eyrundung a d c i h als ſchon vorhanden vorſtellen muß, weil ſolche entweder ſchon da geweſen, oder laut Anweiſung hinein getragen worden, ſo verlängert den Diameter b d nach f, den Diameter a c, zu beyden Seiten nach k und l, und die Kreuzlinien c h und a i nach m und n, willkührlich: reißt die blinde Chorde d c, tragt deren Länge auf den verlängerten Radium e d aus e gegen g nach f. Zieht die Hypothenuſe f c, und ſetzet deren Maaß nochmahlen aus dem Centro e auf den Radium e g aus e nach g, ſo iſt die ganze Einrichtung zur Multiplication geſchehen. Centriret den Mittelpunkt e des Zirkels a d c b, öfnet den Zirkel bis g, und ſchlagt auf den verlängerten Durchmeßer k l den halben Zirkel k g l. Centrirt a, ſpannet den Zirkel bis l und zieht den Bogen l n, bis an die verlängerte Kreuzlinie a n. Centrirt c, und führt mit eben dieſer Zirkelweite a l aus k den Bogen k m bis an die Kreuzlinie c m. Centrirt letztlich den Durchſchnittspunkt b, ſpannt den Zirkel bis m und ſchließt das Oval k g l n m durch den Bogen n m, ſo wird ſelbiges das begehrte Factum der mit Drey multiplicirten Eyrundung a d c i h geben.

Die acht und ſechzigſte Aufgabe.

Eine Linſen-Linie a b c d e f mit Drey zu multipliciren um das Produkt h i k l m zu erhalten.

Auf-

Aufloͤſung.

Suchet erſtlich nach der Aufgabe Tab. XXXI. Fig. 153. meines dritten Bandes, p. 145. zu dieſer Linſen-Linie den großen Diameter b d, um die Centra x und y zu finden, und die Zirkel a b c o y n und e f n x o d zu fuͤhren, wie auch aus denen Durchſchnittspunkten n und o, die Kreuzlinien n x m, n y d, o x i und o y k ziehen zu koͤnnen. Reißet ſo dann in den Zirkel a b c o y n durchs Centrum x mit dem groſen Diameter b e den Diameter a c winkelrecht, ſo daß der Radius x b, perpendikulaͤr auf ſelbigen aufſtehe. Verlaͤngert anietzo den langen Diameter e b nach h willkuͤhrlich, zieht die blinde Hypothenuſe b c, tragt deren Laͤnge aus dem Centro x auf den verlaͤngerten Radium x b, gegen h nach g. Zieht die zweyte Hypothenuſe g c, und tragt ſelbige nachmahlen aus dem Centro x nach h, ſo giebt x h die Multiplicationslinie. Centrirt anietzo x, oͤfnet den Zirkel bis h, und zieht in den Winkel i x m den Bogen i h m. Centrirt den Durchſchnittspunkt n, oͤfnet den Zirkel bis m und reißet in den Winkel m n l den Bogen m l. Setzt den Zirkel ins Centrum y, oͤfnet ihn bis l, und zieht in den Winkel l y k den Bogen l k. Centrirt letztlich den Durchſchnittspunkt o, ſpannet den Zirkel bis k, und reißet in dem Winkel k o i den Bogen k i, wodurch ſich die Linſenlinie i h m l k als das verlangte Produkt der mit Drey

Tab. XX. Fig. 75.

zu multipliciren gegebenen Linſenlinie a b c d e f ſchließet.

C. Vielſeitige geradlinichte ſo wohl reguläre als irreguläre Figuren zu multipliciren.

Die neun und ſechzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges geradlinichtes reguläres Fünfeck a b c d e mit Drey zu multipliciren, um das Produkt a t s r q zu erhalten.

Auflöſung.

Tab. XX. Fig. 76. Verlängert erſtlich die Grundlinie a e, des gegebenen Fünfecks a b c d e, durch eine blinde gerade Linie nach x; fället aus den Punkt e, der Baſis a e, einen Perpendikel e f, centrirt e, ſpannet den Zirkel bis a, und reißet den Viertelszirkelbogen a f, bis an den Perpendikel e f, welcher Bogen a f die Länge des Pependikels e f in f determiniret. Zieht die Chorde a f. Centrirt a, öfnet den Zirkel bis f, und führet den Bogen f g. Zieht anietzo aus a durch d, c, und b die blinden unbeſtimmten geraden Linien a h, a i und a k. Zieht mit der Seite e d aus g, bis an die Linie a h, die Parallele g l; deßgleichen auch mit der Seite d c, aus l, bis an die Linie a i, die Parallele l m, und endlich mit der Seite c b aus m die Parallele m n bis an die Linie a k, ſo iſt das dadurch entſtandene Fünfeck a n m l g doppelt ſo groß als die gegebene fünfſeitige Figur a b c d e.

Ziehet

ziehet nunmehro mit der Grundlinie a g aus f die Parallele f o, und fället aus g bis an dieſe blinde Parallele f o, den Perpendikel g p. Zieht die Hypothenuſe a p, faßt ſie als einen Radium, centrirt damit a und ſchlagt den Bogen p q, bis an die verlängerte Grundlinie a x. Zieht anietzo mit g l aus q bis an die blinde Linie a h, die Parallele q r, deßgleichen auch mit der Seite l m aus r die Parallele r s bis an die Linie a i, und zuletzt aus s mit der Seite m n bis an die Linie a k die Parallele s t, welche das verlangte Produkt-Fünfeck a q r s t ſchließet, ſo nach begehren dreymahl ſo groß iſt, als das gegebene gleichſeitige reguläre Fünfeck a b c d e.

Die ſiebzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges reguläres geradlinichtes Sechsecks a b c d e f mit Vier zu multipliciren um das Produkt des ihm ähnlichen Sechseck p q r s t a zu bekommen.

Auflöſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie a f des gegebenen regulären Sechsecks a b c d e f nach p, errichtet in a und f zwey Perpendikularen a g und f h, macht a g und f h ſo lang wie a f, und ziehet g h mit a f parallel, zieht aus a durch h die oblique unbeſtimmte gerade blinde Linie a o. Centrirt a, öfnet den Zirkel bis h, und zieht mit a h den Bogen h i bis auf die verlängerte Grundlinie a p. Errichtet in i einen Perpendikel Tab. XXI. Fig. 77.

 io,

10. Centriret i, ſpannet den Zirkel bis a und zieht den Viertelszirkel, oder Quadranten a o, welcher die Höhe des Perpendikels i o in o beſtimmt, und zugleich auf der ſchrägen Linie a p eintreffen muß. Centrirt a öfnet den Zirkel bis o und ſchlagt den Zirkelbogen o p bis auf die Grundlinie a p, ſo giebt a i die Grundlinie zu einem Sechseck welches zweymahl ſo groß iſt als das gegebene a b c d e f. Die Linie a p aber giebt die Baſin zu einem Sechseck welches viermahl ſo groß als das gegebene a b c d e f. Zieht anießo aus a durch e, d, c, b, die unbeſtimmten geraden blinden Linien a q, a r, a s, a t. Reißet aus i mit e f die Parallele i k bis an die Linie a q, deßgleichen auch mit e d aus k bis an die Linie a r die Parallele k l, item mit c d aus l die Parallele l m, bis an die Linie a s, und endlich aus m mit c b bis an die Linie a t die Parallele m n, ſo iſt das gefundene reguläre Sechseck a i k l m n, zweymahl ſo groß als das gegebene a b c d e f. Zieht anießo mit i k aus p die Parallele p q, bis an die Linie a q, wie auch mit k l aus q bis an die Linie a r die Parallele q r, und mit l m aus r bis an die Linie a s die Parallele r s. Letztlich aber mit m n aus s bis an die Linie a t die Parallele s t, ſo iſt das reguläre gleichſeitige gefundene Sechseck a t s r q p doppelt ſo groß als das Sechseck a n m l k i, und folglich viermahl ſo groß als das mit Vier zu multipliciren gegebene gleichſeitige Sechseck a b c d e f. Alſo hat man das begehrte Produkt gefunden.

Die

Die ein und ſiebzigſte Aufgabe.

Eine irreguläre geradlinichte Fläche a b c d e f, mit Drey zu multipliciren, um das ihm ähnliche Produkt a v u t s r zu erhalten.

Auflöſung.

Fället erſtlich aus dem Endpunkte f, der Grundlinie a f, des ungleichſeitigen Vielecks a b c d e f, den Perpendikel f g, centrirt f, öfnet den Zirkel bis a, und zieht den Quadranten a g, welcher die Länge des Perpendikels f g, in g determiniret. Zieht die Hypothenuſe a g, in dem Quadranten a f g. Centrirt a, ſpannet den Zirkel bis g, und reißet den Bogen g h. Reißt nunmehro aus a durch b, c, d e, die unbeſtimmten geraden blinden Linien a v, a i, a k, a l, und verlängert die Grundlinie a f nach r. Zieht mit der Seite f e aus h, die Parallele h m, bis an die blinde Linie a l, ingleichen mit d e aus m die Parallele m n bis an die Linie a k, und mit der Linie d c aus n bis an die Linie a i die Parallele n o, endlich aus o mit c b bis an die Linie a p die Parallele o p, ſo iſt die ungleichſeitige geradlinichte Figur p o n m h a zweymahl ſo groß, als die gegebene ihr ähnliche ungleichſeitige geradlinichte Fläche a b c d e f. Ziehet mit der Baſi a r aus g die Parallele g q, fället aus h bis an dieſe Parallele g q den Perpendikel h q, und zieht die Hypothenuſe a q. Centrirt a, öfnet den Zirkel bis q, und reißt den Bogen q r, bis an die verlängerte Grundlinie a r. Zieht Tab. XXI. Fig. 78.

aus

aus r mit m h die Parallele r s, bis an die Linie a l, ingleichen mit m n aus s, bis an die Linie a k, die Parallele s t. Zieht auch aus t mit n o, die Parallele t u, bis an die Linie a i, und letztlich aus u mit o p die Parallelele u v bis an die Linie a v, ſo iſt die gefundene irreguläre geradlinichte Fläche a v u t s r dreymahl ſo groß als die gegebene ungleichſeitige ihr ähnliche Figur a b c d e f, und folglich das verlangte Produkt.

Anmerkung.

Das ſchönſte und beſte bey der figürlichen Multiplication, iſt wohl ohnſtreitig dieſes, daß nebſt der gründlichen Accurateſſe, auch die Proportion und Aehnlichkeit mit denen gefundenen Produkten zugleich wieder mit hervor gebracht wird.

Dritter Abſchnitt.

Von der geometriſchen figürlichen Subtraction.

Erſtens, Triangula von Triangeln abzuziehen.

A. Einzelne Triangula von einzelnen Dreyecken zu ſubtrahiren.

Die zwey und ſiebenzigſte Aufgabe.

Vom gegebenen Triangulo ſcaleno a c b I, das gleich hohe ſpitzwinklichte Dreyeck d e f II, zu ſub-

ſubtrahiren, um das übriggebliebene Dreyeck a c g, zu finden.

Auflöſung.

Da ſowohl der Subtrahens, das iſt der Triangel a c b, von welchen das Dreyeck d e f als der Subtrahendus abgezogen werden ſoll, zwiſchen zwey Parallelen a f und y z liegen, ſo haben ſolche einerley Höhe zu ihrem Maaße. S. hiervon den ſieben und zwanzigſten Lehrſatz meines zweyten Bandes, pag. 66. und deſſen dritten Zuſatz pag. 68. Tab. XXII. Fig. 79.

Faßt alſo die Grundlinie d f des Dreyecks d e f II, und ſetzt ſolche auf die Grundlinie a b, des Dreyecks a c b, von welchen ſubtrahiret werden ſoll, aus b gegen a nach g, führt aus g in den Scheitelpunkt c, die gerade Linie g c, ſo iſt das in dem Dreyeck a c b dadurch entſtandene Triangulum a c g, das übergebliebene Dreyeck.

Die drey und ſiebenzigſte Aufgabe.

Vom Triangel a c b I, das niedrige Dreyeck d e f II, zu ſubtrahiren, um das Reſiduum a c m zu finden.

Auflöſung.

Allhier muß man den Subtrahendum, das iſt das Dreyeck d e f II, erſtlich alſo verwandeln, daß es die Höhe des Triangels a c b von welchen es abgezogen werden ſoll, bekomme; welches folgender Geſtalt geſchieht: Da das Dreyeck Tab. XXII. Fig. 80.

eck a c b I, mit dem Dreyeck d e f, zwey auf einer gemeinſchaftlichen geraden Linie a f aufſtehet, ſo führt mit dieſer Linie durch den Scheitelpunkt c des Dreyecks a c b I, die blinde lange Parallele g h; erwählt auf ſolcher über dem Dreyeck d e f II, einen willkührlichen Punkt i, führt die gerade Linie i e. Zieht aus i nach d die blinde gerade Linie i d, und mit ihr aus e die blinde Parallele e k, zieht die ſcharfe gerade Linie i k, reißt auch aus i nach f die blinde gerade Linie i f, und mit ihr aus e die blinde Parallele e l. Zieht letzlich die ſcharfe gerade Linie i l, ſo iſt das niedrige Trigonum d e f, in den dem Dreyeck a c b gleich hohen Triangel k i l verwandelt; faßt anietzo die neue Grundlinie k l, des gefundenen Dreyecks k i l, tragt ſolche auf die Grundlinie a b des Triangels a c b aus b gegen a nach m, und zieht aus m in den Scheitelpunkt c dieſes Dreyecks a c b, die gerade Linie m c, ſo iſt das Trigonum a c m, das reſiduum vom gegebenen Dreyeck a c b.

Die vier und ſiebenzigſte Aufgabe.

Vom gegebenen Triangulo ſcaleno a c b I, das rechtwinklichte höhere Dreyeck d e f II, zu ſubtrahiren, um das Reſiduum a c k zu erhalten.

Auflöſung.

Tab. XXII. Fig. 81. 82. Allhier muß das Trigonum d f e, welches vom Triangel a c b abgezogen werden ſoll, erſtlich um ſo viel erniedriget werden, bis es die Höhe des

des Dreyecks acb bekomme, welches alſo geſchieht: Da die Grundlinien ab und de, der beyden Dreyecke acb I und dfe II, wiederum auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie ae auſſtehen, ſo führt mit dieſer durch den Scheitelpunkt c, des niedrigen Triangels acb, die blinde Parallele gh, bis an die Cathete ef, des Dreyecks dfe, welche deſſen zu bekommende Höhe in h beſtimmt. Zieht anietzo aus h die blinde ſchräge gerade Linie hd, und mit ihr aus f die blinde Parallele fi, zieht die neue Hypothenuſe hi, ſo hat das gefundene Dreyeck ihe, die begehrte Höhe eh zum ſubtrahiren; faßt alſo die neue Grundlinie ie, des Dreyecks ihe, ſetzt ſolche auf die Grundlinie ab, des gegebenen Dreyecks acb aus b gegen a nach k, und zieht die Scheidungslinie kc, ſo iſt das ſpitzwinklichte Dreyeck acb der Reſt des gegebenen Trigoni acb.

Die fünf und ſiebenzigſte Aufgabe.

Vom Triangulo aequilatero acb I, das gleichſeitige Dreyeck def II, zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum ein Trapezium acgh ſey.

Aufloͤſung.

Nehmt die Länge der Grundlinie df, des Dreyecks def II, ſetzt dieſe Diſtanz auf die Baſin ab des gleichſeitigen Triangels acb I, aus b gegen a nach g, und auch aus b gegen c nach h, Tab. XXII. Fig. 83.

zieht

zieht die gerade Linie gh, oder ſetzt die Länge df auf ab nur aus b nach g, führt aus g mit der Seite ac die Parallele gh, ſo iſt das Trapezium achg, das begehrte reſiduum vom gegebenen Trilatero acb.

Die ſechs und ſiebzigſte Aufgabe.

Ein Triangulum aequilaterum def II, von einem gleichſeitigen Dreyeck abc I, zu ſubtrahiren, daß der Reſt ein Triangulum aequilaterum amn bleibe.

Auflöſung.

Tab. XXIII. Fig. 84. Zieht erſtlich eine gerade Linie gk, juſt ſo lang als die Grundlinie ac, des gleichſeitigen Dreyecks abc I. Halbirt gh in i. Centrirt i, ſpannet den Zirkel bis g oder h und ſchlagt den halben Zirkelbogen gkh auf die Linie gh, faßet die Baſin df des Triangels def, ſetzt ſelbige aus g auf den halben Zirkelbogen gkh, und marquiret mit der andern Spitze des Zirkels in dieſem Zirkelbogen den Punkt k. Zieht die geraden Linien gk und kh. Errichtet auf kh das gleichſeitige Dreyeck klh III. Faßet nunmehro kh, traget dieſes Maaß auf die Grundlinie ac des Triangels abc gegen c nach n, und gegen b nach m, und ziehet die gerade Linie mn; ſo iſt das Trilaterum aequilaterum amn oder ſein gleiches klh das geſuchte reſiduum vom gleichſeitigen Triangulo abc, und folglich iſt das Trapezium mbcn, an Quadratinhalte

inhalte gleich den gegebenen kleinen gleichſeitigen Dreyeck d e f, ſo vom gröſſeren a b c abgezogen worden.

Die ſieben und ſiebzigſte Aufgabe.

Von einem Triangulo rectangulo a b c I, das rechtwinklichte Dreyeck d e f II, zu ſubtrahiren, daß zum Reſiduo ein Trapezium a b h g übrig bleibt.

Auflöſung.

Nehmt die Länge der Grundlinie d f des rechtwinklichten Triangels f d e, und ſetzt ſelbige auf die Baſin c a des rechtwinklichten Dreyecks a c b aus c gegen a nach g, faßet die Catthete d e des Triangels e d f und tragt ſelbige auf die Catthete c b, des Triangels b c a aus c nach h, und zieht die gerade Linie g h, ſo iſt der Trapezoides a b h g das begehrte Reſiduum vom Trilatero rectangulo a c b. Tab. XXIII. Fig. 85.

Die acht und ſiebzigſte Aufgabe.

Vom hohen Triangulo rectangulo b a c I, das niedrige rechtwinklichte Dreyeck d c f II, zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum i a b, ein Triangulum rectangulus bleibe.

Auflöſung.

Weil ſo wohl das Trilaterum c a b als Subtrahens, mit den Triangulo d f e als Tab. XXIII. Fig. 86.

Höhe th bringen müßen, um denen beyden Dreyecken acbI und dfeII, an Höhe bw, gleich zu ſeyn. Verlängert die Baſin gi des Dreyecks ghiIII, nach m, faßt die Grundlinie ab, des Triangels acb und ſetzt ſelbige auf die verlängerte Linie mi aus m nach n, nehmt die Länge der Baſis df des Triangels defII, und tragt ſelbige gleichfalls auf mi aus n nach o. Zieht mit der Grundlinie mi durch den Scheitelpunkt h die blinde lange Parallele qp, erwehlet auf ſelbiger über mo, einen willkührlich angenommenen Punkt r, und zieht aus m und o, nach r die Seiten mr und or, ſo iſt das Dreyeck mro IV, ſo groß als die beyden Dreyecke acb I und def II. Faßet nunmehro die Baſin gi des Triangels ghi, ſetzt ſelbige auf die Grundlinie om des Dreyecks orm, aus o nach s, und zieht aus s nach r die gerade Linie sr, ſo iſt der Triangel srm das verlangte Reſiduum der beyden Triangel acb I und def II, in Summe, von welchen das Dreyeck ghiIII, ſubtrahirt worden. Nehmt die halbe Grundlinie gt, der Baſis gi dieſes Triangels ghi, und ſetzt ſelbige ſo wohl auf die Baſin ab, des Triangels acb, aus b nach u; als auch auf die Grundlinie df, des Dreyecks def, aus f nach v, und ziehet aus u und v, in oberſten Winkel c, und e, die Scheidelinien uc, und ve, ſo iſt das Dreyeck acu der Reſt vom Trigono acbI, und der Triangel dev, das Reſiduum vom Trilatero defII, von welchen jeden die Hälfte des Dreyecks ghiIII abgezogen worden.

Die

Die achtzigſte Aufgabe.

Von zwey gegebenen ſpitzwinklichten ungleichſeitigen Dreyecken a e b I und c f d I, das ihnen gleich hohe ſpitzwinklichte Triangulum ſcalenum x z y III, zu ſubtrahiren, dergeſtalt, daß das Reſiduum von beyden ein Triangulum Iſoſceles q o r IV werde; und von jeden Triangel a e b und c f d die Hälfte des Dreyecks x z y abgezogen werde.

Aufloͤſung.

Verſuchet erſtlich nach vorhergehender 79ten Aufgabe Fig. 87. Tab. XXIV. ob ſo wohl die gegebenen Triangel a e b I und c f d II, wie auch der Triangel x z y III, welcher ſubtrahirt werden ſoll, von einerley Höhe ſind; wo nicht, ſo muß man ſelbige erſt durch die Verwandlung dahin bringen. Wenn dieſes geſchehen ſo verlängert die Grundlinie x y des abzuziehenden Triangels x z y nach i, faßet ſodann die Grundlinie a b des Triangels a e b, und ſetzt ſelbige auf die neue Baſin i y aus i nach k. Nehmet die Länge der Grundlinie c d, des Dreyecks c f d, und tragt ſelbige gleichfalls auf die Baſin i y aus k nach l, reißet anietzo mit i y durch den Scheitelpunkt z des Triangels x y z die lange blinde gerade Linie m n. Halbirt die Summe-Baſin i l, der Dreyecke a e b I und c f d II in w, errichtet aus w den Perpendikel w o, und ziehet aus i und l nach dieſem Punkte o die geraden Linien i o und l o, ſo iſt das dadurch entſtan-

Tab. XXIV. Fig. 88.

ſtandene Dreyeck i o l IV, an Quadratinhalte ſo groß als die beyden Trigona a e b I und c f d II. Halbirt nunmehro die Grundlinie x y, des Triangels x z y in p, und zieht aus p in den Verticem z die blinde gerade Linie p z, ſo iſt dieſer Triangel x z y III, in zwey gleiche Triangula x z p und p z y getheilet. Faßet anietzo die Hälfte x p der Baſis x y, des Dreyecks x z y, und tragt ſelbigen, auf die Baſis i l des Summe-Trigoni i o l, aus i gegen l nach q, und aus l gegen i nach r. Zieht letztlich aus q und r, nach o, die geraden Linien q o und r o, des begehrten Dreyecks q o r, welcher das verlangte Reſiduum der Dreyecke a e b I, c f d II, und ein Triangulum Iſoſceles iſt. Tragt auch die halbe Baſin p q der ganzen Grundlinie y x des Triangels x z y auf die Grundlinie a b des Trigonii a e b I aus b nach s und auch auf die Grundlinie c d des Dreyeckes c f d II aus c nach t. Zieht die blinden geraden Linien s e und t f, ſo ſind die Trigona a e s und t f d, die übrig gebliebenen Theile der Dreyecke a e b I und c f d II, nach dem von ſelbigen jeden die Hälfte x z p oder ihre gleiche p z y des Triangels x z y IV ſubtrahiret worden.

C. Verſchiedene ungleich hohe Dreyecke, von verſchiedenen ungleich hohen Triangeln zu ſubtrahiren.

Die

Die ein und achtzigſte Aufgabe.

Von dem rechtwinklichten Dreyecken a b c I, von dem Triangulo Iſoſceles d e f II; und Trigono ſcaleno g h i III, das niedrige Trilaterum ſcalenum x y z IV, zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum ein ſpitzwinklichtes Triangulum ſcalenum r w b V, ſey.

Anmerkung.

Da die Trigona a b c I, d e f II und g h i III, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, ſo wohl als auch der Subtrahendus x y z IV, alle von ungleicher Höhe ſind, ſo muß man ſelbige alle Viere erſtlich unter eine beliebige, aber gleiche Höhe verwandeln, nach welchen aber auch das Reſiduum eingerichtet werden muß. Wir wollen allhier zur allgemeinen Höhe das gleichſchenklichte Dreyeck d e f II, erwehlen, und annehmen, um darnach die Aufgabe zu ſolviren.

Aufloͤſung.

Zieht alſo erſtlich mit der gemeinſchaftlichen Grundlinie a i auf welcher die Trigona a b c I, d e f II und g h i III, mit ihren reſpectiven Grundlinien a c, d f und g i, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, aufſtehen, durch den verticem e, des Triangels d e f II, deſſen Höhe wir laut vorſtehender Anmerkung angenommen haben, die blinde Parallele k l. Verlängert alſo die Catthete a b, des rechtwinklichten Dreyecks a b c I, bis an die nur gezogene Parallele k l, nach m, führt von m nach c, die blinde gerade Linie m c, und mit ihr aus b auf die Baſin a c die blinde Parallele

Tab. XXV. Fig. 89.

 b n,

bn, und zieht die Verwandlungslinie mn, ſo iſt das Dreyeck abcI, nach der begehrten Höhe am, in das Triangulum rectangulum amnI, ſo mit ihm von gleichen Inhalte iſt, verwandelt worden.

Das Trigonum defII, bleibt allhier unverwandelt ſtehen, weil deßen Höhe zur allgemeinen Höhe angenommen worden.

Erwehlet anietzo auf der blinden Parallele kl über der Baſin gi des niedrigen Dreyecks ghiIII, einen willkührlichen Punkt o, und ziehet die blinde gerade Linie ho, reißet nunmehro aus o nach g die blinde gerade Linie og und mit ihr aus h die blinde Parallele hp, ingleichen reißet auch aus o nach i, die blinde gerade Linie oi, und mit ihr aus h die blinde Parallele hq. Ziehet die Seiten op und oq, des begehrten und gefundenen neuen erhöheten Triangels pqo, welcher an Quadratinhalte, dem kleinen gegebenen Trilatero ghiIII vollkommen gleich iſt.

Verlängert anietzo die Grundlinie xz des Triangels xyzIV, der abgezogen werden ſoll, nach r, tragt auf dieſe Linie rxz, aus r nach s, die Länge der Grundlinie an, des Dreyecks anmI, aus s nach t das Maas der Baſis df des Triangels defII, und aus t nach u die Grundlinie pq, des Triangels poqII. Halbirt ru in v, errichtet in v einen Perpendikel vw, macht ſelbigen ſo hoch als die Catthete am des rechtwinklichten Dreyecks anmI, und reißet mit

mit der langen Baſi r z, durch w die Parallele &+, reißet aus w nach r und u die ſcharfen geraden Linien w r und w u, ſo iſt das dadurch entſtandene Dreyeck r w u V ſo groß als die drey gegebenen Trigona a b c I, d e f II und g h i III, oder ihre gleichen a m n I, d c f III und p o q III zuſammen genommen. Erwehlet anietzo auf der blinden Parallele &+ über den Triangulo x y z, der vom Triangulo r w u abgezogen werden ſoll, einen willkührlichen Punkt ⊙, ziehet aus ⊙ nach y die blinde gerade Linie ⊙ y. Zieht auch aus ⊙ nach x die blinde gerade Linie ⊙ x und mit ihr aus y, auf die Baſin x z, die Parallele y ☽, reißet auch aus ⊙ nach z die blinde Linie ⊙ z und ihre Parallele y a. Ziehet die geraden ſcharfen Linien ⊙ ☽ und ⊙ a ſo iſt das gefundene erhöhete Dreyeck ☽ ⊙ a IV an Flächeninhalte ſo groß als das gegebene niedrige Trilaterum x y z IV. Faßet nunmehro die Grundlinie ☽ a, des Triangels ☽ ⊙ a IV, und traget ſelbige auf die Baſin r u des Summe-Dreyecks r w u, aus u gegen r nach b, und zieht aus b in den Verticem w, die ſcharfe gerade Scheidungslinie b w, ſo iſt das Trilaterum r w b, das reſiduum der drey gegebenen Dreyecke a b c I, d f e II und g h i III.

Die zwey und achtzigſte Aufgabe.

Von den drey gegebenen ungleich hohen Dreyecken a b c I, c d e II, e f g III, ſo hart aneinander auf einer allgemeinen Grundlinie a g

aufſtehen, die beyden ungleich hohen Dreyecke mno IV und pqr V, zu ſubtrahiren, um das Reſiduum stb, zu erfahren.

Aufloͤſung.

Tab. XXV. Fig. 90. Da die drey gegebenen Dreyecke abc I, cde II und efg III, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie ag, hart neben einander in c und e aufſtehen; ſo zieht mit der Grundlinie ag durch den Scheitelpunkt d des Dreyecks cde, (deſſen Hoͤhe wir annehmen wollen.) erſtens, die lange blinde Parallele dx, uͤber den Triangel mno, welcher gleichfalls mit den gegebenen drey Dreyecken auf einer gemeinſchaftlichen Horizontallinie ao liegt, hinweg, um ſolche bis an dieſe Parallele dx erhoͤhen zu koͤnnen; reißt mit dieſer Grundlinie ag aus dem Vertice b, des Triangels abc I, die Parallele bh, bis an den Schenkel cd des mittlern Dreyecks cde II, zieht die blinde gerade Linie da, und mit ihr aus h die Parallele hk, reißt die ſcharfe gerade Linie dk, ſo iſt das gefundene Dreyeck kdc, von gleichem Flaͤcheninhalte als das gegebene Dreyeck abc I.

Zieht auch mit dieſer Baſi ag, durch den Scheitelpunkt f des Triangels efg III, die blinde Parallele fi bis an den Schenkel de, des Triangels cde II, fuͤhrt aus d nach g, die blinde gerade Linie dg, und mit ihr aus i, die blinde Parallele il; zieht die ſcharfe gerade Linie dl, ſo iſt das gefundene Dreyeck edl, gleich dem gegebenen efg III, und alſo das Summen-Trigonum

hdl,

kdl, ſo groß als die drey gegebenen Dreyecke abcI, cdeII und efgIII, oder ihre gleichen ahc, oder kdc, cdeII und eig oder edl. Verlängert nunmehro die Grundlinie pr, des Dreyecks pqrV nach s, faßt die Länge der Baſi kl, des Summen-Dreyecks kdl, tragt ſolche auf sr aus s nach u. Conſtruirt auf su ein Dreyeck stu, welches dem Summen-Triangel kdl gleich und ähnlich ſey. Erwählet auf der mit ao gezogenen blinden Parallele dx über der Baſi mo, des Triangels mno einen willkührlich angenommenen Punkt y, zieht die blinde gerade Linie ym, und mit ihr aus n die blinde Parallele nz, zieht die ſcharfe Linie yz; reißt ferner aus y nach o die blinde gerade Linie yo, und mit ihr aus n die blinde Parallele n&, zieht die ſcharfe gerade Linie y&, ſo iſt der gefundene hohe Triangel zy&IV, gleich dem gegebenen niedrigen Dreyeck mnoIV. Reißt anietzo mit der gemeinſchaftlichen Grundlinie sr, der Dreyecke stuVI und pqrV, durch den Verticem t des Dreyecks stuVI, die blinde lange Parallele vw; erwählet auf ſolcher über der Baſi pr, einen willkührlich angenommenen Punkt ✠; zieht aus ✠ nach p die blinde gerade Linie p✠, und mit ihr aus q die blinde Parallele q⊙, und die ſcharfe gerade Linie ✠⊙; reißt auch aus ✠ nach r, die blinde gerade Linie ✠r, und mit ihr aus q, die blinde Parallele q☽, und die ſcharfe gerade Linie qr, ſo iſt das dadurch entſtandene Dreyeck ⊙✠☽ an Quadratinhalt gleich, dem gegebenen Triangel pqrV.

Faßt

Faßt zum Subtrahiren die Baſi z & des Dreyecks z y &, ſetzt ſolche auf die Grundlinie u s, des Summen-Dreyecks s t u VI, aus u nach a, und zieht die blinde Linie a t, nehmt auch die Länge der Grundlinie ☉ ☽, des Dreyecks ☉ ♁ ☽, tragt ſolche gleichfalls auf die Baſin u s aus a nach b, führt die Scheidungslinie t b, ſo iſt das Dreyeck s t b, das Reſiduum der drey gegebenen Triangel a b c I, c d e II, e f g III, nachdem die beyden Trigona m n o IV und p q r V, davon ſubtrahiret worden.

Anmerkung.

Man kann auch die Trigona, und wenn derſelben fünfe, ſechſe oder mehr ſind in eine Summe addiren, und ſolche ſodann vom Summen-Trigono auf einmal ſubtrahiren; nur iſt genau zu merken, daß man dieſe Dreyecke, ſowohl diejenigen von denen abgezogen werden ſoll, erſtlich unter einerley Höhe bringe, bevor man ſubtrahiret, gleichwie man in der gemeinen Rechenkunſt, ſowohl Subtrahens als auch Subtrahendum unter einerley Benennung bringen muß.

Zweytens, Quadrangula von Dreyecken zu ſubtrahiren.

Die drey und achtzigſte Aufgabe.

Vom Triangulo a b c I, das parallelogrammum rectangulum d e f g II, zu ſubtrahiren.

Aufloͤſung.

Tab. XXVI. Fig. 91. Das parallelogrammum rectangulum d e f g II, muß man erſtlich in ein dem gegebenen

Tri-

Triangel a b c I, gleich hohes Oblongum i g h k verwandeln, dieſes Oblongum aber nochmalen in ein ihm gleiches Triangulum l g h, und zwar auf folgende Art verwandeln. Reißt erſtlich mit der gemeinſchaftlichen Grundlinie a g, worauf beyde gegebene Figuren aufſtehen, aus dem Scheitelpunkt c, des Dreyecks a b c, die lange blinde Parallele b h; verlängert die Seite f g, des Rechtecks d e f g II, bis an die Parallele b h nach h; zieht aus h nach d, die blinde gerade Linie h d, und mit ihr aus f ihre Parallele f i, führt aus i mit g h bis an die Parallele b h, die Parallellinie i k, und ſchließt das neue gefundene Rechteck i g h k durch die gerade Linie k h, ſo wird ſolches an Quadratfläche gleich ſeyn, dem gegebenen Oblongo d e f g II, und iſt eben ſo hoch, als das Dreyeck a b c I. Reißt anietzo die blinde gerade Linie i h, und mit ihr aus k die Parallele k l, zieht die ſcharfe Linie l h, ſo iſt das Trigonum l h g gleich dem gegebenen parallelogrammo rectangulo d e f g II, oder ſeinem gleichen i k h g; oder aber faßt die Länge der Grundlinie i g, tragt ſolche aus i gegen d nach l, und zieht die ſcharfe gerade Linie d h, ſo hat man das Rechteck i k h g, gleichfalls in dem Trigonum l h g, verwandelt. Nehmt anietzo die Länge der Grundlinie l g, des Triangels l h g, tragt ſolche auf die Grundlinie a c, des Dreyecks a b c I, aus c nach m, und zieht die Scheidungslinie m b, ſo iſt das Trigonum a b m, das Reſiduum zwiſchen dem Trilatero a b c I und dem Oblongo d e f g II.

Die

Die vier und achtzigſte Aufgabe.

Vom Triangulo ſcaleno acbI, das Quadratum perfectum defgII, zu ſubtrahiren.

Aufloͤſung.

Tab. XXVI. Fig. 92.

Führt zuerſt mit der gemeinſchaftlichen Grundlinie ag, auf welcher ſowohl das Dreyeck acbI, als auch das vollkommene Viereck defgII, aufſteht, aus dem Vertice c des Dreyecks acbI, die unbeſtimmte lange blinde Parallele ch, verlängert die Seite gf des Quadrats defgII nach h, bis an die Parallele ch, führt aus h nach d, die blinde ſchräge Linie hd, und mit ihr aus f die blinde Parallele fi; zieht mit hg aus i, die Parallele ik, und ſchließt das Oblongum ikhgII, durch die gerade Linie kh, welches Oblongum ikhgII, an Quadratinhalte gleich ſeyn muß dem Quadrat defgII. Reißt anietzo aus h nach i, die blinde ſchräge Linie hi, und mit ihr aus k die Parallele kl, zieht die ſcharfe gerade Linie bl, ſo iſt das dadurch entſtandene Dreyeck lhgII, gleich dem vollkommenen Quadrat defgII, oder ſeinem gleichen dem Oblongo ikhgII. Faßt nunmehro die Baſin lg dieſes neuen gefundenen Dreyecks lhgII, ſetzt ſolche auf die Grundlinie ba, des Dreyecks bacI, aus b nach m, zieht die Scheidungslinie cm, ſo iſt der Triangel acm der Reſt vom Dreyeck acbI, nachdem das Quadratum perfectum defgII, davon ſubtrahirt worden.

Die

Die fünf und achtzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem defgII, von einem Triangulo ſcaleno acbI, zu ſubtrahiren.

Aufloͤſung.

Zieht zuerſt wie bey allen vorhergehenden Aufgaben dieſer Subtraction mit der gemeinſchaftlichen Grundlinie ab, des Dreyecks acbI, die unbeſtimmte blinde Parallele ci; verlängert ſodann die Seite gf, des Trapezii defgII, bis an die Parallele ci nach i, führt in das Trapezium die blinde Diagonale fd, und mit ihr aus e die Parallele eh, zieht die gerade Linie hf, ſo iſt das dadurch entſtandene Dreyeck hfg, an Quadratinhalt gleich, dem gegebenen Trapezio defg. Zieht nunmehro aus i nach h, die blinde ſchräge Linie ih, und mit ihr aus f die Parallele fk, und die ſcharfe gerade Linie ki, ſo iſt das Triangulum hfg, in das dem Trigono acbI, gleich hohe Trilaterum kig veewandelt; faßt anietzo die Grundlinie kg dieſes gefundenen Dreyecks kigII, tragt ſolche auf die Baſin ba des Dreyecks bacI, aus b nach l, zieht die Scheidungslinie lc, ſo iſt das Dreyeck acl das Reſiduum vom Dreyeck acbI, nachdem das Trapezium defgII, davon ſubtrahiret worden. Tab. XXVI. Fig. 93.

Anmerkung.

Wenn die gegebenen Figuren, ſowohl diejenigen, von welchen ſubtrahiret werden ſoll, als auch diejenigen welche man abziehen ſoll, nicht auf einer gemeinſchaft-

ſchaftlichen Baſi aufſtehen, ſo muß man zu jeder beſonders eine Perpendikularlinie errichten, um der Figur die benöthigte Höhe zu geben.

Die sechs und achtzigste Aufgabe.

Von dem Triangel acbI, den Zirkel defgII, zu ſubtrahiren, um das Reſiduum aen zu erhalten.

Aufloſung.

Tab. XXVI. Fig. 94. Reißt erſtlich durchs Centrum x des gebenen Zirkels defg den langen unbeſtimmten Durchmeſſer hk, ſo, daß er über den Zirkel zu beyden Seiten ein gutes Theil hervorrage, als wh und vk; durchſchneidet dieſen Diameter hk durch den gleichfalls langen Durchmeſſer il, im Centro x accurat winkelrecht, ſolcher Diameter paſſirt den Zirkel defg in y und z, ſo iſt dieſer Zirkel in vier gleich große Quadranten yxw, wxz, zxv und vxy eingetheilet. Viertheilet anietzo den Radium xz, und traget ein ſolches Viertheil auf die verlängerten Durchmeßer aus z nach l, aus v nach k, aus y nach i, und aus w nach h. Ziehet ik, kl, lh und hi durch gerade Linien zuſammen, ſo iſt der gegebene Zirkel defg, in das ihm gleich große Quadrat hikl verwandelt. Verwandelt nunmehro dieſes Quadrat hikl in einen Triangel welcher entweder juſt ſo groß als das Quadrat oder auch nur halb ſo groß als ſelbiges ſey, jedoch daß dieſer Triangel die Höhe des Dreyecks bac von welchen der Zirkel ſubtrahiret werden ſoll, habe.

Wir

Wir wollen allhier des Raumes wegen dieſes Quadrat hikl in ein Dreyeck fkm welches nur die Hälfte vom Quadrat enthalten ſoll, verwandeln: und dieſes geſchieht auf folgende Art.

Verlängert die gerade Linie ki des Quadrats hikl nach m, und machet km juſt ſo lang als die Catthete ca, des gegebenen Dreyecks bacI, von welchen man den Zirkel defg II, ſubtrahiren will. Zieht ml und mit ihr aus i die blinde Parallele if. Zieht die gerade Linie mf, ſo iſt das gefundene rechtwinklichte Trilaterum mkf juſt die Hälfte des Quadrats hikl. Denn man hat weiter nichts gethan als daß man dem Trigono ikl welches die Hälfte des Quadrats hikl iſt, (Siehe hiervon Regel. Geometr. 56. meines erſten Bandes p. 78. it. den Zuſatz des hundert und eilften Lehrſatzes meines zwoten Bandes p. 210.) die Höhe km gegeben, und in das dem Triangulo rectangulo bacI, gleich hohe Triangulum rectangulum fkm verwandelt hat. Faßet nunmehro die Linie kf des rechtwinklichten Dreyecks fkm und ſetzt ſelbige auf die Baſin ba des gegebenen Trianguli rectanguli bac, zweymahl, als aus b nach x und aus x nach n. Zieht aus n in den Verticem c, des Triangels bacI, die Scheidungslinie nc, ſo iſt das Triangulum Obtuſangulum ſcalenum bnc, gleich dem Triangulo rectangulo fkm doppelt genommen, und folglich auch gleich dem Quadrat hikl II, oder dem gegebenen Zirkel defg. Alſo iſt das

Triangulum n a c, das Reſiduum vom Triangulo b a c I, von welchen man den Zirkel d e f g ſubtrahirt hat.

Drittens, Vielſeitige geradlinigte Figuren ſo wohl reguläre als irreguläre von Dreyecken zu ſubtrahiren.

Die ſieben und achtzigſte Aufgabe.

Vom Triangulo rectangulo c a b I, das gleichſeitige reguläre Fünfeck d e f g h II, zu ſubtrahiren, alſo daß das Reſiduum q a b ein rechtwinklicht Dreyeck ſey.

Auflöſung.

Tab. XXVII. Fig. 95. Da das pentagonum regul. d e f g h II, ſich mit der einen Seite d e welche wir vor deßen Grundlinie annehmen wollen und mit dem Scheitelwinkel b des Dreyecks c a b in directione recta alligniret, wie die punktirte Linie b i l o d e p m k zeigt; ſo reißet mit dieſer Linie b k aus a die Parallele a n, oder verlängert die Grundlinie a c des Dreyecks c a b nach n, weil ohne dem b k mit a c parallel iſt. Führt anietzo ins Fünfeck d e f g II aus g nach d und e die Diagonalen g d und g e, reißet mit g d aus h die Parallele h l, und mit g e aus f die Parallele f m bis auf die punktirte Linie i k; zieht aus l und m nach g die ſcharfen geraden Linien l g und m g, ſo iſt das dadurch entſtandene Triangulum iſoſceles l g m, an Flächenin-

cheninhalt gleich dem gegebenen Pentagono regulari d e f g h. Halbirt anietzo l d in o, und m e in k, zieht die blinde Linie g o, und mit ihr aus l die blinde Parallele l n, reißt auch die blinde gerade Lienie p g, und ihre blinde Parallele m n, welche ſich auf der verlängerten Grundlinie a c in n ſchneiden müßen. Oder aber auch: erwählet auf der verlängerten Linie a c unter g, den Punkt n, zieht n l und ihre Parallele g o; reißt auch n m und ihre Parallele g p; führt endlich die geraden Linien n o und n p, ſo iſt das Dreyeck o n p gleich dem Triangel l g m, faßt anietzo die Linie o p des Triangels o n p, ſetzt ſelbige auf die Grundlinie c a des Triangels c a b aus c nach q, zieht die Scheidungslinie q b, ſo iſt das Dreyeck c q b I, gleich dem pentagono d e f g h II, folglich das Trilaterum q a b, das gefunden Reſiduum, nachdem dieſes Fünfeck von ſolchen ſubtrahirt worden.

Die acht und achtzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges Fünfeck d e f g h II, vom Triangulo ſcaleno a c b I, zu ſubtrahiren, um das Reſiduum a o b zu erhalten.

Aufloſung.

Zihet aus der Spitze b des Triangels a b c I, bis an die Grundlinie d h des irregulären Fünfecks, d e f g h eine gerade Linie b d, weil ſich dieſe Baſis d h mit dem Punkt b in directione recta allignirt. Führt auch von Tab. XXVII. Fig. 96.

der Seite a c des Triangels b a c mit d h die kurze Parallele c l, weil a c mit d h, und alſo auch mit der verlängerten Linie d b von ungefähr parallel iſt. Verwandelt anietzo das pentagonum irregulare wie gewieſen in ein Trapezoides auf folgende Art; führt in die fünfeckigte Figur d e f g h aus f nach d die Diagonal fd und mit ihr aus e bis auf die verlängerte Grundlinie d b die Parallele e i, und zieht die gerade Linie f i blind wie die Parallelen, oder ſcharf, ſo iſt das gefundene Trapezoides i f g h, an Flächeninhalte gleich, dem gegebenen pentagono irregulari d e f g h. Um nun dieſes Trapezium i f g h in einen Triangel zu verwandeln ſo zieht in ſelbiges aus g nach i die Diagonale g i und mit ihr aus f bis auf die Fundamentallinie b d die Parallele f k, und die gerade Linie g k, ſo iſt aus dem Trapezoide i f g h, das Triangulum k g h entſtanden, um ſelbiges aber von Trigono b a c zu ſubtrahiren, ſo muß man ſelbiges bis an die verlängerte obere gerade Linie a c l erhöhen; um dieſes zu bewerkſtelligen ſo verwandelt das Trilaterum k g h in den Triangel k o h alſo, ziehet aus g, mit der langen Baſi b h, die Parallele g o bis an die Diagonale f d. Zieht k o und h o durch ſcharfe gerade Linien zuſammen, ſo iſt das Dreyeck k g h in den Triangel k o h verkehret. Nehmt nunmehro den Punkt l weil ſelbiger auf der Linie a l über k h ſtehet, und beyde Linien mit einander gleichlaufend ſind, vor den verticem des Dreyecks ſo

ihr

ihr ſuchet, an: ziehet aus l nach k die blinde Linie lk und mit ihr aus o die Parallele om. Reißt auch die blinde gerade Linie lh und mit ihr aus o die Parallele on, ſo giebt nm die begehrte Grundlinie zum erhöheten Trilatero mln. Reißt alſo die ſcharfen geraden Linien ml und nl, ſo iſt das Dreyeck mln gleich dem pentagono irregulari defgh II. Faßet die Grundlinie mn des Triangels mln welcher mit dem Trigono abc von gleicher Höhe iſt, (weil ſelbige zwiſchen zwoen Parallelen al und bh liegen) und tragt ſelbige auf die Linie ac des Dreyecks abc aus c nach p, und zieht die Scheidungslinie pb, ſo iſt das Dreyeck cpb gleich dem Triangulo mln und folglich auch dem pentagono irregulari defgh II. Alſo iſt der Triangel apb das Reſiduum vom Trilatero abc I, nachdem das pentagonum defgh davon ſubtrahirt worden.

Anmerkung.

Ich glaube nicht vergebens oder überflüßig zu handeln, wenn nochmahlen erinnere, daß, wenn die Figuren nicht zwiſchen zwoen Parallelen liegen, wie allhier in denen beyden letztern Aufgaben von ungefähr Fig. 95. und 96. zu traf, in welchen beyden Aufgaben aber auch überdieß eine Figur eine verkehrte Poſition hat, denn es iſt die Grundlinie de des Fünfecks defgh, Fig. 95. oberwärts gekehrt, allignirt ſich aber von ungefehr in directione recta mit dem Scheitelpunkte b des gegebenen Dreyecks cab deßen Grundlinie ca aber wiederum zufälliger Weiße mit der nach b verlängerten Grundlinie de des Fünfecks defgh parallel laufet, daß man alſo nur dieſe Baſin ac in etwas

verlängern darf um auf ſelbiger den Verticem n, zum begehrten Dreyeck o n p zu beſtimmen, ſo iſt dieſes Dreyeck o n p gewiß mit dem Trilatero c a b von gleicher Höhe ohne daß man nöthig gehabt, ſelbige durch errichtete oder gefällte Perpendikularen zu ſuchen.

Ein gleicher Umſtad findet ſich auch bey Figur 96. denn da iſt die Grundlinie a c des Trigoni a b c I, oberwärts gewendet, es allignirt ſich aber die Grundlinie d h des ungleichſeitigen Fünfecks d e f g h II, gleichfalls wider in directione recta mit dem Scheitelpunkte b des Triangels a b c I, und die Seite a c dieſes Trigoni a b c iſt wiederum mit der allignirten Baſi h d b des Fünfecks d e f g h II parallel, derohalben darf man nur wiederum dieſe Seite a c des Triangels a b c I in etwas verlängern, um auf ſelbiger den Scheitelpunkt l zum Triangel m l n welcher mit dem Triangulo a b a I von gleicher Höhe ſeyn ſoll, und wird, zu beſtimmen. Wäre aber alles dieſes nicht, ſondern die Grundlinien der Dreyecke ſo wohl als der Fünfecke, ließen ſich nicht durch Parallellinien in directione recta alligniren, ſo müſte man nach Fig. 95. aus der Mitte der Baſis d e des Fünfecks o e f g h II, einen Perpendikel fällen, und ſelbigen die Länge der Catthete a b des Dreyecks c a b geben, welcher Perpendikel ſodann den Verticem des Trigoni o n p beſtimmen würde, um ſelbige vom Trilatero rectangulo c a b I, ſubtrahiren zu können. In Figur 96. müſte man aber, weil der Triangel a b c kein rechtwinklicht Dreyeck iſt erſtens von a c in den Winkel b einen Perpendikel fällen, ſodann aber aus den Punkte h des Triangels k g h in welchen man das irreguläre Fünfeck d e f g h II verwandelt hat, einen Perpendikel errichten, und ſelbigen die Höhe des in den Triangel a c b I von der Linie a c nach b gefällten Perpendikels geben, um das Trigonum m l n, welches man von Trigono a b c I, abziehen will darnach erhöhen zu können.

Da

Da aber mancher ſchwache und lehrbegierige Kopf, meine Anmerkung nicht genau verſtehen möchte, ſo habe nachſtehende Figuren um mehrer Deutlichkeit willen, allhier eingerückt und ſelbige ſo eingerichtet, daß ſie ſich weder in Punkten noch Linien alligniren, und keine rechten Winkel haben, daß man alſo, ſo wohl Perpendikularlinien errichten als fällen muß, um denen welche man abziehen will, die begehrte Höhe, derjenigen von welchen man abziehen ſoll, geben zu können.

Die neun und achtzigſte Aufgabe.

Vom rechtwinklichten Triangel b a c I, das gleichſeitige geradlinichte Fünfeck g e f g h II, zu ſubtrahiren, um ein Triangulum rectangulum r a c zum reſiduo zu behalten.

Aufloͤſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie d e, des gegebenen Fünfecks d e f g h II, zu beyden Seiten nach i und k, zieht aus g nach d die blinde Diagonale g d, und mit ihr aus h auf die verlängerte Grundlinie i k die Parallele h l, und die Verwandlungslinie g l. Reißt auch aus g nach e die blinde Diagonale g e, und mit ihr aus f, auf die verlängerte Baſin k i die Parallele f m, und die Verwandlungslinie g m. Halbirt anietzo die Seite d e, des Fünfecks d e f g h II in n, führt aus n durch g den unbeſtimmten Perpendikel n x, faßt anietzo die Cathete a c des Dreyecks b a c I, ſetzt deren Länge auf den Perpendikel n x aus n nach o; zieht aus o nach l und m die blinden geraden Linien o l und o m, und mit ihnen aus Tab. XXVII. A. Fig. 1.

g die blinden Parallelen g p und g q, zieht die ſcharfen Linien o p und o q, ſo iſt das dem Trigono b a c I gleich hohe Dreyeck p o q, gleich dem Triangel l g m, folglich auch gleich dem pentagono regulari d e f g h II; faßt anietzo die Grundlinie p q, des gefundenen Dreyecks p o q, ſetzt ſolches auf die Baſin b a des Trigoni b a c I aus b nach r, und führt aus r nach c die Scheidungslinie r c, ſo iſt das Triangulum rectangulum r a c, das Reſiduum vom rechtwinklichten Dreyeck b a c I, von welchem das gleichſeitige Fünfeck d e f g h II, ſubtrahirt worden.

Die neunzigſte Aufgabe.

Vom ſpitzwinklichten Trilatero a b c III, das ungleichſeitige Fünfeck f g h i k IV abzuziehen, um das Reſiduum b q a, vom Trigono b a c III, zu erfahren.

Auflöſung.

Tab. XXVII. A. Fig. 2. Centrirt erſtlich den Punkt a des Dreyecks b a c III, ſpannt den Zirkel bis b, und ſchlagt den Bogen b e d, zieht die blinde gerade Linie d a, halbirt b d in e, und reißt aus e nach a die punktirte gerade Linie e a, welche auf b e ſenkrecht aufſtehen, und die Höhe e a, des Trigoni b a c III beſtimmen wird. Verlängert anietzo die Grundlinie f k des ungleichſeitigen Fünfecks f g h i k IV nach l, zieht aus h nach f die Diagonale h f, und mit ihr aus g die Parallele g m bis auf die blinde Baſin f l, und die erſte Verwand-

wandlungslinie h m, zieht die Diagonale i m und ihre Parallele h l, und die zweyte Verwandlungslinie i l, ſo iſt das Trigonum i l k, gleich dem pentagono irregulari f g h i k IV. Errichtet anietzo auf k l in k den Perpendikel k o, macht ihn gleich der Linie e a, des Dreyecks a b c III, und zieht aus i mit k l bis an den Perpendikel k o die kleine Parallele i n; führt von o nach l die blinde gerade Linie o l, und mit ihr aus n die Parallele n p, und die Verwandlungslinie p o, ſo iſt das dem Trigono b c a gleich hohe Triangulum p o k gleich dem ungleichſeitigen irregulären Fünfeck f g h i k IV. Faßt nunmehro die Grundlinie p k des Dreyecks p o k, tragt ſolche auf die Seite c b, des Triangels c a b aus c nach q, und zieht die Scheidungslinie q a, ſo iſt der Triangel q c a auch gleich dem ungleichſeitigen Fünfeck f g h i k IV, folglich iſt das Dreyeck q b a das verlangte Reſiduum.

Die ein und neunzigſte Aufgabe.

Vom ſtumpfwinklichten Dreyeck b c a V, das ſehr ungleichſeitige Fünfeck k l g h i VI, mit einwärts gehenden Winkel k i h, zu ſubtrahiren.

Aufloſung.

Um die Höhe des ſtumpfwinklichten Dreyecks a c b zu finden, ſo verlängert die Seite b c des Triangels b c a V, willkührlich aus c nach d, nehmt einen Winkelhacken, (dergleichen Inſtrument man in allen Reißbeſtecken findet), und Tab. XXVII. A. Fig. 3.

legt die eine Seite dieſes Winkelhackens c e f, mit der äußern ſcharfen Seite c e, dergeſtallt an die blinde verlängerte gerade Linie c d ſcharf an, daß der Rand dieſes Winkelhackens c e und die Linie c d eines ſey, rückt dieſes Linial c e ſo lange auf der Linie c d hin und her, gegen b oder d, jedoch ohne die Linie c d zu verlaſſen, bis daß das andere Linial e f des Winkelhackens c e f mit der Spitze a des Dreyecks a c b, in einer geraden Richtung e f a ſtehe, und zieht die blinde Linie e a, ſo ſteht ſolche nicht allein auf der Linie b c d in e ſenkrecht auf, ſondern ſie beſtimmt auch die Höhe e a des ſtumpfwinklichten Trigoni c a b V.

Man kann aber auch noch auf eine andere Art die Höhe eines ſtumpfwinklichten Dreyecks erfahren, (wenn man nämlich keinen Winkelhacken bey der Hand hat) und zwar alſo: man fällt von der Linie c b, des Triangels c b a, entweder aus c oder aus b, oder aus einem auf der Mitte der Linie c b willkührlich angenommenen Punkte einen unbeſtimmten Perpendikel gegen a, führt mit c b aus a eine Parallele, dieſe wird den von c b gefällten Perpendikel in einem gewiſſen Punkt ſchneiden, in ſolchen auch zugleich die Höhe des ſtumpfwinklichten Dreyecks beſtimmen.

Verlängert nunmehro der Grundlinie l k der irregulären fünfeckichten Figur k l g h i VI, durch eine unbeſtimmte blinde gerade Linie nach x, zieht aus h nach k die blinde gerade Linie h k, und mit ihr aus i, die blinde Parallele i m, und die gerade Linie h m, ſo iſt die ungleichſeitige fünfeckichte

Figur

Figur ghiklVI, in den Trapezoidem lghm verwandelt. Reißt anietzo in dieſem Trapezoiden aus g nach m die Diagonale gm, und mit ihr aus h auf die verlängerte Grundlinie kx, die Parallele hn, und die zweyte Verwandlungslinie gn, ſo iſt der Trapezoides lghm in das Dreyeck nlg verkehrt; verlängert jetzt die Seite lg dieſes Trigoni nlg durch eine unbeſtimmte blinde gerade Linie nach n, faßt die Höhe ea des ſtumpfwinklichten Dreyecks acbV, ſetzt ſolche auf den verlängerten Perpendikel lg des Trigoni nlg, aus l nach o; zieht die blinde ſchräge gerade Linie on, und mit ihr aus g die blinde Parallele gk, (welche allhier von ohngefähr in k eintrifft.) Führt letztlich die Verwandlungslinie ko; (ſo wiederum von ohngefähr die Seite ki des ungleichſeitigen Fünfecks kihgl deckt.) faßt anietzo die Grundlinie kl des begehrten Dreyecks klo, tragt ſelbige auf die Seite bc, des Trianguli obtuſanguli bca, aus b nach p, und zieht die Scheidungslinie pa. Da nun das Trigonum bpa gleich dem Triangel klo, folglich auch der ungleichſeitigen Figur kihglVI iſt, ſo iſt nothwendig das Dreyeck pca, das übriggebliebene Reſiduum vom Triangel acb, nachdem das irreguläre Fünfeck kihglVI, von ſolchem ſubtrahirt worden.

Anmerkung.

Man muß ſich allhier in dieſer Figur kihgl VI, nicht daran kehren daß die mit on aus g gezogene Parallele gk juſt in dem Punkt k eingetroffen, noch weniger

Quadrats a d c b I, aus d nach i, zieht die Scheidungslinie i c, ſo iſt das Triangulum rectangulum i d c, gleich dem Triangulo ſcaleno e f g; folglich das Trapezium a b c i, das begehrte Reſiduum.

Die vier und neunzigſte Aufgabe.

Vom Quadrato perfecto g h i k III, das Trigonum acutangulum l n m IV, ſo mit dem Viereck g h i k III, von einerley Höhe, dergeſtalt zu ſubtrahiren, daß ſowohl das Reſiduum g h s t, als auch der abgezogene Theil t s i k, ein Trapezium formire.

Aufloͤſung.

Tab. XXVII. B. Fig. 2. Verſuchet erſtlich, wie in vorhergehender Aufgabe die Höhe des Dreyecks l n m IV, gegen das Viereck g h i k. Da nun ſelbige zwiſchen zwey Parallelen g m und h o ſtehen, ſo haben ſie einerley Höhe. Halbirt nun die Grundlinie l m, des Dreyecks l m n in p, zieht die Linie p n, tragt ſie auf die Grundlinie k g des Quadrats g h i k III aus k nach q, und zieht die blinde Linie q i, ſo iſt erſtens das rechtwinklichte Dreyeck q k i, gleich dem halben Dreyeck p n m des Triangels l n m IV. Theilt nunmehro auch die halbe Baſin l p der ganzen Grundlinie l m, des Dreyecks l n m IV, in r in zwey gleiche Theile, und zieht die Linie r n oder r p, und ſetzt ſolche auf die Seiten g k und h i des Vierecks g h i k

aus

aus q nach t, und aus i nach s; zieht die blinde Linie qs und die Scheidungslinie st, ſo iſt der Triangel isq, gleich dem Trigono qst, gleich dem Trilatero lrn; folglich der Rhomboides tsiq auch gleich dem Triangel lnp. Alſo iſt das Trapezium tsik auch gleich dem ganzen Dreyecke lnm; derhalben iſt das Trapezium ghst, das begehrte Reſiduum vom Quadrato perfecto ghikIII.

Die fünf und neunzigſte Aufgabe.

Vom parallelogrammo rectangulo uvwxV, das Trigonum acutangulum ſcalenum yz&VI, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum wiederum ein accurates Oblongum cdfe ſey, und juſt auf der Mitte des gegebenen Rechtecks uvwxV, ſtehen bleibe.

Auflöſung.

Da beyde Figuren, ſo wohl das länglichte geradlinichte rechtwinklichte Viereck uvwxV, als auch der ungleichſeitige ſpitzwinklichte Triangel yz&VI, zwiſchen zweyen Parallelen uz und v☉ aufſtehen, ſo iſt es, wie bekannt ein Zeichen, daß ſelbige von einerley Höhe ſind, und man alſo in Anſehung der Perpendikularen weiter keiner Einrichtung nöthig hat. Halbirt demnach die Grundlinie yz des Trigoni y&zVI, in a. Zieht aus a in den Verticem & die blinde gerade Linie a&, ſo iſt der Triangel y&z in zwey gleich große Trilatera y&a und a&z gein

Tab. XXVII. B. Fig. 3.

theilet. Halbirt nunmehro a y in b und zieht in den Scheitelpunkt & die gerade blinde Linie b&, faßet y b oder ihre gleiche b a, und tragt ſelbige ſo wohl auf die Grundlinie u x, als auch auf die ihr gegenüber parallel liegende Linie v w des Rechtecks u v w x aus u nach c, aus x nach e, aus v nach d, und aus w nach f. Führt die Scheidungslinien c d und e f, ſo iſt das dadurch entſtandene parallelogrammum rectangulum c d f e das begehrte Reſiduum. Denn es iſt das kleine parallelogrammum u v d c gleich den Trigono y & a. Siehe Regul. Geometr. 78. meines erſten Bandes p. 85. Das andere kleine Rechteck e f w x aber iſt dem erſtern u v d c gleich; derohalben ſind auch beyde parallelogramma rectangula u v d c und e f w x gleich dem Trilatero y & c, und folglich iſt das Rechteck c d f e, das wahre Reſiduum vom u v w x nachdem das Trigonum y & z von ſelbigen ſubtrahirt worden.

B. Ungleich hohe Triangula von ungleich hohen rechtwinklichten Vierecken abzuziehen.

Die ſechs und neunzigſte Aufgabe.

Vom Oblongo rectangulo a b c d I, das höhere Dreyeck e g f II, ſo mit dem Parallelogrammo a b c d I, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie a i aufſtehet, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum ein Oblongum a b k l ſey.

Auf-

Aufloͤſung.

Weil ſo wohl das Oblongum abcd I, als auch das hoͤhere Dreyeck efg II, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie af aufſtehen, ſo fuͤhret, um dieſes Trilaterum efg dem Rechteck abcd an Hoͤhe gleich zu machen, mit der Baſi af aus c die Parallele ch, an das latus eg, des Trigoni egf. Verlaͤngert die Baſin ef nach i, Zieht aus h nach f, die blinde gerade Linie hf, und mit ihr aus g die Parallele gi und die Verwandlungslinie hi, ſo iſt der Triangel egf II, in das dem Oblongo abcd I, gleich hohe Trilaterum ehi verkehret. Halbirt anietzo die neue Baſin ei des Trigoni ehi in x. Faßet xe oder ihre gleiche xi und ſetzt ſelbige auf die langen Linien ad und bc des parallelogrammi abcd aus c nach k und aus d nach l, ziehet die Scheidungslinie kl, ſo iſt das parallelogrammum rectangulum abkl das begehrte Reſiduum vom Rechteck abcd von welchen das gegebene Trigonum agf ſubtrahirt worden. Tab. XXVIII. Fig. 98.

Die ſieben und neunzigſte Aufgabe.

Vom Parallelogrammo rectangulo acdb I, das niedrige Dreyeck egf II, ſo mit dem Oblongo abcd I, auf einer gemeinſchaftlichen Baſi af ſtehet, alſo zu ſubtrahiren, daß die Scheidungslinie mn wiederum parallel mit zwo Seiten des Rechtecks laufe, und alſo das Reſiduum gleichfalls ein Oblongum rectangulum eman formire.

Aufloͤſung.

Tab. XXVIII. Fig. 99. Weil der Triangel e g f II, welcher ſubtrahirt werden ſoll, niedriger als die Seite b d des Oblongi a c d b I iſt, doch aber mit ſelbigen auf einer gemeinſchaftlichen Baſi a f aufſteht, ſo zieht mit dieſer Grundlinie a f aus d die blinde Parallele d h. Verlaͤngert die Seite e g des Dreyecks e g f II, bis an die blinde Parallele d h nach i. Zieht aus i nach f die blinde gerade Linie i f, und mit ihr aus g die blinde Parallele g k und die Verwandlungslinie i k; ſo iſt das Trigonum e g f mit Beybehaltung ſeines Flaͤcheninhalts in das dem Oblongo a c d b gleich hohe Trilaterum e i k verwandelt. Halbirt deßen Grundlinie e k in l, faßet e l, oder ſeine gleiche l k, und tragt ſelbige auf die Seiten c d und a b des Rechtecks a c d b I, aus d nach m und aus b nach n, und zieht die Scheidungslinie m n, ſo geht ſelbige mit denen Seiten a c und b d des Rechtecks a c d b I, nicht allein parallel, ſondern das Reſiduum a c m n iſt nach begehren ein Oblongum.

Die acht und neunzigſte Aufgabe.

Vom Oblongo a c d b I, das hoͤhere Dreyeck e f g II, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum ein Trapezium a c d l werde.

Aufloͤſung.

Tab. XXVIII. A. Fig. 1. Da beyde Figuren auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie a f aufſtehn, ſo fuͤhret mit ſelbiger

biger aus d bis an die Seite e g des Trigoni e g f II, die blinde Parallele d h, verlängert die Seite cd des Oblongi acdb I, bis ſelbige die Seite e g des Dreyecks e g f II, in h berühre, verlängert auch die Grundlinie e f dieſes Trigoni e f g nach i, führt aus h nach f die gerade blinde Linie h f und mit ihr aus g bis auf die verlängerte Baſin e i, die Parallele g k, und zieht die Verwandlungslinie h k, ſo iſt das gegebene hohe Trilaterum e g f' in das ihm gleiche, aber der Linie b d gleich hohe Triangulum e h k verwandelt. Faßet die Grundlinie e k dieſes neuen Trigoni e h k und tragt ſelbige auf die Baſin ab, des parallelogrammi rectanguli a c d b I, aus b nach l, und zieht die Scheidungslinie d l, ſo iſt das Trigonum l d b, gleich dem Trilatero e g f, und folglich das Trapezium a c d l das begehrte Reſiduum vom gegebenen Oblongo a c d b I.

Die neun und neunzigſte Aufgabe.

Vom parallelogrammo rectangulo m o n p III, das niedrige Dreyeck q r s IV, zu ſubtrahiren daß das Reſiduum m w p o wiederum ein Trapezium ſey.

Auflöſung.

Weil das parallelogrammum rectangulum m o p n III, mit dem niedrigen Triangulo q r s IV, welches von jenem ſubtrahirt werden ſoll, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie m r Tab XXVIII. Fig. 2.

aufgerichtet iſt, ſo verlängert die Seite rs des Triangels qrs nach t, und ziehet mit der Grundlinie mr aus p die blinde Parallele pu, bis ſelbige die verlängerte Seite rt in u berührt. Reißt nunmehro aus dieſem Berührungspunkte u, bis q die blinde gerade Linie uq und mit ihr aus s die Parallele sv. Zieht die Verwandlungslinie vu, ſo iſt das Dreyeck qrs in das ihm gleiche, aber der Linie np gleich hohe Trilaterum vur verkehrt. Faßt anietzo die Länge der neuen Baſis vr, des gefundenen Trigoni vru, und traget ſelbige auf die Grundlinie nm des Rechtecks mopn III, aus n nach w, und zieht die Theilungslinie pw. Da nun das Dreyeck wnp, nach der Vorausſetzung, gleich iſt dem Trigono wru, ſo iſt nothwendig das Trapezium mopw, das begehrte Reſiduum vom parallelogrammo rectangulo mopn III.

Die hunderte Aufgabe.

Vom parallelogrammo rectangulo xyz& V, das Triangulum iſoſceles acb VI, alſo zu ſubtrahiren, daß die Scheidungslinie lm, aus dem beſtimmten Punkte l geführt werde.

Aufloͤſung.

Tab. XXVIII. Fig. 3. Weil das Trigonum acb, welches ſubtrahirt werden ſoll höher iſt, als die Seite xy, und niedriger als die Seite y& des Oblongi xz&y, ſo halbirt die Grundlinie ab dieſes Dreyecks acb in d, und zieht aus dem Scheitelpunkte c, den

den punktirten Perpendikel dc. Faßt die Seite z& oder ihre gleiche xy und tragt dieſe Länge auf den punktirten Perpendikel dc aus d nach e, verlängert die Grundlinie ab, zu beyden Seiten willkührlich gegen y und h, reißt aus e nach a, die blinde gerade Linie ea, und mit ihr aus c die blinde Parallele cf. Zieht die Verwandlungslinie ef, führt auch aus e nach b die blinde gerade Linie eb, und mit ihr aus c die blinde Parallele cg, und die Verwandlungslinie eg, ſo iſt das neue gefundene der Linie xy gleich hohe, niedrige Triangulum feg, gleich dem gegebenen höheren Trilatero acb. Da nun die Grundlinie fg dieſes gefundenen begehrten Dreyecks länger iſt als die Seite y& des parallelogrammi rectanguli xz&y, ſo nehmt deſſen Hälfte fd oder dg, und tragt ſelbige auf die Seiten zx und &y, des Oblongi xyz& aus z nach i und aus & nach k und zieht die erſte Scheidungslinie ik. Da nun &k gleich der halben Baſi fd, des Trigoni feg, und &z gleich iſt, der ganzen Höhe de des Dreyecks feg, ſo iſt auch das Rechteck iz&k gleich dem Trilatero efg, oder ſeinem gleichen acb, denn ein jedes Dreyeck iſt die Hälfte ſeines parallelogrammi ſo mit ihm gleiche Baſi und Höhe hat. Siehe Regul. Geom. 56. meines erſten Bandes p. 78. item wenn ein Triangel eine Baſis hat, welche doppelt ſo groß iſt, als die Baſin eines parallelogrammi ſo mit dem parallelogrammo zwiſchen einerley Parallelen ſtehet, (oder wie all-

hier einerley Höhe hat, ſo iſt das parallelogrammum dem Triangulo gleich.) Siehe ebend. Regul. Geometr. 79. meines erſten Bandes. p. 86.

Da aber dieſe Scheidungslinie ik nicht nach begehren der Aufgabe, aus dem Punkte l entſpringt, ſo führt aus l nach k die blinde gerade Linie lk, und mit ihr aus i die Parallele im, und zieht die Verwandlungslinie lm, ſo iſt das Oblongum iz&k in das Trapezium mlz& ſo mit ihm von gleichen Inhalte iſt, verkehrt. Denn den Triangel mkn, ſo man vom erſten Reſiduo ixyk abgenommen, hat man durch das Trigonum inl, erſetzet, ſo daß nunmehro das Trapezium xlmy das wahre Reſiduum vom parallelogrammo rectangulo xz&yV iſt.

C. Dreyecke von geſchobenen regulären Vierecken zu ſubtrahiren.

Die hundert und erſte Aufgabe.

Vom Rhomboide acdb I, das mit ihm gleich hohe Triangulum ſcalenum efg II. zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Tab. XXVIII.B. Fig. 1. Die Auflöſung dieſer Aufgabe iſt juſt ſo wie in der 91ten Aufgabe bey der Abziehung des ſpitzwinklichten Triangel von dem ihm gleich hohen Quadrat Tab. XXVII. B. Fig. 1. gezeiget. Denn allhier machen die ſchiefen Winkel im

Rhom-

Rhomboide in dieſem Falle gegen die rechten Winkel des vollkommenen Quadrats weder Veränderung noch Unterſchied. Da nun das Trigonum mit dem e g f II, Rhombo a c d b I, von gleicher Höhe iſt, wie aus denen Parallellinien a f und c h zwiſchen welchen ſelbige ſtehen laut hypoteſ. zu ſehen und zu ſchließen; ſo faßet nur die Länge der Baſis e f des ſpitzwinklichten Trigoni e g f II, und ſetzet ſelbige auf die Grundlinie a b, des geſchobenen gleichſeitigen Vierecks a c d b I, aus a gegen b nach i, und zieht die Scheidungslinie c i, ſo iſt das Trigonum a c i, gleich dem Trilatero e g f, und folglich das Trapezium i c d b, das begehrte Reſiduum vom Rhombo a c d b.

Die hundert und zweyte Aufgabe.

Vom Rhomboide a b c d III, den niedrigen Triangel e g f IV, zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Da allhier ſo wohl der Rhomboides a b c d III, als auch das Trigonum e g f IV, auf einer gemeinſchaftlichen Baſi a f aufſtehen, und das Dreyeck e g f ein Triangulum Iſoſceles iſt, ſo halbirt deſſen Grundlinie e f in h, und zieht aus h durch oen Scheitelpunkt g, den Perpendikel h i willkührlich lang; führt mit a f aus c die Parallele c k, oder verlängert die Seite b c, des Rhomboides a b c d bis an den Perpendikel h i, nach k. Zieht die blinde gerade Linie k e, Tab. XXVIII. B. Fig. 2.

und mit ihr aus g die Parallele g l, und die Verwandlungslinie k l. Führt ferner die blinde gerade Linie k f und mit ihr aus g die Parallele g m, und die Verwandlungslinie k m, ſo iſt das Trigonum e g f IV, nach Begehren bis in den Punkt k erhöhet; faßet anietzo die neue Grundlinie l m, des gefundenen Trigoni l k m, und ſetzt ſelbige auf die Grundlinie a d des Rhomboides a b c d III, aus a nach n, und zieht die Scheidungslinie b n, ſo iſt das Trapezium n b c d das begehrte Reſiduum vom Rhomboide a b c d III.

Die hundert und dritte Aufgabe.

Vom Rhomboide a c d b V, das hohe Triangulum acutangulum e f g VI, alſo zu ſubtrahiren, daß zum Reſiduo gleichfalls ein Rhomboides c m n b ſtehen bleibe.

Auflöſung.

Tab. XXVIII. B. Fig. 3. Da ſo wohl der Rhomboides a c d b V, als auch der hohe Triangel e f g VI, auf einer gemeinſchaftlichen Grundfläche a g conſtruirt ſind, ſo verlängert die Linie c d des geſchobenen länglichten Vierecks a c d b, parallel mit a i bis an die Seite e f des Dreyecks e f g in h. Verlängert auch die Grundlinie e g dieſes Trigoni e f g nach i. Führt aus h nach g die blinde gerade Linie h g und mit ihr aus f die Parallele f k bis auf die verlängerte Baſin e i, und zieht die Verwandlungslinie h k, ſo iſt das hohe Trilaterum e f g,

efg, in das dem Rhomboide acdb gleich hohe Triangulum ehk verwandelt; da aber die Baſis ek dieſes Trigoni ehk länger iſt als die Seite ab des Rhomboidis acdb, ſo halbirt ek in l, und zieht die Linie lh, ſo iſt das Dreyeck ehk in zwey gleich große Triangula ehl, und lhk getheilet. Faßet anietzo el oder eine gleiche lk, und tragt ſelbige auf den Rhomboidem acdb V, aus d gegen c nach m und aus a gegen b nach n, und zieht die Scheidungslinien cn und bm, ſo iſt der Triangel acn, gleich dem Trigono ehl, und das Trigonum dmb gleich dem Trilatero lhk. Folglich iſt der Rhomboides cmbn das vom Rhomboide acdb übrig gebliebene Reſiduum.

Die hundert und vierte Aufgabe.

Vom Rhomboide acbe I, den ſpitzwinklichten Triangel egf II, alſo zu ſubtrahiren, daß das reſiduum lmon accurat auf deſſen Mitte ſtehen bleibe, und die Scheidungslinien lm und no, parallel mit den Seiten ac und bd des Rhomboidis acdb laufen.

Aufldſung.

Da das Triangulum egf II, welches ſubtrahiret werden ſoll, mit dem Rhomboide acdb I, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie af aufſtehet, ſo zieht erſtlich mit dieſer Baſi af aus d die blinde Parallele dh, um zu ſehen, ob das Trigonum egf höher oder niedriger als der Tab. XXVIII. C Fig. 1.

 Rhom-

Rhomboides acdb ſey? Weil nun dieſe blinde mit af gezogene Parallele dh, juſt den Verticem g des Dreyecks egf berührt, ſo iſt es ein Zeichen, daß beyde gegebene Figuren von einerley Höhe ſind, da braucht man in dieſem Falle keiner weitern Einrichtung mehr. Halbirt demnach nur die Baſin ef, des Dreyecks egf in i, und zieht die blinde grade Linie gi, ſo iſt der Triangel egf, in zwey gleich große Dreyecke egi und igf getheilt; halbirt nochmalen die halbe Baſin ei in k, und zieht die blinde gerade Linie kg, ſo iſt auch dieſes Trigonum egi in zwey gleich große Dreyecke egk und kgi getheilt; faßt demnach ek oder ſeine gleiche ki, tragt dieſe Länge auf die Seiten ab und cd, des Rhomboidis acdb aus a nach l, aus c nach m, aus b nach n, und aus d nach o; zieht die Scheidungslinien lm und no mit ad und bd parallel, ſo iſt der in der Mitte ſtehen gebliebene Rhomboides lmon, das begehrte Reſiduum vom gegebenen Rhomboide acdb.

Die hundert und fünfte Aufgabe.

Vom Rhomboide abdcIII, das niedrige Dreyeck egfIV, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum cdmn ein Rhomboides ſey, und die Scheidungslinie mn mit der Seite ab, parallel laufe.

Auflöſung.

Tab. XXVIII.C Fig. 2. Weil ſowohl der Rhomboides abdcIII, als auch das Trigonum egfIV, auf einer gemeinſchaft-

ſchaftlichen Baſi a f aufſtehen, ſo braucht es weiter keiner Perpendikularen, ſondern verlängert nur die Seite e g, des ungleichſeitigen Dreyecks e g f, willkührlich nach h; verlängert auch die obere Seite b d des Rhomboidis a b d c, bis an die verlängerte Linie e g h nach i, zieht aus i nach f die blinde gerade Linie i f, und mit ihr aus g die Parallele g k, zieht die Verwandlungslinie i k, ſo iſt das Trilaterum e g f, in das Trigonum e i k verkehrt. Halbirt die neue Grundlinie e k, dieſes gefundenen Dreyecks e i k in l, faßt die halbe Baſin e l, oder ihre gleiche l k, tragt dieſe Länge auf die Seite b d, des Rhomboidis a b d c, aus b nach m, und führt die Scheidungslinie m n aus m, mit a b parallel, ſo iſt der Rhomboides m n b c, das begehrte Reſiduum vom Rhomboide a b d c.

Die hundert und ſechſte Aufgabe.

Vom Rhomboide a b d c V, den hohen rechtwinklichten Triangel i g f VI, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum k b d c ein Trapezium ſey, und die Scheidungslinie k b aus dem Winkel b, des Rhomboidis a b d c entſpringe.

Aufloͤſung.

Es ſtehen allhier wiederum beyde gegebene Figuren auf einer Horizontallinie a f, deswegen verlängert nur die obere Seite b d, des Rhomboidis a b d c, parallel mit a f bis an den Perpendikel f g, Tab. XXVIII. C. Fig. 3.

fg, des Trigoni igf aus d nach h, zieht aus h nach i die blinde gerade Linie hi, und mit ihr aus g die Parallele ge, und von e nach h die Verwandlungslinie eh, ſo iſt das hohe Triangulum rectangulum ifg, in das dem Rhomboidi abdc gleich hohe rechtwinklichte niedrige Dreyeck efh, verwandelt. Faßt nunmehro die Länge der Grundlinie ef, des geſundenen neuen Trigoni efh, und ſetzt ſolche aus dem unter b ſtehenden Winkel a auf die Linie ac nach k; zieht endlich aus dem beſtimmten Punkte b nach k, die Scheidungslinie bk, ſo iſt das Trapezium bdk, das begehrte Reſiduum.

Fünftens, Quadrangula von viereckichten Figuren zu ſubtrahiren.

Die hundert und ſiebente Aufgabe.

Vom Parallelogrammo rectangulo acdbI, das ihm gleich hohe Oblongum eghfII, zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Tab. XXVIII. Fig. 100.

Weil beyde Rechtecke acdbI und eghfII, von gleicher Höhe ac und eg ſind, ſo faßt die Grundlinie ef, des Oblongi rectanguli eghfII, ſetzt ſolche auf ab und cd aus b nach k, und aus d nach i, zieht die Scheidungslinie ik, ſo iſt das Rechteck acik, das Reſiduum vom gegebenen parallelogrammo rectangulo acdb.

Die

Die hundert und achte Aufgabe.

Vom länglichten rechtwinklichten Viereck abdcI, das höhere Rechteck eghfII, abzuziehen.

Aufloͤſung.

Verlängert die Grundlinie ef, des Rechtecks eghfII, nach k, faßt den Perpendikel ab des Oblongi abdc, ſetzt ſolchen auf die gerade Linie fh, des Parallelogrammi eghfII, aus f nach i, zieht von i nach e, die blinde gerade Linie ie, und mit ihr aus f die Parallele hk; errichtet in k einen Perpendikel kl, macht dieſen gleich fi, oder ab, und zieht die Verwandlungslinie li mit kf parallel; ſo iſt das neu gefundene Rechteck klif an Flächeninhalt gleich, dem gegebenen Oblongo eghfII. Nehmt anjetzo die Länge der neuen Grundlinie kf, des gefundenen Parallelogrammi klif, und tragt ſolche auf die langen Seiten ab und cd, des gegebenen Rechtecks abdcI, aus d nach m, und aus c nach n, zieht die Scheidungslinie mn, ſo iſt das Oblongum abmn, das Reſiduum vom gegebenen Parallelogrammo abdcI. Tab. XXVIII. Fig. 101.

Die hundert und neunte Aufgabe.

Das niedrige Oblongum efghII, vom Parallelogrammo rectangulo abcdI, zu ſubtrahiren.

Auf-

Aufloͤſung.

Tab. XXIX. Fig. 102. Verlaͤngert erſtlich die Seite ef des Rechtecks efghII, nach i, faßt die Hoͤhe des Perpendikels ab, vom parallelogrammo abcdI, und tragt ſolchen auf die verlaͤngerte Linie ef, aus e nach i. Oder aber, wenn beyde Figuren als das Quadrangulum abcd mit dem Quadrangulo efgh, wie allhier auf einer gemeinſchaftlichen Horizontalinie ah aufſtehen, ſo verlaͤngert die Seite ef des Oblongi efgh, willkuͤhrlich nach i, verlaͤngert auch die obere Seite bc des parallelogrammi aus c bis an die verlaͤngerte Seite ef nach i; fuͤhrt aus i gegen h die blinde gerade Linie ih, und mit ihr aus f die Parallele fk; errichtet in k den Perpendikel kl, macht ſolchen ſo hoch als den Perpendikel ei, oder ſeinen gleichen dc, ſchließt das neue Rechteck eilk, durch die gerade Linie il, ſo iſt das gegebene Oblongum efghII, gleich dem neu gefundenen parallelogrammo eilk. Faßt anietzo die Grundlinie ek dieſes gefundenen Rechtecks ekli, ſetzt ſolche auf die Seiten ad und bc des gegebenen Oblongi adbc, aus c nach m, und aus d nach n, zieht die Scheidungslinie mn, ſo iſt das Rechteck abmn, das Reſiduum vom gegebenen parallelogrammo rectangulo abcdI.

Die hundert und zehnte Aufgabe.

Vom parallelogrammo rectangulo abdcI, den Trapezoidem efghII, alſo zu ſubtrahiren,

ren, daß zum Reſiduo ein Oblongum rectangulum a b n o, übrig bleibe.

Aufloͤſung.

Wenn das Trapezoides e f g h I I, wie allhier mit dem parallelogrammo rectangulo a b d c I, auf einer gemeinſchaftlichen Horizontallinie a f, aufſtehet, ſo verlängert die Seite f g des Trapezoidis e f g h willkührlich nach k, wie auch deſſen Grundlinie f e nach i, reißt mit i f alſo mit a f aus d der mit a c parallel laufenden Linie b d, die Parallele d k bis an die verlängerte Seite f g, aus dem Punkt g; führt nach e die blinde gerade Linie e g, und mit ihr aus h die blinde Parallele h i, zieht die erſte Verwandlungslinie i g, ſo iſt der Trapezoides e f g h, in den gleich hohen Triangel i f g verkehret. Reißt nunmehro die blinde gerade Linie k i, und mit ſolcher aus g die blinde Parallele g l, führt die zweyte Verwandlungslinie k l, ſo iſt das niedrige Trigonum l f g in das dem Oblongo a b d c, gleich hohe Dreyeck l f k verwandelt. Halbirt anietzo die neue Grundlinie l f, des gefundenen Dreyecks l f k in m; faßt m f, oder ſeine gleiche m l, tragt ſolche auf die langen Seiten a c und b d, des Rechtecks a b d c aus d nach n, und aus c nach o. Zieht die Scheidungslinie n o, ſo iſt das Oblongum a b n o, das Reſiduum vom gegebenen parallelogrammo a b d c I.

Tab. XXIX. Fig. 103.

Sech-

Sechſtens, Reguläre und irreguläre geradlinichte Vielecke, von länglichten Vielecken, oder von vollkommenen Quadraten zu ſubtrahiren.

Die hundert und eilfte Aufgabe.

Vom parallelogrammo rectangulo a b c d I, das reguläre geradlinichte Sechseck e f g h i k II, zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Tab. XXIX. Fig. 104. Zieht erſtlich in das gegebene reguläre Sechseck e f g h i k II, die Diagonallinie e g alſo, daß ſolche auf der Grundlinie e k aufſtehe; Reißt nunmehro eine unbeſtimmte lange gerade Linie l m III, faßt die Baſin e k des Sechsecks e f g h i k, tragt ſolche auf die unbeſtimmte gerade Linie l m, aus l nach n, aus n nach o, und aus o nach m. Errichtet in l, den Perpendikel l p, macht ſolchen ſo hoch als die Diagonale e g, des regulären Sechsecks e f g h i k, zieht aus p nach m, die gerade Linie p m, ſo iſt das rechtwinklichte Dreyeck m l p gleich dem Hexagono e f g h i k. Da aber der Perpendikel l p dieſes Dreyecks m l p niedriger iſt, als der Perpendikel a c oder ſein gleicher b d, des Rechtecks a c d b, ſo errichtet auf der Baſi l m, des rechtwinklichten Dreyecks m l p in m, den Perpendikel m r, gleich der Seite a c, des Oblongi a c d b, führt mit der Grundlinie l m, aus p die Parallele p q, bis

an

an die ſenkrechte Linie m r. Zieht die blinde ſchräge Linie r l und mit ihr aus q die Parallele q s, und die Verwandlungslinie s r, ſo iſt das niedrige rechtwinklichte Dreyeck m l p, in das der Seite a c des Oblongi a c d b gleich hohe Triangulum s m r verwandelt. Halbirt anietzo die neue Grundlinie s m, des gefundenen rechtwinklichten Dreyecks s m r, in t. Faßt t m oder t s, und tragt dieſes Maaß auf die Seiten a b, und c d, des Oblongi a c d b, aus b nach v, und aus d nach u, reißt die Scheidungslinie u v, ſo iſt das Oblongum a c u v, das Reſiduum vom parallelogrammo rectangulo a c d b l, und folglich das Rechteck u d b v gleich dem Sechseck e f g h i k.

Die hundert und zwölfte Aufgabe.

Eine irreguläre geradlinichte Figur, als das Fünfeck a b c d e ll, vom parallelogrammo rectangulo f g h i l, zu ſubtrahiren.

Aufflöſung.

Verlängert die Grundlinie a e, des irregulären geradlinichten ungleichſeitigen Fünfecks a b c d e, zu beiden Seiten durch eine unbeſtimmte gerade Linie nach k und o, führt aus denen Winkeln a und e des Fünfecks a b c d e in dem gegen über liegenden oberen Winkel c, die Diagonalen a c und e c. Reißet mit c a aus b auf a k die blinde Parallele b k. Zieht die erſte Verwandlungslinie c k, reißt mit der Diago- Tab. XXX. Fig. 105.

nale ce aus d auf eo die blinde Parallele dl und führt die zwote Verwandlungslinie cl, ſo iſt das pentagonum irregulare abcde in das Trilaterum kcl verwandelt. Da aber dieſes Dreyeck kcl, höher iſt als die Seite fh des Rechtecks fhig, ſo errichtet in k einen unbeſtimmten Perpendikel km, und führt mit der Grundlinie kl aus dem Winkel c des Trigoni kcl, die Parallele cm, bis an den Perpendikel km. Faſſet die Seite fh oder gi des Oblongi fhig, und tragt ſelbige auf die Catthete km des rechtwinklichten Dreyeckes lkm aus k nach n, zieht aus l gegen n die blinde gerade Linie ln, und mit ihr aus m, die blinde Parallele mo. Reißt die Verwandlungslinie no, ſo iſt das hohe rechtwinklichte Dreyeck lkm, in das niedrigere, dem Oblongo fhig gleich hohe Trilaterum rectangulum okn, verkehret. Halbirt nunmehro die Grundlinie ko dieſes Trigoni nko in p, faßt kp oder po, und tragt dieſes Maaß auf die langen Seiten fg und hi des Rechtecks fhig, aus g nach q, und aus i nach r. Zieht die Scheidungslinie qr, ſo iſt das Oblongum fhrq das reſiduum vom parallelogrammo rectangulo fhig.

Anmerkung.

Wenn dergleichen reguläre oder auch irreguläre geradlinichte Vielecke, von vollkommenen Quadraten, oder auch geſchobenen Vierecken als von einem Rhombo, oder Rhomboide ſubtrahirt werden ſollen, wird auf gleiche Art verfahren.

Sieben-

Siebentens, Quadrata perfecta von vollkommene Viereckigten Figuren zu ſubtrahiren.

Die hundert und dreyzehnte Aufgabe.

Vom Quadrato perfecto abcd I, das vollkommene Viereck efgh II, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum ein parallelogrammum rectangulum abqr ſey.

Auflöſung.

Reißt eine gerade Linie ik, ſo lang als die Seite ad oder ab, des gegebenen großen Quadrats abcd I. Halbirt ik in l, centrirt l, und ſchlagt mit li, oder lk, den halben Zirkelbogen imk, faßet die Seite eh oder ef, des zu ſubtrahiren gegeben kleinern Quadrats efgh, und tragt ſelbige aus dem Endpunkte i der geraden Linie ik auf den halben Zirkelbogen imk nach m. Zieht die geraden Linien im und mk, ſo iſt der Triangel imk ein rechtwinklichtes Dreyeck. Verlängert anietzo die Linie im nach n, macht mn ſo lang wie ad vom Quadrat abcd I. Zieht aus n nach k die Hypothenuſe nk, faßet die Linie mk, tragt ſelbige auf mn, aus m nach o, und reißet aus o mit nk die Parallele op, bis auf die Linie ık, nehmt dieſe gefundene Länge pm, und ſetzt ſelbige auf die Seiten ad und bc des Quadrats abdc aus b nach q, und aus a nach r. Zieht die Schei- Tab. XXX. Fig. 106.

 dungs-

dungslinie q r, ſo iſt das rectangulum r q c d gleich dem Quadrato perfecto e f g h, und das Oblongum a b q r, das Reſiduum vom gegebenen Quadrato a b c d I.

Die hundert und vierzehnte Aufgabe.

Vom Quadrato perfecto a c d b I, das vollkommene Viereck e f g h II, alſo zu ſubtrahiren daß das Reſiduum ein geradlinichtes rechtwinklichtes gleichſeitiges Viereck o p s r IV, werde.

Auflöſung.

Tab. XXX. A. Fig. 1. Zieht erſtlich eine unbeſtimmte gerade Linie i k, errichtet auf ſelbiger in i, den unbeſtimmten Perpendikel i l, faßet e f als eine Seite des Quadrats e f g h II, welches ſubtrahirt werden ſoll, und tragt ſelbige auf die Linie i k des aufgerichteten rechten Winkels k i l III, aus i nach m, faßet a b als eine Seite des vollkommenen Vierecks a b c d I, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, und ſetzt mit dieſer Diſtanz den einen Zirkelfuß in dem Punkt m, der Linie i m, des rechten Winkels k i l III, den andern Zirkelfuß aber auf dieſes rechten Winkels k i l Perpendikel i l, nach n, ſo daß m n, oder ſeine gleiche a b, die Hypothenuſe des rechtwinklichten Dreyecks m i n III werde, ſo giebt i n als die Cattheté dieſes Dreyecks eine Seite, zum reſtirenden Quadrat o p s r. Zieht demnach eine gerade Linie o p gleich der Catthete i n, errichtet auf o p in p den Perpendikel

dikel pq, ſetzt auf ſelbigen aus p nach r, die Länge der Baſis po. Zieht aus r mit op, die Parallele rs, und aus o mit pr die Parallele os, ſo werden ſich ſelbige in s ſchneiden, und das Reſiduum in dem Quadrato perfecto opsr IV, darſtellen.

Anmerkung.

Die Solution dieſer Aufgabe gründet ſich auf Regul. Geometr. 77. meines erſten Bandes p. 85. it. auf dem hundert und zwanzigſten Lehrſatz meines zwoten Bandes p. 220. Tab. XXXIII. Fig. 154. et Tab. XXXIV. Fig. 155. et 156.

Die hundert und funfzehnte Aufgabe.

Das Quadratum perfectum efgh II, vom vollkommenen Quadrat acdb I, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum ein Oblongum rectangulum zade werde, und die Scheidungslinie de parallel mit der Grundlinie za, des Quadrats zbca VI, laufe.

Aufloͤſung.

Das Quadrat zbca VI, iſt gleich dem Viereck acdb I, durch die Conſtruktion. Zieht eine gerade Linie st, gleich der Seite ab des Quadrats acdb I; halbirt ſolche in u, centrirt u, ſpannt den Zirkel bis s oder t, und ſchlagt den halben Zirkel svt; faßt die Seite ef des Vierecks eghf II, und ſetzt ſolche aus s auf den halben Zirkelbogen svt, nach v, zieht sv und vt; verlängert sv nach w, macht vw gleich, der Seite za, des Quadrats zbca VI, faßt vt, und ſetzt ſolche auf vw, aus v nach x; zieht wt, und mit

Tab. XXX. A. Fig. 2.

ihr aus x die Parallele xy, ſo giebt vy die Seite zum verlangten Reſiduo. Faßt vy, tragt dieſe Länge auf die Seiten zb und ac des Vierecks zbca, aus z nach d, und aus a nach e, zieht die Scheidungslinie de, ſo iſt das Oblongum zdea, das Reſiduum vom Quadrato perfecto zbcaVI, oder ſeinem gleichen acdbI, und folglich auch gleich dem Quadrat osrpVI, derhalben muß auch das Oblongum dbce gleich ſeyn dem Quadrat eghfII.

Soll aber das Reſiduum einen Gnomonem &⊙bacb vorſtellen, ſo faßt die Linie sv, des rechten Winkels svtV, tragt ſolche auf die Seiten za und zb, des Quadrats zbca, aus z gegen a nach b, und aus z gegen b nach &; zieht aus & und b, mit za und zb die Parallelen &⊙ und b⊙, ſo iſt das Quadrat z&⊙bVI, gleich dem Viereck eghfII, folglich der Gnomon bcab⊙& das begehrte Reſiduum.

Die hundert und ſechzehnte Aufgabe.

Von dem gegebenen Quadrato perfecto abdcI, die beyden Quadrata regular. fghiII und klmnIII, alſo zu ſubtrahiren, daß man zum Reſiduo ein vollkommenes Viereck cefdVII, behalte.

Aufloſung.

Tab. XXX. B. Fig. 1. Zieht erſtlich zwey gerade Linien op und pq von unbeſtimmter Länge in p winkelrecht zuſammen, faßt die Grundlinie kl, des Quadrats mnlIII,

kmnlIII, und ſetzt ſolche auf die Linie po des rechten Winkels opqIV, aus p nach s; faßt fg, als die Grundlinie des Vierecks fhigII, und tragt ſolche auf pq, des rechten Winkels opqIV, aus p nach r, und zieht die Hypothenuſe sr. Ziehet anietzo eine gerade Linie tu, macht ſie ſo lang wie rs; errichtet in t und u die Perpendikularen tv und uw, gleich der Baſi tu, und ſchließt das Quadrat tvwuV, durch die gerade Linie vw, welches ſo groß iſt, als die beyden gegebenen Quadrate fghiII und kmnlIII zuſammen genommen. Reißt nochmalen zwey gerade Linien xy und yz in y, winkelrecht zuſammen, faßt eine Seite des Vierecks tvwuV, als tu, ſetzt ſolche auf den rechten Winkel xyzVI, aus y gegen z nach a. Nehmt die Länge der Grundlinie ac des Quadrats abdc, und tragt ſolche aus dem, auf den rechten Winkel xyzVI, ſtehenden Punkt a, als eine Hypothenuſe auf die Linie yx nach b, ſo, daß die eine Zirkelſpitze in a, die andere aber in b ſtehe, und zieht die Linie ab, ſo ergiebt ſich auf yx, die verlangte Linie yb. Reißt eine gerade Linie cd ſo lang als die gefundene yb, des rechten Winkels xyzVI; errichtet auf ſolcher aus deren Endpunkten die Perpendikularen ce und df, macht ſolche ſo lang als cd, und ſchließt das Quadrat cefdVII, als das geſuchte Reſiduum vom gegebenen Quadrat abdcI, durch die gerade Linie ef.

Will man das Reſiduum in einen Gnomonem vorſtellen, ſo faßt die Grundlinie tu, des

Summen=Quadrats t u w v, ſetzt ſolche auf die Seiten a c und d c des gegebenen Quadrats a b d c I, aus c nach a in g, und aus c gegen d in h, führt aus g mit c d, und aus h mit c a die Parallelen g i und h i, welche ſich in i ſchneiden, und ein dem Summen=Quadrat t v w u, gleich großes Viereck c a i h formiren, der dadurch im Quadrat a b d c I enſtandene Gnomon a b d h i g, iſt ſodann das Reſiduum, und folglich an Flächeninhalt ſo groß, als das gefundene Viereck c e f d VII.

Die hundert und ſiebenzehnte Aufgabe.

Von zwey Quadraten a b c d I und e f g h II, das Quadrat i l m k III, alſo zu ſubtrahiren, daß man zum Reſiduo, entweder ein parallelogrammum rectangulum o z & r IV, oder einen Gnomonem b c d e f g VII; oder ein Quadrat e f g h II, und einen kleinen Gnomonem b c d ┼ ☽ ⊙ I, übrig behalte.

Auflöſung.

Tab. XXXI. Fig. 107. Reißt erſtlich zwey gerade Linien o n und n p in n winkelrecht zuſammen, faßt die Grundlinie a d des gegebenen großen Quadrats a b c d I, ſetzt ſolche auf die Linie n o, des rechten Winkels o n p, nehmt die Seite e h des kleinern gegebenen Quadrats e f g h, und ſetzt ſolche auf den Perpendikel n p dieſes rechten Winkels p n o, und zieht aus p nach o, die Hypothenuſe p o. Conſtruirt

ſtruirt auf p o das Quadratum perfectum p q r o, ſo iſt ſolches gleich den beyden rechtwinklichten gleichſeitigen Vierecken a b c d I und e f g h II. S. den oben angeführten hundert und zwanzigſten Lehrſatz meines zweyten Bandes p. 220. und die dahinein ſchlagenden Figuren 154. 155. 156. Tab. XXXIII et XXXIV. Zieht nunmehro eine gerade Linie s t ſo lang als die Seite p o des Summen-Quadrats p q r o IV. Halbirt dieſe Linie s t in u; centrirt u, und zieht mit u s oder u t, den halben Zirkelbogen s v t, faßt die Grundlinie i k des zu ſubtrahiren gegebenen Quadrats i l m k III, ſetzt ſolche aus dem Endpunkte s, der Linie s t auf den halben Zirkelbogen s v t, als eine Chorde aus s nach v; zieht dieſe Chorde s v, und aus v die Linie v t, verlängert s v nach w, macht v w ſo lang wie s t oder ihre gleiche p o, faßt v t, und ſetzt dieſe Länge auf v w aus v nach x. Zieht aus w nach t die blinde gerade Linie w t, und mit ihr aus x die blinde Parallele x y. Nehmt anietzo die auf dem rechtwinklichten Dreyeck t v w V, gefundene kleine Linie v y; ſetzt ſolche auf die Seiten o p und r q des Summen-Quadrats o p q r IV, aus o nach z, und aus r nach &; führt die Scheidungslinie z &, ſo iſt das parallelogrammum rectangulum o z & r, das Reſiduum der beyden Vierecke a b c d I und e f g h II, von welchen das Quadrat i l m k III, ſubtrahiret worden; folglich iſt das Oblongum z p q &, gleich dem zu ſubtrahiren gegebenen Viereck i l m k.

Will man das Reſiduum in einem Gnomone bcdefgVII, vorſtellen, ſo reißt ein Quadrat abcdVII, juſt von der Größe des gefundenen Summen-Quadrats opqrIV; faßt die Seite ik, des zu ſubtrahiren gegebenen Quadrats ilmkIII, und ſetzt dieſe Länge auf die Seiten ad und ab des dem Summen-Quadrats opqrIV, gleichen, neu aufgerichten Quadrats abcdVII, aus a nach b in g, und aus a gegen d in e, führt mit ad und ab, aus g und e die Parallelen gf und ef, ſo formiren ſolche ein Viereck agfeVII, welches gleich dem zum Abziehen gegebenen Quadrat ilmkIII; folglich iſt der Gnomon efgbcd gleichfalls das verlangte Reſiduum; und alſo auch mit dem parallelogrammo oz&r von gleichem Flächeninhalt.

Auch kann man das Viereck ilmkIII, in das gegebene große Quadrat abcdI, eintragen, und das Viereck a☉☽♁ in ſelbigen formiren, ſo bleibt zur Differenz der Gnomon bcd♁☽☉, vom Quadrat abcdI, und das ganze Quadrat efghII, zum Reſiduo übrig. Alſo iſt dieſer kleine Gnomon ☉☽♁dcb, mit dem Quadrat efghII, auch gleich dem Oblongo oz&rIV, auch gleich dem großen Gnomoni bcdefg.

Achtens, ganze und halbe Zirkel von einander zu ſubtrahiren.

Die

Die hundert und achtzehnte Aufgabe.

Vom Zirkel a d b c I, den Zirkel e f g h II, alſo zu ſubtrahiren, daß zum Reſiduo gleichfalls ein ganzer Zirkel q t r u, übrig bleibe.

Aufloͤſung.

Zieht erſtlich, ſowohl in dem Zirkel a d b c, von welchen ſubtrahiret werden ſoll, durchs Centrum i, als auch in dem Zirkel e f g h, der ſubtrahirt werden ſoll, durchs Centrum k, die beyden Durchmeſſer a i b und e k g; führt ſodann zwey gerade Linien l m und m n, in m winkelrecht zuſammen, faßt den Diameter e g des Zirkels e f g h II, ſetzt ſolchen auf den Perpendikel m n des rechten Winkels l m n aus n nach o; nehmt den Durchmeſſer a b, des Zirkels a d b c II, tragt ſelbigen aus o auf die Linie l m, als eine Hypothenuſe nach p, und zieht die Linie o p, ſo iſt m p auf m l die Länge des Diameters zum begehrten Zirkel; zieht alſo eine gerade Linie q r, gleich der Linie m p auf m l; halbirt q r in s, centrirt s, ſpannt den Zirkel bis q, und führt den Zirkelkreys q t r u, welcher das Reſiduum vom gegebenen Zirkel q t r u iſt.

Tab. XXXII. Fig. 108.

Die hundert und neunzehnte Aufgabe.

Die beyden Zirkel a b c d I und e h f g II, vom Zirkel i k l m III, durch Hülfe des halben Diameters alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum ein ganzer Zirkel f i g k ſey.

Auf-

Aufloſung.

Tab. XXXII. Fig. 109. Reißt wieder wie zuvor in alle drey gegebenen Zirkel abcd I, efgh II und iklm III, durch deren Centra n, o, p, die Durchmeßer anc, eof und ipl. Zieht eine gerade unbeſtimmte Linie qr, errichtet auf ſelbiger in q, den unbeſtimmten Perpendikel qs. Faßet den Halbmeßer na, des Zirkels abcd I, und ſetzt ſelbigen auf den Perpendikel qs des rechten Winkels rqs, aus q nach t, nehmt den Radium oe, des Zirkels ehfg II, und ſetzt ſelbigen auf die Linie qr, des rechten Winkels sqr aus q nach u. Zieht die Hypothenuſe tu, reißt eine gerade blinde Linie vw, faßt tu, vom rechten Winkel rqs, und ſetzt ſelbige auf vw, aus v nach x und aus x nach w, ſo iſt vw noch einmahl ſo groß als tu. Centrirt x, ſpannet den Zirkel bis v, und reißt den ganzen Zirkel vywz IV, welcher ſo groß iſt, als die beyden gegebenen Zirkel abcd I und ehfg II. Zieht die blinde gerade Linie ab, errichtet auf ſelbiger in b, einen unbeſtimmten Perpendikel bc, faßt den Diameter vw, des Summe-Zirkels vywz IV, und tragt ſelbigen auf den Perpendikel bc, des rechten Winkels abc, aus b nach d, nehmt die Länge des Diameters il, vom Zirkel iklm, und ſetzet ſelbigen aus dem Punkt d des Perpendikels bc, als eine Hypothenuſe auf ab, nach e. Zieht die blinde ſchräge Linie de, ſo iſt die Diſtanz be auf der Linie ab des rechten Winkels abc, die Länge des Diameters zum verlangten Reſiduo-Zirkel. Reißt anietzo eine blinde gerade

gerade Linie fg, gleich der Diſtanz be, auf ba. Halbirt fg in h. Centrirt h, öfnet den Zirkel bis f und ſchlagt den Zirkelkreys figk V, ſo iſt dieſer der Unterſchied, zwiſchen den Zirkeln abcd I, ehfg II und dem Zirkel iklm III.

Die hundert und zwanzigſte Aufgabe.

Drey Zirkel acbd I, ehfg II, ilkm III, vom Zirkel xbya V, alſo zu ſubtrahiren daß das Reſiduum wiederum einen Zirkel npoq VIII gebe.

Auflöſung.

Erſtlich addiret die drey gegebenen Zirkel wie bekannt, auf folgende Art. Zieht nehmlich zwey unbeſtimmte gerade Linien qr und rs in r winkelrecht zuſammen, faßt den Diameter ik des Zirkels ilkm, und ſetzt ſelbigen auf die Linie rq, des rechten Winkels qrs IV, aus r nach t, nehmt den Durchmeßer ef des Zirkels ehfg II, und tragt ſelbigen auf den Perpendikel rs aus r nach u zieht die gerade Linie ut, faßt dieſe Hypothenuſe ut, ſetzt ſelbige nochmahlen auf den Perpendikel rs aus r nach v, nehmt anietzo den Diameter ab vom Zirkel acbd, und ſetzt ſelbigen wiederum auf rq aus r nach w, und zieht die Hypothenuſe vw, ſo iſt der Durchmeßer zum Summe-Zirkel gefunden. Führt eine gerade Linie cd, gleich der gefundenen Linie vw theilet ſelbige in g in zwey gleiche Theile. Centrirt g, öfnet den Zirkel bis c, und ſchlagt mit der Di- Tab. XXXII. A. Fig. 1.

ſtanz

ſtanz g c oder g d den großen Zirkelkreys c e d f VI welcher an Flächeninhalt gleich iſt denen zu addiren gegebenen drey Zirkeln a c b d I, e h f g II und i l k m III.

Zieht nunmehro eine unbeſtimmte gerade Linie h i fället von ſelbiger aus h den blinden unbeſtimmten Perpendikel h k, faßt die Länge des Diameters x y vom Zirkel x b y a V, und tragt ſelbigen auf den Perpendikel h k des rechten Winkels i h k VII, aus h nach l, nehmt anietzo den Durchmeßer c d, vom gefundenen großen Summe-Zirkel c e d f VI, und ſetzt ſelbigen aus dem Punkt l des Perpendikels h k vom rechten Winkel h k i VII, ſchräge auf die Linie h i nach m als eine Hypothenuſe auf. Zieht dieſe Linie l m, ſo giebt die dadurch auf der Linie h i entſtandene Abtheilung h m, die Länge des Diameters n o, zum begehrten Reſiduo. Zieht alſo eine gerade Linie n o, gleich h m auf h i, halbirt ſelbige in r. Centrirt r, ſpannet den Zirkel bis n, und reißt mit dieſer Diſtanz den Zirkelkreys n q o p VIII, welcher der verlangte Ueberreſt, von Zirkel c e d f ſeyn wird.

Die hundert und ein und zwanzigſte Aufgabe.

Vom gegebenen Zirkel v x w y V, oder ſeinem gleichen b e c f VI, die beyden Zirkel a b c d I und f i h g II, alſo zu ſubtrahiren, daß zum Reſiduo entweder ein Kranz v x w y, a & ☉ D, oder eine Lunula c e b f i h k, in denen gegebenen Zirkeln ſtehen bleibe.

Auf-

Auflöſung.

Zieht eine gerade Linie l m, errichtet auf ſolcher in m den unbeſtimmten Perpendikel m n; faßt anietzo den Diameter a c des Zirkels a b c d I, tragt ſolchen auf die Linie m l des rechten Winkels l m n III, aus m nach o; nehmt auch die Länge des Diameters f h vom Zirkel f i h g II, und ſetzt ſolche auf den Perpendikel m n dieſes rechten Winkels l m n, aus m nach p, zieht die Hypothenuſe p o. Reißt anietzo eine gerade Linie q r, gleich dieſer Hypothenuſe o p, theilt ſolche in s in zwey gleiche Theile; centrirt s, öfnet den Zirkel bis q, führt den Summen-Zirkel q t r u IV, welcher mit den beyden gegebenen Zirkeln a b c d I und f i h g II, von gleicher Größe ſeyn wird. Zieht anietzo in dem gegebenen Zirkel v x w y V, durchs Centrum z den Diameter v w, faßt den Diameter s q des Summen-Zirkels q t r u IV; centrirt damit das Centrum z, vom Zirkel v x w y V, führt in ſolchen den Zirkel & ⊙ ☽ a, ſo iſt der zwiſchen beyden Zirkeln ſtehen gebliebene Kranz v & x ⊙ w ☽ y a das erſt begehrte Reſiduum. Reißt nunmehro einen neuen Zirkel f b e c VI, von der accuraten Diametral-Größe des Zirkels v x w y V; zieht in ſolchen durch deſſen Centrum d den Diameter b c, faßt ihn vom Zirkel q t r u IV, und tragt ſolchen auf den Diameter c b, des Zirkels c f b e VI, aus c nach h; halbirt c h in g, centrirt g, öfnet den Zirkel bis g, und führt in dem Zirkel c e b f, den Zirkel c k h i, welche einander in c berühren, und

Tab. XXXII. B. Fig. 2.

alſo

alſo zum Reſiduo die mondförmige Figur ckehbifVI, übrig laſſen.

Die hundert und zwey und zwanzigſte Aufgabe.

Den halben Zirkel abcI, vom halben Zirkel defII, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum wieder in einen halben Zirkel mpnIV, dargeſtellt werde.

Auflöſung.

Tab. XXXII. C. Fig. 3.

Zieht wieder, wie bekannt, zwey unbeſtimmgerade blinde Linien gh und gi in g winkelrecht zuſammen, faßt den Durchmeſſer ac des gegebenen halben Zirkels abc, ſetzt ſolchen auf die Linie gh, des rechten Winkels hgiIII, aus g nach k, nehmt die Länge des Diameters df, vom halben Zirkel defII, von welchen man ſubtrahiren ſoll, ſetzt ſolchen aus dem Punkt k der Linie hg, des rechten Winkels hgiIII, ſchräge, als eine Hypothenuſe gegen den Perpendikel gi, aus g nach l, und zieht die Hypothenuſe kl, ſo ergiebt ſich auf dem Perpendikel gi eine Linie gl, welche den Diameter zum übrig geblibenen halben Zirkel mpnIV beſtimmt. Zieht alſo eine gerade Linie mn gleich der Linie gl, auf den Perpendikel gi des rechten Winkels ighIII; halbirt ſolche in o, centrirt o, öfnet den Zirkel bis m, und reißt den halben Zirkel mpnIII, als das verlangte Reſiduum vom Halbzirkel defII.

Die

Die hundert und drey und zwanzigſte Aufgabe.

Die beyden Quadranten c a b I und e d f II, vom Viertelzirkel g h i III, alſo zu ſubtrahiren, daß man zum Reſiduo & z c b VII, gleichfalls einen Quadranten erhalte.

Auflöſung.

Zieht zwey gerade Linien k l und k m in k winkelrecht zuſammen, faßt den Radium a c des Viertelzirkel c a b I, ſetzt ſolchen auf den Perpendikel k m, des rechten Winkels l k m IV, aus k nach o, nehmt den Radium d e des Quadranten e d f II, und tragt ſolchen auf die Linie k l, des rechten Winkels m k l IV, aus k nach n, zieht die Hypothenuſe n o, zieht eine gerade Linie p q gleich der gefundenen Hypothenuſe n o; errichtet auf p q in q, den unbeſtimmten Perpendikel q r. Centrirt q, ſpannt den Zirkel bis p, und reißt aus p bis an den Perpendikel q r den Summen-Quadranten q p s t V, welcher ſo groß iſt als die beyden gegebenen Viertelzirkel c a b I und e d f II. Zieht anietzo eine unbeſtimmte gerade Linie u v, fällt von ſolcher aus v dem Perpendikel v w, nach Willkühr lang, faßt den Radium q p, des Quadranten q p s t V, tragt ſolchen auf die Linie v u des rechten Winkels u v w, aus v nach x; den Radium h g des Quadranten g h i III, ſetzt den einen Zirkelfuß in Punkt x der Linie v u, den Tab. XXXII. C. Fig. 4.

andern Zirkelfuß aber ſchräge als eine Hypothe-nuſe auf den Perpendikel v w des rechten Winkels u v w nach y; zieht die gerade Linie x y, welche gleich dem Radio h i des Quadranten g h i III, ſeyn muß, ſo entſteht dadurch auf den Perpendikel v w eine Linie v y, welche den Radium zum Reſiduo-Quadranten beſtimmt.

Zieht letztlich eine gerade Linie v y, des rechten Winkels u v w VI, errichtet auf z & in z den unbeſtimmten Perpendikel z a; centrirt z, ſpannt den Zirkel bis &, und führt den Zirkelbogen & b c, bis an den Perpendikel z a, ſo iſt der dadurch entſtandene Quadrant z & b c VII, das Reſiduum vom Viertelzirkel g h i III.

Die hundert und vier und zwanzigſte Aufgabe.

Dem Quadranten a d c b I, vom ganzen Zirkel g f h i II, alſo zu ſubtrahiren, daß ſich die Differenz in einen Viertelzirkel z b d c VI, darſtelle.

Aufloͤſung.

Tab. XXXII. D. Fig. 5. Zieht in den Quadranten a b c I, die Senne a c, halbirt a c in e, centrirt e ſpannt den Zirkel bis a, zieht den halben Zirkel a d c, welcher gleich iſt dem Viertelszirkel a b c, ſo giebt a g, den Durchmeſſer zu einem Zirkel, welcher ſo groß als der halbe Zirkel a d c oder als der Quadrant a b c ſeyn wird. Zieht demnach eine gerade Linie l m, von willkührlicher Länge; errichtet auf

ſolcher aus l den unbeſtimmten Perpendikel ln, faßt die Linie dc, als den Diameter des in einen Zirkel verwandelten Quadranten abcI, ſetzt ſolchen auf die Linie lm des rechten Winkels mlnIII, aus l nach o, nehmt die Länge des Diameters fi, vom Zirkel gfhiII, und ſetzt ſolchen aus dem auf lm entſtandenen Punkt o, ſchräge als eine Hypothenuſe auf den Perpendikel ln nach p, zieht die ſchiefe Linie op, ſo entſpringt dadurch auf den Perpendikel ln die Linie lp, deren Länge den Diameter zum begehrten Reſiduo giebt; reißt alſo die Linie qr, gleich der Linie lp des rechten Winkels mlnIII; halbirt qr in s, centrirt s, ſpant den Zirkel bis q oder r, und zieht den Zirkelkreys qtruIV, welcher der Unterſchied iſt, zwiſchen dem Quadranten abcI, und dem ganzen Zirkel gfhiII. Da aber das Reſiduum in einem Quadranten, und nicht in einem Zirkel vorgeſtellt werden ſoll, ſo ſetzt den gefundenen Zirkel qtruIV, nach ſeiner accuraten Diametral-Größe in den blinden Zirkel vxwz ab. Zieht durch deſſen Centrum y die blinde gerade Linie vw; theilt den untern halben Zirkelkreys wzv in z in zwey gleiche Theile, und zieht aus z durch w die blinde Chorde zw. Verlängert ſolche nach a, macht wa gleich wz, centrirt den Punkt w auf za, und zieht mit der Diſtanz wz den halben Zirkelkreys zbaV, welcher ſo groß iſt als der ganze Zirkel oxwz, oder ſein gleicher qtruIV; halbirt dieſen halben Zirkelkreys abzV in b, führt aus b

nach z die Chorde bz, fällt von z den Perpendikel zc, macht ſelbigen ſo lang wie die Senne bz. Centrirt z, öfnet den Zirkel bis b oder z, und ſchlagt den Viertelszirkelbogen bde, ſo iſt der dadurch entſtandene Quadrant zbdc VI, an Flächeninhalte gleich dem Semi Circulo zwab V, und allſo auch gleich dem Zirkel vxwz oder ſeinem gleichen qtru IV. Alſo iſt auch dieſer Quadrant czbd VI, das wahre geſuchte Reſiduum zwiſchen den ganzen Zirkel gfhi II, und dem gegebenen Quadranten adcb I.

Die hundert und fünf und zwanzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen halben Zirkel abcd I, vom gegebenen ganzen Zirkel efgh II, alſo zu ſubtrahiren, daß zum Reſiduo ein ganzer Zirkel psqt I, heraus komme.

Auflöſung.

Tab. XXXII. D. Fig. 6.

Zieht erſtlich in dem gegebenen Zirkel efgh II, durchs Centrum i den blinden Diameter eg, führt ſo dann eine unbeſtimmte blinde gerade Linie kl, und fället von ſelbiger den unbeſtimmten blinden Perpendikel km. Da nun die Figur welche abgezogen werden ſoll, ein halber Zirkel abcd I, die Fläche aber von welcher man ſelbigen ſubtrahiren ſoll ein ganzer Zirkel ehgf II iſt, und auch zum Reſiduo ein ganzer Zirkel übrig bleiben ſoll; ſo muß man den halben Zirkel abcd in einen ganzen Zirkel verwandeln,

oder

oder wenigſtens den Diameter dieſes Zirkels ſuchen: halbirt demnach den Bogen abc, des halben Zirkels abc in b, als auch deßen Diameter oder Baſin ac in d, führt den Perpendikel db, und deßen Chorde bc, ſo iſt der halbe Zirkel abcd I, zum ſubtrahiren eingerichtet, und die Senne bc, giebt den Diameter zu einem ganzen Zirkel, welcher wann er gezogen wird, juſt ſo groß iſt, als der gegebene halbe Zirkel abcd I, faßet alſo anietzo dieſe Chorde oder Diameter bc des halben Zirkels abcd I, und ſetzt ſelbige auf den Perpendikel km, des rechten Winkels lkm III, aus k nach n. Nehmt den Diameter eg des großen Zirkels ehgf II, von welchen dieſer halbe Zirkel abcd I, ſubtrahirt werden ſoll, und ſetzt den einen Zirkelfuß in den Punkt n der Linie kn, den andern aber ſchräge als eine Hypothenuſe auf die Linie kl nach o. Zieht die Hypothenuſe no, ſo ergiebt ſich auf der Linie kl eine Länge ko, welche den Diameter zum Reſiduo giebt. Zieht alſo eine gerade Linie pq, gleich der Linie ko des rechten Winkels mkl III, halbirt ſelbige in r, centrirt r, öfnet den Zirkel bis p oder q, und reißt den ganzen Zirkel psqt, welcher alſo die Differenz zwiſchen dem halben Zirkel abcd I, und dem ganzen Zirkel efgh II, und folglich das begehrte Reſiduum ptqs IV iſt, welches man geſuchet hat.

Die hundert und ſechs und zwanzigſte Aufgabe.

Vom gegebenen ganzen Zirkel a b c d I, die beyden Quadranten e f g II und h i k III, alſo zu ſubtrahiren, daß zum Reſiduo ein ganzer Zirkel i m k n VIII, ſtehen bleiben.

Auflöſung.

Tab. XXXII. E. Fig. 7. Führt erſtlich in den gegebenen ganzen Zirkel a b c d I, durch deßen Centrum l, den Diameter a c. Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie m n, errichtet auf ſelbiger in n, den unbeſtimmten Perpendikel n o, faßt den Radium e f, des Viertelzirkels f e g II, und ſetzt ſelbige aus n auf die Linie n m des rechten Winkels o n m, nach q, nehmt den Radium h i, des Quadranten h i k III, und tragt ihn auf den Perpendikel n o, des rechten Winkels n m o aus n nach p. Zieht die Hypothenuſe p q, errichtet auf ſelbiger aus q den Perpendikel q s, macht ihn ſo lang als die gefundene Hypothenuſe q p. Centrirt q, öfnet den Zirkel bis p, und zieht den Viertelszirkelbogen p r s, ſo iſt dieſer gefundene Quadrant q p r s IV, ſo groß als die beyden gegebenen Quadranten f e g II und h i k III, folglich ſind ſelbige addirt. Sucht nunmehro den Diameter, um dieſen Viertelszirkel s q p r IV, in einen ganzen Zirkel zu verwandeln, auf folgende Art: zieht eine gerade Linie t u, gleich dem gefundenen Radio q p, des Summe-Quadranten s q p r IV, fället von t u aus u, den Perpendikel u v, macht ihn gleich u t, cen-

centrirt u, und reißt aus t dem Viertelszirkelbogen t v, bis an den Perpendikel u v, ſo iſt der Quadrant t u v V gleich dem Summe-Quadranten s q p r IV, führt in dieſen Viertelszirkel t u v, die blinde Chorde t w v. Halbiret ſelbige in w, centrirt w, ſpannet den Zirkel bis t oder v, und zieht den blinden halben Zirkel t x v, welcher ſo groß iſt als der Quadrant t u v V, oder ſein gleicher s q p r IV, und folglich auch ſo groß als die beyden Quadranten f e g II und h i k III, zuſammen genommen. Führt anietzo aus dem rechten Winkel u dieſes Quadranten t u v, durch den Punkt w der Chorde t v, bis an den halben Zirkelbogen t x v, die blinde gerade Linie u x, ſo theilt ſelbige den blinden halben Zirkelbogen t x v in x in zwey gleich große Theile t x und x v. Zieht die blinde Chorde x v, dieſe giebt den Diameter zu einem Zirkel, welcher wenn er aufgerißen würde, mit dem halben Zirkel t w v x von gleichen Flächeninhalte wäre. Zieht anietzo eine blinde gerade Linie y z gleich der Chorde x v des halben Zirkels t w v x, halbirt ſelbige in a, centrirt a, und zieht mit a y, oder a z, den ganzen Zirkel y c z b VI, welcher ſo groß iſt als der halbe Zirkel t w v x, oder Quadrant t u v V, folglich auch, mit denen beyden gegebenen Quadranten f e g II und h i k II, gleichen Innhalt hat. Reißt nochmahlen eine unbeſtimmte gerade Linie d e, fällt von ſelbiger aus d den Perpendikel d f, faßt den Diameter y z des Zirkels y c z b VI, und tragt ſelbigen auf die

gerade Linie de, des rechten Winkels edf VII, aus d nach g, faßt anietzo den Diameter, ac des Zirkels abcd I, und ſetzt mit dieſer Zirkelweite den einen Zirkelfuß auf dem Punkt g, der Linie de des rechten Winkels edf VII, den andern aber ſchräge gegen den Perpendikel df als eine Hypothenuſe, nach h. Zieht die blinde gerade Linie gh, ſelbige beſtimmt auf dem Perpendikel df, eine Linie dh, welche den Diameter zum Reſiduo-Zirkel giebt. Zieht alſo eine blinde gerade Linie ik, gleich der auf dem Perpendikel df, des rechten Winkels fde VII, befindlichen Linie dh. Halbirt ſelbige in l, centrirt l, öfnet den Zirkel bis i oder k und ſchlagt den ganzen Zirkelkreys imkn VIII, welcher das begehrte Reſiduum zwiſchen den gegebenen Zirkel abcd I, und denen beyden Quadranten efg II und hik III iſt.

Die hundert und ſieben und zwanzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen Quadranten abc I, von einem halben Zirkel defg II, alſo zu ſubtrahiren daß man zum Reſiduo, entweder einem Quadranten, noqr IV, oder einen halben Zirkel sutv V, erhalte.

Aufloſung.

Tab. XXXII. E. Fig. 8. Theilet den halben Zirkelbogen def von welchen ſubtrahirt werden ſoll in e, in zwey gleiche Theile, und zieht aus dem Centro g, des halben

den Zirkels fed II, den Radium ge, und in dem Quadranten feg die Chorde ef, ſo giebt ſelbige den Radium zu einem Viertelszirkel, welcher juſt ſo groß iſt als der halbe Zirkel defg II. Zieht anietzo eine gerade Linie hi nach Willkühr, fället von ſelbiger aus h, den unbeſtimmten Perpendikel hk, faßt den Radium ab, des Viertelzirkels abc I, und ſetzt ſelbigen auf die Linie hi des rechten Winkels ihk III, nehmt die Länge der Chorde ef des gegebenen halben Zirkels fedg II, und ſetzt ſelbige aus dem Punkt l, dieſes rechten Winkels ihk III, ſchräge als eine Hypothenuſe gegen den Perpendikel hk nach m. Zieht die Hypothenuſe lm, ſo entſteht auf dem Perpendikel hk eine Länge hm, welche den Radium zum verlangten Reſiduo oder übrigen Quadranten giebt. Zieht alſo eine gerade Linie no, gleich der auf dem Perpendikel hk, des rechten Winkels khi III, entſtandenen Abtheilung hm, errichtet auf ſelbiger in o den unbeſtimmeen Perpendikel op. Centrirt o, ſpannet den Zirkel bis n, und ſchlagt den Zirkelbogen nrq, bis an den Perpendikel op, ſo iſt der Quadrant noqr IV, das begehrte Reſiduum vom Semi Circulo defg II. Soll aber dieſe Differenz in einem halben Zirkel vorgeſtellet werden, ſo zieht in dem gefundenen Quadranten noqr IV, die Chorde nq, und darneben eine gerade Linie st, gleich dieſer Chorde nq, halbirt die neue gerade Linie st in u, centrirt u, öfnet den Zirkel bis s oder t, und ſchlagt den halben Zirkelbogen

s v t, ſo iſt der, auf der geraden Linie s t, entſtandene halbe Zirkel s u t v V, gleich dem Quadranten n o q p IV, und folglich auch, der begehrte Unterſchied zwiſchen dem Quadranten a b c I, und dem halben Zirkel d e f g II.

Die hundert und acht und zwanzigſte Aufgabe.

Zwey halbe Zirkel a c b I, und d e f II, vom gegebenen ganzen Zirkel g h i k III, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum, in einem ganzen Zirkel y ⨀ z D VII, vorgeſtellet werde.

Auflöſung.

Tab. XXXII. F. Fig. 9. Führt erſtlich in dem gegebenen ganzen Zirkel g h i k III, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, durch den Mittelpunkt l, den Durchmeßer g i. Zieht anietzo zwey gerade Linien n m, und m o, in n winkelrecht zuſammen. Faßt den Diameter a b des halben Zirkels a c b I, und ſetzt ſelbigen aus n, auf die Linie n m, des rechten Winkels m n o IV, aus n nach p, nehmt den Diameter d f, des halben Zirkels d e f II, und ſetzt ſelbigen auf den Perpendikel n o, des rechten Winkels o n m IV, aus n nach q. Zieht q p, halbirt dieſe Hypothenuſe q p, in r, centrirt r, ſpannet den Zirkel bis q oder p, und ſchlagt den halben Zirkelbogen p s q, ſo iſt dieſe gefundene halbe Zirkelfläche q r p s V, gleich denen beyden halben Zirkeln a c b I und d e f II, zuſammen genommen. Halbirt dieſen halben Zirkelbogen

p s q

psq in s, und führt aus dem auf den Diameter pq befindlichen Centro r, den Radium qs, und zieht in dem dadurch entſtandenen Quadranten prs, die Chorde ps, ſelbige giebt den Diameter zu einem Zirkel, welcher, wenn er gezogen würde, mit dem halben Zirkel prqs V, von gleichen Flächeninhalte wäre. Zieht nunmehro eine gerade Linie tu, von unbeſtimmter Länge, fällt von ſolcher aus u, den unbeſtimmten Perpendikel uv. Nehmt die Länge der Chorde ps, des halben Zirkels qrpsV, ſetzt ſolche auf den Perpendikel uv, des rechten Winkels tuv VI, aus u nach w, faßt den Durchmeſſer gi, des gegebenen ganzen Zirkels ghikIII, und ſetzt ſolchen aus den auf dem Perpendikel uv gefundenen Punkt w ſchräge als eine Hypothenuſe gegen die Linie tu nach x, zieht die Hypothenuſe wx, ſo giebt die auf der Linie tu entſtandene Länge ux, den Diameter zum begehrten Reſiduo. Führt alſo eine gerade Linie yz, gleich der Linie xu, halbirt yz in &, centrirt &, ſpannt den Zirkel bis y oder z, reißt den ganzen Zirkelkreys y☉z☽VII, ſo iſt ſolcher das verlangte Reſiduum, vom Zirkel ghikIII.

Die hundert und neun und zwanzigſte Aufgabe.

Den gegebenen halben Zirkel acdb I und den Quadranten egf II, vom ganzen Zirkel hikl III, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum yz☽☉V, ein Quadrant werde.

Auf-

Aufloͤſung.

Tab. XXXII. F. Fig. 10. Theilt den Diameter a d des halben Zirkels a c d l, in c in zwey gleiche Theile, halbirt auch den halben Zirkelbogen a b d l in b, zieht aus dem Centro e bis in den Theilungspunkt b, den Radium c b und die Chorde b d, ſo giebt die Senne den Radium zu einem Quadranten, welcher ſo groß iſt als deſſelben halbe Zirkel a b d c l. Reißt anietzo in dem ganzen Zirkel h i k l III, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, durch deſſen Centrum r, den Diameter h k; theilt deſſen halbe Zirkelbogen h i k und h l k in i und l, in zwey gleiche Theile, führt den zweyten Diameter i l, ſo iſt dieſer ganze Zirkel h i k l, in vier gleich große Quadranten h r i, i r k, k r l und r l h eingetheilt. Zieht anietzo aus i nach k die Chorde i k, ſolche giebt den Radium zu einen halben Zirkel, welcher mit dem gegebenen ganzen Zirkel h i k l III, von gleichem Flaͤcheninhalt iſt. Zieht nunmehro auch aus l nach k die Senne l k, verlaͤngert ſolche gegen s, und macht k s ſo lang wie die Chorde l k, ſo giebt die Linie l s, den Diameter zu einen halben Zirkel, welcher mit dem gegebenen ganzen Zirkel h i k l, von gleichen Quadratinhalt iſt. Zieht anietzo aus i nach s mit dem Diameter h k die Parallele i s, ſo giebt dieſe gefundene gerade Linie i s, den Radium zu einem Quadranten, welcher mit dem ganzen Zirkel gleichfalls von gleichen Quadratinhalt iſt; und alſo ſind die gegebenen drey Figuren a b c d l,

efgII und hiklIII, zum ſubtrahiren unter einerley Benennung gebracht.

Zieht nunmehro eine gerade Linie mn, von willkührlicher Länge; errichtet auf ſolcher in m, den unbeſtimmten Perpendikel mo; faßt die Chorde bd, des halben Zirkels acdb, ſetzt ſolche auf die Linie mn, des rechten Winkels nmoIII, aus m nach p, faßt den Radium ef, des Quadranten fegII, und tragt ſolchen auf den Perpendikel mo des rechten Winkels omnIII, aus m nach q, zieht die Hypothenuſe qp, ſolche giebt den Radium zu einem Quadranten, welcher ſo groß iſt, als der halbe Zirkel abdcI, und als der Quadrant geflI, zuſammen genommen, folglich ſind dieſe beyden Figuren addirt. Führt anietzo eine unbeſtimmte gerade Linie tu, errichtet auf ſolcher in u, den unbeſtimmten Perpendikel uv, faßt die Hypothenuſe qp das rechtwinklichten Dreyecks pmqIII, und ſetzt ſolche auf den Perpendikel uv, des rechten Winkels tuvIV, aus u nach w, faßt die gerade Linie is, vom Zirkel hiklIII, ſetzt ſolche aus dem auf den Perpendikel uv befindlichen Punkt w, ſchräge als eine Hypothenuſe gegen die Linie ut nach x. Zieht die gerade Linie xw, ſo entſteht auf der Grundlinie tu, des rechten Winkels tuvIV, eine Länge xu, dieſe iſt der Unterſchied zwiſchen der Hypothenuſe qp, des rechtwinklichten Dreyecks qmpIII, und zwiſchen der geraden Linie is, des Zirkels hiklIII. Zieht alſo eine gerade Linie yz, gleich der gefundenen

Linie

Linie x u, errichtet auf y z in y, den Perpendikel y & nach Willkühr; centrirt y, öfnet den Zirkel bis z, und reißt das Bogenſtück z ⊙ ☽, ſo iſt dieſer Quadrant z y ⊙ ☽ V, das begehrte Reſiduum vom Zirkel h i k l III.

Die hundert und dreyßigſte Aufgabe.

Einen halben Zirkel a c b d I, von dem Quadranten e f g II, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum entweder ein Quadrant o n p IV, oder ein halber Zirkel r t s u V, ſey.

Aufloſung.

Tab. XXXII.G. Fig. 11. Theilt den Durchmeſſer a b, des gegebenen halben Zirkels a c b d I, in c in zwey gleiche Theile, halbirt deſſen Bogen a d b in d, errichtet aus c bis d den Perpendikel c d, und reißt aus d bis b die Chorde d b, ſo giebt ſolche den Radium zu einem Viertelzirkel, welcher mit dem halben Zirkel a c d b, von gleichen Flächeninhalte iſt. Zieht eine gerade Linie h i, von willkührlicher Länge, fällt von ſolcher aus h den unbeſtimmten Perpendikel h k, faßt die Chorde d b, des halben Zirkels a c d b, tragt ſolche auf die gerade Linie h i des rechten Winkels i h k II, aus h nach l; nehmt den Radium e f, des Quadranten e f g II, ſetzt mit dieſem Maaße den einen Zirkelfuß in dem auf der gerade Linie h i, des rechten Winkels i h k II befindlichen Punkt l, den

den andern aber ſchräge als eine Hypothenuſe auf den Perpendikel hk des rechten Winkels khill nach m, und zieht die Hypothenuſe lm, ſo giebt die auf dem Perpendikel hk entſtandene Diſtanz hm, den Radium zum Reſiduo-Quadranten. Zieht alſe eine gerade Linie no, gleich der auf den Perpendikel hk entſtandenen Diſtanz hm, fällt von no den Perpendikel np, gleich der Linie no; centrirt n, ſpannt den Zirkel bis o oder p, und ſchlagt den Viertel-Zirkelbogen op, ſo iſt der Quadrant onpIV, die geſuchte Differenz zwiſchen den halben Zirkel acdbI und dem Quadranten efgII. Will man aber dieſes Reſiduum in einen halben Zirkel darſtellen, ſo führt in den Quadranten onpIV, von p nach o die Chorde po, reißt eine gerade Linie rs, gleich der Chorde po, des Quadranten pno; halbirt ſolche in t, centrirt t, öfnet den Zirkel bis r oder s, oder zieht das Bogenſtück rus, ſo iſt der halbe Zirkel rtsuV, ſo groß als der Quadrant pno; folglich auch das Reſiduum vom großen Quadranten efgII.

Die hundert und ein und dreyßigſte Aufgabe.

Einen ganzen Zirkel abdcI, vom gegebenen Quadranten efgII, alſo zu ſubtrahiren, daß ſich das Reſiduum in einen Quadranten usvVI, darſtelle.

Aufflö-

Aufloͤſung.

Tab. XXXII. G. Fig. 12. Zieht erſtlich in dem ganzen Zirkel a b d c I, durchs Centrum h, den Diameter a d, halbirt den unterſten halben Zirkelbogen a c d in c, ziehet aus dem Centro h, den Radium h c, und von a nach c die Chorde c a, verlaͤngert c a nach i, und macht die Linie a i, ſo lang als die Chorde a c. Centrirt a, oͤfnet den Zirkel bis c und ſchlaget auf der geraden Linie i c, den halben Zirkelkreys i k c, ſo iſt der halbe Zirkel i k c a III, gleich dem ganzen Zirkel a b c d I. Halbirt anietzo dieſen halben Zirkelbogen i k c in k, zieht aus dem Centro a, nach k den Radium a k und aus k nach c die Chorde k c, faͤllet von k c aus c den Perpendikel c l, gleich der Chorde k c. Centrirt c ſpannet den Zirkel bis k, und zieht das Bogenſtuͤck k l, ſo iſt der Quadrant k c l IV, gleich dem Semi Circulo i a c k III, und folglich auch dem ganzen Zirkel a b d c I. Zieht alſo eine unbeſtimmte gerade Linie m n, faͤllet von ſelbiger aus n, den unbeſtimmten Perpendikel n o, faßt den Radium k c, vom Quadranten k c l IV, ſetzt ſelbigen auf die gerade Linie n m des rechten Winkels m n o V, aus n nach p. Nehmt den Radium e f des gegebenen großen Quadranten e f g II, ſetzt ihn aus dem auf der Linie m n des rechten Winkels m n o befindlichen Punkt p, ſchraͤge auf den Perpendikel n o, nach q, und zieht die Hypothenuſe p q, ſo bleibt auf den Perpendikel n o dieſes rechten Winkels o n m V, die Diſtanz n q, fuͤr den Radium zum Reſiduo-Quadranten ſtehen. Fuͤhrt

dem-

demnach zwey unbeſtimmte gerade Linien rs und st in s winkelrecht zuſammen, faßt die auf dem Perpendikel no, des rechten Winkels mno, befindliche Länge nq, tragt ſelbige auf die gerade Linie rs, des neuen rechten Winkels rst VI, aus s nach u; centrirt s, und zieht mit der Diſtanz su den Zirkelbogen uv, ſo iſt der gefundene Viertelszirkel usv, das wahre Reſiduum vom Quadranten cfg II.

Die hundert und zwey und dreißigſte Aufgabe.

Einen ganzen Zirkel adbc I, von einem halben Zirkel fghi II, alſo zu ſubtrahiren, daß ſich das Reſiduum entweder in einem ganzen Zirkel pqr& IV, oder in einem halben Zirkel twuv V, oder in einem Quadranten xyz VI, darſtelle.

Auflöſung.

Zieht erſtlich in den gegebenen Zirkel adbc I, durch deßen Centrum e den Durchmeßer ab. Theilet auch ſodann den Diameter fh, des halben Zirkels fghi II, in i in zwey gleiche Theile. Halbirt auch den halben Zirkelbogen fgh in g. Zieht aus dem Centro i nach dem gefundenen Punkt g, den Radium ig, und von g nach h, die Senne gh, ſo giebt ſelbige den Diameter zu einem Zirkel der an Flächeninhalte gleich iſt, dem gegebenen halben Zirkel fghi II. Zieht nunmehro zwey gerade Linien kl und km in k, Tab. XXXII. H. Fig. 13.

winkelrecht zuſammen, nehmt die Länge des Diameters a b, vom Zirkel a d b c I, und tragt ſelbige auf die gerade Linie k l, des rechten Winkels l k m III, aus k nach n, faßt die Chorde g h, des halben Zirkels f i h g II, und ſetzt ſelbige aus dem Punkt n der Linie k l des rechten Winkels m k l III, ſchräge auf deßen Perpendikel k m, aus n nach o, und zieht die Hypothenuſe n o; ſo giebt die auf dem Perpendikel k m, entſtandene Diſtanz k o, den Diameter zum Reſiduo-Zirkel.

Zieht demnach eine gerade Linie p q gleich der auf dem rechten Winkel l k m, und deßen Perpendikel k m, gefundenen Länge k o. Halbiret ſelbige in r, centrirt r, ſpannt den Zirkel bis p, und ſchlagt den Zirkelkreys p s q &, ſo iſt dieſer Zirkel das Reſiduum vom halben Zirkel f i h g II. Halbirt den oberen halben Zirkelbogen p s q, des ganzen Zirkels p s q & IV, in s. Zieht aus dem Centro r nach s den Radium r s, und aus s nach p die Senne p s. Zieht eine gerade Linie t u, faßt die Senne p s, des Zirkels p s q & IV, und ſetzt ſelbige auf die Linie t u aus t nach v, und aus v nach u, ſo iſt t u, doppelt ſo lang als die Chorde p s. Centrirt den Punkt v, auf der Linie t u, und reißt mit der Spannung von v t den halben Zirkel t w u V, welcher an Flächeninhalte gleich iſt dem Reſiduo-Zirkel p s q & IV. Halbirt dieſen halben Zirkelbogen t w u in w, und führt aus v nach w den Radium v w, wie auch aus w nach u, die Senne w u. Zieht letztlich eine gerade Linie x y, gleich der Chorde w u, des halben

Zir-

Zirkels t v u w V, errichtet auf x y in y, den rechten Winkel y z macht y z gleich der Linie x y oder ihrer gleichen w u. Centrirt y, ſpannt den Zirkel bis x, und zieht den Viertelszirkelbogen x z, ſo iſt dieſer Quadrant y z x VI, gleich dem halben Zirkel t w u v V, folglich auch ſo groß als das Reſiduum oder der Zirkel p s q & IV.

Die hundert und drey und dreyßigſte Aufgabe.

Einen gegebenen Zirkel a c d b I, von zwey andern Zirkeln f h g i II und l o m n III, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum wiederum einen Zirkel e g f h VII, darſtelle.

Auflöſung.

Reißt erſtlich durch die Centra e, k, p, der drey gegebenen Zirkel a c d b I, f h g i II und l o m n III, die Durchmeßer a d, f g, l m. Zieht eine gerade Linie q r von unbeſtimmter Länge, und fällt von ſelbiger aus r, einen willkührlich langen Perpendikel r s, ſetzt auf ſelbigen aus r nach u, die Länge des Diameters f g, vom Zirkel f h g i II. Faßt den Diameter l m des Zirkels l o m n III, und tragt ſelbigen auf die Linie r q, des Additionwinkels q r s IV, aus r nach t. Zieht von t nach u die Hypothenuſe t u, welche wir auch v w nennen wollen. Führt nunmehro eine gerade Linie v w, mit der Hypothenuſe t u von gleicher Länge. Halbirt v w in x, centrirt x, und reißt mit der Diſtanz x v oder x w den Zir-

Tab. XXXII.H. Fig. 14.

Zirkelkreys y v z w V, welcher an Flächeninhalte gleich iſt denen beyden gegebenen Zirkeln f g h i II und l o m n III. Zieht nochmahlen eine unbeſtimmte gerade Linie & a, und fället von ſelbiger aus & den Perpendikel & b, tragt auf die Linie & a, dieſes Subtractionwinkels a & b IV, aus & nach c die Länge des Diameters a d vom Zirkel a c d b I, faßt den Diameter v w vom Summe-Zirkel y v z w, ſetzt mit dieſer Spannung den einen Zirkelfuß in Punkt c, der Linie & a des Subtractionwinkels a & b VI, die andere Zirkelſpitze aber ſchräge auf den Perpendikel & b, nach d, zieht die Hypothenuſe c d, ſo entſteht auf dem Perpendikel & b, eine Länge e d, welche den Diameter zum Reſiduo giebt. Zieht alſo eine gerade Linie e f, gleich der Länge & b, vom Subtractionswinkel b & a VI, halbirt ſelbige in i, centrirt i, und zieht mit der Spannung von i e, oder i f, den Zirkel e h f g VII, welcher das Reſiduum vom Zirkel y v z w V iſt.

Die hundert und vier und dreyßigſte Aufgabe.

Den Quadranten a b c d I, den halben Zirkel e f g II, und den ganzen Zirkel h i k l III, von denen beyden ganzen Zirkeln m n o p IV und q r s t V, alſo abzuziehen, daß zum Reſiduo ein halber Zirkel v x w y XI, heraus komme.

Aufloſung.

Tab. XXXII. I. Zieht erſtlich im Quadranten a b c d I, die Chorde a c, dieſe giebt den Diameter zu einem hal-

halben Zirkel, welcher, wenn er aufgeriſſen wird, dem Viertelszirkel a b c d, an Flächeninhalte gleich ſeyn wird. Reißt auch durchs Centrum u des Zirkels h i k l III, den Diameter h k, halbirt ſo wohl den obern halben Zirkelbogen h l k in l, als auch den unterſten halben Zirkel h i k in i, und zieht aus l nach i den zweyten Diameter l i, ſo wird ſelbiger den Durchmeßer h k in u winkelrecht durchſchneiden, zieht aus h durch i die unbeſtimmte lange Chorde h i v, macht i v, gleich h i. Reißt anietzo auch durch die Centra w und y, der beyden Zirkel m n o p IV und q r s t V, die Durchmeßer m w o und t y r, durchſchneidet ſelbige in ihren Mittelpunkten w und y winkelrecht durch die Diameter n p und s q, führt in den Zirkel m n o p IV, aus p durch o, die unbeſtimmte gerade Linie p o x, macht o x gleich der Chorde o p, reißt auch in den Zirkel q r s t V, aus s durch t die unbeſtimmte gerade Linie s t z, macht t z ſo lang als die Chorde t s, und alſo ſind alle fünf gegebene Figuren ſo wohl zum addiren als ſubtrahiren eingerichtet. Denn die doppelten Chorden h i v, p o x und s t z, geben die Durchmeßer zu halben Zirkeln welche wenn ſie aufgerißen würden, accurat ſo groß ſeyn würden als ihre reſpectiven Zirkel h i k l III, m n o p IV und q r s t V. Tab. XXXII. K. Fig. 15.

Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie & O, fället von ſelbiger aus & den Perpendikel & D, gleichfalls von willkührlicher Länge. Faßt die Chorde a c des Quadranten a b c d, ſetzt ſelbige

auf die Linie &⊙ des Additionwinkels ⊙&D, aus & nach a, faßt den Diameter e g, des halben Zirkels e f g II, und tragt ſelbigen auf den Perpendikel & D dieſes Additionwinkels D&⊙VI, aus & nach b, und zieht die Hypothenuſe a b, ſelbige giebt den Durchmeßer zu einem halben Zirkel welcher wenn er auf gerißen werden ſollte, ſo groß ſeyn würde als der Quadrant a b c d I, und der halbe Zirkel e f g II, faßet anietzo die Länge dieſer gefundenen Hypothenuſe a b, und ſetzt ſelbige nochmahlen auf den Perpendikel &D, des rechten Winkels D&⊙; aus & nach c, nehmt die ganze Linie h v, des Zirkels h i k l III, ſetzt ſie auf die gerade Linie &⊙ des Additionwinkels ⊙&D, aus & nach d, und zieht aus d nach c die zweyte Hypothenuſe d c. Zieht eine gerade Linie e g gleich dieſer Hypothenuſe c d, halbirt ſelbige in h, centrirt h, ſpannet den Zirkel bis e oder g, und ſchlagt den halben Zirkelbogen e f g, ſo iſt dieſer halbe Zirkel e f g h VII, ſo groß als der Quadrant a b c d I, der halbe Zirkel e f g II und der ganze Zirkel h i k l III, folglich ſind dieſe drey gegebenen Figuren addirt.

Tab. XXXII. K. Fig. 15. Zieht eine gerade Linie i k, von willkührlicher Länge, fällt von ſelbiger aus i den unbeſtimmten Perpendikel i l, faßt die Linie p o x, des Zirkels m n o p, und tragt ſelbige auf den Perpendikel i l, des Additionwinkels l i k VIII, aus i nach n. Nehmt die Länge der Linie z s, und ſetzt ſie auf die Linie i k, dieſes rechten Winkels k i l VIII, aus i nach m. Zieht von m nach n, die Hypothe-

thenuſe m n, ſo giebt ſelbige den Diameter zu einem halben Zirkel, welcher wenn er gezogen wird, juſt ſo groß iſt, als die beyden Zirkel m n o p IV und q r s t V, zuſammen genommen. Halbirt dieſe gefundene Hypothenuſe m n in o. Centrirt o, öfnet den Zirkel bis m oder n, und reißt den halben Zirkelkreys m p n IX, welcher an Flächeninhalte gleich iſt denen beyden Zirkeln m n o p IV und q r s t V, von welchen die Sub. Tab. XXXII. I. gegebenen Figuren a b c d I, e f g II und h i k l III, abgezogen werden ſollen.

Setzt nochmahlen zwey unbeſtimmte gerade Linien q r, und s r in r winkelrecht auf einander, faßt die Hypothenuſe c d des rechten Winkels D&O, VI. Sub. Tab. XXXII. I. und ſetzt ſelbige auf den Perpendikel r s, des Subtractionwinkels q r t X, aus r nach t. Nehmt den Diameter n o m, des halben Summe-Zirkels n o m p IX, und ſetzt ſelbigen aus dem Punkt t, des rechten Winkels s r q X, ſchräge als eine Hypothenuſe auf die Linie r q, dieſes Subtractionwinkels q r s, nach u, und zieht die Hypothenuſe n m, ſo entſteht auf der Linie q r, die Länge r u, welche den Diameter zum Reſiduo giebt.

Zieht alſo eine gerade Linie v w, gleich dieſer Linie u r, halbirt ſelbige in x; centrirt x, öfnet den Zirk l bis v oder w, und ſchlagt den halben Zirkel v y w XI, ſo iſt ſelbiger das Reſiduum von denen beyden Zirkeln m n o p IV und q r s t V, oder auch der Unterſchied, zwiſchen der Hypo-

thenuſe c d, des rechtwinklichten Triangels c e d VI, und zwiſchen der Hypothenuſe n m, des Trianguli rectanguli n i m VIII. Denn die ganzen und halben Zirkel verhalten ſich gegen einander wie ihre Diameter, oder auch wie ihre Halbmeßer. Siehe den hundert und drey und vierzigſten Lehrſatz meines zweyten Bandes p. 255.

Die hundert und fünf und dreyßigſte Aufgabe.

Vom halben Zirkel a b c d I, den ganzen Zirkel e f g h II, alſo zu ſubtrahiren, daß weder ein Quadrant, noch ein halber oder ganzer Zirkel zum Reſiduo heraus komme.

Aufloͤſung.

Tab. XXXIII. Fig. 110. Zieht in dem gegebenen Zirkel e f g h II, welcher ſubtrahirt werden ſoll, durch deßen Centrum m den Diameter h f. Halbirt ſo wohl den oberſten halben Zirkel h e f in e, als auch den unterſten h g f in g, und reißt den zweyten Diameter e g, welcher den erſtern im Centro m, winkelrecht durchſchneiden wird. Zieht in dem Quadranten h m e die Chorde h e, verlängert ſelbige nach i, macht e i gleich der Chorde h e, centrirt e, oͤfnet den Zirkel bis h oder i, und zieht den halben Zirkelbogen h f i; ſo iſt der ganze Zirkel e f g h II, in den halben Zirkel h f i, welcher mit ſelbigen von gleichen Quadratinhalte iſt, verwandelt.

Faßt

Faßt anietzo die Linie oder vielmehr den Diameter hei, des halben Zirkels hfi, ſetzt ſelbigen auf den Diameter ac des halben Zirkels abcl, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, aus a nach l, halbirt al in m, und reißt aus dieſem neuen Centro m mit der Spannung ma, oder ml, den halben Zirkel akl, ſo iſt die halbe Lunula aklcb, das Reſiduum vom halben Zirkel adcbl.

Neuntens. Von der Subtraction der ungleichſeitigen geradlinichten Vielecken.

A. Gegebene gewiſſe Theile von geradlinichten Vielecken abzuſchneiden.

Die hundert und ſechs und dreyßigſte Aufgabe.

Vom irregulären geradlinichten ſechseckigten Vielecke abcdf, den dritten Theil zu ſubtrahiren, und zwar ſo, daß die Scheidungslinie mx, aus dem beſtimmten Punkt m ausgehe.

Aufloͤſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie af, des gegebenen ungleichſeitigen Sechsecks abcdef, zu beyden Seiten durch blinde gerade Linien nach g und i. Zieht in die gegebene Figur die blinde Diagonale ac und mit ihr aus b auf ag die Parallele bg, und die gerade Linie cg, ſo iſt das Tab. XXXIII. Fig. 111.

irregulåre ſechseck in das ungleichſeitige Fůnfeck g c d e f verwandelt.

Reißt nunmehro in dieſes Fůnfeck aus d nach f die blinde Diagonale d f, und mit ihr aus e, auf die verlångerte Grundlinie f i die Parallele e h, und die Verwandlungslinie d h, ſo iſt aus dem ungleichſeitigen Fůnfeck g c d e f ein Trapezoides g c d h geworden.

Fůhrt in dieſem ungleichſeitigen Viereck aus c nach h die blinde Diagonale c h, und mit ihr aus d die blinde Parallele d i, und aus c nach i die Verwandlungslinie c i, ſo iſt der Trapezoides g c d h in das Triangulum ſcalenum g c i verwandelt.

Theilt nunmehro die Baſin g i des erhaltenen Trigoni g c i in l und k, in drey gleiche Theile. Zieht aus k nach den beſtimmten Scheidungspunkt m die blinde gerade Linie m b, und mit ihr aus c, als dem Vertice des Trigoni g c i die Parallele c x, und letztlich aus m nach x, die Scheidungslinie m x, ſo iſt die abgeſchnittene fůnfeckigte ungleichſeitige Figur x m d e f, gleich einem Drittheil des gegebenen irregulåren Sechsecks a b c d e f.

Die hundert und ſieben und dreyßigſte Aufgabe.

Von einem gegebenen ungleichſeitigen Fůnfecke a b c d e, zwey Fůnftheile alſo abzuſchneiden, daß die Scheidungslinie m l, aus dem dritten

Punkte

Punkte m, der in Fünftheile eingetheilten Grundlinie a e des irregulären Vielecks a b c d e entſpringe.

Auflöſung.

Führt erſtlich mit der Grundlinie a e des gegebenen ungleichſeitigen Fünfecks a b c d e, durch den oberſten Winkel c die blinde lange Parallele f g. Zieht ſo dann in der Figur a b c d e die blinde Diagonale a c, und mit ihr aus b, auf die Parallele f g die Parallele b h, und aus a nach h die Verwandlungslinie a h, ſo iſt aus dem Fünfecke a b c d e, ein anderes Fünfeck a h c d e geworden. Zieht nochmahlen in dieſe neue Figur a h c d e aus c nach e die Diagonale c e, und mit ihr aus d auf f g die Parallele d i, und die blinde Linie e i, ſo iſt aus dem Fünfeck a h c d e, ein Trapezium a h i e geworden. Tab. XXXIII. Fig. 112.

Theilt anietzo die mit der Grundlinie a e parallel laufende gefundene Linie h i in fünf gleiche Theile. Zieht aus k als dem dritten Theilungspunkte mit c e oder i d die Parallele k l auf c d, und zieht aus dieſen gefundenen Punkte l nach dem auf a e gegebenen Punkt m, die Scheidungslinie l m, ſo iſt das abgeſchnittene Trapezoides m l d e gleich zwey Fünftheilen der gegebenen ungleichſeitigen geradlinichten Figur a b c d e, und folglich das ungleichſeitige Fünfeck a b c l m gleich drey Fünftheilen des irregulären gegebenen Fünfecks a b c d e.

B.

B. Gegebene geradlinichte Flächen von ungleichſeitigen Vielecken abzuziehen.

a. Triangula von ungleichſeitigen geradlinichten Figuren zu ſubtrahiren.

Die hundert und acht und dreyßigſte Aufgabe.

Vom ungleichſeitigen geradlinichten Sechseck abcdefl, das hohe Trilaterum ghi zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Tab. XXXIII. Fig. 113. Verlängert erſtlich die Grundlinie af der gegebenen irregulären Figur abcdef durch eine blinde gerade Linie bis an die Baſin gh, des Dreyecks gih, alſo daß ſelbige auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie ah aufſtehen. Zieht nunmehro in der gegebene Figur abcdef aus d nach f die Diagonale fd, und mit ſelbiger aus e auf die Zwiſchenbaſin fg die Parallele ek, und die Verwandlungslinie dk, ſo iſt aus den hexogono abcdef ein pentagonum irregulare abcdk geworden. Führt anietzo mit der Grundlinie ah aus dem Punkt d, der fünfeckigten gefundenen Figur abcdk die Parallele dl, bis an die Seite hi des Triangels ghi. Zieht aus dem Berührungspunkte l auf die Grundlinie gh nach g die blinde gerade Linie lg und mit ihr aus dem Scheitelpunkte i, auf die Zwiſchenbaſin fg die Parallele im, und die Verwandlungslinie lm,

lm, ſo iſt das hohe Trilaterum ghi in das niedrige Dreyeck mhl verkehrt. Faßt nunmehro die blinde Grundlinie mh, dieſes gefundenen Trigoni mlh, und ſetzt ſelbige auf die Baſin ak des gefundenen ungleichſeitigen Fünfecks abcdk aus k nach n, und zieht aus d nach n, die Scheidungslinie dn, ſo iſt der Trapezoides ndef gleich dem Trigono mlh, oder ſeinen gleichen gih, und folglich die fünfeckigte ungleichſeige Figur abcdn, das begehrte Reſiduum.

Die hundert und neun und dreyßigſte Aufgabe.

Vom ungleichſeitigen geradlinichten Sechseck abcdefl, das niedrige Dreyeck ghi II, zu ſubtrahiren.

Aufloͤſung.

Faͤllet erſtlich aus dem Punkte d, des gegebenen Sechsecks abcdef auf deſſen Grundlinie af, den Perpendikel dl. Faͤllt auch aus dem Scheitelpunkte h des zu ſubtrahiren gegebenen Trigoni ghi auf deſſen Baſin gi den Perpendikel hm, verlaͤngert ſelbigen aus h nach n, und macht den Perpendikel mn ſo hoch als ld, der ungleichſeitigen ſechseckigten Figur abcdef. Zieht aus dem Punkt n des erhoͤhten Perpendikels mn, auf die Grundlinie gi des Triangels ghi, die blinden geraden Linien ng und ni, und mit ihnen aus dem Vertice h, die Parallelen ho und hp. Zieht die Linien no und np, ſo Tab. XXXIV. Fig. 14.

ſo iſt das niedrige Trilaterum g h i, in das dem Perpendikel l d, gleich hohe Dreyeck o n p verwandelt. Verlängert die Baſin a f des ungleichſeitigen Vielecks a b c d e f, nach k, reißt aus d nach f die Diagonale d f, und mit ihr aus e die Parallele e k, und aus d nach k die Verwandlungslinie d k, ſo iſt das irreguläre Sechseck a b c d e f in das ungleichſeitige Fünfeck a b c d k verkehrt. Faßt die Grundlinie o p des erhöheten Dreyecks o n p, und ſetzt ſelbige auf die neue Grundlinie a k der fünfeckigten Figur a b c d k aus k nach q, und zieht die Subtractionslinie d q, ſo iſt der abgeſchnittene Trapezoides q d e f, gleich dem Trilatero o m p oder ſeinem gleichen g h i II, und folglich die irreguläre fünfeckigte Figur a b c d q, das geſuchte Reſiduum, vom gegebenen ungleichſeitigen geradlinichten Sechseck a b c d e f I.

b. Viereckigte Flächen von ungleichſeitigen geradlinichten Vielecken zu ſubtrahiren.

Die hundert und vierzigſte Aufgabe.

Von der fünfeckigten geradlinichten Fläche a b c d e I, das parallelogrammum rectangulum f g h i II, zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Tab. XXXIV. Fig. 115.] Verlängert die Grundlinie a e der irregulären Figur a b c d e, aus a nach k, zieht in ſelbige

ge aus a nach c die Diagonale ac, welche allhier von ohngefähr auf der Grundlinie ae aufſteht, und reißt mit dieſer Linie ac auf die verlängerte Baſin ak aus b, die Parallele bk, und aus c nach k, die Verwandlungslinie ck, ſo iſt aus dem Fünfeck abcde ein Trapezoides kcde geworden. Verlängert auch die Seite ih des Rechtecks fghi II, nach l, macht il gleich dem Perpendikel ca, der vieleckigten Figur abcde, führt aus dem oberſten Punkte l der ſenkrechten Linie il auf die Grundlinie fi des Rechtecks fghi nach f die blinde ſchräge gerade Linie lf, und mit ihr aus h die Parallele hm. Zieht aus l nach m, die gerade Linie lm, ſo iſt das hierdurch entſtandene Trilaterum rectangulum mil, gleich dem halben Oblongo fghi II. Nehmt die Grundlinie mi dieſes Dreyecks mil, und ſetzt ſelbige auf die Grundlinie ke, des Trapezoides kcde, zweymahl, aus k nach x und aus x nach n, und zieht von n nach c die Scheidungslinie nc, ſo iſt der Trapezoides abcn gleich dem parallelogrammo rectangulo fghi, und folglich der Trapezoides ncde das geſuchte Reſiduum vom pentagono irregulari abcde.

Die hundert und ein und vierzigſte Aufgabe.

Vom irregulären geradlinichten Sechseck abcdef I, das Quadratum perfectum ghik II, zu ſubtrahiren.

Auf-

Auflöſung.

Tab. XXXIV. Fig. 116. Verlängert erſtlich die Baſin af vom Hexagono irregulari abcdefl, nach l, zieht aus d nach f die Diagonale fd, und mit ihr aus e die Parallele el, und die Verwandlungslinie dl, ſo iſt aus dem Hexagono abcdef ein pentagonum abcdl geworden. Weil das Quadratum perfectum ghik II, mit dem hexagono irregulari abcdefl, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie ah, aufſteht, ſo verlängert den Perpendikel gk, des Vierecks gkih willkührlich nach m, und zieht mit der gemeinſchaftlichen Baſi ah aus den Punkt d, der vieleckigten irregulären Figur nach den verlängerten Perpendikel gm, die Parallele dm. Führt vom Punkte m nach h, die blinde ſchräge gerade Linie mh, und mit ihr aus k die Parallele kn und von m nach n die Verwandlungslinie mn, ſo iſt das Triangulum rectangulum ngm gleich dem halben Quadrat ghik. Faßt nunmehro die Grundlinie gn, dieſes rechtwinklichten Dreyecks ngm, und ſetzt ſelbige aus dem Punkte l, der Grundlinie la des Fünfecks abcdl, gegen a, nach o, und aus o nach p. Zieht von p nach d, die Subtractionslinie pd, ſo iſt der Trapezoides pdef, gleich dem Quadrat ghik, und folglich das ungleichſeitige Fünfeck pabcd das gefundene Reſiduum vom irregulären geradlinichten Sechseck abcdefl.

c. Irregulåre Vielecke von ungleichſeitigen geradlinichten Multangulis zu ſubtrahiren.

Die hundert und zwey und vierzigſte Aufgabe.

Das ungleichſeitige geradlinichte Fünfeck kgihl ll, von der ungleichſeitigen ſechseckig-ten Figur abcdef, mit eingehenden Winkel d, zu ſubtrahiren.

Aufloͤſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie kl, des kleinen Fünfecks gihlk zu beyden Seiten nach n und o. Zieht in dieſe zu ſubtrahirende Figur aus dem obern Winkel i, auf deſſen Baſin kl die Diagonalen kl und il, und mit ſelbigen aus g und h, die Parallelen gn und ho. Reißt die Verwandlungslinien in und io, ſo iſt das kleine zu ſubtrahiren aufgegebene ungleichſeitige gerad-linichte Fünfeck kgihl, in das Triangulum nio, verkehrt. Tab. XXXIV. Fig. 117.

Verlängert die Grundlinie af der irregulå-ren ſechseckigten Figur auf der Seite von a, (weil das Fünfeck gihlk auf dieſer Seite abgeſchnit-ten werden ſoll) von a nach m, zieht aus a nach c, die Diagonale ac, und mit ihr aus b, die Parallele bm, und die gerade Linie cm, ſo iſt die Figur abcdef auf dieſer Seite zur Sub-traction eingerichtet.

Da nun beyde Figuren, ſo wohl der Subtrahens abcdef, als auch der Subtrahendus nio, oder ſein gleicher kgihl, auf einer gemeinſchaftlichen Grundlinie mo aufſtehen, das aus dem Fünfeck kgihl entſtandene Dreyeck nio aber viel niedriger iſt als die Linie ac des Sechsecks abcdef (welches zufälliger Weiſe auf af aufſteht) ſo führt mit dieſer allgemeinen Grundlinie mo, aus c bis über den Verticem i des Trigoni nio, die Parallele cp. Zieht aus p nach n die blinde gerade Linie pn, und mit ihr aus i die punktirte Parallele iq, und aus p nach q die erſte Verwandlungslinie pq. Zieht auch auf der andern Seite aus p nach o, die blinde gerade Linie po, und mit ſelbiger aus i die punktirte Parallele ir, und aus p nach r, die zweyte Verwandlungslinie pr, ſo iſt der niedrige Triangel nio, in das der Linie ac des Sechsecks abcdef gleich hohe Trilaterum pqr verkehrt.

Faßt alſo die neue Baſin qr, des gefundenen hohen Dreyecks qpr, und ſetzt ſelbige auf die Grundlinie mf der in ein Fünfeck mcdf verwandelten Figur aus m nach s und zieht aus c gegen s die Scheidungslinie cs, ſo iſt das Trapezium abcs gleich den Triangulo qpr, oder ſeinem gleichen nio, und alſo auch gleich dem pentagono irregulari kgihl; folglich iſt das ungleichſeitige Fünfeck scdef das geſuchte Reſiduum, von dem gegebenen irregulären Sechseck abcdef I.

Die

Die hundert und drey und vierzigſte Aufgabe.

Von der gegebenen ſechseckigten Figur a b c d e f, aus dem Punkte g einen Theil g f e d r zu ſubtrahiren, welcher ſich zur ungleichſeitigen ſechseckigten Fläche a b c d e f verhalte wie der Theil y z der Linie x z, zur ganzen Linie x z.

Auflöſung.

Zieht in die gegebene Figur aus d nach f die Diagonale f d, verlängert die Grundlinie a f nach k. Zieht mit d f aus e auf f k die Parallele e h, und die erſte Verwandlungslinie d h. Zieht aus c nach h die Diagonale c h, und mit ſelbiger aus d auf a k die Parallele d i, und die zweyte Verwandlungslinie c i. Führt nunmehro aus b nach i die Diagonale b i, und mit ihr aus c auf a x die Parallele c k und die dritte Verwandlungslinie b k. Reißt alsdenn aus k unter a k eine willkührliche ſchräge gerade Linie k l, jedoch alſo, daß der von denen beyden geraden Linien a k und k l entſtandene Winkel s nicht allzuſpitzig werde. Setzet nunmehro die gegebene Proportionslinie x z auf die gezogene ſchräge Linie k l aus k nach n, ſetzt den auf der Linie x z befindlichen Theil z y nochmahlen auf k l aus k nach m, führt aus a nach n die blinde gerade Linie a n und mit ſelbiger aus m auf a k die punktirte Parallele m o. Verlängert anietzo die Seite b c der irregulären Figur a b c d e f, willkührlich durch eine blinde gerade Linie aus c nach p. Tab. XXXV. Fig. 118.

Zieht aus dem Punkt b der Figur a b c d e f gegen den gegebenen Abſchnittspunkt g die ſchräge gerade Linie b g und mit ihr aus dem auf a k gefundenen Punkt o die Parallele o q, bis an die punktirte Linie c p. Reißt nunmehro auch aus c nach dieſem Abſchnittspunkte g, die punktirte gerade Linie c g, und mit ihr aus q auf c d die Parallele q r, und letztlich aus r nach g die Subtractionslinie r g, ſo verhält ſich die abgeſchnittene fünfeckigte irreguläre Figur g r d e f, zur gegebenen ſechseckigten ungleichſeitigen Figur a b c d e f wie der Theil k m zur ganzen Linie k u, oder wie der Theil der gegebenen Linie x z, als y z, zur ganzen Linie x z; folglich iſt das irreguläre Fünfeck a b c r g das geſuchte Reſiduum, von dem gegebenen ungleichſeitigen geradlinichten Sechseck a b c d e f.

Die hundert und vier und vierzigſte Aufgabe.

Von der gegebenen ungleichſeitigen geradlinichten Figur a b c d e, einen Theil n m d e zu ſubtrahiren, welcher ſich zur ganzen Figur verhalte wie der Theil n e der Grundlinie a e, zur ganzen Baſi a e.

Aufloſung.

Tab. XXXV. Fig. 119. Reißt erſtlich mit der Fundamentallinie a c, des irregulären Fünfecks a b c d e durch dem Punkt c, die unbeſtimmte blinde Parallele f g. Zieht aus den Punkten a und e der Grundlinie

nie ae des ungleichſeitigen geradlinichten Fünf-ecks abcde nach c, die blinden Diagonalen ac und ec, und mit ſelbigen aus b und d die punktirten Parallelen bi und dh, bis an die mit ae parallel gezogene gerade Linie fg. Führt aus i durch a und aus h durch e zwey lange unbeſtimmte gerade blinde Linien iaz und hey bis ſich ſelbige in k ſchneiden; zieht aus dieſem durch die Linien iz und hy entſtandene Durchſchnittspunkt k durch dem auf der Baſi ae gegebenen Abtheilungspunkt n die punktirte Linie knl gleichfalls bis auf die Parallele fg, reißt aus l, mit der Diagonale ce die Parallele lm, bis auf die Seite cd, der ungleichſeitigen Figur abcde. Zieht letztlich aus m nach dem Abtheilungspunkten auf ae die ſcharfe Subtractionslinie mn; ſo verhält ſich das abgeſchnittene Trapezium nmde zum fünfeckigten Reſiduo abcmn wie der Theil ne der Baſis ae zu an.

Vierter Abſchnitt.

Von der figürlichen geometriſchen Diviſion.

Das iſt:

Allerley geometriſche geradlinichte Figuren ohne Rechnung in begehrte gleiche Theile zu theilen.

Erſtens. Von der Diviſion der Dreyecke.

Die hundert und fünf und vierzigſte Aufgabe.

Das gegebene rechtwinklichte Dreyeck b a c alſo in zwey gleiche Theile zu theilen, daß die Diviſionslinie a d, aus dem Winkel a ausgehe.

Aufflöung.

Tab XXXVI. Fig. 120. Halbirt die Hypothenuſe b c des gegebenen rechtwinklichten Dreyecks b a c in d; zieht aus dieſem Theilungspunkte d, nach a die ſcharfe Linie d a, ſo iſt der Trangel a c d gleich dem Trigono a d b, und alſo das gegebene Trilaterum b a c nach Begehren in zwey gleiche Theile getheilet, oder mit Zwey dividirt.

Die hundert und ſechs und vierzigſte Aufgabe.

Den gegebenen ungleichſeitigen ſpitzwinklichten Triangel a c b, mit Zwey alſo zu dividiren daß

daß die Theilungslinie df aus dem bey d befindlichen obſtaculo entſpringe.

Aufloͤſung.

Theilt erſtlich die Seite cb, des Triangels acb in e, in zwey gleiche Theile, zieht aus e nach a die punktirte gerade Linie ea. Zieht auch aus a nach dem Theilungspunkte d, die blinde gerade Linie ad, und mit ihr aus dem geſuchten Punkt e die Parallele ef. Fuͤhrt aus f nach d die ſcharfe Theilungslinie fd, ſo iſt der Trapezoides afdb, gleich dem Trilatero fcd, und folglich das Triangulum acb, in zwey gleiche Theile getheilt. Tab. XXXVI. Fig. 121.

Anmerkung.

Dieſe Aufgabe dient beſonders, wenn zum Exempel zwey Erben eines Grundes ſich in ſelbigen alſo theilen wollen, daß ein jeder zu dem Brunnen bey d kommen kann, ohne daß einer des andern ſein Gehoͤfe betrete.

Die hundert und ſieben und vierzigſte Aufgabe.

Den ſtumpfwinklichten Triangel bac, alſo zu dividiren, daß die Diviſionslinie ge, gegen den Punkt e gefuͤhrt werde.

Aufloͤſung.

Theilt die Seite cb, des Trigoni bac, wo nehmlich die Theilungslinie entſpringen ſoll, in f in zwey gleiche Theile, zieht die blinde gerade Tab. XXXVI. Fig. 122.

Linie fa, führt aus a nach dem gegebenen Scheidungspunkte e die blinde gerade Linie ae, und mit ihr aus dem auf cb gefundenen Theilungspunkt f die Parallele fg, reißt letzlich aus e nach g die ſcharfe Theilungslinie eg, ſo iſt der Trapezoides aceg an Flächeninhalte gleich dem Trilatero bge, und alſo der Triangel bag in zwey gleiche Theile getheilt.

Anmerkung.

Dieſe Aufgabe dient daß wenn zum Exempel, ſich zwey Perſonen in das dreyeckigte Feld zu gleichen Theilen, theilen wollten, ohnweit deßelben auf der Seite cb, aber läge ein Brunnen in d, von welchen laut Vergleich mit denen Nachbarn ein Gäßgen de rechtwinklicht auf die Seite cb, des Grundes bac, zugeht; beyde aber ſo ſich in das Grundſtück cab theilen ſollen, zu den Brunnen gehen können, ohne daß einer des andern Hof betrete; ſo muß man dieſes problema auf ſolche Art ſolviren.

Die hundert und acht und vierzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen ungleichſeitigen ſpitzwinklichten Triangel acb, mit Zwey alſo zu dividiren, daß die Theilungslinie cdg, durch den im Dreyeck bca ſtehenden Punkt d durchgehe.

Auflöſung.

Tab. XXXVI. Fig. 123.

Reißt erſtlich aus dem Scheitelpunkte c, durch das gegebene Obſtaculum d, die gerade Linie cdf, ſo iſt cd, ein Theil der Scheidungslinie. Halbirt anietzo die Grundlinie ab, des Drey-

Dreyecks acb, in e; zieht aus e nach dem Brunnen d, die blinde gerade Linie ed, und mit ihr aus c die Parallele eg; führt letztlich aus d nach g, die ſcharfe Scheidungslinie dg, ſo iſt der Trapezoides gdcb, gleich der Vierſeitigen irregulären Figur gacd, und folglich das Trilaterum acb auf ſolche Art in zwey gleich große Theile getheilet, daß der Brunnen d in jeden Theile zur Hälfte ſteht.

Die hundert und neun und vierzigſte Aufgabe.

Das gegebene Triangulum obtuſangulum acb, in zwey gleich große Theile alſo zu dividiren, daß die Theilungslinie gf, parallel mit der Seite ac des Trigoni abc lauſe.

Auflöſung.

Theilet erſtlich die Baſin ab des gegebenen Dreyecks acb in d in zwey gleiche Theile, centrirt d, öfnet den Zirkel bis a oder b, und ſchlagt unter ab, den halben Zirkelkreyß aeb; halbirt dieſen halben Zirkelbogen bea in e, oder aber fällt aus dem Centro d von ab, in den halben Zirkelkreys den Perpendikel de. Zieht aus e nach b, die Chorde eb; centrirt b, öfnet den Zirkel bis e, und führt aus e nach ab, das Bogenſtück ef. Zieht letztlich aus f mit der Seite ac, die ſcharfe Scheidungslinie fg; ſo iſt das Trapezium acgf gleich dem Trilatero fgb, und Tab. XXXVI. Fig. 124.

alſo das Dreyeck acb, in zwey gleiche Theile getheilet.

Anmerkung.

Die Theilung dieſer 124ten Figur hat ihr Fundament, aus der mittelſten Proportionallinie.

Die hundert und funfzigſte Aufgabe.

Ein rechtwinklichtes gegebenes Dreyeck acb, auf die leichteſte und gemeinſte Art in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. XXXVII. Fig. 125. Theilt die Hypothenuſe cb, des rechtwinklichten Dreyecks cab, in d und e in drey gleiche Theile, und zieht aus dieſen gefundenen Theilungspunkten d und e, in dem rechten Winkel a, die Diviſionslinien da und ea, ſo iſt das Trilaterum cad gleich dem Triangulo dae, gleich dem Trigono eab, und folglich das Dreyeck cab, nach Verlangen mit Drey dividirt.

Anmerkung.

Man könnte auch die Baſin ab, oder Catthete ac in drey gleiche Theile theilen, und aus dieſen Theilungspunkten, die Diviſionslinien in die ihnen gegenüberliegenden Winkel c oder b führen, die gefundenen Theile würden zwar hierdurch auch einander gleich, aber auch ſehr hoch, ſpitz und unförmlich werden, als erwählet man allezeit lieber die längſte Seite, wenn man ein Dreyeck auf dergleichen Art theilen will, auf

daß

daß die gefundenen Theile nicht ſo ſpitzig und hoch, ſondern lieber etwas breiter und niedriger ausfallen.

Die hundert und ein und funfzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes rechtwinklichtes Dreyeck abc noch auf andere Art in drey gleiche Theile zu theilen.

Aufloſung.

Theilt erſtlich die Hypothenuſe ac des gegebenen Dreyecks abc in d und e, in drey gleiche Theile, und zieht aus d nach b, die erſte Theilungslinie db, ſo iſt das Triangulum adb, der dritte Theil vom Trilatero acb. Halbirt anietzo die Theilungslinie db in f, und zieht aus f nach c die zweyte Theilungslinie fc, ſo iſt das Trigonum dcf, gleich dem Dreyeck fcb, und folglich das gegebene rechtwinklichte Dreyeck abc mit Drey dividirt. Tab. XXXVII. Fig. 126.

Die hundert und zwey und funfzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes ſpitzwinklichtes Dreyeck acb, noch anders in drey gleiche Theile zu theilen, und zwar alſo, daß die Diviſionslinien aus dem auf der Baſi ab, gegebenen Punkte x entſpringen.

Aufloſung.

Theilt erſtlich die Seite ab, des Triangels acb, auf welcher ſich der gegebene Punkt x befindet, Tab. XXXVII. Fig. 127.

findet, in d und e in drey gleiche Theile, zieht aus x nach dem Scheitelpunkt c, die blinde gerade Linie xc, und mit ihr aus d und e die Parallelen df und eg, und letztlich aus f und g nach x die ſcharfen Scheidungslinien fx und gx, ſo iſt das Trilaterum afx, gleich dem Trapezoidi fcgx, und hinwiederum dieſer Trapezoides fgcx gleich dem Trigono xgb, und folglich iſt der Triangel acb, nach Begehren, in drey gleiche Theile getheilt.

Die hundert und drey und funfzigſte Aufgabe.

Das gegebene ſpitzwinklichte Triangulum ſcalenum acb, aus dem außer dieſem Dreyeck ſtehenden Punkt d, in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. XXXVII. Fig. 128. Zieht erſtlich aus dem Punkt d nach dem Scheitelpunkt c des Triangels acb, die blinde gerade Linie dc, theilt die Grundlinie ab des zu dividirenden Trigoni acb, in e und f in drey gleiche Theile. Zieht aus dieſen Theilungspunkten e und f mit dc die blinden Parallelen eg und fh, bis an die Seiten ac und bc, reißt letztlich aus dieſen gefundenen Punkten g und h nach d bis auf die Baſin ab, die ſcharfen Theilungslinien gi und hk, ſo iſt der Triangel agi gleich dem Pentagono irregulari igchk, und dieſes hinwiederum gleich dem Trilatero khb, folglich

lich iſt das ganze Trigonum acb. auch auf dieſe Art in drey gleiche Theile dividirt.

Die hundert und vier und funfzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Triangulum ſcalenum acutangulum acb, in vier gleiche Theile alſo zu theilen daß die Theilungslinien xg, xh, xi, alle aus dem auf der Grundlinie ab befindlichen Punkt x ausgehen.

Aufloͤſung.

Fuͤhrt erſtlich aus dem gegebenen Punkt x, der Baſis ab, des Triangels acb, nach dem Scheitelpunkt c, die blinde gerade Linie xc, theilet ſodann dieſe Grundlinie ab in de, und f in vier gleiche Theile. Zieht aus dieſen Theilungspunkten d, e und f mit der punktirten geraden Linie xc, die blinden Parallelen dg, eh, fi, bis an die Seite ac und cb. Reißt letztlich aus dieſen entſtandenen Beruͤhrungspunkten g, h und i, nach x die Theilungslinien gx, hx und ix, ſo iſt der Triangel agx, gleich dem Trapezoides xgch, gleich dem Trilatero hxi, gleich dem Trigono ixb, und folglich iſt das Dreyeck acb, nach Begehren, in vier gleiche Theile getheilt. Tab. XXXVII. Fig. 129.

Die hundert und fuͤnf und funfzigſte Aufgabe.

Das gegebene Triangulum ſcalenum acb, aus dem auf deßen Mitte ſtehenden Punkt x, in drey gleiche Theile zu theilen.

Auf-

Auflöſung.

Tab. XXXVII. Fig. 130. Führt erſtlich aus dem Punkt x, nach dem Scheitelpunkt c, des Triangels a c b, die blinde gerade Linie x c, theilt ſodann die Grundlinie a b, dieſes Dreyecks a c b, in d und e in drey gleiche Theile. Zieht aus dieſen Theilungspunkten d und e mit der punktirten Linie x c die blinden Parallelen d f und e h, bis an die Seite a c und b c, führt letztlich aus x nach f und d die Theilungslinien x f und x d. Zieht nunmehro auch mit x d aus e gegen die Seite b c, die blinde Parallele e g, und endlich aus x nach g die Theilungslinie x g, ſo iſt das Trapezium a f x d gleich dem Trapezoides c f g, gleich dem Trapezoides g x d b, und alſo hat man das ungleichſeitige Dreyeck a c b, in die begehrten drey gleichen Theile aus dem Punkt x getheilt.

Die hundert und ſechs und funfzigſte Aufgabe.

Den gegebenen Triangel a c b, aus denen auf deßen Seite c b befindlichen Punkten x und y, in drey gleiche Theile zu theilen, oder mit Drey zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. XXXVII. Fig. 131. Theilt erſtlich die Grundlinie a b, des gegebenen Dreyecks a b c, in d und e in drey gleiche Theile, zieht aus d nach x, und aus e nach y, die blinden geraden Linien d x und e y, führt auch aus d und e nach dem Scheitelpunkt c, die punk

punktirten geraden Linien dc und ec. Reißt mit dx aus c die blinde Parallele cf, und aus f nach x die erſte Scheidungslinie fx. Reißt auch mit ey aus c, die blinde Parallele eg, und aus g nach y, die zweyte Scheidungslinie gy, ſo iſt das Trapezium acxf gleich dem Trapezoides fxyg, gleich dem Triangulo gyb, und folglich iſt das Trigonum acb, nach Begehren in drey gleiche Theile getheilt.

Die hunderte und ſieben und funfzigſte Aufgabe.

Das gegebene Dreyeck acb, alſo in drey gleiche Theile zu theilen, daß die Scheidungslinien np und oq, perpendikulår auf der Grundlinie ab aufſtehen.

Auflöſung.

Fällt erſtlich aus dem Scheitelpunkt c des Trigoni acb, auf deßen Grundlinie ab, den Perpendikel cd, halbirt ad in e, und db in f, centrirt e, öfnet den Zirkel bis a oder d, und ſchlagt den halben Zirkel aild. Centrirt f, ſpannet den Zirkel bis d oder b, und zieht den halben Zirkel dmkb. Halbirt den halben Zirkelbogen aild in i, und reißt aus dem Centro e nach i den Radium ei. Theilt auch den halben Zirkel bkmd in k in zwey gleiche Theile, und zieht aus dem Mittelpunkte f nach k dem Halbmeßer fk. Theilt anietzo die ganze Baſin ab, des Triangels acb, in g und h in drey gleiche Theile, zieht

Tab. XXXVII. Fig. 132.

zieht aus g mit e i die Parallele g l, und aus h mit f k, die Parallele h m. Reißt aus a nach l, die Chorde a l, und aus b nach m, die Chorde b m. Centrirt a, ſpannt den Zirkel bis l, und führt den Bogen l n, ſetzt den Zirkel in b, öfnet ihn bis m, und ſchlagt den Bogen m o. Zieht letztlich aus n und o mit der punktirten Linie d c die parallelen Theilungslinien n p und o q, ſo iſt das Dreyeck a b n gleich dem pentagono irregulari n p c q o, gleich dem Trilatero o q b, und alſo iſt der gegebene Triangel a c b in drey gleiche Theile getheilet, nnd die Diviſionslinien n p und o q ſtehen nach Verlangen auf der Baſi a b, perpendikulär.

Die hundert und acht und funfzigſte Aufgabe.

Das ungleichſeitige Dreyeck a c b, in vier gleiche Theile alſo zu theilen, daß die Diviſionslinien d e, d c, d f, aus der accuraten Mitte d der Baſis a b ausgehen.

Auflöſung.

Tab. XXXVIII. Fig. 133. Halbirt erſtlich die Grundlinie a b, des gegebenen Trigoni a c b, in d, und zieht aus d, nach dem Scheitelpunkte c, die erſte Theilungslinie d c, ſo iſt das Dreyeck a c b, durch die Triangula a d c und b d c, in zwey gleiche Theile getheilt. Halbirt anietzo die Seite a c des Trigoni a d c in e, und zieht aus e nach d die zweyte Scheidungslinie d e, ſo iſt das Trilaterum a e d gleich

dem

dem Dreyeck dec. Halbirt auch die Seite cb, des Triangels cdb, in f, und reißt aus f nach d, die dritte Diviſionslinie df, ſo iſt das Trigonum cfd gleich dem Trilatero dfb, und folglich iſt das große Dreyeck acb, accurat aus d nach Verlangen in vier gleiche Triangula zertheilt.

Die hundert und neun und funfzigſte Aufgabe.

Das gegebene Dreyeck acb, in vier Theile alſo zu zertheilen daß der erſte Theil acd ein Drittheil des ganzen Dreyecks acb, die übrigen drey Theile aber jeder ein Drittheil der übrigen zwey Drittheile cdb, vom Trigono acb enthalte.

Aufloͤſung.

Theilt erſtlich die Grundlinie ab, des gegebenen Dreyecks acb, in d und e in drey gleiche Theile, zieht aus d nach dem Scheitelpunkte c, die erſte Theilungslinie dc, ſo iſt der abgeſchnittene Triangel acd, gleich einem Drittheil vom Trilatero acb, folglich bleiben zwey ſolche Drittheile für das Trigonum cdb übrig. Drittheilt anietzo die Seite cb, dieſes reſtirenden Dreyecks in f und g. Zieht aus f nach d die zweyte Theilungslinie fd, ſelbige iſt ein Drittheil des Triangels cdb. Centrirt nunmehro g, öfnet den Zirkel bis f oder b, und führt den halben Zirkelbogen fhb, errichtet in ſelbigen aus dem Centro g, den Perpendikel gh, und zieht aus b Tab. XXXVIII. Fig. 134.

nach h, die Chorde bh. Centrirt b, ſpannt den Zirkel bis h, und reißt aus h, das Bogenſtück hi. Zieht letztlich aus i mit fd die Parallele ik, ſo iſt das Trilaterum fdb in zwey gleiche Theile fdki und ikb zertheilet, und folglich das ganze Trigonum nach der begehrten Proportion dividirt.

Anmerkung 1.

Tab. XXXVIII. A. Fig. 1. Ich habe zwar nur allhier die vorgeweſenen Triangula in drey und vier gleiche Theile getheilt, aber man kann ſelbige auch in mehrere begehrte Theile als: in fünf, ſechs, ſieben, achte, neune ꝛc. theilen, und zwar allezeit auf vor beſchriebene Art: als zum Exempel, der Triangel acb Tab. XXXVII. Fig. 125. ſollte in fünf oder ſechs gleiche Theile getheilt werden; ſo theilt man die lange Seite cb, durchs verſuchen, in fünf oder ſechs gleiche Theile, und zieht ſodann aus allen dieſen Theilungspunkten die Scheidungslinien nach dem Winkel a.

Tab. XXXVIII. A. Fig. 2. Oder aber das Trigonum rectangulum acb Tab. XXXVII. Fig. 126. ſollte auf gleiche Weiſe in vier oder ſieben gleiche Theile getheilt werden; jedoch ſollen die Theile nicht allzuſpitzig ausfallen, ſo theilt man die Seite ac in ſieben gleiche Theile, aus dem dritten Theile von unten herauf als aus d zieht man nach b die Scheidungslinie db, ſo hat man drey Siebentheile von dieſem Trigono acb, abgeſchnitten. Dieſem Triangel adb muß man nunmehro in drey gleiche Theile theilen. Alſo theilet die Grundlinie ab in e und x in drey gleiche Theile. zieht aus dem erſten Theile von a als aus e die Theilungslinie de, ſo iſt der Triangel ade, ein Siebentheil vom Trilatero acb. Halbirt die Linie db in f, zieht die Scheidungslinie fe, ſo iſt der Triangel defgleich dem Trilatero efb, und jeder ſo groß als das Dreyeck ade; folglich ſind drey

aufk-

wirkliche Siebentheile abgeſchnitten. Nun muß das ſtehen gebliebene Triangulum acb, noch in vier gleiche Theile dividirt werden; ſo halbirt die Seite cb in g, zieht die Scheidungslinie gd, ſo iſt das Dreyeck cdg ſo groß als das Trigonum gdb, und jeder beträgt zwey Siebentheile vom Trilatero acb, alſo halbirt dg in h, und zieht die Scheidungslinie hc, oder wann dieſe beyden Dreyecke allzuſpitzig ausfallen ſollten, ſo halbirt dc in h, und zieht die Scheidungslinie hg. Letztlich halbirt db in f und zieht die Scheidungslinie gf, ſo iſt das Triangulum acb, in ſieben gleich große Triangula ade, edf, feb, bfg, gfd, dhc und chg, oder ſtatt der beyden letztern in dhg und ghc zertheilt.

Oder aber es ſollte der Triangel acb, Tab XXXVII. Fig. 131. ſtatt aus x und y, in drey Theile, anietzo aus x, y und z, in vier gleiche Theile acxg, gxyh, hyzi und izb getheilt werden, ſo muß man gleichfalls auch die Grundlinie ab in e, d, f, in vier gleiche Theile theilen, und ſodann mit denen Parallellinien cg, ch, ci; und Theilungslinien xg, yh, und zi, in allen verfahren, wie in der angeführten 131. Figur gezeigt worden. Tab. XXXVIII. A. Fig. 3.

Oder aber auch noch anders als zum Exempel das Dreyeck acb, ſolte in fünf gleiche Theile auf ſolche Art dividirt werden, daß die Theilungslinien aus d, e, f und g, wegen der allzuſpitzigen Winkel nicht in den Verticem c gezogen werden ſollen, ſo zieht man mit der zwoten Theilungslinie ec aus d die Parallele dh, und aus h nach e, ſtatt der Linie dc die Scheidungslinie he, ſo ſind aus denen beyden, hoch und ſpitzigen Dreyecken acd, und dce, die förmlichern Triangula ahe und ehc entſtanden; um nun den fünften Trigono gcb, auch eine räumlichere Geſtalt zu geben, ſo zieht mit fc aus g, die Parallele gk, und aus f nach k die Scheidungslinie fk. Es bleibt alſo noch der Trapezoides eckf in zwey gleiche Theile zu thei- Tab. XXXVIII. A. Fig. 4.

len übrig; dieſes macht alſo, zieht mit ec aus f die Parallele fi, und aus e nach i, die Scheidungslinie ei, ſo iſt aus dem Trilatero efc das Trigonum cei, und aus dem Dreyeck fcg, der Trapezoides eikf, geworden, und folglich das Triangulum acb, in fünf geräumlichere Theile eingetheilt.

Anmerkung 2.

Hieraus wird ein ſich Uebender leichte einſehen, daß man alle Arten von Dreyecken in ſo viel gleiche Theile als man nur will, eintheilen kan, welches allhier nicht habe thun wollen, weil man bey vielen Theilen die Figuren ſehr groß machen muß; den ſonſten verurſachen ſelbige der vielen Conſtructionen und Parallellinien, wie auch der vielen Buchſtaben wegen, leichte Irrung.

Zweytens. Allerley Quadrangula zu dividiren.

A. Reguläre Quadrata perfecta, parallelogramma rectangula, Rhombos, und Rhomboides auf verſchiedene Arten, in begehrte gleiche Theile zu theilen.

Die hundert und ſechzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum abcd, alſo in drey gleiche Theile zu theilen, daß die Diviſionslinien eg und fh, mit der Baſi ad parallel laufen.

Auflöſung.

Tab. XXXIX. Fig. 135. Theilt erſtlich die Seite ab, des gegebenen regulären Vierecks abcd, in e und f in drey gleiche Theile.

Theile. Drittheilt ſodann auch die Seite dc dieſes Quadrats abcd in g und h, zieht die ſcharfen Diviſionslinien eg und fg, ſo iſt das Quadratum perfectum abcd, in gleich groſʒe parallelogramma rectangula adge, eghf und fhcb dividirt.

Die hundert und ein und ſechzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum abcd, aus dem auf der Seite ab, befindlichen Punkt x in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Faßt aus dem Punkt a der Grundlinie ad des gegebenen gleichſeitigen rechtwinklichten Vierecks abcd, die Diſtanz ax, ſetzt ſelbige auf die Seite dc, dieſes Quadrats abcd, aus c nach e; zieht aus x nach e die ſchraͤge ſcharfe Scheidungslinie xe, ſo iſt das Quadratum perfectum abcd, in zwey gleich groſʒe, und einander aͤhnliche Trapezia axed und cexb, eingetheilt. Tab. XXXIX. Fig. 136.

Die hundert und zwey und ſechzigſte Aufgabe.

Ein vollkommenes Viereck abcd, aus, oder durch dem in ſelbigen ſtehenden Punkt e, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Reißt erſtlich in das gegebene Quadratum perfectum abcd, aus denen einander gegen Tab. XXXIX. Fig. 137.

 über

über liegenden Winkeln die Diagonalen ac und bd durch blinde gerade Linien zuſammen, ſelbige ſchneiden ſich juſt auf der Mitte des Quadrats in f, zieht durch dem in Quadrat befindlichen Punkt e, und durch den Durchſchnittspunkt f die gerade Linie hg, alſo daß ſelbige die Seite ab in h, und die Seite cd, in g berühre, ſo iſt das Trapezium abgd gleich dem Trapezio cghb, und folglich das Quadrat abcd, in zwey gleich große einander ähnliche Theile getheilt.

Die hundert und drey und ſechzigſte Aufgabe.

Noch auf eine andere Art ein Quadratum perfectum abcd in drey gleiche Theile zu theilen, daß die eine Scheidungslinie eg, mit der Seite ab, die andere Theilungslinie kl aber mit der Grundlinie ad des Quadrats abcd, parallel laufe.

Auflöſung.

Tab. XXXIX. Fig. 138. Theilt erſtlich die Grundlinie ad, als auch derſelben Parallele bc, des Quadrats abcd, in g, h, und e, f, jegliche in drey gleiche Theile, führt auch aus denen einander gegen überliegenden rechten Winkel a, c, und b, d, die blinden Diagonalen ac, und bd; dieſe kreuzen ſich in i. Zieht aus e nach g, parallel mit der Seite ab, die erſte Scheidungslinie eg, halbirt dieſe in k, führt aus k durch dem von denen Parallellinien entſtandenen Durchſchnittspunkt i, mit ad, die

Pa-

Parallele k l, ſo iſt das lange Oblongum a b e g, gleich dem Rechteck g d l k, gleich dem Rechteck k l c e, und folglich iſt das Quadratum perfectum, nach Verlangen mit Drey dividirt.

Die hundert und vier und ſechzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a b c d, alſo in drey gleiche Theile zu theilen, daß die Theilungslinien alle aus dem accuraten Mittelpunkt e des Quadrats a b c d entſpringen, und die erſte Theilungslinie c e, aus dem Winkel c ausgehe.

Aufloͤſung.

Zieht erſtlich aus denen rechten Winkeln des Quadrats a b c d, die blinden Diagonalen a c und b d, ſelbige ſchneiden ſich in e, und iſt dieſer Durchſchnittspunkt e, ſodann das wahre Centrum des vollkommenen Vierecks a b c d. Zieht alſo aus e nach c, wie laut der Aufgabe verlangt worden, die erſte ſcharfe Diviſionslinie e c, theilet ſodann jegliche Seite des zu theilen gegebenen Quadrats a b c d in f g, h i, k l, m n, in drey gleiche Theile, hierdurch iſt dieſes Quadrat gleichſam in zwoͤlf Theile dividirt worden, folglich bekommt ein jeder von denen im Quadrat geſuchten drey Theilen, vier dergleichen auf denen Seiten a b, b c, c d, da des Quadrats a b c d abgeſteckte Theile, zu ſeinem Antheil. Nehmt alſo von a b, aus a bis g zwey Theile, und zieht die ſcharfe Theilungslinie g e, nehmt gleichfalls

Tab. XXXIX. Fig. 139.

von ad aus a bis m, wiederum zwey Theile, und reißt die ſcharfe Theilungslinie em, ſo iſt der Trapezoides agem, von denen vier Theilen mn, na, af und fg, gleich dem Trapezoides gecb, von denen vier Theilen gb, bh, hi und ic, und auch gleich dem Trapezoides cemd, von denen vier Theilen ck, kl, ld und dm, alſo iſt das Quadratum perfectum nach Verlangen aus deßen wahren Centro e, in vier gleiche Theile getheilt.

Anmerkung.

Man darf ja nur in Gedanken oder auch nur zur Probe aus denen auf dem Quadrat ab, bc, cd, da, abgemeßenen Theilungspunkten f, g, h, i, k, l, m, n, nach dem Centro e, blinde gerade Linien ziehn, ſo werden dadurch zwölf gleich große Triangula entſtehn, denn ſie haben alle einerley Länge zu ihrer Grundlinie, und alle einerley Höhe, weil die Figur ein reguläres Quadrat abcd iſt, und der Punkt e, welcher den Verticem dieſer zwölf Dreyecke beſtimmt, juſt auf der Mitte dieſes Quadrats durch die Diagonalen ac und bd aufſteht, per Conſtruction: et hypotheſ. Alſo muß auch jeder gefundene dritte Theil einander gleich ſeyn; weil ein jeder vier dergleichen gleich große Triangula in ſich faßt.

Die hundert und fünf und ſechzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges rechtwinklichtes Viereck abcd mit Drey alſo zu dividiren daß der Quotient, in einem vollkommenen Quadrat cikl dargeſtellt werde.

Aufflö-

Auflöſung.

Theilt erſtlich die Seiten ac und bd, des gegebenen Quadrats acdb in de, fg, in drey gleiche Theile, und zieht aus d nach f, und aus e nach g die ſcharfen Theilungslinien df und eg, ſo iſt das Quadratum perfectum abcd, in drey gleich große parallelogramma rectangula cdge, egfd und dfba nach der 160ten Aufgabe Fig. 135. dividirt. Halbirt anietzo die Seite ac des Quadrats acdb, in h; centrirt h, öfnet den Zirkel bis a oder c, und ſchlagt den halben Zirkelkreyß aic, verlängert ſodann eine der gefundenen Theilungslinien, es ſey welche es wolle; (ich habe allhier die Linie eg angenommen) bis an den halben Zirkelbogen aic nach i. Zieht aus i gegen a und c, die Chorden ia und ic. Conſtruirt von der kürzeſten Senne welche allhier ic iſt, in dem rechten Winkel bey i, das Quadratum perfectum iclk, ſo iſt ſelbiges, mit einem in dem Quadrat acdb, gefundenen Rechtecken von gleichen Flächeninhalte; folglich iſt der verlangte dritte Theil vom Quadrat acdb, nach Begehren durch das kleinere Quadrat cikl vorgeſtellet. Tab. XXXIX. Fig. 140.

Die hundert und ſechs und ſechzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum abcd, in drey gleich große Theile alſo zu dividiren, daß die Theilungslinien ii, kk, ſich gegen dem außer dem Quadrat ſtehenden Punkt y, alligniren.

Aufloſung.

Tab. XXXIX. Fig. 141. Halbirt erſtlich die Baſin a d, wie auch ihre Parallele b c, des gegebenen Vierecks a b c d in e und f. Zieht aus dieſen Theilungspunkten e und f, die blinde gerade Linie e f. Drittheilet anietzo die Seiten a b und c d, der gegebenen viereckigten Figur in z und x; zieht die blinden geraden Linien x x und z z, ſelbige theilen die blinde Linie e f, in g und h, gleichfalls in drey gleiche Theile. Reißt letztlich aus y, und durch dem Punkt h, die geraden Linien y i i, und y k k, ſo iſt der Trapezoides a k k d gleich dem Trapezoides k k i i, gleich dem Trapezoides b i i c, und folglich das gegebene Quadratum perfectum a b c d in drey gleich große Theile getheilt.

Anmerkung 1.

Man hat auch nicht einmahl nöthig die Seiten a b und c d in z x, z x, zu theilen, ſondern man darf nur gleich die blinde gerade Linie e f, in g und h drittheilen und ſodann gleich aus y, durch g, und h die geraden Linien y h i und y g k ziehen, ſo entſtehen hierdurch gleichfalls die verlangten drey gleichen Trapezoides a k k d, k i i k und b i i c.

Anmerkung 2.

An der Richtigkeit der Solution, und Gleichheit der Theile, wird auch wohl der Einfältigſte nicht zweifeln. Denn die Triangula k g z und i h x, erklären die ganze Procedur deutlich.

Die

Die hundert und ſieben und ſechzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges rechtwinklichtes Viereck acdb, alſo in drey gleiche Theile zu theilen, daß die Theilungslinien xi, xy, xr, aus dem im Quadrat acdb, ohweit der obern Linie cd, befindlichen Punkt x, entſpringen.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert erſtlich die Grundlinie ab, des gegebenen Quadrats acdb, nach e, macht be gleich der Baſi ab, und zieht aus c nach e die gerade Linie ce, ſo iſt das Quadratum perfectum acdb, in das rechtwinklichte Dreyeck cae, welches mit jenem von gleichen Flaͤcheninhalte iſt, verkehrt. Tab. XL. Fig. 142.

Reißt ſodann, aus dem gegebenen Obſtaculo x, gegen cd, die willkuͤhrliche gerade Linie xi, (der Punkt i, mag treffen wo er wolle) zieht aus i nach b die blinde gerade Linie ib, und mit ihr aus d die Parallele dk. Theilt anietzo die lange Grundlinie ae, des rechtwinklichten Dreyecks cae, in f und g in drey gleiche Theile; fuͤhrt aus dieſen Theilungspunkten g und f, nach dem auf der obern Linie cd angenommenen Punkte i, die geraden Linien gi und fi. Reißt auch aus dieſem Punkte i durch das Object x die blinde gerade Linie ixh.

Verwandelt nunmehro den Trapezoidem hidb in das Dreyeck hik durch die gerade Linie

ik,

ik, denn id iſt gleich bk, und alſo gilt der abgenommene Triangel iyd für dem zugeſetzten Trigonum byk.

Nun iſt dieſes Dreyeck hik, um den Triangel hig, und um das kleine Trilaterum fik, größer als der Triangel gif, welcher doch der dritte Theil des Quadrats acdb iſt, folglich muß man ſelbige von dieſem Trapezoide auf folgende Art ſubtrahiren. Zieht eine gerade Linie lq, von unbeſtimmter Länge, ſetzt auf ſelbige aus l nach m, die Länge der Grundlinie gh des Dreyecks hig, und aus m nach n, die Baſin fk, des Trigoni fik, errichtet auf lq in l den Perpendikel lo, gleich der Seite ac des Quadrats acdb, und zieht aus o nach n, die gerade Linie on, ſo iſt das Trilaterum nlo gleich denen beyden Dreyecken hiz und fik, zuſammen genommen. Fällt anietzo vom Obſtaculo x, auf die Baſin ab, des Quadrats acdb, den Perpendikel xz, faßt xz und tragt dieſe Diſtanz auf dem Perpendikel lo, aus l nach p. Zieht aus p nach n, die gerade Linie pn, und mit ihr aus o auf lq die Parallele oq. Zieht die gerade Linie pq, ſo iſt das Dreyeck onl in das Triangulum plq verkehrt.

Nehmt nunmehro die Baſin lq des Trigoni plq, und ſetzt ſelbige ins Quadrat acdb, aus h gegen b nach r, zieht aus r nach x, die ſcharfe Theilungslinie rx, ſo iſt das ungleichſeitige Fünfeck brxid ein accurates Drittheil vom Quadrat acdb.

Um

Um anietzo den zweyten Theil zu finden der ſo groß ſey als das erhaltene pentagonum irregulare rxidb, ſo zieht eine unbeſtimmte gerade Linie sw, errichtet auf ſelbiger in s den Perpendikel su, gleich der Höhe ac, des Vierecks acdb, ſetzt auf sw aus s nach t die Länge der Grundlinie gf, des Dreyecks gif weil ſelbiger gleich einem Drittheil von Quadrat acdb, und zieht die Hypothenuſe tu, ſo iſt das aufgeſetzte rechtwinklichte Dreyeck ust gleich dem Trilatero gif, und folglich auch gleich einem Drittheil vom Viereck acdb, faßt anietzo die Höhe des Perpendikels zx, vom Quadrat acdb, tragt ſelbige auf die Catthete su des rechtwinklichten Dreyecks wsu aus s nach v. Zieht aus v nach t die blinde gerade Linie vt, und mit ihr aus u die Parallele uw, und die neue Hypothenuſe vw, ſo iſt das Triangulum rectangulum ust, in das rechtwinklichte Dreyeck wsv verwandelt. Faßt anietzo die neue Baſin sw, dieſes gefundenen Trigoni wsv, und ſetzt ſelbige auf die Grundlinie ab des Vierecks acdb, aus r gegen a nach y, und zieht die ſcharfe Scheidungslinie yx, ſo iſt das Dreyeck yxr, gleich der fünfeckigten Figur rxidb, alſo auch gleich einem Dittheil vom Quadrat acdb, und folglich bleibt der Trapezoides acixy vor dem dritten Theil vom Viereck acdb, von ſelbſten ſtehen. Mithin iſt das Quadratum perfectum acdb, nach Begehren aus dem Punkt x in drey gleich große Theile acixy, xyr und rxidb dividirt worden.

Die

Die hundert und acht und ſechzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum acdb, aus dem Punkt x, welcher gegen der Mitte des gegebenen Quadrats ſteht, alſo in drey gleich große Theile zu theilen, daß die allbereits im Viereck acdb, befindliche Theilungslinie xi, ohnverändert ſtehen bleibe.

Auflöſung.

Tab. XL. Fig. 143. Verlängert erſtlich die Grundlinie ab, des gegebenen Vierecks acdb nach e, macht be ſo lang als die Baſin ab, und zieht die Hypothenuſe ce, ſo iſt aus dem Quadrat abdc das rechtwinklichte Dreyeck eac geworden, theilt anietzo die ganze Grundlinie ae, in g und f, in drey gleiche Theile, zieht aus dieſen Theilungspunkten g und f, nach dem auf der obern Linie cd, befindlichen Punkte i, die blinden geraden Linien gi und fi, ſo iſt das dadurch entſtandene Dreyeck gif ein Drittheil vom Triangulo rectangulo cae, und folglich auch gleich einem Drittheil vom Quadrato perfecto acdb.

Verlängert anietzo die im Viereck acdb, befindliche Linie ix, bis auf die Baſin ab nach h. Zieht auch die blinde gerade Linie ib, und mit ihr aus d die Parallele dk, ſo iſt der Trapezoides idbg, in das Triangulum gik verwandelt.

Weil nun die Theilungslinien, in dieſem Viereck acdb, aus dem Punkt x ausgehen ſollen,

len, und die gegebene Linie ix als eine Scheidungslinie laut der Aufgabe ſchon determinirt iſt, ſo muß die zweyte Scheidungslinie natürlicher Weiſe aus dem Punkt x gegen die Seite db des Quadrats acdb, zu laufen, ſo zieht eine unbeſtimmte gerade blinde Linie lp, ſetzt auf ſelbige aus l nach m, die Länge der Grundlinie gf, des Trigoni gif, errichtet auf lp in l, den Perpendikel ln, gleich der Seite ac, des Quadrats acdb, zieht aus n nach m, die blinde Hypothenuſe nm, führt anietzo mit der Baſi ab, des Quadrats acdb, aus dem Punkt x nach ac die blinde kleine Parallele x&, faßt a& tragt dieſes Maaß auf die Cattheте ln des rechtwinklichten Dreyecks mln aus l nach o. Zieht die blinde gerade Linie om und mit ihr aus n die Parallele np, und die gerade blinde Linie op, ſo iſt aus dem hohen rechtwinklichten Dreyeck mln das niedrige Triangulum rectangulum plo geworden. Faßt anietzo die Grundlinie lp des rechtwinklichten Dreyecks olp, und ſetzt dieſes Maaß auf die Grundlinie ae, des Trianguli rectanguli cae, aus h nach q; führt aus x nach b, die blinde ſchräge gerade Linie xb, und mit ihr aus q die Parallele gr, bis an die Seite bd, der viereckigten Figur acdb, zieht aus r nach x die zweyte Scheidungslinie rx, ſo iſt das Trapezium idrx gleich einem Drittheil vom Quadrat acdb. Zieht eine zweyte unbeſtimmte gerade Linie vt, ſetzt auf ſelbige aus t nach s den dritten Theil von der langen Grundlinie ae des Tri-

Trigoni e a c, als a g, errichtet in t den Perpendikel t u, ſo lang als die Seite b d, vom Quadrat a c d b, zieht die Hypothenuſe u s, nehmt die Höhe a & vom Viereck a c d b, und ſetzt ſelbige auf den Perpendikel t u des rechtwinklichten Dreyecks s t u, aus t nach ⊙, zieht von ⊙ nach s die blinde gerade Linie ⊙s, und mit ihr aus u die Parallele u v und die Verwandlungslinie v⊙, ſo iſt aus dem hohen Trilatero s t u das niedrige Dreyeck v t⊙ geworden; faßt anietzo dieſes niedrige Dreyecks v t⊙ Grundlinie v t, ſetzt ſelbige auf a e aus q nach w. Reißt letztlich aus w, die dritte Scheidungslinie x w, ſo iſt der dadurch entſtandene Trapezoides w x r b gleich dem Trapezoide i x r d, gleich einem Drittheil des Quadrats a c d b, folglich iſt dieſe in dieſem Quadrat a c d b, ſtehen gebliebene irreguläre Figur c i x w a, auch gleich dem Trapezoide i d r x, gleich einem dritten Theile des gegebenen Vierecks a c d b, welches alſo auf dieſe Art nach Verlangen, aus dem Punkt c mit Beybehaltung der Linie i x mit Drey dividirt worden.

Anmerkung.

Dieſe Figur muß ſehr accurat gearbeitet werden wenn ſie eintreffen ſoll, und darf der in ſelbiger ſtehende Punkt x, nur um ein Weniges höher, niedriger, oder mehr ſeitwärts ſtehen, ſo verändert ſelbiger gleich die ganze Conſtruction um ein vieles, weswegen auch zwey Aufgaben ſo faſt von einerley Figur ſind, nur daß der in ſelbigen ſtehende Punkt x etwas verändert, angeführt worden, um zu zeigen daß die Solution ganz nicht einerley, ohngeachtet Aufgabe und Figur von einerley Art ſind.

Die

Die hundert und neun und ſechzigſte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum abcd, in drey gleiche Oblonga zu dividiren.

Aufloͤſung.

Theilt ſo wohl die Grundlinie ad, als auch derſelben Parallele bc, des ablangen Rechtecks abcd, in e, f, und g, h, in drey gleiche Theile, und zieht die Theilungslinien eg und fh, ſo iſt das Oblongum abge gleich dem Rechteck eghf, und auch gleich dem ablangen rechtwinklichten Viereck fhcd, folglich iſt das gegebene parallelogrammum rectangulum nach Begehren in drey gleich große Theile getheilt. Tab. XLI. Fig. 144.

Anmerkung.

Man koͤnnte auch die Seiten ab und dc dieſes Rechtecks abcd in drey gleiche Theile eintheilen, um ſelbiges mit Drey zu dividiren, ſo wuͤrde das Factum eben ſo accurat als bey der vorgeweſenen Solution ſich finden, aber die Theile wuͤrden ſehr lang und ſchmal, folglich etwas ungeſtaltet ausfallen, weßwegen man lieber, wenn man ein Oblongum in gegebene Theile dividiren ſoll, die langen Seiten deſſelben theilet: es waͤre denn, daß gewiße Umſtaͤnde die Theilung der kurzen Seite deſſelben erforderten.

Die hundert und ſiebzigſte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum abcd, aus dem auf der Linie ab befindlichen Punkte x, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloſung.

Tab. XLI. Fig. 145. Faßt von der langen Seite cd, des Rechtecks acdb, die Länge cx, tragt ſelbige auf deſſen Grundlinie ab, aus dem, den Winkel c gegen überſtehenden Punkte b, gegen a nach e, und zieht die ſcharfe Theilungslinie ex, ſo iſt das Oblongum acdb in zwey gleich große Trapezia acxe und bexd, dividirt.

Anmerkung.

Wolte man aber den Theil cx von cd auf ab aus a aufſetzen, ſo würden zum Quotienten zwey ungleich große rechtwinklichte Oblonga heraus kommen, und alſo die Procedur ganz falſch ſeyn. Dieſe Anmerkung findet auch in dieſem Falle bey der Eintheilung des vollkommenen Quadrats Fig. 135. Tab. XXXIX. Aufgabe hundert und ſechzig ſtatt.

Die hundert und ein und ſiebzigſte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum abcd, aus dem in ſelbigen ſtehenden Punkte x, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloſung.

Tab. XLI. Fig. 146. Reißt erſtlich aus denen einander gegen über liegenden Winkeln a, c und b, d des Rechtecks abcd, in ſelbiges die Diagonalen ac und bd, ſelbige kreuzen ſich accurat in dem Mittelpunkt dieſes Oblongi in f. Zieht ſo dann durch den gegebenen Punkt x, und durch den gefundenen Durchſchnittspunkt f, die oblique ſcharfe gerade

Linie

Linie e g, ſo iſt dieſes parallelogrammum rectangulum a b c d, in zwey gleich große Trapezia a b e g und c d g e eingetheilt.

Die hundert und zwey und ſiebzigſte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum a c d b, durch eine mit der Seite oder Höhe, und durch eine mit der Grundlinie parallel laufende Linie in drey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Theilt erſtlich ſo wohl die Grundlinie a b, als auch derſelben Parallele c d, in f, g und e, h jede in drey gleiche Theile. Zieht die erſte Scheidungslinie e f, mit der Seite d b parallel. Halbirt anietzo die Seite a c in i, wie auch die gefundene Theilungslinie e f in k, und zieht aus i nach k die zweyte Theilungslinie i k, ſo iſt das parallelogrammum e f b d gleich dem Oblongo e c i k gleich dem Rechteck a i k f, und folglich das gegebene rechtwinklichte ablange Viereck a c d b in drey gleiche Theile dividirt. Tab. XLI. Fig. 147.

Die hundert und drey und ſiebzigſte Aufgabe.

Das Oblongum rectangulum a b c d, aus den auf der Seite b c befindlichen Punkten e und f, in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. XLI. Fig. 148. Theilt wiederum wie vorhero ſo wohl die Grundlinie a d, als auch derſelben Parallele b c des Rechtecks a b c d, in l, n und m, r, in drey gleich große Theile. Halbirt auch die Seite a b in o, und d c in p; zieht aus m nach l, aus o nach n, und aus r nach p, die blinden geraden Linien m l, o n, r p, ſelbige ſchneiden ſich in i und k. Zieht endlich aus e durch i die erſte Theilungslinie e i g, und aus f durch k die zweyte Theilungslinie f k h.

Oder aber wenn man die Seiten des Oblongi nicht theilen und alſo auch die punktirten Linien nicht ziehen will, daß man alſo keine Durchſchnittspunkte bekommt, durch welche man die Diviſionslinien ziehen kann, ſo faßt die Diſtanz b e von b c, und tragt ſelbige auf a d, aus d nach h, faßt ferner die Länge c f von b c und ſetzt ſelbige auf a d aus a nach g, und reißt die Theilungslinien e g und f h, ſo iſt in beyden Fällen, das Trapezium a b e g, gleich dem Rhomboidi e f g h, gleich dem Trapezio f c d h, und folglich iſt das Oblongum nach Verlangen, mit Drey dividirt.

Anmerkung.

Dieſe letztere Procedur aber findet nur in einem ſolchen Falle ſtatt, wenn nehmlich die zur Theilung beſtimmten Punkte wie allhier e und f juſt um einen ſolchen Theil auseinander ſtehen, als in wie viel Theile, das gegebene Rechteck getheilt werden ſoll. Stehn aber die Theile näher beyſammen, oder weiter aus-

ein-

einander, ſo wird in dem erſten Falle, der mittlere Quotient kleiner, in dem andern aber größer als die beyden übrigen Exponenten; mithin thut man allezeit beßer wenn man nach der zuerſt angezeigten Solution verfährt.

Die hundert und vier und ſiebzigſte Aufgabe.

Das ablange gegebene Rechteck acdb, aus dem außer der Figur ſtehenden Punkt x, in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Drittheilt ſo wohl die Grundlinie ab, als auch derſelben gegen über liegende Parallele cd, des Rechtecks acdb, in p, o und n, q. Halbirt auch deßelben Seiten ac und bd, in e und f, und zieht aus n nach p, aus q nach o, und aus e nach f, die blinden geraden Linien np, ql und ef, dieſe ſchneiden ſich in g und h. Zieht letztlich aus x durch die Durchſchnittspunkte h und g die Theilungslinien xihk und xlgm, durch die Figur acdb, ſo iſt das Trigonum aml, gleich dem ungleichſeitigen Fünfeck lmcki, gleich dem Trapezio ikdb, folglich iſt das Oblongum acdb, nach Begehren, in drey gleiche Theile eingetheilt. Tab. XLI. Fig. 149.

Anmerkung.

Bey der Auflöſung dieſer Aufgabe, darf man auch niemahlen, wenn man nicht will, die Seiten ab und cd der gegebenen Figur eintheilen, es iſt ſchon genug wenn man die Seiten ac, und bd in e und f halbirt,

und ſodann die gezogene Linie e f juſt in ſo viel gleiche Theile eintheilt, als die Figur gleiche Theile bekommen ſoll; ſodann aber aus dem außer der Figur ſtehenden Punkt, durch die auf e f befindlichen Theilungspunkte, die Diviſionslinien zieht, ſo wird dadurch gleichfalls das Rechteck allezeit accurat dividirt werden.

Die hundert und fünf und ſiebzigſte Aufgabe.

Das gegebene parallelogrammum rectangulum a b c d, aus dem in ſelbigen ſtehenden Punkte x, in drey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. XLI. Fig. 150. Theilt zuförderſt wiederum die Grundlinie a d, und ihre Parallele b c, in g, h und e, f in drey gleiche Theile. Zieht die blinden geraden Linien e g und f h, führt von dem gegebenen Punkte x auf b c, die willkührliche gerade Linie x i alſo, daß die Verlängerung derſelben wie x d, in d eintreffe, und d x i nur eine Linie mache, und in gerader Richtung mit einander fortgehe. Faßt i e, und ſetzt dieſe Diſtanz aus g gegen a nach k, und zieht die erſte Theilungslinie x k, verlängert die Baſin a d nach l; zieht mit x d aus l die Parallele l m, bis auf die Seite d c; zieht aus m nach x, die ſcharfe zweyte Theilungslinie x m, ſo iſt das ungleichſeitige Fünfeck a b i x k, gleich dem Trapezoidi k x m d, und auch gleich dem Trapezoidi i x m c, folglich iſt das Oblongum a b c d, mit Drey dividirt.

Die

Die hundert und ſechs und ſiebzigſte Aufgabe.

Einen Rhombum abcd, durch Parallellinien in drey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Theilt ſo wohl die Seite ab, als auch die Seite dc des Rhombi abcd in e, f und h, g, in drey gleiche Theile, und zieht mit ad oder bc, aus f nach g, und aus e nach h, die Parallellinien fg und eh, ſo iſt der Rhomboides bcgf, gleich dem Rhomboidi fghe, gleich dem Rhomboidi, ehda, und folglich iſt der Rhombus abcd nach Verlangen mit Drey dividirt. Tab. XLII. Fig. 151.

Die hunderte und ſieben und ſiebzigſte Aufgabe.

Einen Rhombum acdb, aus dem auf der Seite ac befindlichen Punkte x, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Faßt aus dem Punkte a der Baſis ab des Rhombi abcd, die Laͤnge ax, ſetzt ſelbige auf die Seite db, aus d nach e, und zieht aus x nach e die ſchraͤge gerade Scheidungslinie xe, ſo iſt das Trapezium abex gleich dem Trapezio xedc, und folglich der Rhombus acdb, aus dem gegebenen Punkte x accurat in zwey gleiche Theile getheilt. Tab. XLII. Fig. 152.

Die hundert und acht und ſiebzigſte Aufgabe.

Den Rhombum a b c d aus dem in ſelbigen ſtehenden Punkte x in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. XLII. Fig. 153. Reißt zufoͤrderſt in den Rhombum a b c d, aus denen einander gegen uͤber liegenden Winkeln a, c und b, d die blinden Diagonalen a c und b d, ſelbige ſchneiden ſich accurat in dem Mittelpunkt y, des Rhombi a d c b. Zieht letztlich durch das gegebene Obſtaculum x, und durch dem, durch die Diagonalen a c und b d entſtandenen Durchſchnittspunkt y, von der Seite d c, bis an die Seite a b, die Scheidungslinie f e, ſo iſt das Trapezium b e f c gleich dem Trapezio d f e a, und alſo auch der Rhombus a b c d durch das in ſelbigen gegebene Obſtaculum x nach Verlangen in zwey gleiche Theile getheilt.

Die hundert und neun und ſiebzigſte Aufgabe.

Ein geſchobenes gleichſeitiges Viereck a d c b, auf andere Art in drey gleiche Theile alſo zu theilen, daß die Diviſionslinien e h und i k, nicht parallel laufen.

Aufloͤſung.

Tab. XLII. Fig. 154. Theilt erſtlich die Seiten a d und b c des Rhombi a d c b, in e, f und g, h, jeden in zwey gleiche

gleiche Theile, zieht aus e nach h mit der Baſi ab die erſte Diviſionslinie eh, parallel; ſo iſt der abgeſchnittene Rhomboides aehb, natürlicher Weiſe gleich einem Drittheil vom Rhombo adcb, folglich bleiben für den Rhombum edch, zwey Drittheil ſtehen, dieſe müßen halbirt werden; theilt demnach die gefundene Scheidungslinie eh in i, und die mit ſelbiger parallel laufende obere gerade Linie dc in k, jede in zwey gleiche Theile, reißt aus i nach k, die zwote Scheidungslinie ik, ſo iſt der Rhomboides edki gleich dem Rhomboidi ikch, und auch gleich dem Rhomboidi aehb, folglich iſt der gegebene Rhombus adcb, auch auf dieſe Art mit Drey dividirt.

Die hundert und achtzigſte Aufgabe.

Den gegebenen Rhombum abcd aus deßen accuraten Mittelpunkt n, in drey gleich große Theile zu theilen.

Auflöſung.

Theilt erſtlich die Seiten ab, bc, cd, und da, des Rhombi abcd in m, l, k, i, h, g und e, f, eine jede in drey gleiche Theile. Suchet ſodann den nöthigen Mittelpunkt n, um die begehrten Theilungslinien aus ſelbigen reißen zu können, alſo zieht aus denen einander entgegen geſetzten ſpitzigen Winkeln a und c, wie auch aus denen einander gegen überliegenden ſtumpfen Winkeln b und d, der gegebenen viereckigten Figur abcd, Tab. XLII. Fig. 155.

die blinden Diagonalen ac und bd, dieſe ſchneiden ſich in n, und iſt dieſer Durchſchnittspunkt n, das wahre Centrum vom Rhombo abcd, führt aus dieſem Durchſchnittspunkt n, nach b, die erſte Scheidungslinie bn, gebt anietzo einem jeden Theile, vier Theile von denen auf denen Seiten ab, bc, cd und da des Rhombi abcd abgetheilten Theilen, denn dreymahl viere iſt zwölfe; kommen demnach die vier Theile bk, ki, ic und ch, für ein begehrtes Drittheil, zieht alſo aus h nach n, die zweyte Theilungslinie hn, nehmt nunmehro die vier Theile bl, lm, ma und ae, für den Antheil des verlangten zweyten Drittheils, führt alſo aus e nach n, die dritte Theilungslinie en, ſo bleiben die vier Theile ef, fd, dg und gh, für den dritten Antheil ſtehen, und iſt alſo das Trapezoides bchn gleich dem Trapezoidi bnea, und auch gleich dem Trapezoidi, enhd, folglich iſt der Rhombus abcd, nach Begehren aus deßen Mittelpunkte n, in drey gleich große Theile getheilt.

Anmerkung.

Es gilt allhier wieder die Anmerkung welche bey der hundert und vier und ſechzigſten Aufgabe ad Figur 189. in Anſehung der zwölf kleinen Dreyecke gemacht.

Die hundert und ein und achtzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen Rhombum abcd, mit Drey alſo zu dividiren, daß die erſte Theilungslinie

xi aus dem auf der Grundlinie ad, befindlichen Punkt x gezogen werde.

Aufloͤſung.

Halbirt die Seiten ab und dc, des Rhombi abcd, in e und f, zieht ef durch eine gerade blinde Linie zuſammen, theilt die nur gezogene Linie ef in g und h in drey gleiche Theile, zieht aus dem auf der Baſi ad befindlichen Punkte x durch den auf ef befindlichen erſten Theilungspunkte g die ſcharfe Theilungslinie xgi, und mit ſelbiger durch den auf ef ſtehenden zweyten Theilungspunkt h die Parallele kl, ſo iſt das Trapezium abix als der erſte Theil gleich dem Rhomboidi xilk, als dem zweyten Theile, und auch gleich und aͤhnlich dem Trapezio klcd, als dem dritten Theile, folglich iſt der Rhombus abcd, mit Drey dividirt. Tab. XLII. Fig. 156.

Die hundert und zwey und achtzigſte Aufgabe.

Einen Rhombum abcd, aus dem außer demſelben ſtehenden Punkt e, in drey gleich große Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Halbirt erſtlich die Grundlinie ad des Rhombi abcd, und deren Parallele bc, in g und f, und fuͤhrt aus dieſen Theilungspunkten g und f, die blinde gerade Linie gf, mit ab, oder mit dc parallel. Theilt anietzo auch die Seiten ab und Tab. XLII. Fig. 157.

dc

dc in q, o, p und r, jede in drey gleiche Theile, und zieht aus o nach p, item auch aus q nach r, die blinden geraden Linien op und qr, mit der Baſi ad, parallel. Dieſe punktirten Linien op und qr, ſchneiden die blinde Linie gf in h und i. Führt letztens aus dem gegebenen äußeren Punkt e durch die Durchſchnittspunkte h und i, die geraden Linien ekhl, und emin, ſo theilen die ſcharfen Linien kl und mn, den Rhombum abcd, in die begehrten drey gleichen Theile alkd, lkmn und mnbc.

Anmerkung.

Ein ſich übender nachdenkender fleißiger Leſer, wird aus den Dreyecken qhl, khr, oin und mip, ſich leicht von der Richtigkeit dieſer Aufgabe überführen, denn es iſt der Rhombus abcd durch die blinden geraden Linien op und qr gleichſam in drey gleiche Theile dividirt worden. Und hat man demnach nur die angeführten kleinen Dreyecke, dieſen parallelen Theilen an einem Orte gleichſam abgenommen, und an anderen wieder zugeſetzt.

Die hundert und drey und achtzigſte Aufgabe.

Einen Rhombum abdc, aus einem in ſelbigen ſtehenden, oder willkührlich angenommenen Punkte & in drey gleich große Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. XLII. Fig. 158. Theilt erſtlich ſo wohl die Grundlinie ac, als auch derſelben obere Parallele bd, in f, g und h, i, in drey gleiche Theile. Zieht aus f nach

nach h, und aus g nach i, die blinden geraden Linien fh und gi; führt aus dem gegebenen Punkte & bis an die Linie bd, die erſte Theilungslinie k & nach Willkühr. Verlängert die Grundlinie ac, des Rhombi abdc willkührlich nach m, errichtet auf dieſer verlängerten Linie cm in m den Perpendikel mn; zieht mit der langen Baſi am aus bd die blinde Parallele on, ſelbige determinirt die Höhe des Perpendikels on in n. Faßt anietzo die kleine Linie kh, des Triangels klh, und ſetzt ſelbige auf die blinde Linie on, aus n nach p; zieht mit der langen geraden Linie bdon aus l die Parallele lq, bis an den Perpendikel mn, und zieht die punktirte Linie pq, faßt qm, ſetzt dieſe Länge aus n gegen m nach r. Zieht rp, und mit ihr aus q die Parallele qs, faßt ns, ſetzt dieſe kleine Diſtanz aus dem auf ac befindlichen Abtheilungspunkt f nach t; zieht die blinde gerade Linie t&, und mit ihr aus l die Parallele lu, und endlich aus & nach u, die zweyte Theilungslinie &u, ſo gilt der dem Rhomboidi abhf zugeſetzte Triangel l&+ für die, dieſem Rhomboidi abgenommenen Triangula klh und u+f.

Zieht anietzo wiederum eine willkührliche blinde gerade Linie wx, errichtet auf ſelbiger den Perpendikel xy, gleich dem Perpendikel mn, faßt von der Grundlinie ac des Rhombi abdc, Zweydrittheile nehmlich fc, ſetzt ſelbige auf die blinde gerade Linie xw, aus x nach z, zieht yz.

Führt

Führt anietzo vom inneren Punkte &, des Vierecks abdc mit der langen blinden Linie lq, die Parallele &v, bis an den Perpendikel mn, faßt mv, und ſetzt ſelbige auf den Perpendikel xy aus x nach ⊙. Zieht aus ⊙ nach z die blinde gerade Linie ⊙z und mit ihr aus y, die Parallele yw, und aus w nach ⊙ die blinde gerade Linie w⊙, faßt xw, ſetzt dieſes Maaß auf die lange Grundlinie am, aus u nach D. Zieht aus & nach c die blinde gerade Linie &c, und mit ihr aus D die Parallele D△, und letztlich aus △ nach &, die dritte ſcharfe Theilungslinie &△, ſo iſt das ungleichſeitige Fünfeck abk&u, gleich dem Trapezoidi u&△c, und auch gleich dem Trapezoidi abdc; folglich iſt der gegebene Rhombus abcd, aus dem in ſelbigen vorgefundenen Punkte & in drey gleich große Theile getheilt.

Die hundert und vier und achtzigſte Aufgabe.

Ein ablanges geſchobenes Oblongum, oder ei- einen Rhomboidem abcd, durch Parallellinien in drey gleich große Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. XLIII. Fig. 159. Theilt ſo wohl die Grundlinie ad, als auch deren obere Parallele bc, in e, f und g, h, in drey gleich große Theile; zieht die gefundenen Theilungspunkte e, g; h, f durch gerade ſcharfe Linien eg, hf zuſammen, ſo iſt der Rhomboides

in

in drey andere gleich große Rhomboide eingetheilt. Denn da die Seiten ad und bc, wie auch ab und dc per Conſtruct. von einerley Länge, und ae gleich ef, gleich dem Drittheil ad, wie auch bq, gleich gh, gleich hc, gleich dem Drittel bc. Alſo ſind auch per hypotheſ. die Rhomboide abge, eghf und fhcd, alle drey einander gleich; folglich iſt der Rhomboides nach Verlangen mit Drey dividirt.

Die hundert und fünf und achtzigſte Aufgabe.

Eine länglichte Raute abcd, aus dem auf der langen Seite bc, ſtehenden Punkt x in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Faßt von der langen Seite bc des Rhomboidis abcd, aus b, die Länge bx, tragt ſelbige auf die Grundlinie ab, aus dem gegen über liegenden Winkel d nach e, und zieht aus e nach x, die ſcharfe Scheidungslinie ex, ſo iſt der Trapezoides abxe gleich dem Trapezoidi cdex, und alſo der Rhomboides abcd, nach Begehren aus dem gegebenen Punkte x in zwey gleiche und ähnliche Trapezia dividirt. Tab XLIII. Fig. 160.

Die hundert und ſechs und achtzigſte Aufgabe.

Einen Rhomboidem acdb, durch den in ſelbigen befindlichen viereckigten Brunnen x in zwey gleich große Theile zu theilen.

Auf-

Auflöſung.

Tab. XLIII. Fig. 161. Reißt erſtlich in das gegebene geſchobene länglichte Viereck a c d b, aus denen einander gegen über liegenden Winkeln a, d und c, b die Diagonalen a d und c b, durch punktirte gerade Linien, welche ſich in dem Centro f des Rhomboidis ſchneiden, zieht mitten durch den Brunnen x und den Durchſchnittspunkt f von der Baſi a b, bis an ihre gegen über liegende Parallele c d, die ſcharfe Theilungslinie e x f g, ſo iſt der Rhomboides a c d b, in zwey gleich große und ähnliche Trapezia a c g e, und d b g e nach Verlangen eingetheilt.

Die hundert und ſieben und achtzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen Rhomboiden a c d b, durch zwey mit der Baſi a b, und der Seite a c parallel laufende gerade Linien i k und g e in drey gleich große Rhomboide zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. LXIV. Fig. 162. Theilt allhier erſtlich ſo wohl die Grundlinie a b, als auch derſelben Parallele c d, in g, h; e, f in drey gleich große Theile. Führt aus denen Theilungspunkten e und g, die erſte ſcharfe Theilungslinie e g, ſo iſt das erſte Drittheil vom Rhomboide a c d b durch den Rhomboidem a c e g abgeſchnitten. Halbirt anietzo die gezogene erſte Theilungslinie e g, in i, wie auch die mit ihr parallel laufende Seite b d des Rhomboidis a c d b

in

in k, und führt von i bis k, die zweyte ſcharfe Theilungslinie ik, ſo ſind die beyden dadurch entſtandenen Rhomboide gikb und iedk einander gleich, und jeder ſo groß als der zu erſt abgeſchnittene Rhomboides aeeg; folglich iſt das parallel laufende ſchiefwinklichte Viereck, in drey gleich große Rhomboide aceg, gikb und edki nach Verlangen dividirt.

Die hundert und acht und achtzigſte Aufgabe.

Einen Rhomboidem abcd, aus dem außer demſelben ſtehenden Punkt x, in drey gleich große Theile aio, oibkp und pkc zu theilen.

Aufloͤſung.

Halbirt erſtlich die kurzen Seiten ab und dc des Rhomboidis abcd in e und f und punktirt die gerade Linie ef, theilt ſodann die langen Seiten ad und bc dieſer viereckigten Figur abcd, in k, l; m, n jede in drey gleiche Theile und reißt aus k nach m, und aus l nach n, die blinden geraden Linien km und ln, oder drittheilt auch nur die erſte punktirte Linie ef in g und h, und zieht aus dieſen Theilungspunkten g und h mit denen Seiten ab und cd die Parallelen mk und nl, ſo entſtehen dadurch allezeit nach beyden Fällen auf ef die Durchſchnittspunkte g und h. Zieht letztlich aus dem auswärts ſtehenden Punkte x durch den Durchſchnittspunkt g die erſte Scheidungslinie xogi, und ſodann auch aus x durch Tab. XLIV. Fig. 163.

den interſections-Punkt h, die zweyte Diviſionslinie x p h k, ſo iſt das Dreyeck o h i, gleich der ſechseckigten irregulären Figur i b k p d o, und auch gleich dem Trigono p k c; folglich iſt das problema nach Verlangen ſolvirt und der Rhomboides a b c d, in drey gleich große Theile getheilt.

Anmerkung.

Auf eben dieſe Art, laßen ſich alle Quadrata perfecta, Parallelogramma rectangula, Rhombi und Rhomboides aus einem außer der Figur ſtehenden gegebenen Punkt in ſo viel gleiche Theile dividiren, als man nur will. Man darf nehmlich nur erſtens zwey einander gegen über liegende Seiten der gegebenen viereckigten Figur halbiren, und aus dieſen gefundenen Punkten die blinde Linie ziehen, ſo iſt erſtlich das Quadrangulum durch dieſe blinde gerade Linie in zwey gleich große Theile getheilt. Sodann theilt man durchs Verſuchen entweder die beyden andern, einander gegen über liegenden Parallelen der Figur, oder auch nur die, durch deren Mitte gezogene punktirte gerade Linie in ſo viel gleiche Theile als die viereckigte Figur Theile bekommen ſoll, und zieht ſodann aus dem auswärts ſtehenden gegeben Punkte, nach oder vielmehr durch alle die auf der mittleren Linie befindlichen Theilungspunkte, durch die gegebene Figur, ſcharfe gerade Linien, ſo wird ſelbige allezeit in ſo viel gleiche Theile zerſchnitten als man begehrt.

Die hundert und neun und achtzigſte Aufgabe.

Einen Rhomboidem a b c d, aus einem in ſelbigen ſtehenden Punkte x in drey gleiche Theile zu theilen.

Auf-

Auflöſung.

Theilt wiederum erſtlich die zwey einander gegen über liegenden langen Linien a d und b c, des Rhomboidis a b c d, in e, f und g, h jede in drey gleiche Theile, und zieht aus e nach g, und aus f nach h, die blinden geraden Linien e g und f h. Führt ſodann aus x, als dem gegebenen inneren Punkt die erſte Theilungslinie x i auf b c, (der Punkt i, kann auf b c angenommen werden wo man will.) Zieht aus dem gegebenen Punkt x nach dem auf der Baſi a d befindlichen erſten Theilungspunkte g die blinde gerade Linie x g, und mit ihr aus e die Parallele e x, und ſodann aus x nach k die zweyte Theilungslinie x k; ſo iſt das abgeſchnittene irreguläre Fünfeck a b i x k gleich einem Drittheil des Rhomboidis a b c d. Tab. XLIV. Fig. 164.

Fällt anietzo in dem Rhomboide a b c d aus c auf a d den Perpendikel c y, wie auch aus dem gegebenen Punkte x die ſenkrechte Linie x z. Reißt ſodann eine unbeſtimmte gerade blinde Linie l p, faßt zwey Drittheil von a d, als g d, ſetzt dieſe Länge auf die nur gezogene Linie l p aus l nach m; errichtet in l den Perpendikel l n, gleich dem Perpendikel c d, der viereckigten Figur a b c d, faßt anietzo den Perpendikel x z, ſetzt ſelbigen aus l von l p auf den Perpendikel l n, nach o. Zieht aus n die gerade Linie n m, führt auch aus o nach m die gerade Linie o m, und mit ihr aus n die Parallele n p, und aus o, die ge-

rade Linie o p. Verlängert anietzo die Baſin a d des Rhomboidis a b c d aus d nach q; faßt l p, und ſetzt dieſe Länge auf die verlängerte Grundlinie a q, aus k nach q. Punktirt aus x nach d die gerade Linie x d, und mit ihr aus q auf d c die Parallele q r, und reißt letztlich aus x nach r, die dritte ſcharfe Theilungslinie x r, ſo iſt der Rhomboides k x r d gleich dem Rhomboidi x r c i, gleich der zuerſt abgeſchnittenen fünfeckigten irregulären Figur a b i x k, folglich iſt der Rhomboides a b c d, nach Begehren aus dem Punkt x, in drey gleiche Theile getheilt.

B. Ungleichſeitige Vierecke als Trapezia und Trapezoide, auf verſchiedene Arten, in begehrte gleiche Theile zu theilen.

Die hundert und neunzigſte Aufgabe.

Das Trapezium a b c d, in zwey gleiche Theile a b e f und f e d c zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. XLV. Fig. 165. Halbirt erſtlich die Grundlinie a c des Trapezii a b c d in f, theilt ſodann auch deren Parallele b d in e in zwey gleiche Theile, zieht von e nach f, die Scheidungslinie e f, ſo iſt das Trapezium a b e f gleich dem Trapezio e d c f, und folglich das irreguläre Quadrangulum a d b c in zwey gleich große Theile getheilt.

Die

Die hundert und ein und neunzigſte Aufgabe.

Ein Trapezium abcd auf vorſtehende Art in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Drittheilt zuförderſt die Baſin ad, des Trapezii adcb in g und h; theilt alsdenn auch deßen obere Linie bc, in e und f, in drey gleiche Theile. Zieht ſodann von e nach g, und von f nach h die Theilungslinien eg und fh, ſo iſt das Trapezium abeg gleich dem ungleichſeitigen Viereck gefh, und auch gleich dem Quadrangulo irregulari hfcd. Und alſo iſt das gegebene Trapezium abcd, in drey gleich große Theile getheilt werden. Tab. XLV. Fig. 166.

Die hundert und zwey und neunzigſte Aufgabe.

Auf eben dieſe Art ein Trapezium abcd, in vier gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Theilt erſtlich die obere gerade Linie bc des Trapezii bcda, in e, f, g, in vier gleiche Theile, viertheilt ſodann auch die mit bc, parallel laufende Grundlinie ad des Trapezii adcb, in h, i, und k. Zieht von denen auf bc gemachten Eintheilungen e, f, g, nach den auf ad befindlichen Theilungspunkten h, i, k, die Diviſionsli- Tab. XLV. Fig. 167.

nien eh, fi und gk, ſo iſt das Trapezium abeh gleich der viereckigten Figur efih, und auch gleich dem Quadrangulo fikg, wie auch dem Trapezio gkde, folglich iſt das gegebene Trapezium adcb, mit Vieren accurat dividirt.

Anmerkung.

Auf dieſe Art, Trapezia in begehrte gleiche Theile zu theilen, geht nur bey denenjenigen an, in welchen zwey Seiten mit einander parallel laufen. Will man aber Trapezoide in gewiße gegebene Theile theilen, ſo muß erſtlich das ganze Quadrangulum in einen Triangel verwandelt werden, wie wir weiter unten bey der 196ten Aufgabe mit mehreren deutlich anzeigen, und erklären wollen.

Die hundert und drey und neunzigſte Aufgabe.

Ein Trapezium parallelarum baſium adbc, aus dem in ſelbigen gegebenen Punkt x, in drey gleiche Theile alſo zu theilen, daß die erſte Theilungslinie xb, aus dem Winkel x, nach dem gegebenen Punkt x, zulaufe.

Aufloͤſung.

Tab. XLV. Fig. 168. Fällt erſtlich aus dem Punkt b, der obern Linie bc auf die Grundlinie ad, der Figur abcd, den Perpendikel bz, und zieht aus dem gegebenen Punkt x nach den Perpendikel bz, die Parallele xy. Zieht ſodann die Grundlinie ad aus d nach e, willkührlich lang, reißt aus b nach d, die blinde gerade Linie bd, und

mit

mit ihr aus c auf die verlängerte blinde Linie d e, die Parallele c e, und aus b nach e die gerade Linie b e, ſo iſt das Trapezium a b c d, in das Trigonum a b e, deßen Höhe b z iſt, verwandelt.

Theilt anietzo die Grundlinie a e des Dreyecks a b e, in f und g, in drey gleiche Theile und führt aus b nach g und f die blinden geraden Linien b g, und b f. Zieht aus x nach g die blinde gerade Linie x g, und mit ihr aus b, auf a d die Parallele b h, und die zweyte Theilungslinie x h.

Reißt nunmehro eine unbeſtimmte gerade blinde Linie i n, errichtet auf ſelbiger in i den Perpendikel i l, macht i l, ſo hoch als den Perpendikel z b, des Vierecks a b c d, faßt a g oder g f, oder f e, und ſetzt dieſe Länge auf i n, aus i nach k. Zieht die Hypothenuſe l k; nehmt die Länge y z, vom Perpendikel b z und ſetzt ſelbige gleichfalls auf den Perpendikel i l, aus i nach m, zieht m k mit ſelbiger aus l, die Parallele l n, und die gerade Linie m n, ſo iſt der dem Trapezio a b c d, gleich hohe Triangel k i l, in das dem Perpendikel z y gleich hohe Trilaterum n i m verwandelt.

Faßt alſo die Baſin i n des Dreyecks m i n, und ſetzt ſelbige auf die Grundlinie a e, des Dreyecks b a e, aus h nach o. Zieht aus b nach d, die blinde gerade Linie b d, und mit ihr aus o, nach d c die Parallele o p, und ſodann letztlich aus b nach x, die dritte Theilungslinie x p, ſo iſt der Trapezoides a b x h gleich dem Trapezoi-

di h x p d, und auch gleich dem Trapezoidi p x b c, und folglich iſt das gegebene Trapezium a b c d, in drey gleiche Theile getheilt.

Die hundert und vier und neunzigſte Aufgabe.

Ein Trapezium parallelarum baſium a c b d, aus dem außer der Figur ſtehenden Punkt x, in vier gleiche Theile alſo zu theilen, daß die Theilungslinien l k, n m und p o, ſich gegen den Punkt x alligniren.

Auflöſung.

Tab. XLVI. Fig. 169. Halbirt die Seiten a b und c d, der gegebenen Figur a b c d in e und f; zieht aus e nach f die blinde gerade Linie e f; theilt e f in g, h, und i in drey gleiche Theile, reißt letztlich aus x durch die gefundenen Theilungspunkte g, h und i in die Figur a b d c die ſcharfen Theilungslinien k g l, m h n und o i p, ſo iſt das gegebene große Trapezium a b d c in vier gleiche Trapezia a b l k, k l n m, m n p o und o p d c getheilt.

Anmerkung.

Um daß der fleißige und ſich übende Leſer auch von der Richtigkeit dieſer Solution überzeugt werde, ſo errichtet aus e, g, h, i und f bis an b d die blinden Perpendikularen e q, g s, h u, i w und f z. Verlängert a c nach r und &, verlängert auch die Perpendikularen q e nach r, s g nach t, u h nach v, w i nach y, und z f nach &; ſo entſteht dadurch das parallelogrammum rectangulum r q z &, welches mit dem Trapezio a b c d, von gleichen Inhalte iſt. Denn die abgenom,

nommenen Triangula b e q und z d f, ſind mit denen zugeſetzten Dreyecken r e a und &c f, von gleichen Inhalte. Eine gleiche Bewandniß hat es mit den Dreyecken l s g, n u h und w p i gegen ihre reſpectiven Trigona k t g, m v h und y o i, welche gleichfalls ſo wie die Eck-Trigona einander gleich und ähnlich ſind. Alſo iſt das Trapezium k a b l, gleich dem parallelogrammo t r q s. Das Trapezium l n m k gleich dem Oblongo s t v u, das Trapezium n p o m ſo groß als das parallelogrammum u w y v, und endlich das Trapezium p d c o, mit dem Rechtecke w z & y, von gleichen Flächeninhalte; iſt auch die Eintheilung richtig und demonſtrativ.

Die hundert und fünf und neunzigſte Aufgabe.

Ein Trapezium parallelarum baſium a c, b d, ſo bey a und b, zwey rechte Winkel einſchließt, alſo mit Drey zu dividiren, daß die Theilungslinien i l und k m mit der auf denen Parallelen a c und b d, ſtehenden Perpendikulare a b, gleichlaufend seyn.

Auflöſung.

Halbirt ſo wohl die Perpendikulare a b, als auch die oblique Seite c d, des Trapezii a b d c in e und f, und zieht die blinde gerade Linie e f, welche gleichfalls mit denen Seiten a c und b d, parallel ſeyn wird. Drittheilt ſodann die nur gezogene blinde gerade Linie e f, in g und h, und zieht durch dieſe Theilungspunkte g h, von a c nach b d, mit der Perpendikulare a b, die Theilungslinien l g i und m h k, parallel, ſo iſt das Tab. XLVI. Fig. 170.

Oblongum abil, gleich dem Rechteck likm, und auch gleich dem Trapezio mkdc, folglich iſt das Trapezium abdc mit Drey dividirt.

Die hundert und ſechs und neunzigſte Aufgabe.

Ein Trapezium abdc aus denen auf ac, gegebenen Punkten x und y, in drey gleich große Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. XLVI. Fig. 171. Theilt ſo wohl die Grundlinie ac, als auch deren Parallele bd, des Trapezii abdc in e, f und g, h in drey gleiche Theile, und führt aus e nach g, und aus f nach h, die blinden geraden Theilungslinien eg und fh. Zieht von dem gegebenen Punkt x nach dem Theilungspunkt g, die blinde gerade Linie xg, und mit ihr aus e die Parallele ei, und von x nach i die erſte Diviſionslinie xi, reißt auch aus dem gegebenen Punkt y, gegen den Theilungspunkt h, die blinde gerade Linie yh, und mit ſelbiger aus f die Parallele fk, und letztlich von y, auf k, die zwote Theilungslinie yk, ſo iſt das Trapezium abix gleich dem Quadrangulo xiky, und auch gleich der viereckigten Figur ykdc, und folglich das gegebene Trapezium abdc nach Verlangen aus denen gegebenen Punkten x und y mit Drey dividirt.

Die hundert und ſieben und neunzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem abcd, durch eine aus dem Winkel b, laufende gerade Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert die Grundlinie ad, des Trapezoidis abcd willkuͤhrlich nach e, zieht aus dem Winkel b in den Winkel d die blinde Diagonale bd, und mit ihr aus c auf die verlaͤngerte Grundlinie ae, die Parallele ce. Fuͤhrt aus b nach e die Verwandlungslinie be, ſo iſt das ungleichſeitige Quadrangulum abcd, in das Trilaterum abe, verwandelt. Tab. XLVI. Fig. 172.

Halbirt anietzo die Grundlinie ae, des gefundenen Trigoni abe, in f und b. Reißt aus b nach f die ſcharfe Theilungslinie bf, ſo iſt das dadurch entſtandene Trigonum abf an Flaͤcheninhalte gleich dem abgeſchnittenen Trapezoidi fbcd, und folglich der Trapezoides abcd, in zwey gleiche Theile getheilt.

Die hundert und acht und neunzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem abcd, aus dem Winkel b, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert die Grundlinie ad des Trapezoidis abcd willkuͤhrlich nach e. Zieht aus dem Win- Tab. XLVI. Fig. 173.

Winkel b in dem ihm gegen über liegenden Winkel d die blinde Diagonale bd, und mit ihr aus c auf ae, die Parallele ce, und die Verwandlungslinie be, ſo iſt der Trapezoides abcd, in das Trilaterum abe verkehrt. Halbirt nunmehro die Grundlinie ae, des Trigoni abe in f, reißt aus f mit der Diagonale bd, nach der Seite dc, die kleine blinde Parallele fg, und letztlich aus b, nach g die ſcharfe Theilungslinie bg, ſo iſt der Trapezoides abgd, an Quadratinhalte gleich, dem Dreyeck bgc, und alſo das Quadrangulum irregulare abcd nach Begehren mit zwey dividirt.

Die hundert und neun und neunzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem abcd, aus der Spitze des Winkels b, in drey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. XLVII. Fig. 174. Führt erſtlich in die einander gegen über liegenden Winkel a und c der viereckigten Figur abcd, die blinde Diagonale ac, theilt ſelbige in e und f in zwey gleiche Theile. Fällt aus dieſen Theilungspunkten e und f, auf die Seiten ad und cd, des Trapezoidis abcd, die punktirten Perpendikularen eg und fh. Zieht letztlich aus b nach dieſen Berührungspunkten g und h, die ſcharfen Theilungslinien bg und bh, ſo iſt der Triangel abg gleich dem Trapezoidi gbhd, und dieſer Trapezoides hinwiederum

gleich

gleich dem Trilatero hbc; folglich iſt der Trapezoides abcd, in drey gleiche Theile getheilt.

Die zweyhunderte Aufgabe.

Einen Trapezoidem abcd, aus dem auf der Linie bc gegebenen Punkt f, in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie ad des gegebenen irregulären Vierecks abcd, nach e; führt ſodann in die einander gegen überliegenden Winkel b und d, die Diagonale bd, und mit ihr aus c auf die verlängerte Grundlinie ae, die Parallele ce, und zieht aus b nach e, die lange blinde gerade Linie be, ſo iſt der Trapezoides abcd, in das Trigonum abe verwandelt. Tab. XLVII. Fig. 175.

Theilt anietzo die Grundlinie ae dieſes Dreyecks abe in g und h in drey gleiche Theile, zieht aus dieſen Theilungspunkten nach den gegebenen Punkt f, die blinden geraden Linien fh und fg, führt mit fh aus b, die Parallele bi, und aus i nach f die erſte ſcharfe Theilungslinie if, reißt auch mit gf aus b, die Parallele bk und aus f nach k die zweyte ſcharfe Theilungslinie fk, ſo iſt der Trapezoides abfi gleich dem Triangulo ifk, und auch gleich dem Trapezoidi kfcd, alſo iſt das Quadrangulum irregulare abcd nach Begehren aus dem Punkte f in drey gleiche Theile getheilt.

Die

Die zweyhundert und erſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem acdb, aus denen auf der Grundlinie ab, gegebenen zwey Punkten x und y, in drey gleich große Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. XLVII. Fig. 176. Verlängert wie vorhin die Grundlinie ab, des ungleichſeitigen geradlinichten Vierecks acdb willkührlich nach e. Zieht in das Quadrangulum acdb die punktirte Diagonale cb, und mit ihr aus d auf die verlängerte Linie be, die blinde Parallele de, und aus c nach e die Verwandlungslinie ce, ſo iſt der Trapezoides acdb, in das Triangulum ace, verkehrt. Theilt anietzo die lange neue Baſin ae, des Trigoni ace, in f und g in drey gleiche Theile, und zieht die Scheidungslinie fc und gc. Führt aus dem gegebenen Punkt x, nach c die blinde gerade Linie xc, und mit ihr aus dem Theilungspunkte f, die Parallele fh, und aus h nach x die erſte Theilungslinie xh, ſo iſt der abgeſchnittene Trapezoides achx, gleich einem Drittheil der gegebenen Figur acdb. Führt anietzo aus dem gegebenen Punkte y nach c die blinde gerade Linie yc, und mit ſelbiger aus dem Theilungspunkte g, die Parallele gi, und letztlich von y nach i die zwote Diviſionslinie yi, ſo iſt der Trapezoides xhiy, gleichfalls gleich einem Drittheil der gegebenen Figur acdb, und folglich iſt der Trapezoides yidb, auch ein Drittheil vom Trapezoide acdb, und ſelbiges alſo nach Begehren in drey gleiche Theile getheilt.

Die

Die zweyhundert und zweyte Aufgabe.

Einen gegeben Trapezoidem abcd, alſo in zwey gleiche Theile zu theilen, daß die Theilungslinie lm, mit der Seite cd, des Vierecks abcd, gleichlaufend ſey.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert die einander gegen uͤber liegenden Seiten ad und bc des gegebenen Trapezoidis abcd durch blinde gerade Linien ade und bce, ſo weit bis ſich ſelbige in e ſchneiden, zieht in das Quadrangulum abcd aus b nach d die Diagonale bd, und mit ſelbiger aus c die blinde Parallele cf, und von b nach f die Verwandlungslinie bf, ſo iſt das Trilaterum abf gleich dem Trapezoidi abcd. Halbirt des Trigoni abf Grundlinie af in g, und reißt aus g mit dc die Parallele gh, theilt auch bc in x in zwey gleiche Theile, centrirt x, ſpannet den Zirkel bis e oder b, und ſchlagt den punktirten halben Zirkelkreyß eikb. Halbirt dieſen halben Zirkelbogen in i, zieht aus x nach i den Radium xi, und mit ſelbiger aus h, die blinde Parallele hk, und von k nach e die Chorde ke, centrirt e, oͤfnet den Zirkel bis k, und reißt aus k auf bc, das Bogenſtuͤck kl. Zieht letztlich aus l mit gh, oder auch mit dc, die Parallele lm, ſo iſt der Trapezoides ablm gleich dem Trapezio mlcd; und folglich das irregulaͤre Viereck durch Tab. XLVII. Fig. 177.

die

die mit dc, parallel laufende Theilungslinie lm in zwey gleich große Theile getheilt.

Die zweyhundert und dritte Aufgabe.

Einen Trapezoidem acdb, alſo in zwey gleich große Theile zu theilen, daß die Diviſionslinie lm, mit der Seite ac, parallel laufe.

Auflöſung.

Tab. XLVIII. Fig. 178. Verlängert erſtlich die Seiten ab und cd des Trapezoidis acdb, bis ſich ſelbige in e ſchneiden. Zieht in das ungleichſeitige Viereck acdb, die Diagonale cb, und mit ſelbiger aus d auf ae, die Parallele df und die Verwandlungslinie cf, ſo iſt der Trapezoides acdb, in das ihm gleich große Trilaterum acf, verwandelt. Halbirt ietzo ganz ae in g. Centrirt g, öfnet den Zirkel bis a und ſchlagt den halben Zirkel akhe, halbirt ſelbigen in h, und zieht aus dem Centro g, nach dem Theilungspunkte h, den Radium gh, welcher vom Diameter ae ſenkrecht abfällt. Halbirt anietzo auch die Grundlinie af, des Dreyecks acf, in i, zieht aus i mit gh, in den Zirkelbogen akhe die Parallele ik, reißt aus k nach e die punktirte Senne ke, centrirt e, ſpannt den Zirkel bis k, und führt das Bogenſtück kl. Zieht letztlich aus l, mit der Seite ac, die Parallele lm, welche die verlangte Theilungslinie iſt. Selbige theilt alſo den Trapezoidem acdb, in zwey gleich große Trapezoide

acml

acml und lmbd, ſo beyde von gleichen Flächen-inhalte ſind.

Die zweyhundert und vierte Aufgabe.

Einen Trapezoidem abcd, in drey gleiche Theile aus dem Winkel b zu theilen.

Auflöſung.

Zieht erſtlich aus dem Winkel b nach d, in den Trapezoidem abcd, die blinde Diagonale bd. Verlängert anietzo die Grundlinie ad nach e, willkührlich, reißt mit der Diagonale bd, aus c, auf die verlängerte Linie ae, die Parallele ce. Theilt ae in f und g in drey gleiche Theile. Zieht cus g nach b, die erſte ſcharfe Theilungslinie gb, reißt auch mit bd, oder ce, aus f die blinde Parallele fh, bis an die Seite dc. Zieht letztlich aus h nach b, die zweyte ſcharfe Theilungslinie bh, ſo iſt das Trilaterum abg, gleich dem Trapezoidi gbhd, gleich dem Trigono hbc, und folglich iſt das Quadrangulum irregulare abcd nach Begehren in drey gleich große Theile getheilt. Tab. XLVIII. Fig. 179.

Die zweyhundert und fünfte Aufgabe.

Einen Trapezoidem abcd, auf eine leichte, und geſchwinde Art in vier gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. XLVIII. Fig. 180. Zieht erſtlich in den Trapezoidem a b c d aus b nach d die Diagonale b d, und verlaͤngert die Grundlinie a d willkuͤhrlich durch eine punktirte Linie nach e, zieht mit der Diagonale b d aus c auf die verlaͤngerte Baſin a e die Parallele c e. So iſt es ſo viel als ob die viereckigte Figur a b c d in ein Triangulum a b e verwandelt waͤre. Theilt jetzo die Grundlinie a e dieſes vermeinten Trigoni a b e in f in zwey gleiche Theile. Halbirt auch dieſen Theil a f in g, und zieht aus b nach g, die erſte Theilungslinie b g. Fuͤhrt mit dieſer Diviſionslinie b g aus f auf die Seite d c, die Parallele f h, und aus b nach h, die zweyte Scheidungslinie b h, halbirt ſodann die Seite b c des Trapezii a b c d in i, und zieht aus i nach h, die dritte Scheidungslinie i h, ſo iſt das Dreyeck a b g gleich dem Trapezoidi g d h b, und dieſes wiederum gleich dem Trilatero b h i, und dieſes gleich dem Trigono h i c. Und alſo iſt das ungleichſeitige Viereck a b c d, nach Begehren in vier gleich große Theile von gleichen Flaͤcheninhalt zertheilt.

Drittens. Allerley gleichſeitige ungleichſeitige geradlinichte Figuren ſo mehr als vier Seiten zu ihrem Perimeter haben, in begehrte gleiche Theile einzutheilen.

A.

A. Von der Eintheilung der gleichſeitigen geradlinichten und gleichwinklichten vieleckigten Figuren.

Die zweyhundert und ſechſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges reguläres Fünfeck abcde, aus deßen Mittelpunkt l in fünf gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Theilt die Seiten ab, bc, cd, dc und ea, des gegebenen gleichſeitigen Fünfeck abcde, in g, h, i, k, f, in zwey gleiche Theile. Zieht aus dieſen Theilungspunkten nach dem Mittelpunkte l, die ſcharfen Theilungslinien lg, hl, li, kl und lf, ſo entſtehen in der regulären fünfeckigten Figur abcde, fünf gleich große und einander ähnliche Trapezoide aglf, bhlg, cilh, dkli und eklf; alſo iſt das Pentagonum regulare nach Begehren in fünf gleiche Theile dividirt. Tab. XLIX. Fig. 181.

Die zweyhundert und ſiebente Aufgabe.

Ein gleichſeitiges reguläres Fünfeck abcde, aus deßen Centro m, in ſieben gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Theilt erſtlich die Baſin ed des gegebenen Pentagoni abcde, in ſieben gleiche Theile. Zieht Tab. XLIX. Fig. 182.

 aus

aus dem Mittelpunkte m, nach e, die erſte Scheidungslinie me, und aus dem auf ed, befindlichen abgetheilten fünften Theilungspunkte f, nach m, die zwote Theilungslinie fm; faßt drey Theile von ed, tragt ſelbige auf dc aus d nach g; und zieht die dritte Scheidungslinie gm. Nehmt einen Theil von ed, ſetzt ſelbigen auf die Seite cb, aus c nach h, und aus b nach i, führt die vierte Scheidungslinie hm, ingleichen auch die fünfte im, faßt anietzo vier Theile von em, tragt ſelbige auf ba nach k, und reißt aus k nach m die ſechſte Diviſionslinie km. Nehmt letztlich zwey Theile von ed und tragt ſelbige auf ae aus a nach l, und zieht die ſiebente und letzte Theilungslinie lm, ſo ſind die durch dieſe Theilung in dem Fünfeck entſtandenen Triangula und Trapezoide kbim, ihm, hcgm, gdfm, fem, elm und lakm, alle von gleichen Flächeninhalte, denn ein jeder von denen ſieben Theilen, hat fünf Theile ef, von ed zu ſeinem Antheil bekommen, und alle gefundene ſieben Theile endigen ſich, oder laufen zuſammen im Centro m, folglich haben ſie alle einerley Höhe, und iſt ſo gut als beſtünde ein jeder dieſer ſieben gefundenen Antheile, aus fünf kleinen Dreyecken, deren Grundlinie gleich einem Fünftheil von ed, die Höhe aber gleich ſeyn würde einem Perpendikel welchen man ſich aus dem Centro m einbildet.

Anmerkung.

Sollte man ein ſolches gleichſeitiges reguläres Fünfeck aber zum Exempel in eilf gleiche Theile dividiren

diren, ſo můſte man eine Seite deſſelben in eilf gleiche Theile eintheilen, und jedem Theile ſodann fůnf von dieſen eilf Theilen zu ſeinem Antheil beylegen, denn fůnf mahl eilfe iſt fůnf und funfzig; ſo wůrde die Diviſion gleichfalls accurat heraus kommen.

Wůrde aber ein Neuneck in ſieben gleiche Theile zu theilen vorgegeben, ſo můſte man die eine Seite dieſes Neunecks in ſieben gleiche Theile dividiren, und jeden geſuchten Siebentheil Neunſiebentheil zu ſeinem Antheil geben, denn ſieben mahl neune iſt drey und ſechzig, und ſo wůrde der verlangte Quotient gleichfalls accurat herauskommen; die ůbrigen kan ein ſich ůbender Leſer zum Zeitvertreib durch ein wenig Nachdenken, nach belieben ſuchen.

Die zweyhundert und achte Aufgabe.

Ein Pentagonum regulare bcdef, auf ſolche Art in drey gleiche Theile zu theilen, daß die gefundenen Antheile mit einander parallel laufen und concentriſche Figuren werden.

Aufloͤſung.

Reißt erſtlich aus dem Centro a der fůnfeckigten gleichſeitigen regulåren Figur in dero Winkel bcdef, die Radios ab, ac, ad, ae, af, durch blinde gerade Linien, halbirt ſodann den Radium ab in f, centrirt f, oͤfnet den Zirkel bis a oder b, und zieht den halben Zirkelkreys bika. Theilt ſodann dieſen Durchmeßer ab in g und h in drey gleiche Theile, errichtet aus dieſen Theilungspunkten g und h, die Perpendikularen gi und hk. Zieht aus i nach k nach dem Mittelpunkt a der fůnfeckigten Figur bcdef Tab. XLIX. Fig. 183.

 die

die Sennen i a und k a. Centrirt a, ſpannt den Zirkel bis i und zieht das Bogenſtück i l auf b a, behaltet das Centrum a, öfnet dem Zirkel bis k, und führt das Bogenſtück k m auf b a, ſo iſt die Hauptſache gethan.

Zieht anietzo aus dem gefundenen Punkt l mit b c die Parallele l n bis an den Radium a c, aus n mit c d die Parallele n o bis a d, aus o mit d e die Parallele o p, bis a e, aus p, mit e f die Parallele p q bis a f, und letztlich aus q mit f b, die Parallele q l bis a b, ſo iſt der funfeckigte abgeſchnittene Kranz b c d e f, l n o p q, gleich einem Drittheil vom Pentagono regulari b c d e f.

Führt nunmehro auch aus m mit l n, die Parallele m r, aus r mit n o die Parallele r s, aus s mit o p die Parallele s t, aus t mit p q, die Parallele t u, und letztlich auch aus u mit q l die Parallele q m, allezeit bis an die Radii a c, a d, a e, a f iſt, ſo iſt dieſer zweyte abgeſchnittene Cranz l n o p q, m r s t u wiederum gleich einem Drittheil von der gleichſeitigen fünfeckigten Figur b c d e f, folglich iſt das in der Mitte ſtehen gebliebene kleine gleichſeitige Fünfeck m r s t u, auch gleich einem Drittheil des gegebenen großen Fünfecks b c d e f, und ſelbiges alſo nach Verlangen mit Drey dividirt.

Die zweyhundert und neunte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges reguläres Sechseck a b c d e f, aus dem Centro g, alſo in drey gleiche

gleiche Theile zu theilen, daß die Diviſions-linien gi, gh, gk aus dem Centro g entſpringen und auf denen Seiten des Sechsecks ſenkrecht aufſtehn.

Aufloͤſung.

Theilt die Seiten af, ed und cb, der gegebenen gleichſeitigen ſechseckigten Figur abcdef, in h, k, i, in drey gleiche Theile, zieht aus dieſen drey Theilungspunkten h, k, i, nach dem Centro g, die Diviſionslinien hg, kg und ig, ſo iſt das regulaͤre Sechseck abcdef in drey gleich große ungleichſeitige einander aͤhnliche Fuͤnfecke ahgib, ekghf und cigkd eingetheilt. Tab. L. Fig. 184.

Die zweyhundert und zehnte Aufgabe.

Ein gleichſeitiges regulaͤres Sechseck abcdef, aus dem Mittelpunkte g, in fuͤnf gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Theilt erſtlich die eine Seite dieſes Sechsecks als zum Exempel ed, in fuͤnf gleiche Theile, weil das Sechseck fuͤnf Theile bekommen ſoll. Das Sechseck hat ſechs Seiten, folglich kommen auf ein begehrtes Fuͤnftheil, ſechs Fuͤnftheile von ed. Zieht alſo aus dem dritten Theile von ed als aus i nach dem Centro g, die erſte Theilungslinie gi, faßt dieſe drey Theile ei und ſetzt ſelbige auf ef aus e nach h, und zieht die Tab. L. Fig. 185.

zweyte Theilungslinie hg, ſo bleiben vor id und hf zu beyden Seiten zwey Fünftheile von ed neben dem erſten ausgeſchnittenen Theile ehgi ſteſten. Nehmt vier Theile von ed, ſetzt ſelbige auf fa aus f nach k, und auf dc aus d nach l, und führt die Scheidungslinien kg und lg. Zieht auch aus b nach g die fünfte Scheidungslinie bg; ſo iſt das Hexagonum regulare abcdef, in fünf einander an Flächeninhalte gleich große Trapezoide hgie, igld, lgbc, bgka und kghf auf dieſe Art wie das Fünfeck Fig. 182. aus dem Grunde der einander gleichen kleinen Dreyecke, eingetheilt.

Die zweyhundert und eilfte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges reguläres Sechseck abcdef, mit Vier alſo zu dividiren, daß die Theilungslinien mn und lk mit dem Diameter ad, der gegebenen Figur abcdef in paralleler Richtung fort gehe.

Auflöſung.

Tab. L. Fig. 186. Verlängert erſtlich die Seiten ab und dc des gegebenen Sechsecks abcdef, zu beyden Seiten bis ſich ſelbige im Punkt ff berühren. Zieht ſodann aus a nach d die erſte ſcharfe Theilungslinie ad, ingleichen auch aus a nach c die blinde Diagonale ac. Centrirt c, öfnet den Zirkel bis ff oder d und ſchlagt die auf die Linie dff, den halben Zirkelkreys dibff, fällt aus b, auf dff, den Perpendikel bg, halbirt dg in h; zieht aus

h mit ca, die Parallele hi, und von i nach ff, die Chorde iff, centrirt ff, öfnet den Zirkel bis i, und zieht aus i das Bogenſtück ik, führt aus k mit ad die Parallele kl, als die zweyte Theilungslinie a, ſpannet den Zirkel bis l, und zieht aus l das blinde Bogenſtück lm, führt aus m mit ad die Parallele mn. So ſind die im gleichſeitigen Sechseck abcdef, entſtandenen vier Rhombi efmn, nmad, dalk und klbc, alle an Quadratinhalte einander gleich, und alſo das gegebene Hexagonum abcdef in vier gleiche Theile nach Verlangen parallel getheilt.

Die zweyhundert und zwölfte Aufgabe.

Ein gegebenes Hexagonum regulare abcdef alſo mit Vier zu dividiren, daß der Quotient gleichfalls ein reguläres Sechseck fhnmlk darſtelle.

Auflöſung.

Halbirt die Seite fe, des gleichſeitigen Sechsecks abcdef, in g; centrirt dieſen Theilungspunkt g, ſpannet den Zirkel bis f, und ſchlagt aus f den halben Zirkelkreys fhie. Theilt dieſen halben Zirkelbogen in h und i in drey gleiche Theile. Verlängert die Seite af der gegebenen Figur bis in den nur gezogenen halben Zirkelkreys fhie, ſo muß ſelbige (wenn anders accurat gearbeitet worden, in h eintreffen). Centrirt anietzo h, ſpannt den Zirkel bis f und zieht

Tab. LI. Fig. 187.

den Bogen ff. Centrit anietzo f auf fe, öfnet den Zirkel bis h, und durchſchneidet den Bogen ff durch den Bogen hh in x, centrirt x, ſpannt den Zirkel bis f auf fe, und führt von f bis h, den Zirkelkreys fklmnh. Nehmt anietzo die Länge der Linie fh, und tragt ſelbige aus f auf den kleinen Zirkelkreys nach klmn und h. Zieht letztlich die geraden Linien fk, kl, lm, mn und nh, ſo formiren ſelbige ein reguläres Sechseck fhlmnk, welches accurat der vierte Theil vom großen Sechseck abcdef ſeyn wird.

Anmerkung.

Le Clerc ſagt zwar in ſeiner Abhandlung der Geometri im fünften Hauptſtück von Theilung der Figuren p. 164. in der zwey und dreyßigſten Aufgabe, alſo: „So iſt das Sechseck o, Fig. 33. ein Drittheil des „des Sechsecks p.„

Dieſes iſt aber ganz falſch, denn das große gegebene Sechseck abcdef, beſteht aus ſechs gleichſeitigen Dreyecken, aby, bcy, cdy, dey, efy und fay. Nun iſt eine Seite als zum Exempel fh, vom kleinen Sechseck fhnmlk juſt halb ſo groß als die Seite fe, vom großen Sechseck abcdef, man conſtruite demnach nur in dem einen Triangel als in das Dreyeck fye von der Länge fg, welche gleich fh iſt. Die gleichſeitigen Trigona yop, pge, ofg und opg, ſo erhält man alſo vier ſolche kleine Triangula aequilatera, deren jeder ſo groß iſt, als eines von denen ſechs gleichſeitigen Dreyecken des kleinen Sechsecks fhnmlk. Nun ſind alſo im großen Sechseck vier und zwanzig ſolche Dreyecke, denn vier mahl ſechs iſt vier und zwanzig folglich iſt ein ſolches kleines Sechseck nur der vierte und nicht der dritte Theil vom großen Sechseck. Denn wenn das kleine Sechseck der dritte Theil vom großen Sechsecke ſeyn ſollte, ſo müſte es acht ſolche Trian-

Triangula als das Dreyeck y o p iſt, in ſich faßen; dieſe aber können ohnmöglich ein reguläres Sechseck geben.

Die zweyhundert und dreyzehnte Aufgabe.

Ein gleichſeitiges reguläres Siebeneck a b c d e f g in vier gleich große Theile zu theilen.

Aufloſung.

Theilt erſtlich die dem oberen Winkel a gegen über liegende Seite d e des gegebenen Siebenecks a b c d e f in i in zwey gleiche Theile, zieht aus dem Winkel a nach dem Theilungspunkt i die erſte Theilungslinie a i, durch welche die ſiebeneckigte Figur in zwey gleiche Theile getheilt wird. Theilt anietzo die Seite a b der regulären Figur a b c d e f g in vier gleiche Theile, faßt dreye von dieſen auf a b befindlichen ſieben Theilen, und tragt ſelbige auf die Seite b c aus b nach k, ingleichen auch auf die Seite g f aus g nach l. Zieht die zweyte ſcharfe Theilungslinie k l, welche juſt durchs Centrum h geht, ſo iſt der Trapezoides a b k h, gleich dem ungleichſeitigen Fünfeck k h i d c, und auch gleich dem pentagono irregulari i e f l h, item auch gleich dem ungleichſeitigen Viereck a g l h, denn jeder Theil hat zu ſeinem Antheil ſieben Theile von denen auf a b abgetheilten Theilen erhalten, wie aus denen auf der Figur befindlichen Ziffern zu erſehen, und folglich iſt das gegebene reguläre Siebeneck mit vier dividirt. Tab. LI. Fig. 188.

B.

B. Von der Eintheilung der ungleichſeitigen geradlinichten Vielecken.

Die zweyhundert und vierzehnte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Fünfeck aus dem obern Winkel x, in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab LII. Fig. 189. Verlängert erſtlich die Grundlinie ad, der zu theilen gegebenen fünfeckigten irregulären Figur abxcd, zu beyden Seiten nach e und f, willkührlich; zieht aus x nach a die punktirte Diagonale xa und mit ihr aus b auf die verlängerte Grundlinie ae, die Parallele be, und aus x nach e die erſte Verwandlungslinie xe, führt auch aus x nach d die Diagonale xd und mit ihr aus c auf die verlängerte Baſin df, die Parallele cf, und aus x nach f die zweyte Verwandlungslinie xf, ſo iſt das ungleichſeitige Fünfeck abxcd, in das Trigonum efx verkehrt. Theilt anjetzo die Grundlinie ef des Trigoni exf in g und h, in drey gleiche Theile, reißt aus g nach x die erſte Theilungslinie gx. Zieht mit der Diagonale xd aus dem dritten Theilungspunkt h, auf dc die kleine b'inde Parallele. (welche allhier der engen Diſtanz wegen zwiſchen d und h, kaum zu ſehen, aber juſt die Procedur iſt, als wie in Figur 137. Tab. XLVI. mit der Diagonale bd, ihrer Parallele fg, und der Theilungs-

lungslinie bg). Zieht aus x nach dem durch dieſe kleine Parallele h, auf dc entſtandenen Punkte die zweyte Scheidungslinie xh, ſo iſt der Trapezoides abxg, gleich dem Trapezoidi gxhd, gleich dem Trigono hxc, und folglich das pentagonum irregulare abxcd in drey gleiche Theile getheilt.

Die zweyhundert und funfzehnte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Fünfeck axcdb, aus dem Winkel x, in drey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie ab, der gegebenen fünfeckigten ungleichſeitigen geradlinichten Figur axcdb, aus b nach f, führt aus c nach b, die Diagonale cb, und mit ſelbiger aus d die blinde Parallele de, und aus c nach e, die erſte Verwandlungslinie ce, ſo iſt aus der fünfeckigten Figur axcdb, ein Trapezoides axce, geworden. Tab. LII. Fig. 190.

Führt anietzo in dieſem Trapezoide axce, die Diagonale xe, und mit ihr aus c auf bf, die Parallele cf, und aus x nach f die zweyte Verwandlungslinie xf, ſo iſt der Trapezoides axce in das Trilaterum axf, verwandelt.

Theilt anietzo die Grundlinie af dieſes neuen Trigoni axf, in g und h, in drey gleiche Theile. Zieht aus g nach x, die erſte Diviſionslinie gx,

führt

führt die Diagonale xb, und mit ſelbiger aus dem auf bf, befindlichen Theilungspunkt h, auf bd, die Parallele hi, und aus x nach i die ſcharfe Scheidungslinie xi, ſo iſt das ſchiefwinklichte ungleichſeitige Fünfeck axcdb, in drey gleich große Theile axg, gbix und xcdi zertheilt.

Die zweyhundert und ſechzehnte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Fünfeck abcde, aus dem auf der Grundlinie ae, gegebenen Punkt x, in drey gleich große Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. LII. Fig. 191. Verlängert die Grundlinie ae, der gegebenen irregulären Figur abcde, zu beyden Seiten nach f und g. Zieht aus c nach a die Diagonale ca und mit ihr aus b auf af die Parallele bf, und die erſte Verwandlungslinie cf. Reißt aus c nach e die Diagonale ce und mit ſelbiger aus d auf eg die Parallele dg, und aus c nach g, die zweyte Verwandlungslinie cg, ſo iſt aus dem pentagono irregulari abcde ein Dreyeck fcg geworden.

Theilt anietzo die gefundene Grundlinie fg, des Trigoni fcg, in h und i, in drey gleiche Theile. Zieht aus dem oberſten Winkel c nach dem auf der Baſi ae, gegebenen Punkt x, die blinde gerade Linie cx, und mit ſelbiger aus denen auf fg geſuchten Theilungspunkten h und i

die blinden Parallelen hk und il, führt letztlich aus x nach k und l, die ſcharfen Theilungslinien xk und xl, ſo iſt der Trapezoides abkx, gleich dem Quadrangulo xkcl und auch gleich dem ungleichſeitigen Viereck xlde, folglich iſt das irreguläre Fünfeck abcde, nach Verlangen aus dem Punkte x mit Drey dividirt.

Die zweyhundert und ſiebzehnte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Fünfeck abcde, aus dem in ſelbigen ſtehenden Punkte x in drey gleich große Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie ae des gegebenen irregulären Fünfecks abcde zu beyden Seiten nach h und i willkührlich, doch etwas weit hinaus. Zieht aus a nach c die blinde Diagonale ac und mit ihr aus b die punktirte Parallele bf, und aus c nach f die erſte Verwandlungslinie cf. Reißt aus c nach e die blinde Diagonale ce und mit ihr aus d auf ei die punktirte Parallele dg und aus c nach g die zweyte Verwandlungslinie cg, ſo iſt aus dem pentagono irregulari abcde ein Trilaterum fcg geworden. Tab. LII. Fig. 192.

Reißt nunmehro aus dem in der Figur abcde gegebenen Punkt x, nach f die blinde gerade Linie xf, und mit ſelbiger aus c auf ah, die punktirte Parallele ch, und die dritte Verwand-

wandlungslinie xh. Reißt auch aus x nach g, die blinde gerade Linie xg, und mit ihr aus c auf ei die Parallele ci, und die vierte Verwandlungslinie xi, ſo iſt aus dem hohen Trigono fcg, das niedrige Dreyeck hxi geworden.

Theilt anietzo die lange Baſin hi des Triangels hxi in k und l in drey gleiche Theile, weil nun in dieſer Figur der Punkt e zu ſtehen kommt, ſo zieht aus e oder l nach x, die erſte ſcharfe Theilungslinie xl. Zieht anietzo mit ax aus dem Abtheilungspunkt k auf ab, die Parallele kq, und aus q nach x die zweyte ſcharfe Theilungslinie xq. Verlängert nunmehro die Seite ed des Fünfecks abcde nach o, faßt hk als ein Drittheil von hi, und ſetzt dieſes Maaß auf ei aus e nach n. Zieht aus n, mit ex die Parallele no, bis an die verlängerte Linie eo. Zieht die blinde Linie xd, und mit ihr aus o auf cd die Parallele op, reißt letztlich aus p nach x die dritte ſcharfe Scheidungslinie px; ſo iſt der Rhomboides aqxe gleich dem Rhomboidi expd, und auch gleich der irregulären Figur pcbkx, und folglich iſt das gegebene ungleichſeitige Fünfeck abcde aus dem Punkte x nach Begehren in drey gleiche Theile getheilt worden.

Die zweyhundert und achtzehnte Aufgabe.

Ein gegebenes irreguläres Fünfeck abcde, aus dem in ſelbigen ſtehenden Punkt x, alſo in drey gleiche Theile zu theilen, daß die erſte

Schei-

Scheidungslinie xn, ſenkrecht auf die Grundlinie ae, der gegebenen Figur abcde, zu ſtehen komme.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert erſtlich die Grundlinie ae, der zu dividiren gegebenen fuͤnfeckigten Figur abcde, zu beyden Seiten nach g und i. Zieht aus a nach c, die blinde Diagonale ac, und mit ihr aus b auf ag, die blinde Parallele bf, und aus f nach c die erſte Verwandlungslinie fc. Reißt auch aus c nach e die punktirte Diagonale ce, und mit ihr aus d auf ei die Parallele dh, und aus c nach h die zweyte Verwandlungslinie dh, ſo iſt aus dem Fuͤnfeck abcde, das ihm gleiche Dreyeck fch entſtanden. Tab. LIII. Fig. 193.

Faͤllt nunmehro aus x auf ae den Perpendikel xn, und zwar alſo: zieht aus x nach a die blinde gerade Linie xa. Centrirt x, oͤfnet den Zirkel bis a und zieht von a gegen e den Bogen am; halbirt die gerade Linie am in n, und zieht aus x nach n den verlangten Perpendikel xn. Zieht die blinde gerade Linie xf, und mit ihr aus c auf ag die Parallele cg, und aus x nach g, die Verwandlungslinie xg. Reißt auch aus x nach h die blinde gerade Linie xh, und mit ſelbiger aus c auf ei die Parallele ci und aus x nach i die Verwandlungslinie xi, ſo iſt aus dem hohen Trigono fch, das niedrige Dreyeck gxi entſtanden.

Theilt anietzo gi in k und l in drey gleiche Theile; faßt das eine Drittheil kg, ſetzt

ſelbiges aus n gegen g nach r. Zieht aus r mit a x auf a b, die Parallele r o, und aus o nach x, die zweyte ſcharfe Theilungslinie o x. Zieht auch aus x nach e die blinde gerade Linie x e, faßt das eine Drittheil l i der Grundlinie g i, und ſetzt ſelbiges aus n auf e i nach p; reißt aus p mit e x auf e d die Parallele p q, und aus q nach x die dritte ſcharfe Scheidungslinie x q, ſo iſt der Trapezoides a o x n, gleich dem Trapezoidi n x d e, und auch gleich dem ungleichſeitigen Sechseck x o p c d q, folglich iſt die gegebene irreguläre Figur a b c d e, mit Drey dividirt.

Die zweyhundert und neunzehnte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Fünfeck a b c d e, aus dem Winkel b, in drey gleich große Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. LIV. Fig. 194. Zieht erſtlich in die gegebene fünfeckigte Figur a b c d e aus b und c nach e die Diagonalen b e und c e, verlängert die Grundlinie a e willkührlich nach g. Zieht mit der Diagonale c e aus d auf e g die Parallele d f und die erſte Verwandlungslinie e f; zieht aus b nach f die Diagonale b f, und mit ſelbiger aus c auf e g, die Parallele c g, und aus b nach g, die zweyte Verwandlungslinie b g, ſo iſt erſtens aus dem pentagono irregulari a b c d e, ein Trapezoides a b c f,

abcf, dieſer Trapezoides aber zweytens wiederum in das Trigonum abg verwandelt worden.

Theilt nunmehro die Grundlinie ag, des Trigoni abg, in o, h, i, in vier gleiche Theile. Zieht aus o nach b, die erſte ſcharfe Theilungslinie bo. Reißt ferner mit der Diagonale be aus dem zweyten Theilungspunkte h auf ed die Parallele hk, und aus k nach b, die zweyte ſcharfe Theilungslinie bk. Verlängert anietzo die Seite ed der gegebenen Figur abcde, willkührlich nach l, reißt mit kh, oder auch mit be, aus dem dritten Theilungspunkte i, bis an die verlängerte gerade blinde Linie dl, die Parallele im. Zieht aus b nach d die blinde Diagonale bd, und mit ſelbiger aus m, die Parallele mn, bis an die Linie dc. Zieht letztlich aus n nach b, die dritte ſcharfe Theilungslinie bn. So iſt das Trigonum abo, gleich dem Trapezoidi obke, und auch gleich dem Trapezoidi kbnd, und auch ſo groß als das Trilaterum nbc, alſo iſt das ungleichſeitige Fünfeck abcde in vier gleiche Theile getheilt.

Die zweyhundert und zwanzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Sechseck abcdef, in welchen die einander gegen über liegenden Seiten af und cd, von paralleler Richtung ſind, in drey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. LIV. Fig. 195. Verlaͤngert erſtlich die mit der Seite af des gegebenen irregulaͤren Sechsecks abcdef, parallel laufende Linie cd, zu beyden Seiten nach x und y, willkuͤhrlich. Zieht aus a nach c, die blinde Diagonale ac, und mit ihr aus b auf cx, die Parallele bi. Reißt auch aus f nach d die punktirte Diagonale fd, und mit ſelbiger aus e auf dy die Parallele ek. Theilt af in g, und h, wie auch ik in l und m, jede in drey gleiche Theile. Zieht letztlich aus g nach l, und aus h nach m, die ſcharfen Theilungslinien gl und hm, ſo iſt das ungleichſeitige geradlinichte Fuͤnfeck gabcl, gleich dem Trapezio glmh, und auch gleich dem pentagono irregulari hmdef, folglich iſt auch dieſe Figur mit drey dividirt.

Die zweyhundert und ein und zwanzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes ungleichſeitiges geradlinichtes Sechseck bcdefg, an welchen die mit der Baſi gf, parallel laufende Seite cd ſehr kurz iſt, in vier gleiche Theile zn theilen.

Aufloͤſung.

Tab. LIV. Fig. 196. Verlaͤngert zufoͤrderſt die mit gf parallel laufende kurze Linie cd, zu beyden Seiten nach x und y, willkuͤhrlich. Zieht in die Figur aus c nach g, die blinde Diagonale gc, und mit ihr aus b auf cx die Parallele bl. Reißt auch in

die

der Figur aus d nach f die punktirte Diagonale df, und mit ſelbiger aus e auf dy, die Parallele em. Theilt lm, in n, o und p, wie auch gf, in h, i und k jede in vier gleiche Theile. Zieht aus n, mit lb oder cg auf cb, die Parallele nq, und aus q nach h, die erſte ſcharſe Theilungslinie qh, führt aus o nach i die zweyte ſcharfe Scheidungslinie oi. Zieht aus p, mit me, oder df auf die Linie de die Parallele pr, und aus r nach k, die dritte ſcharfe Diviſionslinie rk, ſo iſt das hexagonum irregulare gbcdef in vier gleich große Theile hgbq, hqoi, iork und kref nach Begehren dividirt.

Die zweyhunderte und zwey und zwanzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Sechseck abcdef, aus dem in ſelbigen ſtehenden Punkte x in vier gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert erſtlich die Grundlinie af der vieleckigten Figur abcdef, zu beiden Seiten nach g und i, willkuͤhrlich. Zieht aus c nach a die blinde Diagonale ca, und mit ihr aus b auf ag die Parallele bg, und aus c nach g die erſte Verwandlungslinie cg, reißt anietzo aus d nach f die blinde Diagonale df, und mit ihr aus e auf fi, die Parallele eh, und aus d nach h, die zweyte Verwandlungslinie dh. Zieht ferner aus c nach h, die Diagonale ch, und mit Tab. LV. Fig. 197.

ihr aus d auf fi, die Parallele di, und aus c nach i die dritte Verwandlungslinie ci, ſo iſt aus dem hexagono abcdef ein pentagonum gcdef, aus dieſem aber ein Trapezoides gcdh, und aus dieſem wiederum das ihm gleiche Trilaterum gci entſtanden.

Theilt nunmehro die Grundlinie gi des Trigoni gci in k, l und m, in vier gleiche Theile. Zieht die erſte Theilungslinie (wo es euch hin gefällig) als zum Exempel aus x nach a. Fällt aus x auf af den Perpendikel xz. Zieht anietzo ſeparatim eine gerade Linie ro, ſetzt auf ſelbige aus o nach n, einen Viertheil von gi als zum Exempel gk, fällt aus o von or einen Perpendikel op, gleich der Linie ca, des Dreyecks gci. (Dieſes geht bey dieſer Figur ganz leichte von der punktirten Linie ac an, weil ſelbige von ungefehr beynahe perpendikular auf af, aufſtehet. Wenn aber dieſes nicht wäre, ſo müſte man den wahren Perpendikel dieſes Dreyecks gic erſt ſuchen). Faßt anietzo den in der ſechseckigten Figur abcdef befindlichen Perpendikel xz, ſetzt ſelbigen auf den Perpendikel op aus o nach q. Zieht aus n nach q die gerade blinde Linie nq, und mit ihr aus p, die Parallele pr, und aus q nach r, die gerade Linie qr, ſo iſt das Dreyeck roq, gleich einem Viertheil der ungleichſeitigen Figur abcdef, faßt anietzo die gefundene Linie or, des Fundamental-Dreyecks roq, und ſetzt ſelbige auf af aus a nach s, zieht aus s nach x, die zwote ſcharfe Scheidungslinie xs.

(Da

(Da allhier der Punkt s ganz nahe beym zweyten Abtheilungspunkt m zu ſtehen kommt, ſo muß ſich der übende fleißige Leſer dieſes nicht irren laßen, noch viel weniger glauben als hätte die Linie sx aus l gezogen werden können.)

Faßt nochmahlen die Linie or, und tragt ſelbige aus s auf si nach t. Zieht aus x nach f die blinde gerade Linie xf, und mit ſelbiger aus t auf fe, die Parallele tu, und aus x nach u, die dritte Scheidungslinie xu.

Verlängert nunmehro die Seite fe, des irregulären Sechsecks abcdef, durch eine blinde gerade Linie ev, und da xu, als die dritte Scheidelinie wiederum perpendikulär auf fv, zufälliger Weiſe aufſteht, ſo faßt xu, und ſetzt dieſe Diſtanz wiederum auf den Perpendikel op, des Fundamental-Dreyecks rop, aus o nach &. Zieht &r, und mit ſelbiger aus q, die Parallele q△, faßt o△, und ſetzt dieſes Maaß auf die verlängerte gerade Linie fv, aus u nach v. Zieht die blinde gerade Linie xv. Verlängert nunmehro auch die Seite ed, des irregulären Sechsecks abcdef aus d nach w. Zieht aus x nach e, die blinde gerade Linie xe, und mit ihr aus v, auf dw die blinde Parallele vw. Zieht aus w mit ve, auf dc die kleine Parallele wy, und letztlich aus y nach x, die vierte ſcharfe Theilungslinie yx.

So iſt das Trigonum axs gleich dem Trapezoidi xsfu, gleich dem pentagono irregulari xuedy, und auch gleich dem ungleichſeitigen

langen Fünfeck a b c y w, und folglich iſt das gegebene irreguläre Sechseck aus dem gegebenen Punkte x in vier gleich große Theile dividirt.

Die zweyhundert und drey und zwanzigſte Aufgabe.

Eine gegebene fünfſeitige Figur a b c d e, mit eingehenden Winkel c d e, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. LV. Fig. 198. Reißt erſtlich aus c nach e die blinde gerade Linie c e, und mit ſelbiger aus dem eingehenden Winkel d auf die Grundlinie a e, die Parallele d f, und aus c nach f die erſte Verwandſungslinie c f, verlängert die Grundlinie a e, der irregulären Figur a b c d e nach g. Zieht aus b nach f die blinde gerade Linie b f, und mit ihr aus c auf e g, die blinde Parallele c g, und aus b nach g die zweyte Verwandlungslinie b g, ſo iſt aus der ungleichſeitigen fünfeckigten Figur a b c d e, das ihm an Inhalt gleich große Dreyeck a b g entſtanden. Halbirt anietzo die Grundlinie a g, des erhaltenen Trigoni a b g, in h und führt aus h nach b die Scheidungslinie h b, ſo iſt das abgeſchnittene Dreyeck a b h, an Flächeninhalte gleich, der ungeſtalten geradlinichten Figur h b c d e, und folglich die gegebene fünfeckigte irreguläre Fläche a b c d e, in zwey gleiche Theile getheilt.

Die zweyhundert und vier und zwanzigſte Aufgabe.

Eine noch mehr ungeſtalte fünfeckigte Figur abcde, mit eingehenden Winkel cde in zwey gleich große Theile zu theilen.

Auflöſung.

Führt erſtlich aus c nach e die blinde gerade Linie ce, und mit ſelbiger aus dem eingehenden Winkel d, auf die Grundlinie ae die Parallele df, und aus c nach f, die erſte Verwandlungslinie cf, ſo iſt aus dem ungeſtalten Fünfeck abcde, ein Trapezoides abcf geworden, zieht anietzo in ſelbigen aus b die Diagonale bf. Verlängert die Grundlinie ae nach g, und reißt mit der Diagonale bf, auf der verlängerten Baſi ag aus c die Parallele cg, und aus b nach g, die zweyte Verwandlungslinie bg, ſo iſt aus dem Trapezoide abcf das Trigonum abg entſtanden. Halbirt deßen Grundlinie ag in h, zieht aus d nach h die blinde gerade Linie dh und mit ihr aus e auf dc die blinde Parallele ei, und letztlich aus i nach b, die Scheidungslinie ib, ſo iſt die neue ungeſtalte fünfeckigte Figur abide, gleich dem Triangulo ibc, und alſo das ungleichſeitige Vieleck abcde, mit zwey dividirt. Tab LV. Fig. 199.

Wolte man aber den eingehenden Winkel ide aus dem Antheile abide weg haben, um die Figur ein wenig förmlicher zu erhalten, ſo führt aus b nach d die blinde gerade Linie bd,

und mit ſelbiger aus i die Parallele ik auf bc, letztlich aber aus k nach d, die Verwandlungs und Scheidelinie kd, ſo iſt aus der Figur abide, die ihr gleich große Figur abkde geworden, und der allzuſpitzige Winkel ide in den ſtumpfen Winkel kde verkehrt.

Die zweyhundert und fünf und zwanzigſte Aufgabe.

Noch eine dergleichen ungeſtalte fünfeckigte Figur abcde, da der eingehende Winkel d, ohnweit der Linie ab liegt, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. LVI. Fig. 200. Zieht zuförderſt wie allezeit aus c nach e die blinde gerade Linie ce, und mit ihr aus d auf ae die Parallele df, und die erſte Verwandlungslinie cf. Verlängert die Grundlinie ae willkührlich nach g, zieht die blinde gerade Linie bf, und aus c auf die verlängerte Baſin ag, ihre Parallele cg, und die gerade Linie bg. Halbirt ag in h, zieht die punktirte gerade Linie bh, reißt dh und mit ihr auf fc die Parallele ei. Führt die blinde gerade Linie db, und aus i auf dc die blinde Parallele ik, und letztlich aus k nach b, die begehrte ſcharfe Theilungslinie bk, ſo iſt das Dreyeck bkc an Quadratinhalte gleich der irregulären Figur abkde, und alſo das gegebene ungeſtallte Fünfeck in zwey gleiche Theile getheilt.

Dieſem ungeſtalten eingehenden Winkel k d e aber einigermaßen abzuhelfen, ſo reißet mit b d aus k die Parallele k l, und aus d nach l, die neue oder zweyte Scheidungslinie d l, wodurch aus dem ſpitzigen Winkel k d e, der etwas weiter geſpannte Winkel l d e geworden, und alſo auch die förmlichere Figur a b l d e dadurch entſtanden.

Die zweyhundert und ſechs und zwanzigſte Aufgabe.

Das irreguläre Sechseck a b c d e f mit eingehenden Winkel d e f, in zwey gleich große Theile zu theilen.

Auflöſung.

Verlängert erſtlich die Seite a f durch eine willkührliche blinde gerade Linie nach i. Zieht aus d nach f die punktirte gerade Linie d f und mit ſelbiger aus e die Parallele e g, und die erſte Verwandlungslinie d g. Reißt anietzo aus c nach g die blinde Linie c g, und mit ihr aus d auf f i die Parallele d h, und aus c nach h die zweyte Verwandlungslinie c h. Führt b h, und aus c auf f i ihre Parallele c i, und die dritte Verwandlungslinie b i. Halbirt a i in k, reißt aus b nach f, die blinde Diagonale b f, und mit ihr aus k auf f e die Parallele k l, und aus l nach b die Diviſionslinie l b, ſo iſt die gegebene ſechseckigte irreguläre Figur a b c d e f durch den gefundenen Trapezoidem a b l f, und das irreguläre Fünfeck b c d e l in zwey gleich große Theile getheilt worden.

Tab. LVI. Fig. 201.

Die

Die zweyhundert und ſieben und zwanzigſte Aufgabe.

Eine dergleichen, aber noch ungeſtaltere ſechseckigte geradlinichte Figur mit eingehenden Winkel d e f, mit zwey zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. LVI. Fig. 202.

Verlängert erſtlich wie allezeit die Grundlinie a f der gegebenen Figur a b c d e f durch eine gerade Linie willkührlich nach i, zieht von d nach f die blinde gerade Linie d f, und mit ihr aus e auf a f die Parallele e g, und die Verwandlungslinie d g. Reißt die Diagonale c g, und mit ihr aus d auf a i die Parallele d h, und die Verwandlungslinie c h. Zieht die Diagonallinie b h, und aus c ihre Parallele c i auf a i, und letztlich aus b, nach i die Verwandlungslinie b i. Halbirt a i in k; zieht mit b f die Parallele k l, führt aus l mit b e die Parallele l m, und letztlich aus m nach b, die ſcharfe Scheidungslinie b m, ſo iſt die irreguläre Figur b m e f a gleich dem Trapezoidi b c d m, und alſo das ungleichſeitige Sechseck a b c d e f, nach Begehren in zwey gleiche Theile getheilt.

Die zweyhundert und acht und zwanzigſte Aufgabe.

Eine gegebene ungleichſeitige geradlinichte ſiebeneckigte Figur a b c d e f g, in fünf gleiche Theile zu theilen.

Auf=

Auflöſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie a g, des irregulären Sibenecks a b c d e f g, zu beyden Seiten nach i und m. Zieht von a nach c, die blinde Diagonale a c, und mit ſelbiger aus b auf a i die Parallele b h, und die erſte Verwandlungslinie c h. Führt aus d nach h die Diagonale d h, und mit ſelbiger aus c die Parallele e i, und die zweyte Verwandlungslinie d i. Reißt anietzo aus e nach g die Diagonale e g, und mit ſelbiger aus f auf g m die Parallele f k, und aus e nach k die dritte Verwandlungslinie e k. Zieht d k und mit ihr aus e auf g m die Parallale e m, und die vierte Verwandlungslinie d m, ſo iſt erſtlich aus dem Siebeneck a b c d e f g, ein Sechseck h c b d e f g geworden, aus dieſem iſt ſodann das Fünfeck i d e f g entſtanden, aus welchen man den Trapezoidem i d e k formirt, welchen man wiederum in das Dreyeck i d m verwandelt hat. Tab. LVII. Fig. 203.

Theilt nunmehro die Grundlinie i m des gefundenen Trigoni i d m in fünf gleiche Theile welche allhier a, n, g und l ſind. (a und g, als der erſte und dritte Theilungspunkt treffen zufälliger Weiſe auf denen Endpunkten der Baſis a g, der gegebenen Figur a b c d e f g ein) Zieht alſo aus a nach d, die erſte, aus n die zweyte, und aus g die dritte Theilungslinie a d, n d und g d, führt anietzo mit g d aus l, auf g f die Parallele l o, und aus o nach d die vierte Theilungslinie o d, ſo iſt der Trapezoides a b c d, gleich dem Tri-

Trigono a d n, gleich dem Trilatero n d g, gleich dem Triangulo g d o, und auch gleich dem Trapezoidi o d e f, und iſt demnach alſo die gegebene irreguläre Figur a b c d e f g, nach Verlangen mit Sieben dividirt.

Die zweyhundert und neun und zwanzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes irreguläres Siebeneck a b c d e f g, in vier gleich große Theile nach meiner Art alſo zu theilen, daß die abgetheilten Theile ſchicklicher ausfallen, die Theilungslinien nicht in einem Winkel zuſammen laufen, und keine ſolchen ſpitzwinklichten hohen Triangula wie in vorſtehender 203ten Figur, formiren.

Aufloͤſung.

Tab. LVII. Fig. 204. Verlängert erſtlich die Grundlinie a g, der gegebenen vieleckigten ungleichſeitigen Figur a b c d e f g, zu beyden Seiten durch blinde gerade Linien i a und g l, nach Willkühr. Reißt die blinde Diagonale c a, ihre Parallele b h und die erſte Verwandlungslinie c h, ſo iſt aus dem Siebeneck a b c d e f g, ein Sechseck h c d e f g geworden. Führt d h, ihre Parallele c i, und die zweyte Verwandlungslinie d i, ſo iſt aus dem Sechseck h c d e f g, das irreguläre Fünfeck i d e f g entſtanden. Zieht die blinde Diagonale e g, und aus f mit e g die Parallele f k, und aus e nach k die dritte Verwandlungslinie e k, ſo hat man ſtatt des Fünfecks i d e f g, den Trapezoidem

i d e k

idek erhalten. Führt die blinde Diagonale dk und mit ihr aus d auf gl die Parallele el, und die vierte Verwandlungslinie dl, ſo hat man das irreguläre Viereck idek in den Triangel idl verwandelt. Theilt anietzo die Grundlinie il, des Trigoni idl, in m in zwey gleiche Theile, und zieht aus m nach d die erſte ſcharfe Theilungslinie mn; ſo iſt das irreguläre Fünfeck mabcd, an Quadratinhalte gleich dem ungleichſeitigen pentagono mgfed, folglich die ganze ſiebenſeitige Figur abcdefg, durch die Linie md in zwey gleiche Theile getheilt worden.

Verlängert nunmehro md, zu beyden Seiten durch blinde gerade Linien nach x und y, willkührlich. Führt aus b nach m, die blinde gerade Linie bm, und mit ihr aus a auf my, die Parallele ao, und die erſte Verwandlungslinie bo, reißt anietzo bd, und mit ihr aus c auf dx, die Parallele cn, führt aus b nach n, die zweyte Verwandlungslinie bn, ſo iſt aus dem Fünfeck mabcn, das Dreyeck obn geworden. Halbirt no in p, und führt aus p nach b die zweyte Scheidungslinie bp, ſo iſt der Trapezoides mapb gleich dem Trapezoidi cdbp. Reißt nunmehro auch die Diagonale df, und mit ihr aus e auf dx die Parallele ex und die erſte Verwandlungslinie fx. Zieht die Diagonale fm, und mit ſelbiger aus g auf my die Parallele gq und die zweyte Verwandlungslinie fq, ſo iſt auch dieſes irreguläre Fünfeck defgm in das Trilaterum xfq verwandelt. Theilt anietzo deßen

Grund-

Grundlinie q x in r, und zieht aus r nach f, die dritte Theilungslinie r f, ſo iſt auch der Trapezoides d e f r, gleich den Trapezoidi r f g m. Und folglich die ganze gegebene Figur in vier geräumliche gleiche Theile getheilt.

Die zweyhundert und dreyßigſte Aufgabe.

Ein gegebenes achteckigtes Feld a b c d e f g h, aus dem Winkel b, in fünf gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. LVIII. Fig. 205. Verlängert erſtlich die Grundlinie a h, der gegebenen Figur a b c d e f g h, durch eine blinde lange gerade Linie nach n willkührlich. Zieht ſodann aus f nach h die Diagonale f h, und mit ſelbiger aus g auf h n, die Parallele g i. Reißt aus e nach i die gerade Linie e i, und mit ihr aus f die Parallele f k. Zieht die gerade Linie d k, und aus e ihre Parallele e l; zieht c l, und aus d die Parallele d m. Zieht b m, und aus c die Parallele c n, und letztlich aus b nach n, die gerade Linie b n; ſo iſt die achteckigte Figur a b c d e f g h, in den Triangel a b n verkehrt.

Theilt nunmehro die Grundlinie a n dieſes Dreyecks a b n in fünf gleiche Theile, welche ſind die Punkte o, k, p, q, n. Zieht aus o nach b die erſte Theilungslinie o p, zieht mit b h aus dem zweyten Theilungspunkte k die Parallele k r, bis an die Linie h g, und aus r nach b, die zweyte Thei-

Theilungslinie rb. Verlängert anietzo die Seite hg willkührlich nach z; zieht mit kr aus g die Parallele gl, und aus g nach b, die Diagonale gb, reißt mit gl aus dem dritten Theilungspunkte p, auf hz die Parallele ps, und aus s mit bg auf gf die Parallele st, und aus t nach b, die dritte Scheidungslinie bt. Verlängert nunmehro auch gt nach y. Zieht mit sp, aus dem vierten Theilungspunkte q auf hz die Parallele qu, und aus u mit ts auf gy, die Parallele uv; zieht die Diagonale bf und mit ſelbiger aus v auf fe, die Parallele vw, (welche allhier beynahe auf den Punkt e zu ſtehen kommt.) Und führt letztlich aus w nach b, die vierte Theilungslinie wb; ſo iſt das Dreyeck abo, gleich dem Trapezoidi obrh, dieſes gleich dem Quadrangulo irregulari rbtg, dieſes hinwiederum gleich der ungleichſeitigen viereckigten Fläche tbef, und dieſe auch ſo groß als das Trapezium ebcd, folglich iſt das gegebene achteckigte ungleichſeitige Feld abcdefgh, in fünf gleiche Theile getheilt worden.

Anmerkung.

Ich habe in dieſer Figur, um der ſehr vielen Linien wegen, alle Irrung zu vermeiden die Verwandlungslinien fi, ek, dl und cm nicht alleine nicht gezogen, ſondern auch ſelbige in der Auflöſung nicht erwehnet. Da ich glaube, daß ein jeder nunmehro ſchon von ſelbſten aus der Uebung weiß, daß ſie zu weiter nichts nutzen, als nur um zu beweiſen, wie eine vieleckigte Fläche durch ſelbige nach und nach einen Winkel und eine Seite verliert.

Die zweyhundert und ein und dreyßigſte Aufgabe.

Eine ſechseckigte Figur abcdef mit eingehenden Winkel bcd aus dem Winkel c in zwey gleich große Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. LIX. Fig. 206. Verlängert erſtens die Grundlinie af der gegebenen Figur abcdef, zu beyden Seiten nach g und i durch blinde gerade Linien ag und fi, willkührlich. Zieht aus c nach a die blinde Diagonale ca und mit ihr aus b auf ag die blinde Parallele bg, und von c nach g, die erſte Verwandlungslinie cg; reißt auch aus d nach f die blinde Diagonale df und mit ſelbiger aus e auf fi die blinde Parallele eh, nnd aus d nach h, die zweyte Verwandlungslinie dh. Zieht aus c nach h, die Diagonale ch, und aus d auf fi ihre Parallele di (welche ſich allhier von ohngefehr mit de allignirt.) Und letzlich aus c nach i die dritte Verwandlungslinie ci; ſo iſt die ſechseckigte irreguläre Figur abcdef in das Dreyeck gci verwandelt. Halbirt nunmehro die Grundlinie gi dieſes Trigoni gci in k, und zieht aus k nach c die ſcharfe Theilungslinie kc, ſo iſt der Rhomboides abck, gleich dem pentagono irregulari kcdcf, und folglich die ſechseckigte irreguläre Figur abcdef, nach Begehren in zwey gleiche Theile getheilt.

Die zweyhundert und zwey und dreyßigſte Aufgabe.

Ein irreguläres Sechseck a b c d e f mit eingehenden Winkel c, aus dem vorſpringenden Winkel d, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Verlängert die Grundlinie a f der zu theilenden ſechseckigten irregulären Figur a b c d e f, zu beyden Seiten durch blinde gerade Linien a g und f i. Reißt in der Figur aus c nach a, die Diagonale c a, und mit ihr aus b auf a g die blinde Parallele b g, und aus c nach g, die erſte Verwandlungslinie e g. Führt aus d nach f die blinde Diagonale d f, und mit ihr aus e die Parallele e h, und aus d nach h, die zweyte Verwandlungslinie d h. Zieht aus c nach h, die blinde Linie c h, und mit ihr aus d auf f i, die Parallele d i, und letztlich aus c nach i die dritte Verwandlungslinie c i; ſo iſt das irreguläre Sechseck a b c d e f in das Dreyeck g c i verwandelt. Tab. LIX. Fig. 207.

Theilt anietzo g i in k in zwey gleiche Theile, und reißt aus k nach c die punktirte gerade Linie k c; ſo iſt das ungeſtalte geradlinichte Viereck k a b c, gleich dem pentagono irregulari k c d e f.

Zieht anietzo aus k nach dem Winkel d die blinde gerade Linie k d, und mit ihr aus c die Parallele c l, und aus l in den determinirten

Winkel d die verlangte Scheidungslinie ld; ſo iſt das ungleichſeitige Fünfeck labcd an Flächeninhalte gleich dem Trapezoidi ldef, und folglich die Figur abcdef mit zwey dividirt.

Anmerkung.

Würde aber der Punkt l auf der Baſi af determinirt, ſo würde erſtlich wie oben geſagt, bis zur gezogenen blinden geraden Linie kc verfahren; ſodann aber aus l noch die blinde gerade Linie cl und mit ſelbiger aus k die blinde Parallele kd gezogen, und letztlich aus l nach d die Scheidungslinie ld geriſſen.

Die zweyhundert und drey und dreyßigſte Aufgabe.

Eine ungleichſeitige geradlinichte ſechseckigte Fläche abcdef aus denen Theilungspunkten x und y, der in drey gleiche Theile ax, xy und yf, getheilten Baſis af, mit drey zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. LIX. Fig. 208. Reißt erſtlich in der Direction der Grundlinie af der gegebenen Figur abcdef die blinden geraden Linien ag und fi. Zieht aus dem eingehenden Winkel c nach a die blinde Diagonale ca, und mit ihr aus b, auf ag, die Parallele bg, und aus c nach g die erſte Verwandlungslinie cg. Zieht aus d nach f die punktirte Diagonale df, und mit ihr aus e auf fi die Parallele eh, und aus d nach h, die zweyte Verwandlungslinie dh, zieht ch, und mit ihr aus d auf fi die Parallele di, und letztens aus c nach

i die

i die dritte Verwandlungslinie ci. Theilt an- ietzo gi in k und l in drey gleiche Theile, zieht aus k und l nach c die geraden Linien kc und lc. Drittheilt auch af in x und y; zieht aus x nach c die blinde gerade Linie xc und mit ihr aus k die Parallele km, und aus x nach m, die erſte Scheidungslinie xm; reißt aus y, nach c, die blinde gerade Linie yc, und mit ſelbiger aus l die Parallele ln, und aus y nach n, die zweyte Scheidungslinie yn; ſo iſt der Trapezoides abmx gleich dem irregulären Fünfeck xmcny, und auch gleich dem pentagono irregulari yndef, folglich iſt die ganze ſechseckigte irreguläre Figur abcdef, aus denen beſtimmten Punkten x und y, in die begehrten gleich großen drey Theile getheilt.

Die zweyhundert und vier und dreyßigſte Aufgabe.

Eine ungleichſeitige geradlinichte Figur abcdefgh, mit zwey eingehenden Winkeln c und g, aus der oberſten Spitze e, in drey gleich große Theile zu theilen.

Auflöſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie ah, der gegebenen Figur abcdefgh, zu beyden Seiten nach l und n. Zieht aus c nach a die Diagonale ca, und mit ihr aus b auf die verlängerte Linie al die Parallele bk, und aus c die erſte Verwandlungslinie ck. Reißt aus d nach k Tab. LX. Fig. 209.

 die

die blinde gerade Linie dk und mit ihr aus c die Parallele ci, und aus d nach i die zweyte Verwandlungslinie di. Zieht endlich auch aus e nach i die blinde gerade Linie ei und mit ſelbiger aus d die Parallele dl, und die dritte Verwandlungslinie el. Führt nunmehro auch aus f nach h, die blinde gerade Linie fh, und mit ſelbiger aus g die Parallele gm, und aus f nach m, die vierte Verwandlungslinie fm. Reißt aus e nach m die blinde Linie em, und mit ihr aus f auf hn, die fünfte Verwandlungslinie en, ſo iſt das Dreyeck len an Flächeninhalte gleich der gegebenen irregulären Figur abcdefgh.

Theilt anieẞo die Baſin ln des gefundenen Dreyecks len in o und p in drey gleiche Theile, und zieht aus o und p, nach e, die Scheidungslinien oe und pe; ſo iſt die ſechseckigte irreguläre Figur abcdeo, gleich dem Trigono oep, und dieſes hinwiederum gleich dem pentagono irregulari pefgh, und alſo iſt die gegebene Fläche abcdefgh, in drey gleiche Theile getheilt.

Die zweyhundert und fünf und dreyßigſte Aufgabe.

Eine dergleichen ungleichſeitige geradlinichte achteckigte Figur abcdefgh, mit zwey eingehenden Winkeln bcd und fgh, aus denen auf der Grundlinie ah, gegebenen Punkten x und y, in drey gleich große Theile zu theilen.

Auf-

Aufloͤſung.

Reißt erſtlich aus c nach a die Diagonale ca, und aus b, auf die vorhero zu beyden Seiten nach l und n verlaͤngerte Grundlinie lahn, die Parallele bk und die Verwandlungslinie ck, ſo iſt aus dem Achteck, ein Siebeneck kcdefgh geworden. Reißt dk, ihre Parallele ci, und die Verwandlungslinie di, ſo iſt aus dem Siebeneck das Sechseck idefgh entſtanden. Ziehet ei, ihre Parallele dl, und die Verwandlungslinie el, ſo hat man das hexagonum in ein pentagonum lefgh verwandelt. Fuͤhrt fh, ihre Parallele gm, und die Verwandlungslinie fm, ſo hat man aus dem pentagono einen Rhomboidem lefm gemacht. Zieht em, ihre Parallele fn, und die Verwandlungslinie en, ſo iſt aus dem Quadrangulo lefm, ein Dreyeck len geworden. Tab. LX. Fig. 210.

Theilt anietzo die Grundlinie ln, des gefundenen Dreyecks len, in o und p in drey gleiche Theile. Zieht aus denen aus ah gegebenen Punkten x und y, nach e, die blinden Linien xe und ye, fuͤhrt mit xe aus dem erſten Theilungspunkte o, die Parallele oq, und aus q nach x die erſte Scheidungslinie qx, fuͤhrt auch mit ye aus dem zweyten Theilungspunkte p, die Parallele pr, und aus r nach y, die zweyte Scheidungslinie ry, ſo iſt das irregulaͤre Sechseck xabcdq gleich dem pentagono irregulari xqery, und auch gleich dem ungleichſeitigen geradlinichten Fuͤnfeck yrfgh, und alſo die gegebene irregulaͤre Figur abcdefgh mit drey dividirt.

Die zweyhundert und ſechs und dreyßigſte Aufgabe.

Eine achteckigte Figur abcdefgh mit eingehenden Winkeln c und g, in vier gleich große geräumliche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. LXI. Fig. 211.

Verlängert erſtlich die Grundlinie ah, der achteckigten Figur abcdefgh zu beyden Seiten nach l und n. Zieht ſodann ca, ihre Parallele bi und die Verwandlungslinie ci. Reißt di, ihre Parallele ck und die Verwandlungslinie dk, reißt ek, ihre Parallele dl, und die Verwandlungslinie el. Zieht fh, ihre Parallele gm, und die Verwandlungslinie fm. Reißt em, ihre Parallele fn, und die Verwandlungslinie en; ſo iſt das Dreyeck len gleich dem Achteck abcdefgh. Halbirt die ganze Baſin ln in o, und zieht aus o nach e die erſte Scheidungslinie oe, verlängert eo zu beyden Seiten willkührlich nach p und q. Zieht bo, ihre Parallele ar, und die erſte Verwandlungslinie br, reißt cr, ihre Parallele bs, und die zweyte Verwandlungslinie cs. Führt ce, ihre Parallele dt, und die dritte Verwandlungslinie ct. Halbirt anietzo st in u, und zieht aus u nach c, die zweyte Scheidungslinie uc. Zieht anietzo ge, ihre Parallele fw, und die erſte Verwandlungslinie gw; zieht go, ihre Parallele hv, und die zweyte Verwandlungslinie gv, halbirt wv in x, und reißt letztlich aus x die dritte Scheidungslinie

nie x g, ſo iſt die ungleichſeitige fünfeckigte Figur a b c u o, gleich dem Trapezoidi u c d e, und gleich dem Quadrangulo irregulari x e f g, und auch ſo groß als das ungleichſeitige geradlinichte Viereck x g h o, und folglich iſt auch dieſe Figur a b c d e f g h, nach Begehren in vier gleiche Theile getheilt.

Anmerkung 1.

Es hat allhier dieſe achteckigte Figur erſtlich müſſen in ein Siebeneck i c d e f g h, dieſes Siebeneck in das Sechseck k d e f g h, ſelbiges wiederum in ein Fünfeck k d e f m, dieſes ſodann in einen Trapezoidem k d e n, und ſelbiger in das Dreyeck l e n verwandelt werden, um die gegebene Figur a b c d e f g h vermittelſt der Baſis l n, des Trigoni l e n, und derſelben Mitte o, durch die erſte Scheidungslinie o e in zwey gleich große Theile zu theilen. Sodann hat man gleichfalls müßen die irreguläre Figur o a b c d o erſtens in das Fünfeck r b c d e, dieſes in den Trapezoidem s c d e, und ſelbigen in das Trilaterum s c t verkehren, um aus der Mitte u, der Grundlinie s t die zwote Theilungslinie u c zu finden, welche nicht allein das Dreyeck s c t, ſondern auch deßen Sechseck o a b c d e, aus welchen es entſtanden, in zwey gleich große Theile theilet. Eben alſo hat man auch die andere Hälfte e f g h o, der ganzen gegebenen Figur a b c d e f g h erſtlich müßen in einen Trapezoidem w g h o, dieſen aber in das Dreyeck w g v verwandeln, um aus der Mitte x, der Grundlinie w v, dieſes Trigoni w g v, die Scheidungslinie x g, in die Figur e f g h o, führen zu können, welche gleichfalls wiederum nicht allein dieſen Triangel w g v, ſondern auch die fünfeckigte Figur v f g h o, in zwey gleich große Theile theilt.

Anmerkung 2.

Hieraus wird alſo der Lehrbegierige leicht einſehen, daß man jede zu theilende Figur, ſie mag ſo viel Winkel und geradlinichten Seiten haben als ſie wolle, erſtlich durch die Verwandlung in ein Trilaterum reduciren muß, um auf deßen Baſi die begehrte Theilung verrichten zu können.

Die zweyhundert und ſieben und dreyßigſte Aufgabe.

Eine gegebene geradlinichte ungleichſeitige zehneckigte Figur abcdefghik mit drey eingehenden Winkeln bcd, def und ghi, in vier gleiche Theile absu, wde, sucwer, re&hzyk und efg&, ziy zu theilen.

Aufloͤſung.

Tab. LXII. Fig. 212. Zieht aus c nach a die Diagonale ca, und mit ihr aus b, auf die vorhero zu beyden Seiten nach n und q, willkuͤhrlich verlaͤngerte Grundlinie ak, die Parallele bl, und aus c nach l die erſte Verwandlungslinie cl, ſo iſt aus dem Zeheneck ein Neuneck lcdefghik geworden. Zieht dl, ihre Parallele cm, und die zweyte Verwandlungslinie dm, ſo iſt das Neuneck in ein Achteck mdefghik verwandelt. Reißt em, ihre Parallele dn, und die dritte Verwandlungslinie en, ſo iſt aus dem Achteck das Siebeneck nefghikentſtanden. Fuͤhrt hk, ihre Parallele io, und die vierte Verwandlungslinie ho, ſo hat man fuͤr das Siebeneck das Sechseck nefgho er-

erhalten. Zieht go, ihre Parallele hp, und die fünfte Verwanglungslinie gp, ſo iſt das Sechseck in ein Fünfeck nefgp verkehrt. Zieht fp deßen Parallele gx, und die ſechſte Verwandlungslinie fx. (Welche allhier zufälliger Weiſe in k eintrift); ſo iſt aus dem Fünfeck ein Trapezoides nefx geworden. Zieht letztlich ex und ihre Parallele fq, und die ſiebente Verwandlungslinie eq, ſo hat man für den Trapezoidem nefx das Trilaterum neq bekommen, welches an Flächeninhalte gleich iſt der ungeſtalten zehneckigten Figur abcdefghik. Theilt anietzo nq, in zwey gleiche Theile, und zieht aus r nach e die erſte Scheidungslinie re, ſo iſt die irreguläre ſechseckigte Figur rabcde, gleich der ungeſtalten ſiebeneckigten Fläche efghikr.

Halbirt rn in s, und rq in t, zieht aus s gegen e, bis an die Seite bc, den erſten Theil der zweyten Theilungslinie su, und aus u mit dn auf de die kleine blinde Parallele uw, und aus w nach e, den zweyten Theil der zweyten Theilungslinie we, ſo iſt der Trapezoides sabu, nebſt dem Trilatero wde gleich dem halben Theil der ſechseckigten Figur rabcde, und alſo auch gleich dem vierten Theil der zehneckigten Figur abcdefghik. Zieht mit ek aus t die blinde Parallele ty, und aus y gegen e, bis an die Seite ih, den erſten Theil der dritten ſcharfen Theilungslinie yz. Reißt aus z mit ep, die blinde Parallele z& bis an die Linie hg. Zieht endlich aus & nach e, den zweyten Theil

der

der dritten ſcharfen Theilungslinie &e, ſo iſt das kleine Dreyeck yzi nebſt dem Trapezoide &efg, gleich dem halben Theile der ſiebeneckigten Figur efghikr, und alſo auch gleich dem vierten Theil der mit vier zu dividiren aufgegebenen zehneckigten Figur abcdefghik.

Die zweyhundert und acht und dreyßigſte Aufgabe.

Eine dergleichen zehneckigte Figur abcdefghik auf andere Art in vier gleich große Theile alſo zu theilen, daß erſtens, jeder Theil nur ein einziges Stück ſey; zweytens, daß keiner derer Theile einen eingehenden Winkel habe; und drittens, daß keiner der abgeſchnittenen Theile einen ſehr ſpitzwinklichten Triangel formire.

Aufloͤſung.

Tab. LXIII. Fig. 213. Suchet erſtlich nach vorhergehender zweyhundert und vier und dreyßigſten Aufgabe die erſte mittlere Theilungslinie le, welche die gegebene Figur in zwey gleich große Theile theilt. Verlaͤngert ſodann dieſe Theilungslinie le, willkuͤhrlich nach m und n, jedoch etwas lang uͤber die Figur hinaus. Zieht aus b nach l, die Diagonale bl, und mit ihr aus a auf ln die Parallele ao, und aus b nach o, die erſte Verwandlungslinie bo. Zieht co, und mit ihr aus a auf ln die Parallele an, und aus c nach n, die zweyte Verwandlungslinie cn. Fuͤhrt anietzo

ce,

c e, und mit ihr aus d auf e m die Parallele dm, und aus c nach m die dritte Verwandlungslinie c m, ſo iſt die ſechseckigte Figur a b c d e l in das pentagonum o b c d e, dieſes in den Trapezoidem n c d e, und dieſes endlich in das Dreyeck n o m verwandelt worden. Theilt anietzo die Grundlinie n m, dieſes Dreyecks n c m in t in zwey gleiche Theile, und reißt aus dieſen Theilungspunkte t, nach c die Theilungslinie t c, ſo iſt das pentagonum irregulare l a b e t, gleich dem Trapezoidi t c d e.

Reißt anietzo aus g nach e, die Diagonale e g, und mit ihr aus f die Parallele f r, auf e s, und die erſte Verwandlungslinie g r. Zieht h r, und mit ihr aus g, die Parallele g s, und aus h nach s, die zweyte Verwandlungslinie h s. Führt i l, und mit ihr aus k auf l n, die Parallele k p, und aus i nach p, die dritte Verwandlungslinie i p. Zieht h p, ihre Parallele i q, und die vierte Verwandlungslinie h q, ſo iſt die ſiebeneckigte Figur e f g h i k l, in das Sechseck r g h i k l, dieſes in das Fünfeck s h i k l, und dieſes in den Trapezoidem s h i p, dieſes letztlich aber in das Trilaterum s h q verwandelt worden; halbirt anietzo die Baſin s q, dieſes Dreyecks s h q in u, und zieht aus dieſem Diviſionspunkte u nach h, die Scheidungslinie u h, ſo iſt das ungleichſeitige Fünfeck e f g h u, gleich dem pentagono irregulari u h i k l, folglich iſt die gegebene ungeſtalte zehneckigte Figur a b c d e f g h i k in vier gleich große geräumliche Theile von gleichen Flächeninhalte zertheilt worden.

Die

Die zweyhundert und neun und dreyßigſte Aufgabe.

Eine ungleichſeitige eilfeckigte Figur abcdefghikl mit drey neben einander ſtehenden eingehenden Winkeln e, f und g, aus dem Punkte f in vier gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. LXIV. Fig. 214. Verlängert erſtlich die Grundlinie al des gegebenen Eilfecks abcdefghikl zu beyden Seiten nach m und n willkührlich. Reißt ca, ihre Parallele bv, und die erſte Verwandlungslinie cv. Zieht dv, ihre Parallele cu, und die zweyte Verwandlungslinie du. Reißt eu, ihre Parallele dt, und die dritte Verwandlungslinie et, zieht ft, ihre Parallele em, und die vierte Verwandlungslinie fm. Zieht il, ihre Parallele kw, und die fünfte Verwandlungslinie iw. Reißt hw, ihre Parallele ix und die ſechſte Verwandlungslinie hx. Reißt gx, ihre Parallele hy, und die ſiebente Verwandlungslinie gy. Reißt fy, ihre Parallele gn, und die achte Verwandlungslinie fn; ſo iſt die eilfeckigte irreguläre Figur abcdefghikl in das Dreyeck mfn verwandelt. Theilt nunmehro die Grundlinie mn, des gefundenen Trigoni mfn, in o, p und q, in vier gleiche Theile, zieht mit der Diagonale af, aus dem erſten Theilungspunkte o, auf ab, die Parallele or, und aus r nach f, die erſte Theilungslinie rf. Zieht aus p nach f die

zwey-

zweyte Theilungslinie pf, führt die Diagonale fl, und mit ihr aus dem dritten Theilungspunkte q, auf lk die Parallele qs, und aus s nach f die dritte Theilungslinie sf, ſo iſt das ungleichſeitige Sechseck rbcdef, gleich dem Trapezoidi, parf, dieſes gleich dem Trapezio pfsl, und dieſes ſo groß als das hexagonum irregulare fghiks, und folglich iſt die ganze ungeſtalte ſechseckigte Figur in vier gleiche Theile nach Verlangen getheilt worden.

Die zweyhundert und vierzigſte Aufgabe.

Eine gegebene ſiebeneckigte irreguläre Figur abcdefg, auf andere Art in fünf gleiche Theile zu theilen.

Aufloͤſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie ag, der gegebenen Figur abcdefg nach h willkührlich, zieht die Diagonale eg, ihre Parallele st, und die erſte Verwandlungslinie et, reißt dt, ihre Parallele eu, und die zweyte Verwandlungslinie du, führt cu, ihre Parallele ds, und die dritte Verwandlungslinie cs. Reißt bs, ihre Parallele ch, und die vierte Verwandlungslinie bh, ſo iſt die ſiebeneckigte Figur abcdefg, in das Dreyeck abh verwandelt. Theilt anietzo die Seite ab, der ſiebeneckigten Figur in fünf gleiche Theile, weil die Figur ſo viel Theile bekommen ſoll; und nummerirt ſelbige durch 1, 2, 3, 4, wie

Tab. LXV. Fig. 215.

wie die Figur zeigt. Errichtet auf der Grundlinie a h, des Trigoni a b h, den unbeſtimmten Perpendikel h x. Zieht aus 1 nach g, die blinde gerade Linie 1 g, und mit ihr aus h, auf g f die Parallele h i, und aus 1 nach i, bis k, die gerade Linie 1 i k. Zieht aus 2 nach i, die ſchräge Linie 2 i, und mit ihr aus k auf g f, die Parallele k m. Zieht aus 2 nach m, bis l, die gerade Linie 2 m l, bis an den Perpendikel h x. Verlängert g f in q, zieht 3 m, und mit ihr aus l auf g q die Parallele l n. Zieht die blinde Diagonale 3 f, und mit ihr aus n, auf f e, die Parallele n o, und aus 3 durch o bis an den Perpendikel h x in p, die gerade Linie 3 o p. Führt die Diagonale 4 o, und mit ihr aus p auf g q die Parallele p q. Zieht die Diagonale 4 e, und mit ihr aus q auf e d die Parallele q r, und aus r nach 4, die letzte Scheidungslinie 4 r, ſo iſt der Trapezoides a 1 i g gleich dem Trapezoidi 1, 2, m i, und gleich dem pentagono irregulari 2, 3, o f m, item auch gleich dem ungleichſeitigen Fünfeck 3, 4 r e o, und auch gleich der fünfeckigten Figur 4, b c d r, folglich iſt das ungeſtalte Siebeneck a b c d e f g nach Verlangen in fünf gleiche Theile dividirt.

Die zweyhundert und ein und vierzigſte Aufgabe.

Ein ungeſtaltes geradlinichtes Achteck abcdefgh, auf dieſe Art in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflö-

Auflöſung.

Verlängert die Baſin a h, der gegebenen achteckigten Figur a b c d e f g h, willkührlich nach i. Zieht f h, ihre Parallele g m, und die erſte Verwandlungslinie f m; zieht e m, ihre Parallele f o, und die zweyte Verwandlungslinie e o. Reißt c o und mit ihr aus d die Parallele d n, und die dritte Verwandlungslinie c n. Zieht b n und mit ihr aus c die Parallele c i, und die letzte Verwandlungslinie b i; ſo iſt die ungeſtallte Figur a b c d e f g h, in das Dreyeck a b i verkehrt. Theilt anietzo die Seite a b, der zu theilenden Figur in drey gleiche Theile, und nummerirt ſelbige wie die Figur zeigt. Zieht aus 1 nach h, die ſchräge gerade Linie 1 h, errichtet wiederum auf der Grundlinie a i, des Trigoni a b i den Perpendikel i x. Zieht aus i mit 1, k auf g f die Parallele i k, und aus 1 durch k bis an den Perpendikel i x die gerade Linie 1 k, l, zieht aus 2 nach k die ſchräge gerade Linie 2 k, und mit ihr aus l auf e d, die Parallele l p, und aus p nach 2, die gerade Linie 2 p, ſo iſt die fünfeckigte ungleichſeitige Figur a 1 k g h, gleich der ungleichſeitigen ſechseckigten Figur 1, 2 p e f k, und auch gleich dem pentagono irregulari 2 b c d p, und folglich die gegebene ungleichſeitige Fläche a b c d e f g h, nach Begehren in drey gleiche Theile getheilt worden. Tab. LXV. Fig. 216.

Die zweyhundert und zwey und vierzigſte Aufgabe.

Eine zwölfeckigte irreguläre Figur abcdefghiklm, durch zwey Perpendikularen, als ny, und oz in vier gleich große Theile zu zerſchneiden.

Auflöſung.

Tab. LXVI. Fig. 217. Fällt erſtlich aus dem oberſten Winkel g, der gegebenen Figur auf derſelben Grundlinie am den Perpendikel gp, theilt ſelbigen in vier gleiche Theile, weil die ganze Figur abcdefghiklm in vier gleiche Theile getheilt werden ſoll. Zieht anietzo ca, ihre Parallele b♂ und die erſte Verwandlungslinie c♂. Zieht d♂, ihre Parallele c♃ und die zweyte Verwandlungslinie d♃, zieht e♃, ihre Parallele d☿ und die dritte Verwandlungslinie e☿. Führt f☿ ihre Parallele e♀ und die vierte Verwandlungslinie f♀. Zieht g♀ ihre Parallele fn und die fünfte Verwandlungslinie gn, ſo iſt die achteckigte Figur abcdefgp, in das Trilaterum ngp verwandelt. Zieht km, ihre Parallele l△ und die erſte Verwandlungslinie k△. Reißt i△, ihre Parallele k□ und die zweyte Verwandlungslinie i□. Zieht h□ ihre Parallele i♄ und die dritte Verwandlungslinie h♄, führ g♄, ihre Parallele ho, und die vierte Verwandlungslinie go, ſo iſt aus dem Siebeneck pghiklm, das Dreyeck pgo entſtanden, und alſo die gegebene ungleichſeitige zwölfeckigte Fläche in das Triangulum ngo verwandelt. Errichtet anietzo in

n

n und o die Perpendikularen ny und oz nach Willkühr. Zieht aus dem auf den Perpendikel gp befindlichen erſten Theilungspunkt 1, nach a die Diagonale 1a, und mit ihr aus n, bis an die Figur die Parallele nr, und aus 1 durch r bis an den Perpendikel ny, die gerade Linie 1rq. Zieht aus dem zweyten Theilungspunkte auf r die gerade Linie r2, und mit ihr aus q auf be, die die Parallele q†, und aus 2, durch † bis an den Perpendikel ny, die gerade Linie 2†s. Zieht aus 3, auf † die oblique gerade Linie 3† und mit ihr aus s auf de die Parallele st, und aus 3, auf t die letzte Theilungslinie 3t, ſo iſt die Figur pabcdefg, durch die ſcharfen geraden Linien 1b, 2† und 3t, in vier gleiche Theile getheilt.

Reißt nunmehro aus dem erſten Theilungspunkte 1, des Perpendikels pg, nach m die Diagonale l, m, und mit ihr aus o, die Parallele ol, und aus 1 durch l bis an den Perpendikel oz die gerade Linie 1lu. Verlängert lk willkührlich nach v; zieht 2l, und mit ihr aus u auf kv die Parallele uw. Zieht die blinde Linie 2k und mit ihr aus w die Parallele wx, und aus 2, durch x, bis an den Perpendikel oz die gerade Linie 2x⊙. Zieht 3x, und mit ihr aus ⊙ die Parallele ⊙& bis an die Linie ki, und endlich aus 3, auf & die Scheidungslinie 3&, ſo iſt die ſiebeneckigte ungleichſeitige Fläche ghiklm durch die Linien 1l, 2x und 3& in vier gleiche Theile getheilt worden.

Wollte man aber die auf den Perpendikel p g, gebrochenen Theilungslinien t 3 & und ┼ 2 x, lieber in geraden Linien haben, ſo zieht t &, und mit ihr aus 3, die Parallele 3 D und die neue Theilungslinie & D. Reißt auch die blinde Linie ┼ x und mit ihr aus 2, die Parallele 2 c, und die neue Scheidungslinie c x, ſo iſt die Figur a b c d e f g h i k l m durch die geraden Linien b l, c x und D & gleichfalls in vier gleiche Theile zerſchnitten.

Fünfter Abſchnitt.

Allerley geometriſche geradlinichte Figuren in proportionirte das iſt: verhältnißmäßige Theile einzutheilen, theils nach den auf ihren eigenen Seiten oder Linien befindlichen Proportionen, theils nach dem Verhältniß anderer kleineren oder größeren abgetheilten Figuren, wie auch nach Proportion des Geldes, welches verſchiedene Perſonen zu einem erkauften Stück Acker haben beygetragen.

Anmerkung.

Da aber bey der geometriſchen figürlichen Diviſion die Verwandlung der gegebenen Flächen in Triangula unumgänglich nöthig: ſo finde für gut, vorhero in einigen Aufgaben zu zeigen, wie man vieleckigte geradlinichte Figuren in Dreyecke verwandeln könne, ohne in den gegebenen Flächen blinde Linien ziehen zu dürfen, als welche ſodann nur bey der Diviſion ſelbſten,

beſonders aber bey großen, mit vielen aus und einge-
henden Winkeln, und von vielen geraden Linien um-
ſchloßenen Figuren, Irrthum und Fehler verurſachte.

Es hätten zwar dieſe Aufgaben eigentlich in das ſiebende Hauptſtück meines dritten Bandes gehöret; da ich aber in ſelbigen die Verwandlung der Figuren alſo abgefaßt habe, daß ein ſchwacher Kopf durch die abgeſchnittenen und davor angeſetzten kleinen Dreyecke den Beweiß der Richtigkeit der Verwandlung eher einſehen kann, und daſelbſten auch die Verwandlungslinien nicht ſo wie allhier bey der figürlichen Diviſion im Wege ſind; ſo habe dieſe Methode lieber bis hieher verſpahrt.

Erſtens. Verſchiedene geometriſche Figuren, auf eine behendere Art als im ſiebenden Hauptſtück meines dritten Bandes gezeigt, in Triangula zu verwandeln.

Die zweyhundert und drey und vierzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Vieleck a b c d ohne Diagonalen in ein Dreyeck a b c zu verwandeln.

Aufloſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie a d des Trapezoidis a b c d nach e willkührlich, legt ſodann das Parallellinial ſcharf an die Ecken b und d, des ungleichſeitigen Vierecks a b c d, verſchiebt es vorwärts bis an die Ecke c, der gegebenen Figur, und zieht aus c auf die verlängerte Grundlinie a d die blinde Parallele c e, (oder mar-

Tab. LXVI. a. Fig. 1.

marquirt auch nur auf der verlängerten Grundlinie ad den Punkt e an dem verſchobenen Parallellinial). Und zieht aus b nach e die Verwandlungslinie be; ſo iſt das Dreyeck abe, an Quadratinhalte gleich dem gegebenen Trapezoidi abcd, denn der dem Trapezoidi abcd abgenommene Triangel bcf, iſt gleich, dem übrig gebliebenen Trapezoidi abfd zugeſetzten Trigono dfe.

Die zweyhundert und vier und vierzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem ghik aus dem Winkel k, in das Dreyeck gkl auf dieſe Art zu verwandeln.

Auflöſung.

Tab. LXVI. a. Fig. 2.

Verlängert die Grundlinie hg des Trapezoidis hikg, willkührlich gegen x, legt das Parallel harte an die Winkel k und h, der gegebenen Figur hkgi und rückt es vorwärts ſcharf an den Punkt i, zieht von i auf die verlängerte Baſin hk die punktirte gerade Linie il, und aus dem auf der langen Grundlinie gx, gefundenen Punkte l nach k die Verwandlungslinie kl, ſo iſt das Dreyeck lkg, gleich dem gegebenen Trapezoidi hikg.

Anmerkung.

Was in voriger 1ſten Figur in Anſehung der Dreyecke bcf und fed geſagt, gillt allhier gleichfalls bey denen einander gleich und ähnlichen Dreyecken ikm und lhm.

Die

Die zweyhundert und fünf und vierzigſte Aufgabe.

Einen Trapezoidem n p q o, aus dem auf der Seite p q, gegebenen Punkt r, in ein Trilaterum s r t, (gleichfalls ohne gezogene Diagonalen) zu verkehren.

Aufloͤſung.

Verlängert die Grundlinie n o, des Trapezoidis n o p q, zu beyden Seiten nach y und z, willkührlich, legt das Parallellinial an dem auf der Seite p q, der Figur n p q o befindlichen Punkt r, und an dem Winkel n ſcharf an, verſchiebt ſelbiges bis an die Ecke p, und zieht auf n y, die blinde Linie p s, oder bemerkt auch nur auf n y, den Punkt s, und reißt aus r nach s, die erſte Verwandlungslinie r s. Tab. LXVI. a. Fig. 3.

Legt nunmehro das Parallellinial an den Winkel o und an dem Punkt r, verſchiebt ſelbiges bis q, und marquirt damit auf der verlängerten Grundlinie o z, den Punkt t, führt aus r nach t, die zweyte Verwandlungslinie r t, ſo iſt das Trilaterum s r t, gleich dem Trapezoidi n p q o, denn die dem Trapezoidi n p q o, abgenommenen Triangula u p r und v q r ſind gleich und ähnlich denen dem irregulären Fünfeck n u r v o, auf denen reſpectiven Seiten n u und v o, zugeſetzten Triangulis s u n und t v o.

Die zweyhundert und ſechs und vierzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Fünfeck abcde, aus deßen Seitenwinkel b, ohne Diagonalen in ein Trigonum abg, zu verwandeln.

Auflöſung.

Tab. LXVI. b. Fig. 1. Verlängert erſtlich die Grundlinie a e, der gegebenen fünfeckigten Figur a b c d e, willkührlich nach x. Legt das Parallellinial an die Winkel c und e, dieſes pentagoni, und verſchiebt es gegen x bis an den Winkel d, und zieht aus d auf a x die Parallele d f, ſo iſt es ſo viel als wäre dieſes pentagonum irregulare a b c d e, in einen Trapezoidem a b c f, verkehrt worden.

Legt anietzo das Parallellinial an den Winkel b, und den blinden Punkt f; verſchiebt ſelbiges vorwärts bis c, und zieht aus c auf e x die blinde gerade Linie c g, und letztlich aus g nach b, die wirkliche Verwandlungslinie b g, ſo iſt das irreguläre Fünfeck a b c d e, in das ihm gleiche Trigonum a b g, verwandelt worden.

Die zweyhundert und ſieben und vierzigſte Aufgabe.

Ein pentagonum irregulare h i k l m, aus dem auf der Seite i k gegebenen Punkt n, ohne Diagonalen, in das Dreyeck q n p zu verwandeln.

Auf-

Aufloͤſung.

Verlaͤngert erſtlich die Grundlinie hm, des ungleichſeitigen geradlinichten Fuͤnfecks hiklm, zu beyden Seiten nach q und y, willkuͤhrlich. Legt das Linial an dem auf ik gegebenen Punkt n, und an den Winkel h, verſchiebt ſelbiges bis i, und zieht aus i auf hq, die blinde gerade Linie iq, und aus q nach n, die erſte Verwandlungslinie qn, legt ferner das Parallel an die Winkel k und m, verſchiebt ſelbiges bis in dem Punkt l, und zieht aus l, auf die verlaͤngerte Grundlinie my, die blinde Linie lo. Legt das Linial anietzo an den Punkt n, auf ik und an den Punkt o auf my ſcharf an, verſchiebt ſelbiges bis k und reißt aus k auf my, die blinde gerade Linie kp, und letztlich aus p, nach n, die zweyte Verwandlungslinie np, ſo iſt das Dreyeck qnp, an Flaͤcheninhalte gleich dem pentagono irregulari hiklm. Tab. LXVI. b. Fig. 2.

Die zweyhundert und acht und vierzigſte Aufgabe.

Ein ungeſtaltes geradlinichtes Fuͤnfeck qrstu, gleichfalls auf dieſe Art, ohne Diagonalen aus dem der Grundlinie qu, gegen uͤber liegenden Winkel s, in ein Dreyeck vsw, zu verkehren.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert erſtlich wie allezeit die Grundlinie qu, der zu verwandelnden Figur qrstu, zu bey- Tab. LXVI. b. Fig. 3.

beyden Seiten, nach x und y. Legt das Parallel an den beſtimmten Winkel s und an den Punkt q, verſchiebt ſelbiges bis nach r, und führt aus r auf q x, die blinde Linie r v, und aus s nach v, die erſte Verwandlungslinie s v. Legt das Linial an den Winkel u, und wiederum an den determinirten Winkel s, verſchiebt es bis t, und zieht aus t auf u y, die blinde gerade Linie t w, und aus s nach w, die zweyte Verwandlungslinie s w, ſo iſt das gefundene Dreyeck v w s an Quadratinhalte gleich dem gegebenen pentagono irregulari q r s t u.

Die zweyhundert und neun und vierzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Sechseck a b c d e f ohne Diagonalen aus dem Winkel c, in ein Dreyeck k c i zu verkehren.

Auflöſung.

Tab. LXVI. c. Fig. 1. Verlängert erſtlich die Grundlinie a f, des irregulären Sechsecks a b c d e f, zu beyden Seiten nach x und i willkührlich, legt das Linial an die Punkte c und a, verſchiebt es bis b, und zieht von b auf a x, die blinde gerade Linie b k, und aus c nach k, die erſte Verwandlungslinie b k, verlängert f e willkührlich nach g. Legt das Parallel an die Punkte c und e, verſchiebt es bis d, und zieht aus d auf e g die blinde gerade Linie d h. Legt nunmehro das Linial hart an die Winkel c und f, verſchiebt es bis h, und reißt aus

aus h auf fi, die blinde gerade Linie hi, und letzlich die zwente Verwandlungslinie ci, ſo iſt das Hexagonum irregulare abcdef, in das Dreyeck kci verwandelt.

Die zweyhundert und funfzigſte Aufgabe.

Das irreguläre geradlinichte Sechseck lmnopq, aus dem auf der Seite no, gegebenen Punkte r, ohne Diagonalen in das Dreyeck urx, zu verwandeln.

Auflöſung.

Verlängert erſtlich wie gewöhnlich die Grundlinie lq, der gegebenen ſechseckigten irregulären Figur lmnopq, zu beyden Seiten nach y und z willkührlich. Verlängert ſodann auch die Seite lm nach s. Legt das Parallel an den gegebenen Punkt r und an dem Winkel m. Verſchiebt es bis n, und zieht aus n auf ms die gerade Linie nt. Legt anietzo das Linial wieder an den Punkt r, und an den Winkel l, verſchiebt es bis t. Zieht aus t auf ly die blinde gerade Linie tu, und endlich aus u nach r, die erſte Verwandlungslinie ru. Tab. XLVI. Fig. 2.

Verlängert auch pq nach v willkührlich, legt das Linial an den Punkt r, und den Winkel p, verſchiebt es bis o, und zieht aus o auf pv, die blinde gerade Linie ow. Legt nunmehro das Parallel an den Punkt r, und den Winkel q, verſchiebt es bis w, und reißt aus w auf qz die

blin-

blinde gerade Linie wx, und letztlich aus x nach r, die zweyte Verwandlungslinie rx, ſo iſt das Trilaterum urx, gleich dem Hexagono irregulari lmnopq.

Die zweyhundert und ein und funfzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Siebeneck abcdefg, ohne Diagonalen aus dem Winkel d, in ein Dreyeck ldn, zu verwandeln.

Aufloſung.

Tab. LXVI. c. Fig. 3. Verlängert wieder wie vorher die Grundlinie ag, des Siebenecks abcdefg zu beyden Seiten willkührlich nach x und y, verlängert auch die Seiten ab, nach h und gf nach i, legt das Linial an die Winkel d und b, verſchiebt es vorwärts bis c, und zieht aus c nach bh die blinde gerade Linie ck. Legt nunmehro das Parallel an die Winkel a und d, verſchiebt es bis k, und führt aus k auf ax, die blinde gerade Linie kl, und endlich aus d nach l, die erſte Verwandlungslinie dl. Legt nunmehro das Linial an die Winkel d und f verſchiebt es bis e, und zieht aus e auf fi die blinde gerade Linie em, legt das Parallel an die Winkel d und g, verſchiebt es bis m, und zieht aus m, auf gy, die blinde gerade Linie mn, und reißt letztlich aus d nach n, die zweyte Verwandlungslinie dn; ſo iſt das dadurch enſtandene Dreyeck ldn, an Quadrat=

dratinhalte gleich dem ungleichſeitigen Siebeneck abcdefg.

Die zweyhundert und zwey und funfzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges Siebeneck abcdefg, aus dem auf der Seite cd gegebenen Punkt h, ohne Diagonalen in das Triangulum lhg, zu verwandeln.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert erſtlich die Grundlinie ag, der gegeben Figur abcdefg zu beyden Seiten nach x und y. Verlaͤngert anietzo die Seite ab nach i, legt das Linial an den Winkel b und an den auf cd, determinirten Punkt h, verſchiebt es vorwaͤrts bis c, und zieht aus c auf bi die blinde Linie ck, legt anietzo das Parallel an den Punkt h, und den Winkel a, verſchiebt es bis k, und fuͤhrt aus k auf ax die blinde gerade Linie kl, und aus h nach l, die erſte Verwandlungslinie hl. Verlaͤngert anietzo die Seite fe nach m; legt das Parallel an den Punkt h, und den Winkel e, verſchiebt es bis d, und zieht aus d auf em, die blinde Linie dn; verlaͤngert auch die Seite gf nach o, legt das Linial an den Punkt h und den Winkel f, verſchiebt es bis n, und zieht aus n auf fo die gerade Linie np, legt nunmehro das Parallel an den Punkt h und den Winkel g, verſchiebt es bis p, und fuͤhrt aus p auf gy, die gerade blinde Linie pq, und letztlich aus h nach q, die zweyte Ver-

Tab. LXVI. d. Fig. 1.

Verwandlungslinie h q, ſo iſt das erhaltene Dreyeck l h q, an Flächeninhalte gleich dem ungleichſeitigen Siebeneck a b c d e f g.

Die zweyhundert und drey und funfzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Neuneck a b c d e f g h i mit zwey eingehenden Winkeln b c d und f g h, ohne Diagonalen aus dem oberſten Winkel e, in ein Dreyeck m e q zu verwandeln.

Auflöſung.

Tab. LXVI. d. Fig. 2.

Verlängert die Grundlinie a i,, des ungeſtalten Neunecks a b c d e f g h i zu beyden Seiten nach x und z. Legt das Parallel an die vorſpringenden Winkel d und b, verſchiebt es rückwärts bis an den eingehenden Winkel c, marquirt auf a b, den Punkt k, und zieht aus d nach k die blinde gerade Linie d k, legt das Linial an e und k verſchiebt es bis d, und marquirt zugleich auf a b, den Punkt l. Zieht aus e nach l, die blinde gerade Linie e l. Legt letztlich das Parallel an die Winkel e und a, verſchiebt es bis an dem Punkt l, und zieht aus l auf a x die blinde Linie l m, und aus e nach m die erſte Verwandlungslinie e m, ſo iſt man auf dieſer Seite mit der Verwandlung zu ſtande. Legt anietzo das Parallel an die vorſpringenden Winkel f und h, ſchiebt es rückwärts bis g, und marquirt auf f e den Punkt o.

Reißt

Reißt aus h nach o, die gerade blinde Linie ho. Verlängert anietzo die Seite ih, nach n; legt das Parallel an die Winkel e und h, verſchiebt es vorwärts bis o, und zieht aus o auf hn, die blinde gerade Linie op. Legt letztlich das Linial an e und i, verſchiebt es bis p, und reißt aus p auf iz, die ſchräge Linie pq, und aus e nach q die zweyte Verwandlungslinie eq, ſo iſt das Dreyeck meq, an Quadratinhalte gleich der ungeſtalten neuneckigten Figur abcdefgi.

Die zweyhundert und vier und funfzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges Siebeneck abcdefg, aus dem in ſelbigen gegebenen Punkt h, ohne Diagonalen in ein Dreyeck nhs, zu verkehren.

Auflöſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie ag, des irregulären Siebenecks zu beyden Seiten willführlich durch eine unbeſtimmte gerade Linie nach n und s. Verlängert ſodann die Seite bc nach i, legt das Parallel an den gegebenen Punkt h, und den Winkel c, verſchiebet es bis d, und zieht aus d auf ci die blinden geraden Linien dk. Verlängert ab, nach l, legt das Linial wiederum an den Punkt h, und den Winkel b, verſchiebt es vorwärts bis k, und zieht von k auf bl die blinde gerade Linie km, legt letztlich das Linial an den Winkel a und den Punkt h. Verſchiebt es bis m, und zieht aus m auf am, die blinde gerade Linie

Tab. LXVI. d. Fig. 3.

Linie mn, und endlich aus h nach n, die erſte Verwandlungslinie hn, verlängert nunmehro die Seite fe nach o; legt das Linial an den Punkt h, und den Winkel e. Verſchiebt es bis d und zieht aus d auf eo, die blinde gerade Linie dp; verlängert auch gf nach q; legt das Parallel an den Winkel f und den Punkt h, verſchiebt es bis p, und führt aus p auf fq, die gerade Linie pr. Legt letztlich das Linial an den Punkt h und den Winkel g, verſchiebt es bis r, und reißt aus r auf gs die blinde gerade Linie rs, und zum Beſchluß zieht aus h nach s die zwote Verwandlungslinie hs; ſo iſt das Dreyeck nhs, an Flächeninhalte gleich dem ungleichſeitigen geradlinichten Siebeneck abcdefg.

Anmerkung 1.

Bey der Solution dieſer Aufgaben iſt es beſonders nothwendig, daß der ſich fleißig übende Leſer mit dem Parallellinial (es ſey nun dieſes, ſo aus zwey durch ein paar meßingene Schiengen an einander gehängte Liniale; oder dieſes ſo aus einem Liniale und aus einem accuraten hölzernen Winkel, welcher die Form eines rechtwinklichten Dreyecks haben muß, beſteht) wohl umzugehen, und accurat damit zu arbeiten wiße; ſich auch in der Procedur nicht irre.

Anmerkung 2.

Solte einer oder der andere an der Richtigkeit dieſer Verwandlungen zweifeln, und etwan glauben, die gefundenen Trigona bekämen mehr oder weniger Flächeninhalt als die vorgegebene Figur in ſich faßt; weil die Diagonalen fehlen, und alſo die abgenommenen, und dafür durch die Parallelen angeſetzten Trigona

nicht

nicht ſo deutlich, und klar in die Augen fallen; ſo darf man nur zwey ungleichſeitige geradlinichte Figuren von gleich großen Winkeln und reſpectiven gleich langen Linien aufſetzen, alſo, daß ſich ſelbige nach der hundert und sechs und ſiebzigſten Erklärung meines erſten Bandes p. 197. in welchen vollkommen einander gleich und ähnlich ſind; wie die zu dieſer alligairten Erklärung gehörigen Figuren 179. und 180. Tab. XXVI, und ſelbige ſodann, die eine nach der gewöhnlichen in meinem dritten Bande angezeigten Art durch Diagonalen nach und nach in ein Dreyeck verwandeln, die andere aber aus eben dieſen reſpectiven Winkel gleichfalls in ein Triangulum verwandeln, ſo wird man finden, daß jedes erhaltene Trigonum mit einander nicht alleine eine gleich lange Grundlinie haben wird; ſondern daß beyde Trigona (wenn nehmlich accurat gearbeitet worden) einander vollkommen gleich und ähnlich ſeyn werden.

Zweytens. Alle Arten von gegebenen Flächen nach Verlangen, in proportionirte Theile einzutheilen.

Die zweyhundert und fünf und funfzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Triangulum ſcalenum a c b, nach der Proportion der eingetheilten geraden Linie x &, alſo in drey Theile einzutheilen, daß ein jeder Theil einem Drittheil der Baſis a b des Trigoni a c b, zu ſeinem Antheil bekomme.

Aufloͤſung.

Reißt unter der Baſi a b, aus dem Winkel a des Trigoni a c b, die ſchiefe blinde Linie a d, gleich Tab. LXVI. Fig. 1. e.

gleich der gegebenen Linie x&, jedoch alſo daß ſelbige mit der Grundlinie ab, in a einen nicht allzuſpitzigen Winkel bad formire. Tragt die Länge xy, der Linie x& auf ad aus a nach f, und yz, gleichfalls auf ad aus f nach e, ſo wird ed, ſo lang wie z& ſeyn, weil ad gleich x&, per Conſtruct. zieht die blinde gerade Linie db, und mit ihr aus e und f auf ab, die blinden Parallelen eg und fh, ſo iſt die Grundlinie ab, des Trigoni acb, nach der Proportion der gegebenen Linie x&, oder ihrer gleichen ad, eingetheilt. Reißt anietzo aus dieſen gefundenen Punkten g und h nach dem Winkel c des Triangels acb, die blinden Theilungslinien hc und gc, ſo verhält ſich ſodann das Dreyeck ach zum Trilatero hcg, wie der Theil xy oder af, zum Theile yz, oder fe, und das Trigonum hcg verhält ſich zum Triangulo gcb, wie der Theil yz oder fe zum Theile z&, oder ed, folglich iſt dieß Dreyeck acb, nach eben der Proportion als die Linie ad oder ihre gegebene gleiche x& zerſchnitten.

Theilt nunmehro die Baſin ab, in i und k in drey gleiche Theile. Legt das Linial an den Winkel c und den Punkt i; verſchiebt es bis h, und marquirt auf ac den Punkt l. Zieht die erſte ſcharfe Theilungslinie aus i nach l. Legt das Parallel nochmahlen an den Winkel c, und den Punkt k, verſchiebt es bis g, und marquirt wiederum auf ac, den Punkt m. Reißt von m nach k, die zweyte wahre verlangte Theilungslinie mk; ſo verhält ſich gleichfalls der Trapezoides

des ilmk zum Triangulo ali, und zum Trapezoidi kmcb, wie das Dreyeck hcg zum Trigono ach, und zum Trilatero geb, und alſo auch wie der Theil yz, zum Theile xy, und zum Theile z&; alſo iſt die Aufgabe nach Verlangen aufgelößt.

Die zweyhundert und ſechs und funfzigſte Aufgabe.

Ein Trapezium acdb, parallelarum baſium ab, cd, in vier proportionirte Theile alſo einzutheilen: es ſey die viereckigte Fläche acdb eine Wieſe, ſelbige werde an vier Perſonen für drey und dreyßig Reichsthaler verkauft. Hans, zehlt 12 Rthlr. Peter, giebt 10 Rthlr. Tobias verlangt für 7 Rthlr. Merten nimmt den Reſt à 4 Rthlr.

Aufloͤſung.

Zieht eine gerade Linie ik, gleich dem dritten Theile von der Grundlinie ab, des Trapezii acdb, theilt ſelbige in eilf gleiche Theile, denn eilf mahl drey iſt drey und dreyßig, ſetzt an dieſe Linie ik aus i nach l, nach einem Eilftheil ki. Führt eine zweyte gerade Linie mn, gleichfalls gleich dem dritten Theil der mit ab, parallel laufenden geraden Linie cd, theilt ſelbige auch in eilf gleiche Theile denn drey mahl eilf iſt drey und dreyßig, und fügt ſelbiger noch aus n nach o, einen ſolchen Eilftheil von mn an, ſo ſind die Linien ab und cd gleichſam in drey und dreyßig

Tab. LXVI. c. Fig. 2.

ßig Theile getheilt. Nehmt die ganze Linie kl, und tragt ſelbige auf ab, aus a nach p, faßt die ganze Linie mo, und ſetzt ſelbige auf cd, aus c nach q, für Hanßen ſeinem Antheil weil er 12 Rthlr. gegeben, zieht pq, als deßen Grenzlinie. Nehmt zehn Theile von kl, ſetzt ſelbige auf ab aus p nach f, faßt zehn Theile von mo, und tragt ſelbige auf cd aus q nach h, für Petern welcher zehn Thaler gegeben, und reißt deßen Grenzlinie hf. Nehmt letztlich ſieben Theile von kl, ſetzt ſie aus f gegen b nach s, ingleichen auch ſieben Theile von mo, welche ihr aus h gegen d nach r, tragt, und zieht des Tobias Grenzlinie rs, für ſeine entrichteten ſieben Thaler; ſo bleibt sb, gleich vier Zwölftheil kl und rd, gleich vier Zwölftheil mo, für Merten ſeine erlegten vier Thaler übrig; und folglich hat jeder für ſein gezahltes Geld, ſeinen ihm zukommenden richtigen Antheil.

Die zweyhundert und ſieben und funfzigſte Aufgabe.

Den Trapezoidem abcd, nach folgender Proportion alſo zu theilen, der Bauer Saufaus muß Schulden halber ſeine Wieſe welche hundert und vier und vierzig Rthlr. werth, an ſeine drey Creditores alſo überlaſſen und zertheilen. Görgen iſt er ſchuldig ſechzig Rthlr. Nicolaußen acht und vierzig Rthlr. und Veiten ſechs und dreyßig Rthlr. Mithin muß ſelbige

bige in drey proportionirte Theile getheilt werden.

Auflöſung.

Sucht erſtlich das Verhältnis der drey Zahlen, von 60. 48 und 36. auf das genaueſte. Dieſes geſchiehet wenn ihr jede Zahl mit Zwölfen dividirt, denn es heißt zwölf in 60 hab ich 5 mahl. Zwölfe in 48 hab ich 4 mahl und letztlich Zwölfe in 36 hab ich 3 mahl; nirgends bleibt ein Bruch, ſondern die Zwölfe geht überall gerade auf, folglich verhalten ſich die Schulden 60, 48 und 36 gegen einander wie 5, 4, 3, dieſe in eine Summe addirt, ſo iſt 12 das verlangte aggregat. Tab. LXVI. Fig. 3.

Verlängert anietzo die Grundlinie ad, des Trapezoidis abcd, nach x, willkührlich, legt das Linial an die Winkel b und d, verſchiebt es bis c, und führt aus c auf dx die blinde gerade Linie cx, und aus b nach x, die Verwandlungslinie bx; ſo iſt der Trapezoides abcd, in das Triangulum abx verkehrt.

Theilt anietzo die neue Grundlinie ax, in e in zwey gleiche Theile. Reißt eine gerade Linie fg ſeparatim, und theilt ſelbige in ſechs gleiche Theile, ſo wie die Figur zeigt, ſo iſt es eben ſo viel, als hätte man die Grundlinie ax des gefundenen Trigoni abx, in zwölf gleiche Theile zertheilt, welches geſchehen muß, weil das aggregat von dem gefundenen Verhältnis der Schulden 5, 4, 3, zwölfe beträgt.

Faßt anietzo fünf Sechstheil von fg, ſetzt ſelbige auf ax aus a nach h, und zieht des Görgen Grenzlinie bh, für ſeine Schuld von 60 Rthlr.

Nehmt vier Sechstheil von fg, tragt ſelbige wiederum auf ax, aus h nach i, zieht aus i mit der blinden geraden Linie xc, auf dc die blinde Parallele ik, und aus k nach b, des Nicolaus Grenzlinie kb, für ſeine Anforderung von 48 Rthlr. ſo bleibt ix, als drey Sechstheil von fg, für des Veiten darauf haſtende Capital von 36 Rthlr.

Es verhält ſich alſo des Nicolaus Antheil, hbkd, zum Triangulo abh und dem Trigono kbc, wie 4 zu 5 und zu 3, oder nach der Schuld wie 48 zu 60 und zu 36. Und iſt alſo der Trapezoides nach Verlangen, in die gegebenen proportionirten Theile eingetheilt.

Anmerkung.

Wäre auch gleich der Trapezoides abcd, nicht ſo viel Werth als die darauf haftenden Schulden betragen, ſo müſte man doch mit der Eintheilung accurat ſo verfahren, wie angezeigt worden, auf paß jeder nach Proportion ſeiner Anforderung befriedigt würde.

Die zweyhundert und acht und funfzigſte Aufgabe.

Ein wüſtes fünfeckigtes geradlinichtes Feld abcde, wird für ein und zwanzig Rthlr. an drey Käufer auf folgende Art käuflich überlaßen; Paul giebt 8 Rthlr. Ehrlich, zahlt 7 Rthlr.

7 Rthlr. und Heinrich erlegt 6 Rthlr. mithin ſoll die Figur nach der Proportion von 8, 7, 6, in drey Theile zerſchnitten werden.

Auflöſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie ae, der zu theilenden gegebenen fünfeckigten Figur abcde zu beyden Seiten nach x und y. Legt das Parallel an die Winkel a und c, verſchiebt es bis b, und führt aus b auf ax, die blinde gerade Linie bf, reißt aus c nach f die erſte Verwandlungslinie cf. Legt das Linial an die Winkel c und e, verſchiebt es bis d, und führt aus d auf ey, die blinde gerade Linie dy. Zieht aus c nach y, die zweyte Verwandlungslinie cy, ſo iſt das Triangulum fcy, an Quadratinhalte gleich dem gegenen geradlinichten Fünfeck abcd. Tab. LXVI. f. Fig. 1.

Da nun dieſes Fünfeck in drey ungleich große, aber nach der Summe von ein und zwanzig, proportionirte Theile getheilt werden ſoll, ſo theilt die Grundlinie fy, des gefundenen Trigoni fcy, in g und h, in drey gleiche Theile denn drey mahl ſieben iſt ein und zwanzig.

Zieht ſeparatim eine gerade Linie z&, ſo lang als fg, oder ein Drittheil fy. Theilt dieſe Linie z&, in ſieben gleiche Theile, und fügt ſelbiger von & nach ⊙ noch einen ſolchen Siebentheil z& bey. Faßt anietzo z⊙, tragt dieſes Maaß auf die Grundlinie fy, aus f nach i, und ſchneidet dem Paul ſein Stück abci für

die gegebenen 8 Rthlr. durch die Grenzlinie ic, ab.

Faßt nunmehro z&, oder auch fg, als einen dritten Theil fy, ſetzt ſelbigen auf fy, aus i nach k. Zieht mit dy aus k auf ed die blinde Parallele kl, und aus l auf c des Ehrlichs Grenzlinie cl, für die erlegten ſieben Rthlr. nun bleibt noch ky, als ſechs Siebentheil z&, oder ſechs ein und Zwanzigtheil fy, oder viel mehr das ihm proportionirte Dreyeck lcd, für des Heinrichs ſeine ſechs Rthlr. übrig; folglich hält der Trapezoides abci, acht ein und zwanzig Theil, der Trapezoides icle, ſieben ein und zwanzig Theil, und das Trigonum lcd, ſechs ein und zwanzig Theil der ganzen gegebenen fünfeckigten Figur abcde, und alſo iſt ſelbige in die begehrte Proportion des Geldes was ein jeder angelegt, accurat getheilt.

Die zweyhundert und neun und funfzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen ſechseckigten Grund acdefg, auf nachſtehende Art in vier proportionirte Theile zu zerſchneiden: einer vermacht ſeinen Grund acdefg alſo. Die hinterlaßene Wittwe ſoll ein Drittheil, der wirkliche Sohn ein Viertheil, der Stiefſohn ein Fünftheil der Enkel ein Sechstheil deßelben, und das übrige das Hoſpital bekommen.

Auf=

Aufloͤſung.

Verlaͤngert erſtlich die Seite ac des irregulaͤren Sechsecks acdefb, aus c nach h. Legt das Parallel an den gegebenen Punkt g, aus welchen die Figur getheilt werden ſoll, und an den Winkel c, verſchiebt es bis d, und zieht aus d auf ch, die gerade Linie di. Verlaͤngert anietzo die Grundlinie ba, aus a gegen k; legt das Parallel nochmahlen an den Punkt g und den Winkel a, verſchiebt es bis i, und zieht aus i auf ak die blinde gerade Linie ik, und (wann ihr wollet) die erſte Verwandlungslinie gk. Verlaͤngert anietzo die gerade Linie bf aus f nach l. Legt das Linial wiederum an den gegebenen Punkt g, und an den Winkel f, verſchiebt es bis e, und zieht aus e auf fl, die blinde gerade Linie em. Verlaͤngert nochmahlen die Grundlinie ab, aus b gegen n, willkuͤhrlich. Legt das Linial wiederum an den Punkt g, und an den Winkel b, verſchiebt es bis m, und zieht aus m auf bn, die blinde gerade Linie m, und (wenn ihr wollt) aus g auf n die zweyte Verwandlungslinie gn. (Zieht man die Linien kg und gn nicht, ſo hat es auch weiter keine Folgen, wenn man nur die Punkte k und n, angemerkt hat) ſo iſt das Dreyeck kgn, gleich dem gegebenen ungleichſeitigen Sechseck acdemb. Tab. LXVI. f. Fig. 2.

Theilt anietzo die gefundene gerade Linie kn, in k, b, n in drey gleiche Theile, ſo iſt ko, das erſte verlangte Drittheil. Legt das Parallel wiederum an den Winkel a und den Punkt g, ver-

ſchiebt es bis o, und zieht aus o auf a c die kleine Linie o p, und aus p auf g die erſte Grenzlinie p g für der Wittwe ihren Antheil von einem Drittheil der ganzen Figur a c d e f b.

Theilt nunmehro die Linie k n, in vier gleiche Theile, für des natürlichen Sohns ſeinem Antheil von einem Viertheil, der ganzen gegebenen ſechseckigten irregulären Figur a c d e f b, dieſes Viertheil iſt k q, tragt k q auf die Linie k n aus o nach r, und zieht aus r nach g, die zweyte Grenzlinie r g. Theilt nunmehro k n in fünf gleiche Theile, für des Stiefſohns Vermächtnis von einem Fünftheil der ganzen Figur; ſetzt das gefundene Fünftheil auf k n aus r nach s. Legt das Linial an den Punkt g, und den Winkel b, verſchiebt es bis s; zieht aus s auf b f, die blinde gerade Linie s u, und aus u nach g, die dritte Grenzlinie u g. Theilt letztlich die Baſin k n, in ſechs gleiche Theile, ſetzt dieſes Sechstheil gleichfalls auf k n aus s nach t. Zieht mit s u, oder m n, gleich aus t, auf b f die Parallele t v, und aus v auf g, des Enkels Grenzlinie v g, welchen ein Sechstheil des ganzen Feldes, verſchrieben worden, und ſo bleibt der kleine Trapezoides v g e f für das dem Hoſpital zugedachte Stück übrig, und ein jeder von denen Erben, hat ſein ihm vermachtes Erbtheil richtig erhalten, denn, der Trapezoides p c d g iſt gleich einem Drittheil, der Trapezoides a p g r, einem Viertheil, der Trapezoides r g u b gleich einem Fünftheil, und der Triangel u g v, gleich einem

Sechs-

Sechstheil der gegebenen irregulåren Figur abcdefb.

Anmerkung.

Ich habe den auf der Baſi kn, geſuchten fünften und ſechſten Theil mit Fleiß nicht auf dieſer Linie marquirt, um zwiſchen kq, nicht unnöthiger Weiße allzuviele Punkte anmarquiren zu dürfen, ſondern das von kn, geſuchte fünfte und ſechſte Theil, ſogleich aus r nach t aufgetragen, wornach ſich alſo ein Uebender richten kann; denn je weniger man Punkte oder blinde Linien in einer zu theilenden Fläche findet, je weniger Irrthum giebt es.

Die zweyhundert und ſechzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Sechseck acdefgb, von zwey und ſiebenzig Quadratruthen alſo zu theilen: daß der Beſitzer zum Hauß und Hofraum, zehn, zu einem Gårtgen dreyzehn, und zu einen Graſeplatz 17 Quadratruthen erhalte.

Auflöſung.

Verlångert erſtlich die Seite ac, der gegebenen irregulåren Figur nach k, und die Seite gb nach l. Legt das Parallel an die Winkel e und c, verſchiebt es bis d, und zieht auf ck die blinde Linie dm. Legt das Linial an die Winkel e und g, verſchiebt es bis f, und reißt aus f auf gl die blinde gerade Linie fn. Verlångert auch die Grundlinie ab, der gegebenen ſiebeneckigten Fi- Tab. LXVI. f. Fig. 3.

Figur acdefgb zu beyden Seiten nach h und i. Legt das Parallel an die Winkel a und e verſchiebt es bis m, und zieht aus m auf ah die blinde gerade Linie mh. Legt das Linial an die Winkel e und b, verſchiebt es bis n, und führt aus n auf bi die blinde gerade Linie nu, ſo giebt hu, die Länge der Baſis zu einem Triangel, welcher, wenn man nehmlich deßen Seite aus h und i durch gerade Linien he und ie auf e zöge, juſt ſo groß ſeyn würde, als die gegebene Figur acdefgb.

Da nun dieſer Platz acdefgb, vierzig Quadratruthen beträgt, und in drey verſchiedene Theile, als von ſiebzehn, dreyzehn und zehn Quadratruthen zerſchnitten werden ſoll, ſo theilt die Grundlinie hi in vier gleiche Theile, zieht eine gerade Linie op, gleich einem Viertheil dieſer Grundlinie hi. Theilt ſelbige in zehn gleiche Theile. Nehmt ſieben Theile von op, tragt ſelbige auf die Baſin hi aus h nach v, faßt op, nehmlich alle zehn Theile, ſetzt ſelbige aus v gegen i nach q, ſo iſt hq gleich ſiebzehn Vierzigtheilen von hu. Zieht qe, als die erſte Theilungslinie. Faßt nochmahlen op, tragt ſelbige aus q gegen i nach w, nehmt drey Zehntheile op, ſetzt ſelbige aus w gegen i nach r, legt das Parallel an die Winkel e und b, verſchiebt es bis r, und führt aus r auf bg die kleine Parallele r, aus dem Punkt r, wo ſelbiger die Linie bg berührt, zieht nach e die zweyte Scheidungslinie re, ſo iſt qr gleich dreyzehn Vierzigtheilen von hu, folglich bleibt

bleibt ru, gleich zehn Vierzigtheilen, oder ein Viertheil von hu für dem dritten Theil von zehn Quadratruthen übrig. Und iſt alſo die gegebene Figur acdefgb, durch die Linien qe und re, in die begehrten proportionirten Theile zerſchnitten; da aber dem Eigenthümer, der Triangel qer, zum Garten Platze nicht gefällt, und er dafür lieber einen viereckigten Platz von gleichen Flächeninhalte haben wolte; ſo halbirt qr in s, legt das Linial an den Winkel e und den Punkt s, verſchiebt es bis r, zieht aus den Punkt r, mit denen Punkten e und s, auf die Linie ef, die blinde Parallele rt, und aus t auf s die neue ſcharfe Scheidelinie st, ſo iſt der Trapezoides qets, an Quadratinhalte gleich, dem vorhero abgetheilten Triangulo qer, und alſo iſt auch die ganze ſiebeneckigte Figur acdefgb, in die begehrten proportionirten drey Theile eingetheilt.

Die zweyhundert und ein und ſechzigſte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges geradlinichtes Feld abcdefghi von ſieben vorſpringenden Winkeln a, b, d, e, f, h, i, und von zwey eingehenden Winkeln c und g, nach begehrter Proportion in drey Theile alſo zu theilen. Drey Käuffer bezahlen dieſen Grund in Summe mit zwey und ſiebzig Rthlr.; Jokel giebt zwey und dreyßig Thaler, Andreas fünf und zwanzig, und Herrmann die übrigen funfzehn Thaler; mithin muß Jokel zwey und dreyßig zwey

und

und ſiebzig Theil; Andreas fünf und zwanzig zwey und ſiebzig Theil; und Herrmann funfzehn zwey und ſiebzig Theil dieſes Grundes bekommen.

Auflöſung.

Tab. LXVI. g. Fig. 1. Verlängert erſtlich die Grundlinie a i der zu theilen aufgegebenen neuneckigten ungleichſeitigen geradlinichten Figur a b c d e f g h i zu beyden Seiten nach x und y, willkührlich. Legt das Parallel an die Winkel c und a, verſchiebt es vorwärts bis an an den Winkel b, und marquirt auf a x den Punkt k. Legt anietzo das Linial an dieſen Punkt k und an den folgenden Winkel d, verſchiebt es bis an den Winkel c, und marquirt auf a x den Punkt l. Legt letztlich das Parallel an den Punkt l und den Winkel e, verſchiebt es vorwärts bis an den Winkel d, und bemerkt auf a x den Punkt m, ſo iſt die Figur auf dieſer Seiten eingerichtet. Legt anietzo das Linial an die Winkel g und i, verſchiebt es bis h, und bezeichnet auf der Grundlinie i y, den Punkt n. Legt das Parallel an den Punkt n, und den Winkel f, verſchiebt es rückwärts bis an den eingehenden Winkel g, und marquirt auf i y, den Punkt o. Legt letztlich das Linial an den Punkt o und an den Winkel e, verſchiebt es vorwärts bis an den Winkel f und bemerkt nochmahlen auf i y, den Punkt p, ſo iſt auch dieſe Seite der Figur zum eintheilen eingerichtet. Denn wenn man von m und p, nach dem Winkel e, zwey gerade Linien

me

me und pe, zöge; ſo würde das dadurch entſtandene Dreyeck mep, an Flächeninhalte gleich seyn der gegebenen neuneckigten irregulären Figur abcdefghi. Da nun dieſes Grundſtück für zwey und ſiebzig Thaler zu drey ungleichen Theilen verkauft werden ſoll, ſo müßen wir die ganze Figur gleichſam in zwey und ſiebzig Theile eintheilen, um einen jeden der drey Käufer ſeinen ihm zu kommenden Theil accurat abſcheiden zu können; und dieſes geſchieht auf folgende Art.

Theilt nehmlich die Grundlinie mp, deß, der gegebenen Figur abcdefghi eingebildeten gleich großen Triangels in o und q, in drey gleiche Theile. Zieht ſeparatim eine gerade Linie rs, macht rs ſo lang als mq, das iſt, gleich einem Drittheil der Grundlinie mp; theilt dieſe aparte gezogene Linie rs, in vier und zwanzig gleiche Theile, ſo iſt dadurch dieſe Baſis mp gleichſam in die begehrten zwey und ſiebzig Theile getheilt worden; denn drey mahl vier und zwanzig iſt zwey und ſiebzig. Faßt anietzo ſechzehn Theile von der in vier und zwanzig gleiche Theile getheilten geraden Linie rs, und tragt ſelbige auf die Linie xy, doppelt aus m nach t, für des Jokel ſeinen Antheil, welcher zwey und dreyßig Thaler gegeben; denn zwey mahl ſechzehn iſt zwey und dreyßig. Zieht aus t nach e des Jokels beſtimmte Grenzlinie te; ſo iſt dieſer abgeſchnittene Platz tabcde gleich zwey und dreißig zwey und ſiebzig Theilen der ganzen Figur. Nehmt nunmehro die ganze Linie rs, und noch ein vier

und

und zwanzig Theil dazu, und tragt dieſes Maas wiederum auf x y, aus t nach r, für des Andreas ſeinem Antheil, welcher fünf und zwanzig Thaler darzu gegeben. Legt das Linial an die Winkel e und i, verſchiebt es bis an den gefundenen Punkt r, und führt aus r auf i h, die kleine blinde gerade Linie r v, und aus v nach e des Andreas Grenzlinie v e. So iſt nunmehro der abgeſchnittene Trapezoides t e v i als des Andreas Antheil, auch gleich fünf und zwanzig zwey und ſiebzig Theilen der ganzen Fläche a b c d e f g h i. Mithin bleiben auf m p, von r bis p, noch funfzehn vier und zwanzig Theil r s, für des Herrmanns ſeinen Antheil v e f g h, welcher funfzehn zwey und ſiebzig Theile des ganzen Grundes beträgt, übrig, weil dieſer nur funfzehn Thaler zum ganzen Acker contribuirt.

Da aber dieſe letztere Grenzlinie v e, ſo wohl bey des Andreaſſens als Hermanns Antheil in e, allzuſpitzige Winkel, und folglich ungeſtalte Figuren formirt, ſo werden ſelbige einig, den Grenzhaufen v, bis in den Winkel i zu verſetzen, und alſo die ganze Grenzlinie zu verſchieben; um nun dieſes zu Stande zu bringen, daß ein jeder dennoch den ihm zukommenden Theil erhalte, ſo leget das Parallel an die Winkel e und i, verſchiebt es bis an den Grenzpunkt v, und zieht mit denen Punkten e und i aus v, die blinde Parallele v s, und aus s nach i die neue Grenzlinie s l, ſo iſt der erhaltene Trapezoides t e s i, gleich dem Trapezoidi t e v i, denn der von ihm ab-

abgenommene Triangel i w v, iſt gleich dem ihm zugeſetzten Trigono e v s, und folglich hat durch dieſe verſchobene Grenzlinie i s, weder der Andreas, noch der Herrmann etwas von ſeinem zugemeßenen Antheil verlohren, und die ſpitzigen Winkel bey e, ſind nach beyder Wunſch weggebracht worden.

Anmerkung.

Da wegen Mangel des Raums die Linie r s ſtatt in vier und zwanzig, nur in zwölf Theile getheilt iſt; als wird der ſich übende fleißige Leſer leicht einſehen, daß er einen derſelben Theile für zwey annehmen muß, weswegen auch die darbey ſtehenden Ziffern alſo angeſetzt ſind, als ob dieſe Linie r s wirklich in vier und zwanzig gleiche Theile getheilt wäre.

Die zweyhundert und zwey und ſechzigſte Aufgabe.

Lorenz iſt dem Jobſt neun Ducaten, dem Mathias ein und zwanzig Thaler, und dem Stephan zwey und zwanzig, und einen halben Käiſerl. Flor. ſchuldig, hat aber nicht zu bezahlen, giebt alſo dieſen ſeinen Creditoren ein zehnſeitiges irreguläres geradlinichtes Feld a b c d e f g h i k auf welchem bey l ein Brunnen befindlich, für die ganze Schuld an, in welches ſich dieſe ſeine Gläubiger nach Proportion theilen ſollen.

Auflöſung.

Weil allhier die Schuldforderung von neun Ducaten; ein und zwanzig Thalern, und von Tab. LXVI. Fig. 2.

zwey und zwanzig Kaiſerl. Flor. nicht einerley Benennung hat, um die Figur nach Proportion ihrer Forderung accurat nach einander abſchneiden zu können, ſo bringt erſtlich dieſe drey Schuldpoſten unter einerley Benennung, welches allhier ganz leichte angeht, denn ein und zwanzig Thaler ſind ſieben Ducaten, und zwey und zwanzig und ein halber Kaiſerl. Flor. betragen juſt fünf Ducaten à drey Thaler gerechnet; alſo kommt die Eintheilung dieſes Grundes in der Proportion wie 9, 7, 5.

Verlängert alſo erſtlich die Grundlinie ak der gegebenen Figur abcdefghik, zu beyden Seiten nach x und y willkührlich; legt das Parallel an die Winkel d und f, verſchiebt es bis c, und zieht aus c die blinde gerade Linie cn, welche die Seite ef in m ſchneidet. Legt das Linial an den Punkt l und an den Punkt m, verſchiebt es bis f und führt aus f auf die blinde Linie mn, die Parallele fo. Verlängert die Seite bc nach p; legt das Linial an den Punkt l und den Winkel b, verſchiebt es bis o, und zieht aus o auf cp, die blinde Linie oq. Legt das Linial an die Winkel f und a verſchiebt es bis q, und reißt aus q auf ax die blinde gerade Linie qr. Legt nunmehro das Parallel an den Punkt l und den Winkel a, verſchiebt es bis f und marquirt auf ax den Punkt x; zieht aus l nach x die gerade Linie lx, ſo iſt die gegebene Fläche abcdefghik auf dieſer Seite zum proportioniren eingerichtet.

Legt

legt nunmehro das Parallel an die Winkel g und i, verſchiebt es bis zum Winkel h und marquirt auf fg den Punkt s. Zieht von i durch s die gerade blinde Linie ist; legt das Linial an die Punkte l und s, verſchiebt es bis f und zieht aus f auf st die kleine blinde gerade Linie ft. Verlängert die Seite ki nach u; legt das Parallel an den Punkt l und den Winkel h, verſchiebt es bis t und zieht aus t auf iu, die blinde gerade Linie tv. Legt das Linial an die Winkel f und k, verſchiebt es bis v, und führt aus v auf ky, die blinde gerade Linie vw. Legt letztlich das Parallel an die Punkte l und w, verſchiebt es bis f und marquirt auf ky, den Punkt y, führt aus l auf y, die gerade Linie ly; ſo iſt auch dieſer ungleichſeitige Grund abcdefghik auf dieſer Seite zum abtheilen eingerichtet. Denn der Triangel xly, iſt an Flächeninhalte gleich dem gegebenen irregulären Zehneck abcdefghik.

Da nun Jobſt neun Ducaten, Matthias ſieben Ducaten, und Stephan fünf Ducaten an dem Lorenz zu fordern haben, ſo addirt dieſe Summe, beträgt ein und zwanzig Ducaten; folglich muß die Grundlinie xy, des Trigoni xly, gleichſam in drey gleiche Theile eingetheilt werden.

Zieht alſo eine gerade Linie ⊙D, macht ſelbige gleich dem Drittheil von xy, theilt ſelbige in ſieben gleiche Theile, tragt auf xy aus x nach z die Länge der ganzen Linie ⊙D, und noch zwey Siebentheile darzu, ſo daß xz gleich ein Drit-

 theil

theil x y, und noch zwey Siebentheile ⊙D, lang werde. Zieht aus z nach l und aus l nach f die Grenzlinien z l und l f, ſo iſt das irreguläre Siebeneck z a b c d e f l, gleich neun ein und zwanzig Theilen der ganzen Figur, und alſo das dem Jobſt für ſeinem Antheil von neun Dukaten zukommende Stück.

Faßt anietzo die Linie ⊙D welche gleich ſieben ein und zwanzig Theilen x y, ſetzt ſelbige auf x y, aus z nach & für des Matthias Antheil, welcher ſieben Ducaten zu fordern hat. Legt das Linial an den Punkt l und den Winkel k, verſchiebt es bis &, und zieht aus & auf k i die blinde Linie & △ und aus △ auf l des Matthias Grenzlinie △ l, ſo iſt der Trapezoides z l △ k, gleich einem Drittheihl oder ſieben ein und zwanzig Theilen der Figur a b c d e f g h i k, weil ſelbiger ſieben Ducaten dem Lorenz geliehen. Nun bleibt noch & y welches gleich fünf Siebentheilen von ⊙D iſt auf x y ſtehen, und alſo iſt auch die noch übrige ſechseckigte ungleichſeitige geradlinichte Figur l f g h i △ gleich fünf ein und zwanzig Theilen dieſes ganzen verſchuldeten Grundes, welches dem Stephan für ſeine vorgeſchoßenen fünf Ducaten zukommt.

Anmerkung.

Die Theilungslinien hätten zwar allhier geſchickter geführt werden können, wenn der Brunnen bey l nicht geweſen wäre, denn man hätte ganz leichte die Grenzen aus denen Punkten m und s auf die Baſin a k führen können, da aber jeder Gläubiger gleichen Antheil

theil an dem bey l, ſtehenden Brunnen haben muſte, ſo muſten die Grenzlinien z l, und △ l, alſo geführt werden, daß ein jeder Nachbar zum Brunnen l gehen konnte, ohne des anderen Grenze zu betreten.

Die zweyhundert und drey und ſechzigſte Aufgabe.

Eine ungleichſeitige geradlinichte Figur a b c d e f, auf andere Art, in ſo viel proportionirte Theile zu theilen, als derſelben Seite a b, proportionirt iſt.

Aufloͤſung.

Verlaͤngert erſtlich die Grundlinie a f des gegebenen irregulaͤren Sechsecks a b c d e f willkuͤhrlich nach &, legt das Parallel an die Winkel d und f, verſchiebt es bis e und bemerkt auf f &, den Punkt g. Legt das Linial an den Winkel c und den Punkt e, verſchiebt es bis d und bezeichnet auf f & den Punkt h. Legt letztlich das Parallel an den Winkel b und den Punkt h, verſchiebt es bis c und marquirt auf f & den Punkt i, ſo iſt die vielſeitige Figur a b c d e f gleichſam in ein Dreyeck a b i, deßen Baſis die Grundlinie a i iſt, verwandelt worden. Zieht aus i mit a b die blinde Parallele i k; verlaͤngert f e nach y, und e d nach z. Zieht aus dem auf a b befindlichen Punkt l auf f die blinde gerade Linie l f und mit ihr aus i auf f e die blinde Parallele i k, und aus l durch k auf i x die gerade Linie l k p; ſo iſt die Linie l k die erſte verlangte Grenzlinie, und der abgeſchnittene Trapezoi- Tab. LXVI. g. Fig. 3.

des alkf ein Viertheil der ganzen Figur abcdef ſo wie der Theil al gleich einem Viertheil der ganzen Linie ab iſt.

Zieht die blinde gerade Linie mk, und mit ihr aus p auf ey die blinde Parallele pe, und aus m nach e die zweyte Grenzlinie me, ſo verhält ſich der Trapezoides mekl zur ganzen ungleichſeitigen Fläche, wie die Linie lm zur ganzen Seite ab.

Reißt aus e mit me in directione recta die blinde gerade Linie eq, bis an die blinde Linie ix. Zieht aus dem auf ab befindlichen Theilungspunkte n nach e die blinde Linie ne, und mit ihr aus q auf ey die Parallele qt. Zieht die blinde Linie me, und mit ihr aus t auf ed die blinde Parallele ut, und in einer Continuation mit ut die Linie tr, bis an die Linie ix. Führt aus u nach n, die dritte Grenzlinie nu, ſo iſt der abgeſchnittene Theil nuem, ein Sechstheil der Figur abcdef, ſo wie der Theil mn, ein Sechstheil der Linie ab iſt.

Reißt anietzo aus o nach u, die blinde gerade Linie ou, und mit ihr aus r, auf ey, die Parallele rv, und aus v auf ez mit der blinden Linie me, die Parallele vw, und aus w nach o, die vierte Grenzlinie ow; verſchiebt das Parallellinial von ow bis v, und zieht aus v auf ix die Parallele vs; ſo iſt der abgeſchnittene Theil nowu gleich einem Siebentheil des Sechsecks abcdef, ſo wie die Linie no, gleich einem Siebentheil der Linie ab iſt.

Führt

Führt nunmehro aus o nach d die blinde Linie od, und aus dem Theilungspunkte p nach w die blinde Linie pw, und mit pw aus s auf ey, die blinde Parallele s✝. Zieht aus ✝ mit me auf ez die Parallele ✝⊙, und aus ⊙ mit der blinden Linie od, auf dc die Parallele ⊙☽, und aus ☽ auf p, die letzte Grenzlinie p☽, ſo iſt der Theil pow☽ ein Achttheil der Figur abcdef ſo wie op, ein Achttheil der Linie ab iſt; folglich verhält ſich auch der übrige Theil pbc☽ zur Fläche abcdef, wie das Stückgen pb, zur ganzen Linie ab, und alſo iſt die Figur nach der verlangten Proportion eingetheilt.

Anmerkung.

Da der Raum um alle Buchſtaben genau ſetzen zu können zu enge, ſo hat der ſich übende fleißige Leſer ſorgfältig in Obacht zu nehmen, daß er die blinden kurzen Linien tu, vd und ✝⊙ parallel mit der punktirten Linie me, und nicht mit der ſcharfen darüber liegenden Grenzlinie ziehe. Ein gleiches iſt auch mit denen kurzen Linien wd und ☽⊙ zu obſerviren, welche nicht mit der ſcharfen Grenzlinie od, ſondern mit der darunter liegenden punktirten Linie od, parallel gezogen werden müßen. Wer dieſem nicht nach kommt ſondern das Gegentheil verrichtet, wird allezeit eine falſche Eintheilung zu wege bringen, welches zwar bey kleinen Figuren von kurzen Grenzlinien wenig, bey großen Figuren aber ſehr viel an Quadratinhalte ſchaden würde, wodurch ein Nachbar zwar viel gewinnen, der andere darneben liegende aber hingegen auch viel verliehren würde. Wodurch alſo der Feldmeßer ſtatt Ruhm und Ehre davon zu haben, in Schande würde ſtecken bleiben, und als ein Ignorant angeſehen werden.

Die zweyhundert und vier und ſechzigſte Aufgabe.

Eine zwölfeckigte ungleichſeiſeitige irreguläre Figur a b c d e f g h i k l m, von ein, und ausgehenden Winkeln, nach einer gegeben Proportion in vier Theile, aus derſelben Mitte durch laufenden Perpendikulare n f auf folgende Art zu theilen.

Der Bauer Daniel iſt dem Nachbar Lucas neun und neunzig Thaler, dem Fleiſcher Würgsdorf, ein und achtzig Thaler und dem Becker Schiebzu, drey und ſechzig Thaler. alſo allen dreyen in Summe auf ſeinen Grund, welcher drey hundert Thaler werth iſt, zwey hundert drey und vierzig Thaler ſchuldig. Will ſeinen Grund nach der Taxe alſo verkaufen, daß ein jeder der Käufer, wie auch er ſelbſt einigen Antheil an den mitten durch laufenden Bach f n habe.

Die Figur muß alſo nach folgender Proportion eingetheilt werden. Erſtens für den Nachbar Lucas neun und neunzig drey hundert Theile des Bachs n f. Zweytens für den Fleiſcher Würgsdorf ein und achtzig drey hundert Theile des Bachs n f. Drittens für den Becker Schiebzu drey und ſechzig drey hundert Theile dieſes Bachs n f; bleiben alſo für den Daniel als Debitor nur Reſt ſieben und funfzig drey hundert Theile des Wäſſergens n f.

Auf-

Aufloͤſung.

Verlaͤngert die Grundlinie der ganzen Figur abcdefghiklm, zu beyden Seiten nach r und w. Legt das Linial an die Winkel c und a, verſchiebt es bis b, und bemerkt auf ar den Punkt o. Legt das Parallel an den Winkel d und den Punkt o; verſchiebt es vorwaͤrts bis an den Punkt c und marquirt auf ar den Punkt p. Legt das Linial an den Punkt p, und den Winkel e, verſchiebt es ruͤckwaͤrts bis an den Winkel d und bezeichnet auf ar den Punkt q. Legt letztlich das Parallel an den Winkel f und den Punkt q, verſchiebt es bis e, und bemerkt auf ar den Punkt r, fuͤhrt endlich aus r, mit der Linie nf die unbeſtimmte Parallele rx, ſo iſt die Figur auf dieſer Seite zum eintheilen eingerichtet. Tab. LXVI. h. Fig. 1.

Legt anietzo das Parallel an die Winkel k und m, verſchiebt es bis l und notirt auf mw den Punkt s. Legt das Linial an den Punkt s und Winkel i, verſchiebt es bis k und zieht auf mw das Strichlein t. Legt das Parallel an dieſen Punkt t und an den Winkel h, verſchiebt es bis i und marquirt auf mw den Punkt u. Legt das Linial an den Punkt u und an den Winkel g, verſchiebt es bis im Winkel h, und bezeichnet auf mw den Punkt v. Legt letztlich das Parallel an den Winkel f und den Punkt v, verſchiebt es bis g, und marquirt auf mw den Punkt w, reißt aus w mit nf die blinde unbeſtimmte gerade Linie wy, ſo iſt die gegebene Flaͤche auch auf dieſer Seite eingerichtet.

Theilt anietzo die Linie, des gerade durch zu theilenden Grundes abcdefghiklm, als nehmlich den Bach nf in drey gleiche Theile. Zieht ſeparatim eine gerade Linie z&, macht z& gleich einem Drittheil der Linie nf, errichtet in z und & zwey gleich hohe Perpendikularen ☉☽ von der ungefähren Länge z&. Theilt &☽ in zehn gleiche Theile, und nummerirt ſelbige ſo wie die Figur zeigt. Zieht von ☉ nach ☽ die gerade Linie ☉☽ ſo iſt die viereckigte Figur z☉☽& ein parallelogrammum rectangulum. Zieht mit ☉☽ aus denen auf ☽& befindlichen Theilungspunkten die Parallelen bis an den Perpendikel z☉. Theilt anietzo ſo wohl ☉☽ als auch z& in zehn gleiche Theile, und nummerirt ſelbige auf ☽☉ gleichfalls wie die Figur zeigt. Durch 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100. Zieht aus 90 auf z, die ſchräge Linie 90, 2, und mit ihr aus denen übrigen Punkten 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, ☽ auf z& lauter Parallelen; ſo entſteht daraus ein Decimal-Maaßſtab, und iſt durch dieſe Transverſalen die Linie ☉☽ gleichſam in 100, und alſo auch der Bach nf in dreyhundert gleiche Theile getheilt worden, weil der Grund abcdefghiklm auf drey hundert Rthlr. taxirt worden.

Nehmt alſo neun und neunzig hundert Theile vom Maaßſtabe ☉☽z& für des Gaſtwirths Lukas ſeinen Antheil welcher neun und neunzig Rthlr. zu fordern hat, und tragt dieſes Maaß auf die Linie des Bachs nf aus n nach I. Zieht aus

I auf

I auf a die blinde gerade Linie a I, und mit ihr aus r auf ab, die blinde Parallele r 1, führt aus I nach 1 bis an die Linie rx, die Scheidungslinie 2, 1, I, reißt auch aus I auf m, die blinde Linie I, m, verlängert m l, nach 9. Zieht mit I, m, aus w auf l 9, die blinde Parallele w 10. legt das Linial an die Punkte I und l verſchiebt es bis 10, und führt auf l k die blinde Linie 10, 11, reißt letztlich aus I durch 11, bis an die Linie w y, die Scheidelinie 1, 11, 12, ſo iſt dem Lukas ſein Antheil a 1 I 11 l m, für die zu fordernden neun und neunzig Thaler abgeſchnitten; und alſo dieſer Theil gleich neun und neunzig drey hundert Theilen der ganzen gegebenen zwölfeckigten ungleichſeitigen geradlinichten irregulären Figur a b c d e f g h i k l m.

Faßt nunmehro ein und achtzig hundert Theile vom Maaßſtabe ☉☽ z &, für des Fleiſcher Würgsdorfs Anforderung von ein und achtzig Rthlr. tragt dieſes Maaß auf n f aus I nach II, verlängert die Seite a b, nach 3, und die Seite l k nach 15, führt aus II, nach 1, die blinde gerade Linie 1 II, und mit ihr aus 2 auf 1, 3, die Parallele 2, 4, legt das Linial an den Winkel b, und an den Punkt II, verſchiebt es bis 4, und zieht auf b c aus 4, die blinde gerade Linie 4, 5, und aus 5 auf II, die Theilungslinie 5 II; verlängert ſelbige auch aus 5, bis an die Linie r x, nach 6, in directione recta. Zieht ferner auf der andern Seite die blinde gerade Linie II, 11, und mit ihr aus 12, auf l 9, die kleine Parallele

12,

12, 13, und mit 10, 11, aus 13, auf lk die kurze Parallele 13, 14. Zieht endlich aus 14, auf II, die Scheidungslinie II 14. So iſt die abgetheilte Figur 1 b 5 II, 14 l gleich ein und achtzig drey hundert Theilen des ganzen Grundes a b c d e f g h i k l m, und alſo auch des Fleiſchers Würgsdorfs wahrer Antheil für ſeine zu fordern habenden ein und achtzig Thaler beſtimmt.

Nehmt anietzo drey und ſechzig hundert Theile vom Maaßſtabe ⊙☽ z & und ſetzt ſelbige nochmahlen auf die Linie n f aus II nach III. Zieht aus III auf 5, die blinde gerade Linie III 5, und mit ihr aus 6, auf b 3, die blinde Parallele 6, 7. Zieht auch aus 7, mit der kurzen Linie 4, 5, auf b c die kleine Parallele 7, 8, und aus 8 auf 3, des Becker Schiebzu erſte Grenzlinie 8 III. Reißt auch auf der andern Seite aus III nach 14, die blinde gerade Linie III 14. Legt das Parallel an den Punkt I, und den Winkel l, verſchiebt es bis 14, und zieht aus 14 auf w y, die Parallele 14, 16. Zieht mit III 14, aus 16 auf l 9, durch l 15, bis i h, die blinde gerade Linie 16, 18, und letztlich aus III, auf 18, des Beckers Schiebzu Grenzlinie als welcher an den Daniel drey und ſechzig Thaler zu fordern hatte.

Nun bleiben alſo noch auf der Linie von III bis f ſieben und funfzig drey hundert Theile nach dem Maaßſtabe ſtehen, als welches juſt noch des Daniels wahrer Antheil von ſieben und funfzig Thalern Capital iſt, und die ſein ganzes

Ver-

Vermögen ausmachen; folglich iſt auch dieſe Procedur richtig; und ſtehen alſo die abgeſchnittenen Theile a 11 l m, 15 II 14 l, 58 III i k 14 und 8 c d e f g h 18, gegen einander in Proportion wie 99 zu 81 zu 63 und zu 57, alſo nach dem wahren Verhältniß eines jeden daran habenden Anforderung.

Anmerkung.

Wenn der Winkel i nicht juſt von ohngefähr die blinde gerade Linie III 14, berührte, ſo hätte zwar die blinde Linie 16, 18 bis auf die verlängerte gerade Linie I 15, im Punkt 17, parallel mit III 14, gezogen werden müßen; ſodann hätte man aus 17, mit III i, als welche ſodann, wie auch folglich die ganze Figur ganz anders ausgefallen wäre, wiederum parallel auf i k ziehn müßen; wornach ſich alſo der ſich fleißig Uebende zu richten hat. Denn es iſt ohnmöglich alle Fälle in Figuren und Aufgaben vorzuſtellen, weil der ungleichſeitigen Vielecke Veränderung und Zahl nicht zu determiniren. Siehe die Anmerkung der 149ten Erklärung meines erſten Bandes p. 178.

Die zweyhundert und fünf und ſechzigſte Aufgabe.

Die Scheidungslinien s t u, p q r und m n o, einer dergleichen zertheilten Figur a b c d e f g h i k l, welche bey t q und n ſich brechen, und alſo ungeſtallte Abtheilungen s c d e f g u t, p s t u h i r q, m b p q r o und a m n o k l verurſachen, in gerade Linien)O, y i und m v, zu verwandeln, ohne denen Nachbarn Kürze zu thun, und alſo die Grundſtücken etwas förmlicher heraus zu bringen.

Tab. LXVI. Fig. 1.

Aufflö-

nicht allein die ſchiefe Grenzlinie m l, geåndert, ſondern ſelbige wie o p mit a k parallel gezogen, und auch zugleich den Trapezoidem a l m k, in ein ſchicklicheres Trapezium parallelarum baſium a o p k nach Begehren verwandelt.

Anmerkung 1.

Hieraus iſt alſo zu erſehen daß man allerley Arten ungeſchickter, und in Winkel zuſammen laufender Grenzlinien in gerade fortlaufende verwandeln kan, wie auch daß man die ungeſtalten Grundſtůcken, welche viele unnöthige Winkel, oder faſt ohnbrauchbare ſehr ſchmale Stůcken Erdreich in ſich faßen, mit Bewilligung der darneben liegenden Nachbarn und Grundherrn alſo veråndern kann, daß ein jeder, geråumlichere Stůcken ohne viele unnöthige Winkel und Erdzungen erhalte, und daß jedoch keiner von ſeinem gehörigen Grunde einen Quadratfuß Erdreich einbůße, und folglich hernach auf dieſe verbeßerten Stůcke ehender einen Garten geſchickt anlegen kann.

Anmerkung 2.

Es hat aber ein gemeiner Feldmeßer ſich genau in Obacht zu nehmen, daß, wenn er die Grenzlinien nach der 254 und 255ten Aufgabe verändern will, in die Seitenlinien derſelben keine Winkel einfallen, ſonſten ſelbige erſtlich eingerichtet werden můßten, und die Procedur viel anders und weitlåuſtiger ausfallen wůrde, wie wir ſogleich mit mehreren deutlich ſehen werden.

Die zweyhundert und ſieben und ſechzigſte Aufgabe.

In einer gegebenen ungleichſeitigen Figur a b c d e f g h i k l m, von ein- und ausgehenden Win-

Winkeln, die Grenzlinien n o, d y und ♄ ♀ alſo zu verändern, daß ſelbige mit der Grundlinie a m parallel laufen.

Aufloͤſung.

Führt erſtlich aus den Punkten n und o, wo die Grenzlinie n o, die ungleichſeitige geradlinichte Figur a b c d e f g h i k l m berührt, mit der Grundlinie a b, die blinden Parallelen n p und o q, und weil zwiſchen n q der ſtumpfe Winkel an b liegt, ſo verlängert a b, bis an die Parallele o q nach q. Halbirt anietzo o q in r, führt mit p o aus n auf o q die Parallele n s; errichtet in s einen unbeſtimmten Perpendikel s t, centrirt r, öfnet den Zirkel bis q, ſchlagt aus q den Bogen q t, bis an den Perpendikel s t, zieht auch den Radium r t, um zu bemerken, daß der Bogen t q, aus dem Centro r, gezogen worden. Zieht aus dem Grenzpunkte o, nach dem determinirten Perpendikel t, die blinde gerade Linie t o; centrirt o, ſpannt den Zirkel bis t, und zieht aus t auf die blinde Parallele q o, den Bogen t u. Zieht aus dem durch die Grenzlinie b c, und die Parallele o q, entſtandenen Durchſchnittspunkt v, an den Grenzpunkt n die blinde Linie v n, und mit ihr aus u auf a q die Parallele a w, zieht aus w mit den Parallelen n p oder q o die Parallele w x, bis an die Grenzlinie m l, durchſchneidet die Grenzlinie b c in □, und die alte Grenzlinie n o in ♁, iſt die neue mit a m parallel laufende verlangte wahre Grenzlinie; denn man Tab. LXVI. k. Fig. 1.

abgenommenen, zwiſchen 1 und 2. der abgeſchnittene 3,4. für den zugeſetzten 4,5. der abgenommene 6,7. für den angefügten 7,8. der zugeſetzte 8,6,9. für den abgenommenen 9,10. der angeſetzte 10,11. für den abgenommenen 11,12. der abgenommene 12,13. für den angefügten 13,14. der abgeſchnittene 14,15. für das angeſetzte Dreyeck 15 & 16, und letztlich der abgeſchnittene 16,17. für den zugeſetzten 17,18.

Fällt anietzo aus 10, bis an den Bach den Perpendikel 10‡, legt das Parallel an die Winkel 1 und 6, verſchiebt es vorwärts bis a, marquirt auf der Grundlinie p e den Punkt c, legt das Parallel an den Winkel b und den Punkt c, verſchiebt es rückwärts bis 6, und bezeichnet auf der Grundlinie e h, den Punkt d, legt das Linial an den Winkel 10 und den Punkt d, verſchiebt es vorwärts bis zum Winkel b, und bemerkt auf der verlängerten Grundlinie 1,18. den Punkt e. Legt das Parallel an die Winkel 14 und 18, verſchiebt es bis &, und marquirt auf der Baſi e h, den Punkt f. Legt das Linial an den Winkel 12 und Punkt f, verſchiebt es rückwärts bis an den Winkel 14, und bezeichnet auf 1, 18. den Punkt g. Legt letztlich das Linial an den Winkel 10 und Punkt g, verſchiebt es vorwärts bis an den Winkel 12, und bezeichnet auf der Baſi e, h, den Punkt h; ſo iſt die Figur zum eintheilen eingerichtet, und gleichſam in einen Triangel verwandelt worden, deſſen Baſis die Linie e h, die Höhe aber

aber dem Perpendikel 10 ‡ gleich iſt. Zieht aus den Punkten e und h die Perpendikularen ei und hk mit der Linie ‡ 10, parallel. Theilt anietzo dieſen Perpendikel 10 ‡ in l, m, n und o, in fünf gleiche Theile, weil die ganze gegebene Fläche in fünf gleiche Theile zu theilen begehrt wird.

Zieht anietzo aus dem erſten Theilungspunkte l, auf 1. die blinde gerade Linie lp, und mit ihr aus e auf 1, a. die Parallele eq, und aus l durch q, bis an den Perpendikel ei auf 1, die erſte Theilungslinie lq; zieht die blinde gerade Linie l, 18, und mit ihr aus h auf 18 & die Parallele h, 17. und aus l durch 17. auf den Perpendikel hk nach s die erſte Theilungslinie l, 17. ſo iſt die gebrochene Linie ql, 17. die Grenzlinie des erſten abgeſchnittenen fünften Theils. Zieht aus dem zweyten Abtheilungspunkte m, auf q die blinde gerade Linie mq, und mit ihr aus r, auf pa die Parallele rt, und aus m durch t auf ei nach u, die zweyte Theilungslinie mt. Zieht auch m, 17. und mit ihr aus s auf 18 & die Parallelle s 16. und aus m durch 16. auf hk nach v, die Scheidelinie m 16. ſo iſt die gebrochene Linie tm 16. die gefundene Grenzlinie des zweyten abgeſchnittenen fünften Theils der ganzen krummlinichten Figur.

Zieht nt, und aus u bis an die Figur nach w die Parallele uw, und aus n durch w auf ei nach x die Scheidelinie nw. Reißt auch n 16. und mit ihr aus y auf die verlängerte Linie 18 y,

 die

die Parallele v &, legt das Parallel an den Winkel & und den Theilungspunkt n, verſchiebt es bis an den Punkt &, zieht auf 14,12. die Parallele & z, und aus n durch z bis □, auf h k die Scheidelinie n ⊙. So iſt die gebrochene Linie w n ⊙, die Grenze des abgeſchnittenen dritten Fünftheils der ganzen Figur. Führt anietzo aus dem Theilungspunkte o auf ⊙ die blinde gerade Linie o ⊙, und mit ihr aus □ die Parallele □ ✛, legt das Parallele an o 14. verſchiebt es bis ✛, zieht aus ✛ bis an die Figur die Parallele ✛ △ und aus △ auf o die Theilungslinie o △. Reißt auch o w, und mit ihr aus x auf die verlängerte gerade Linie p ☽ die blinde gerade Linie x a, legt das Parallel an den Winkel a und der Punkt o, verſchiebt es bis an den Durchſchnittspunkt a, und reißt aus a auf o die letzte Scheidelinie 6. o, ſo iſt die gebrochene Linie 6, o △ die Grenzlinie des abgeſchnittenen vierten Fünftheils der ganzen Figur.

Da aber dieſe gebrochenen Grenzlinien 6 o △, w n ⊙, t m, 16 und q l, 17. ungeſtalte Figuren geben, ſo kann man ſelbige ganz leicht, und zwar auf folgende Art, in gerade Linien verwandeln.

Legt das Parallel an die Endpunkte 6 und △ der oberſten Grenzlinie 6, o △, verſchiebt es bis o, zieht aus o die Parallele o, 12. und aus 6 nach 12. die neue gerade Grenzlinie 6. 12.

Legt das Linial an die Endpunkte w und ⊙, der zweyten gebrochenen Grenzlinie w n ⊙, verſchiebt es bis n, führt aus n die Linie n ☿ und aus w auf ☿ die neue gerade Grenzlinie w ☿.

Legt anietzo das Parallel an die Endpunkte w und 16. der dritten gebrochnen Grenzlinie tm, 16. verſchiebt es bis m, reißt aus m auf ♃ die blinde gerade Linie m♃, und aus t auf ♃, die neue gerade Grenzlinie t♃.

Legt letztlich auch das Linial an die Endpunkte q und 17. der unterſten gebrochnen Grenzlinie ql, 17. verſchiebt es bis l, führt aus l die blinde Parallele l♀. Zieht aus q, die neue gerade Grenzlinie q♀, ſo ſind die gebrochnen Grenzlinien in gerade Linien verwandelt, ohne daß ein oder der andre Nachbar von ſeiner Grenze, des ihm zukommenden Grundes etwas eingebüßet hat.

Anmerkung 1.

Eine dergleichen durch krumme Linien umgebene Figur, kann zwar der aus- und eingebogenen Grenzlinien wegen, erſtens nicht ſo accurat als eine von geraden Linien umgränzte Fläche, in einen Triangel verwandelt werden, weil man nur nach dem Augenmaaße die abgenommenen und zugeſetzten Theile, wenn man die krummen Linien in gerade verwandelt, judiciren muß, jedoch iſt dieſer Unterſchied nicht merklich, und wenn man nur ein wenig, ſich in dieſer Verwandlung übt, ſo trägt der Unterſchied kaum einige Quadratfuß aus, welches aber bey der Theilung der Figuren ohne Rechnung nicht abzuändern iſt; denn man müßte ſowohl die abgenommenen, als auch die dafür zugeſetzten krummlinichten Theile, nach und nach in geradlinichte Triangel ſo weit als möglich verwandeln, (denn ganz accurat ein Segment in ein Dreyeck zu verkehren, iſt der krummen Linie wegen nicht möglich, ſonſt wäre die ſo ſehr gewünſchte Quadratur des Zirkels längſtens erfunden), auf dieſe Art würde man zwar weiter, aber

dennoch niemalen zur vollkommenen Accurateſſe gelangen, und da es im gemeinen Leben bey Feldern, Wieſen und Gärten auf acht bis zehn Quadratfuß Erde nicht ankommt, ſo kann man dieſe unnöthige Arbeit erſpahren.

Anmerkung 2.

Nach dieſer angezeigten Methode, Flächen zu vermehren, und zu vermindern, kann ſich jedes Dorf oder auch eine Herrſchaft ſelbſt, ohne einen Feldmeſſer bey vorfallenden Grenzſtreitigkeiten, ſelbſt leicht helfen; denn man kann leicht vermuthen, daß der Pfarrer, Amtsſchreiber, Burggraf und Schulmeiſter, vor allen übrigen Einwohnern die beſten Köpfe haben, ſolche dürfen ſich nur meinen dritten und vierten Band der von ſich ſelbſt zu erlernenden Geometrie anſchaffen, und bey müßigen Stunden fleißig und mit Bedacht leſen, die Figuren nach der angewieſenen Conſtruktion nachreiſſen, ſo werden ſie bald ſehen, daß die ganze Geometrie keine Hexerey iſt, und die ſtreitenden Partheyen leicht auseinander ſetzen können, wodurch ſie manchen Thaler verdienen werden, und es den Bauern auch nicht ſo viel koſtet, als wenn ſie ſich von weiten einen herholen, und nach Verdienſt bezahlen ſollten.

Zweytes

Zweytes Hauptſtück.

Von der Vergrößerung und Verkleinerung der geometriſchen Figuren durch den Proportionalzirkel.

Erſter Abſchnitt.

Von der Addition der geometriſchen Figuren.

Erſtens. Triangula oder Dreyeck ezu addirren.

Die zweyhundert und neun und ſechzigſte Aufgabe.

Drey gegebene gleichſeitige Dreyecke a b c I, d e f II, g h i III, durch den Proportionalzirkel auf der Linie les plans in das ihnen ähnliche gleichſeitige Dreyeck k l m, zu addiren.

Auflöſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Seite a c, des Dreyecks a b c, und ſehet wo ſolche auf der Linie les plans transverſim eintreffen wird, dieſes iſt auf acht und achte, laßt das Inſtrument unverrückt liegen, nehmt anietzo die Länge der Grundlinie d f, des Trigoni

Tab. LXVII. Fig. 218.

ni def, und verſucht auf welche Punkte ſelbige einpaßt, dieſes iſt zwiſchen eilfe und eilfe, addirt achte und eilfe in Gedanken zuſammen, iſt neunzehn. Nehmt nunmehro das Maaß der Grundlinie gi des Triangels ghi, ſeht wo ſolche auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments aufpaßen wird, dieſes iſt auf ſechzehn und ſechzen, zehlt dieſe ſechzehn zu den vorigen addirten neunzehn, giebt in Summe fünf und dreyßig. Zieht eine gerade Linie kl, faßt auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels das Maaß zwiſchen fünf und dreyßig, und fünf und dreyßig, ſetzt dieſe Länge auf kl, errichtet auf dieſer Linie kl das gleichſeitige Trilaterum klm, ſo iſt ſolches an Flächeninhalt gleich, den gegebenen drey ungleich großen gleichſeitigen Dreyecken abcI, defII und ghiIII, folglich die begehrte Summe.

Die zweyhundert und ſiebenzigſte Aufgabe.

Drey gegebene rechtwinklichte ähnliche Dreyecke acbI, dfeII und gihIII, in die Summe des ihnen ähnlichen rechtwinklichten Dreyecks klm, zu addiren.

Auflöſung.

Tab. LXVII. Fig. 219. Suchet zuerſt das Verhältniß der Grundlinie ac, des rechtwinklichten Dreyecks acb zu ſeiner Cathete cb und zur Hypothenuſe ab, ſo wird

man

man finden, daß die Baſis $ac = 4$. die Cathete $cb = 3$ und die Hypothenuſe $ab = 5$ iſt.

Oefnet nunmehro den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſelbigen unverrückt ſo lange liegen bis ihr den Summen-Triangel k l m gefunden.

Faßt die Baſin a c des rechtwinklichten Dreyecks a c b, und ſehet auf welchen Punkte der Linie les plans, des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einſtehen wird, dieſes iſt zwiſchen neune und neune, transverſim. Meßt anietzo die Grundlinie d f, des rechtwinklichten Dreyecks g f e, auf eben dieſer Linie les plans transverſim, iſt zwiſchen eilfe und eilfe, addirt neune und eilfe in Gedanken, giebt zwanzig zur Summe. Meßt anietzo auf eben dieſer Linie transverſim die Baſin g i des rechtwinklichten Dreyecks g i h, ſolche trifft zwiſchen funfzehn und funfzehn ein, zählt dieſe funfzehn zu obigen zwanzig, giebt fünf und dreyßig zum Aggregat. Zieht alſo eine gerade Linie k l, nehmt von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels das Maaß zwiſchen fünf und dreyßig, und fünf und dreyßig transverſim ab, und gebt der Linie k l das Maaß der abgenommenen fünf und dreyßig zur Länge. Errichtet auf k l aus l den Perpendikel l m, macht lm = dreyviertel von k l hoch, und zieht aus k nach m die Hypothenuſe k m. So iſt das rechtwinklichte Dreyeck k l m, an Flächeninhalt gleich den drey gegebenen rechtwinklichten Dreyecken a c b I, d f e II und g i h III,

und

und weil ſich deſſen Baſis kl zur Cathete lm verhält, wie die Grundlinien ac, df und gi, zu ihren reſpectiven Catheten cb, fe und ih; ſo iſt auch dieſes gefundene Aggregat kml, ähnlich den zu addiren gegebenen Dreyecken abcI, dfeII und ghiIII.

Zweytens, Quadrangula zu addiren.

Die zweyhundert und ein und ſiebenzigſte Aufgabe.

Zwey vollkommene gleichſeitige geradlinichte rechtwinklichte Vierecke abcdI und efghII, durch Hülfe des Proportionalzirkels in die Summe des ihnen ähnlichen vollkommenen Vierecks iklm, zu addiren.

Aufloſung.

Tab. LXVII. Fig. 220.

Ofnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Grundlinie ad des Quadrats abcdI, und ſeht in welchen Punkten ſolche transverſim auf der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels eintreffen wird, dieſes iſt zwiſchen fünfe und fünfe. Nehmt anietzo die Länge der Baſis eh, des vollkommenen Vierecks efgh, und ſehet in welchem Punkte des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments auf der Linie les plans ſolche transverſim einpaßt, dieſes iſt zwiſchen zwölfe und zwölfe, addiet in Gedanken dieſe zwölfe zu den vorigen fünfen, giebt in Summe ſiebenzehn. Zieht anietzo eine gerade

Linie ik, ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans, zwiſchen ſiebenzehn und ſiebenzehn, des unverändert liegen gebliebenen Inſtruments, und gebt der Linie ik die Länge dieſes Maaßes, ſiebenzehn. Errichtet auf dieſer Linie ik in i und k, zwey Perpendikularen il und km, macht ſolche accurat ſo hoch als die Grundlinie ik, zieht die Linie lm, ſo iſt das conſtruirte Quadratum perfectum iklm, das begehrte Aggregatum, welches an Flächeninhalte accurat ſo groß iſt, als die beyden gegebenen Quadrate abcdI und efghII.

Die zweyhundert und zwey und ſiebenzigſte Aufgabe.

Vier Quadrata perfecta abdcI, efghII, iklmIII ung nopqIV, in die Summe des vollkommenen Vierecks rstu, durch Hülfe des Proportionalzirkels zu bringen.

Auflöſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Gefallen, meßt auf der Linie les plans transverſim die Baſin ac, des Quadrats abdcI, ſolche findet man zwiſchen ſechſe und ſechſe, laßt das Inſtrument unverrückt liegen; faßt eh, als die Grundlinie des Vierecks efghII, und ſeht, zwiſchen welche Punkte dieſer Linie les plans ſolche zu ſtehen komme, dieſes iſt zwiſchen neune und neune, zählt dieſe neune zu der vorigen ſechſe, macht funfzehn. Nehmt anietzo die Länge der Seite im Tab. LXVIII. Fig. 221.

des

des Quadrats iklmIII, probirt auf welchen Punkten dieſer Linie les plans ſolche einpaßet, ſelbige findet ſich transverſim auf dreyzehn und dreyzehn, rechnet dieſe dreyzehn zu obigen funfzehn, iſt in Summe acht und zwanzig. Meßt leztlich auf eben dieſer Linie les plans transverſim die Grundlinie nq, des Vierecks nopq, ſo trifft ſolche zwiſchen achtzehn und achtzehn ein; addirt dieſe achtzehn auch zu den vorigen acht und zwanzig, ſo iſt die ganze Summe ſechs und vierzig. Zieht eine gerade Linie ru, nehmt ſechs und vierzig von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments transverſim ab, gebt der Linie ru, die Länge dieſer abgenommenen ſechs und vierzig, errichtet auf ſelbiger in r und u zwey Perpendikularen rs und ut, macht ſolche ſo hoch als die Grundlinie ru lang iſt, ſchließt das Summen-Quadrat rstu, durch die gerade Linie st, ſo iſt dieſes vollkommene Viereck rstu, an Flächeninhalt gleich den vier zu addiren vorgegebenen Quadraten, abdcI, efghII, iklmIII und nopqIV; folglich hat man in ſelbigen das begehrte Aggregat gefunden.

Die zweyhundert und drey und ſiebenzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum abcdI und ein parallelogrammum rectangulum efhgII, in die Summe des vollkommenen Vierecks nopq, zu addiren.

Auflö-

Auflöſung.

Verwandelt erſtlich nach der vierhundert und ſieben und achtzigſten Aufgabe meines dritten Bandes, pag. 493. das parallelogrammum rectangulum e f g h II, in das vollkommene Quadrat i k l m, durch den Proportionalzirkel auf den Linien les plans und les parties egales, und zwar auf folgende Art. Tab. LXVIII. Fig. 222.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Grundlinie e g des ablangen Vierecks e f g h, und ſeht in welchen Punkten ſolche transverſim auf der Linie les parties egales eintreffen wird, dieſes findet ſich zwiſchen ſechzig und ſechzig. Meßt auch deſſelben Höhe g h auf eben dieſer Linie des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels transverſim, ſolche ſteht zwiſchen ein und dreyßig und ein und dreyßig, drückt den Proportionalzirkel in etwas zuſammen, und zwar alſo, daß ihr die Linie f h des Oblongi e f g h, auf der Linie les plans transverſim, zwiſchen ſechzig und ſechzig einſetzen könnt. Laßt den Proportionalzirkel unverrückt liegen, faßt auf eben dieſer Linie die Diſtanz zwiſchen ein und dreyßig, und ein und dreyßig, weil die Höhe g h, ein und dreyßig auf der Linie les parties egales transverſim betrug. Zieht nunmehro eine gerade Linie i k, gebt ſolcher die Länge der zuletzt von der Linie les plans abgenommenen ein und dreyßig; errichtet auf deren Endpunkten in i und k die Perpendikularen i l und k m, macht ſolche ſo hoch als die gefundene Baſin i k, und ſchließt

ſchließt das Quadratum perfectum i l m k, durch die gerade Linie l m, ſo wird ſolches an Flächeninhalt accurat ſo groß ſeyn, als das zu addiren vorgegebene parallelogrammum rectangulum e f g h II

Nehmt nunmehro die Länge der Grundlinie a d, des zu ſummiren gegebenen Quadrats a b c d, ſeht in welchem Punkte ſolche auf der Linie les plans des noch unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, transverſim eintreffen wird, dieſe kommt auf zwey und zwanzig, und zwey und zwanzig zu ſtehen, addirt dieſe zwey und zwanzig zu den vorigen ein und dreyßig des Quadrats i k l m, giebt in Summe drey und funfzig. Zieht alſo eine gerade Linie n o, nehmt von dem annoch unverrückt liegen gebliebenen Inſtrument transverſim drey und funfzig auf der Linie les plans ab, und determinirt durch dieſe drey und funfzig die Länge der Linie n o, als welche die Baſis zum verlangten Summen-Quadrat iſt. Errichtet auf ſelbiger in n und o, zwey Perpendikularen n p und o q, gebt ſolchen die Höhe der Linie n o, und ſchließt dieſes Quadrat n o p q, durch die gerade Linie p q, ſo iſt ſolches ſo groß als das Quadratum perfectum a b c d, und als das Oblongum e f g h, zuſammen genommen; folglich das begehrte Aggregat.

Die

Die zweyhundert und vier und ſiebenzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a c d b I, das Oblongum e f g h II und das parallelogrammum m n o p III, in die Summe des vollkommenen rechtwinklichten, geradlinichten, gleichſeitigen Vierecks t u v w zu addiren.

Aufloſung.

Allhier muß man wieder das Oblongum e f g II, in das Viereck i g k l, und das parallelogrammum m n o p III, in das Quadratum perfectum p q r s, nach vorher angewieſener Art alſo verwandeln. Tab. LXIX. Fig. 223.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Länge der Grundlinie e h des ablangen Vierecks e f g h, und ſeht in welchen Punkten auf der Linie les parties egales ſolche transverſim eintreffen wird, dieſes iſt zwiſchen fünf und funfzig, und fünf und funfzig. Laßt das Inſtrument ungeändert liegen. Meßt anietzo auch die Höhe g h, auf eben dieſer Linie les parties egales transverſim, ſolche ſteht zwiſchen zehne und zehne. Notirt ſowohl die fünf und funfzig, als auch die zehne; laßt das Inſtrument annoch unverrückt liegen, faßt anietzo die Länge der Grundlinie m p, des Oblongi m n o p und ſeht in welche Punkte der Linie les parties egales ſolche zu ſtehen kommen wird, dieſes iſt zwiſchen vier und vierzig und $\frac{1}{2}$, und vier und vierzig

und $\frac{1}{2}$. Laßt den Proportionalzirkel annoch unverrückt liegen, meßt auch die Höhe m n auf eben dieſer Linie les parties egales transverſim, ſolche findet man zwiſchen acht und zwanzig und $\frac{1}{2}$ und acht und zwanzig und $\frac{1}{2}$. Notirt wiederum ſowohl die vier und vierzig und $\frac{1}{2}$, als auch die acht und zwanzig und $\frac{1}{2}$. Faßt anietzo wieder die lange Seite e h, oder ihre gleiche f g; drückt das Inſtrument in etwas zuſammen, daß ihr dieſe Linie e h oder f g, transverſim auf der Linie les plans zwiſchen fünf und funfzig, und fünf und funfzig einſetzen könnet, weil ſolche auf der Linie les parties egales zwiſchen fünf und funfzig, und fünf und funfzig ſtand. Laßt anietzo das Inſtrument ungeſtöhrt liegen, ſetzt den Zirkel auf die Linie les plans transverſim zwiſchen zehne und zehne, weil e f, auf der Linie les parties egales transverſim zwiſchen zehne ſtand; tragt dieſe von der Linie les plans transverſim abgenommen zehn auf die Linie g f aus g nach i, verlängert g h nach k; macht g k ſo lang als g i, zieht mit g i aus k und mit g k aus i die Parallelen k l und i l, welche ſich in l ſchneiden, und das Quadrat i g k l formiren, welches an Flächeninhalt gleich iſt dem gegebenen Rechteck e f g h II.

Faßt anietzo die Länge der Grundlinie n o, richt den Proportionalzirkel alſo ein, daß ihr dieſes Maaß auf der Linie les plans transverſim, zwiſchen vier und vierzig und $\frac{1}{2}$, und vier und vierzig und $\frac{1}{2}$ einſetzen könnt, weil ihre gleiche m p, auf der Linie les parties egales, zwiſchen vier

und vierzig und ½ einſtand. Nehmt anietzo von eben der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, das Maaß zwiſchen acht und zwanzig und ½, und acht und zwanzig und ½ transverſim ab, weil mn auf der Linie les parties egales acht und zwanzig und ½, transverſim betrug, ſetzt dieſes Maaß von acht und zwanzig und ½ auf pm, aus p nach q; verlängert die Seite po nach s, macht ps ſo lang als pq, zieht aus s mit pq, und aus q mit ps die Parallelen sr und qr, welche ſich in r ſchneiden, und ein Quadrat qrsp formiren, welches an Flächeninhalt gleich iſt dem Oblongo rectangulo mnop III.

Oefnet wiederum den Proportionalzirkel nach Gefallen, ſchaut auf welchen Punkten der Linie les plans die Seiten ab, lk und qp, der drey zu addiren gegebenen Quadraten acdb, ligk und qrsp, transverſim zu ſtehen kommen werden, ſo findet ſich ab zwiſchen dreyzehn, lk zwiſchen zehn, und qp zwiſchen zwanzig. Addirt dieſe zehne, dreyzehn und zwanzig in Gedanken zuſammen, ſo iſt das Aggregat drey und vierzig, zieht eine gerade Linie tu, nehmt von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, das Maaß zwiſchen drey und vierzig, und drey und vierzig transverſim, für die Länge der Linie tu. Errichtet in t und u zwey Perpendikularen tv und uw, macht tv und uw ſo lang wie tu, und ſchließt das Summen-Quadrat tvwu durch die gerade Linie Tab. LXIX. Fig. 22.

 vw,

v w, ſo iſt ſelbiges an Quadratinhalt gleich dem Quadrat a c d b I, dem Oblongo e f g h II und dem Rechteck m n o p III, zuſammen genommen.

Die zweyhundert und fünf und ſiebenzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a b c d I, zu einem Triangulo iſoſcele e h f II zu addiren, und in die Summe des vollkommenen Vierecks q r s t zu bringen.

Aufloſung.

Tab. LXIX. Fig. 224. Allhier verwandelt erſtlich das Dreyeck e h f, mechanice in das Oblongum e k l f, und dieſes hinwiederum durch den Proportionalzirkel in das vollkommene Quadrat m n o p, und zwar auf folgende Art.

Halbirt die Grundlinie e f des Dreyecks e h f in g; errichtet aus g bis in den Verticem h den Perpendikel g h. Halbirt dieſen Perpendikel g h in i, errichtet in e und f die Perpendikularen e k und f l, zieht k l, ſo iſt das Dreyeck e h f II, mechanice in das Oblongum e k l f, verwandelt.

Oefnet anietzo den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Grundlinie e f, des Rechtecks e k l f, verſucht zwiſchen welchen Punkten ſolche auf der Linie les parties egales, transverſim eintrifft, dieſes iſt auf acht und vierzig, und acht und vierzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und ſeht zwiſchen welchen Punkten, auf eben

eben dieſer Linie die Linie e k aufpaßt, dieſes iſt transverſim zwiſchen zehn und zehn. Drückt den Proportionalzirkel anietzo etwas zuſammen, faßt nochmalen die Länge der Linie e f, richtet das Inſtrument dergeſtalt ein, daß ſolche auf der Linie les plans zwiſchen acht und vierzig, und acht und vierzig accurat aufſtehe, weil ſolche auf der Linie les parties egales in acht und vierzig eintraf. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und nehmt auf eben dieſer Linie les plans das Maaß zwiſchen zehn und zehn ab, weil e k auf der Linie les parties egales zehn betrug; laßt den Proportionalzirkel noch immer unberührt liegen. Zieht anietzo eine gerade Linie m n, von der Länge der zuletzt von der Linie les plans transverſim abgenommenen zehne; errichtet auf dieſer Linie aus m und n die Perpendikularen m o und n p, gebt ſolchen die Höhe der Grundlinie m n, und ſchließt dieſes kleine Quadrat m o p n, durch die gerade Linie o p, ſo iſt dieſes Quadrat m n o p, an Flächeninhalt gleich dem Oblongo e k l f, folglich auch dem Trigono e h f.

Nehmt anietzo die Länge der Grundlinie a c, des zu addiren vorgegebenen Quadrats a b d c, verſucht zwiſchen welchen Punkten auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels ſolche transverſim eintreffen wird, dieſes iſt zwiſchen funfzehn und ½, und funfzehn und ½. Addirt dieſe funfzehn und ½ zu obigen zehn, dieſes giebt die Summe fünf und zwanzig und ½, zieht ſodann eine unbeſtimmte gerade

Linie q r; nehmt anietzo fünf und zwanzig und $\frac{1}{2}$ von dem unberührt liegen gebliebenen Proportionalzirkel der Linie les plans, determinirt mit dieſer Länge die Linie q r; erricht auf ſolcher in q und r die Perpendikularen q s und r t, macht ſolche ſo lang als die Linie q r, und ſchließt das geſuchte Summen-Quadrat q s t r, durch die gerade Linie s t, ſo iſt ſelbiges an Flächeninhalt gleich, dem gegebenen Quadrat a b d c, und dem Dreyeck e h f, zuſammen genommen.

Die zweyhundert und ſechs und ſiebenzigſte Aufgabe.

Ein Triangulum ſcalenum a c b I, einen Zirkel a c b d II, ein Quadratum perfectum k m n l III, ein parallelogrammum rectangulum o p q r IV, einen Rhombum a b d c V und einen Rhomboidem a c d b VI. Fig. 225. Tab. LXX. in die Summe des großen Quadrats l m n o, Fig. 226. Tab. LXXI. zu addiren.

Auflöſung.

Tab. LXX. et LXXI. Fig. 225 et 226.

Allhier müſſen alle Figuren erſtlich in ein Quadratum perfectum verwandelt, das iſt, unter einerley Benennung gebracht werden, und zwar auf folgende Art.

Fällt in das Triangulum ſcalenum a c b, den Perpendikel c d, halbirt ſolchen in e, errichtet in a und b, die Perpendikularen a f und b g, macht b g ſo hoch als den halben Perpendikel

c d,

cd, nämlich ſo hoch als de, und führt von f nach g durch e mit ab, die Parallele fg, ſo iſt das Triangulum ſcalenum acb, in das Oblongum rectangulum afgb, verwandelt worden.

Nunmehro verwandelt dieſes Oblongum afgb, durch den Proportionalzirkel, mit Hülfe der Linie les parties egales und les plans auf folgende bekannte Art: Oefnet das Inſtrument nach Willkühr; faßt die Linie ab des Rechtecks afgb, ſeht in welche Punkte der Linie les parties egales ſolche transverſim zu ſtehen kommt, dieſes iſt zwiſchen ſechzig und ſechzig. Notirt es, Meßt anietzo auf eben dieſer Linie die Höhe af, des Oblongi afgb, ſolche iſt zwiſchen ſieben und zwanzig, und ſieben und zwanzig. Notirt dieſes gleichfalls, drückt anietzo den bisher unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkel etwas zuſammen, faßt die Linie ab oder ihre gleiche fg nochmalen, und richtet das Inſtrument alſo ein, daß ihr dieſes Maaß auf der Linie les plans transverſim, zwiſchen ſechzig, und ſechzig einſetzen könnt, weil ſolche auf der Linie les parties egales auf ſechzig ſtand. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, faßt von ſolchen auf der Linie les plans das Maaß zwiſchen ſieben und zwanzig, und ſieben und zwanzig transverſim, weil die Höhe af auf der Linie les parties egales transverſim, zwiſchen ſieben und zwanzig, und ſieben und zwanzig eintraf, ſetzt dieſes Maaß von ſieben und zwanzig auf die Grundlinie ab aus b nach k; verlängert bg nach h, macht bh ſo hoch als

bk, führt aus k mit bh, und aus h mit ab, die Parallelen ki und hi, welche ſich in i kreuzen, und das vollkommene Quadrat kihb formiren, das an Flächeninhalt gleich iſt, dem Oblongo afgb, und auch dem ihm gleichen Triangulo ſcaleno acb.

Zieht anietzo in den gegebenen Zirkel acbd, durchs Centrum c den Diameter ab, theilt ſowohl den obern halben Zirkel acb, als auch den unterſten adb in c und d, in zwey gleiche Theile, zieht den zweyten Diameter cd, welcher den erſtern in e winkelchrecht durchſchneidet. Oefnet anietzo den Proportionalzirkel, faßt die Länge des Diameters ab, richtet das Inſtrument dergeſtalt ein, daß ihr dieſe Länge auf der Linie les plans transverſim, zwiſchen vierzehn und vierzehn einſetzen könnt. Laßt den Proportionalzirkel unverrückt liegen, nehmt anietzo von eben dieſer Linie les plans, die Diſtanz zwiſchen eilfe und eilfe transverſim ab; halbirt dieſe Linie ſeparatim alſo, daß ihr die Hälfte derſelben auf den Diameter ab, aus dem Contro e nach k, und die andere Hälfte aus e nach l ſetzt; führt aus k und l mit cd zwey unbeſtimmte Parallelen fh und gi, ſetzt die Länge von ek oder ihre gleiche el, aus k nach f und h; wie auch aus l nach i und g, ſo ſind die Linien fh und gi gleich, der Linie kl; ſchließt letztlich das verlangte Quadratum perfectum fhig, durch die mit dem Diameter ab parallel laufende gerade Linien hi und fg, ſo iſt das gefundene Quadratum perfectum fhig,

ſhig, an Flächeninhalt gleich, dem zu addiren vorgegebenen Zirkel a c b d. Das Quadratum perfectum k l m n, bleibt ſtehn, ohne es zu verwandeln, weil das Aggregat ein vollkommenes Viereck darſtellen ſoll.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Gefallen, faßt die Länge der Grundlinie o p, des ablangen Vierecks o q r p IV, ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les parties egales ſolche einſchlagen wird, dieſes iſt, zwiſchen zwey und funfzig, und zwey und funfzig transverſim. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, nehmt die Höhe o q, dieſes Rechtecks o p r q, ſeht auf welchen Punkten ſolche auf eben dieſer Linie transverſim zu ſtehen kommt, ſelbige findet ſich auf zwanzig, und zwanzig. Faßt nochmalen die Baſin o p, drückt ſolche dergeſtalt zuſammen, daß ihr dieſe Linie o p, transverſim auf die Linie les plans, zwiſchen zwey und funfzig einſetzen könnt, weil ſolche auf der Linie les parties egales in dieſe Nummer einfiel; laßt das Inſtrument ohnverändert liegen, faßt von eben dieſer Linie les plans transverſim, das Maaß zwiſchen zwanzig, und zwanzig, weil die Höhe o q dieſes Rechtecks, auf der Linie les parties egales zwiſchen zwanzig ſtand. Tragt dieſe Länge auf die Grundlinie o p, aus p nach s, verlängert p r nach u, macht p u gleich p s, zieht aus s mit p u, und aus u mit p o, die Parallelen s t und u t, welche ſich in t ſchneiden, und das Quadratum perfectum s t u p formiren,

ſo mit dem gegebenen Oblongo o q r p, von gleichen Flächeninhalt iſt.

Um nun auch den Rhomboidem a b d c V, in ein Quadratum perfectum zu verkehren, ſo verlängert die Grundlinie a c willkührlich nach g. Fällt aus b und d auf a g, die Perpendikularen b e und d f, ſo iſt das Oblongum rectangulum e b d f, gleich dem gegebenen Rhomboidi a b d c. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt den Perpendikel b e, oder ſeinen gleichen d f, ſeht auf welchen Punkten der Linie les parties egales dieſe Linie einfallen wird, ſolches iſt transverſim, zwiſchen fünf und funfzig, und fünf und funfzig. Laßt daß Inſtrument unverrückt liegen, faßt e f oder ihre gleiche b d, und ſeht auf welchen Punkten eben dieſer Linie ſolche transverſim einpaßt, findet ſich zwiſchen vierzehn, und vierzehn. Nehmt nochmalen die Linie e b, drückt das Inſtrument dergeſtalt zuſammen, daß ihr dieſe Linie e b, auf der Linie les plans zwiſchen fünf und funfzig, und fünf und funfzig transverſim einſetzen könnt, weil dieſe Linie vorhero auf der Linie les parties egales in eben dieſen Punkten zutraf. Laßt den Proportionalzirkel unverrückt liegen, faßt von der Linie les plans transverſim, die Punkte vierzehn und vierzehn, weil e f auf der Linie les parties egales in vierzehn einſtand. Tragt dieſe Länge auf a g, aus e nach g; desgleichen auch auf e b, aus e nach h; errichtet in g den Perpendikel g i, macht g i, ſo lang als e g, und ſchließt das verlangte

langte vollkommene Viereck ehig, durch die mit eg parallel laufende gerade Linie hi, ſo iſt das erhaltene Quadratum perfectum ehig an Flächeninhalt gleich, dem parallelogrammo rectangulo ebdf.

Um nun auch den Rhombum acdb VI, in ein reguläres Viereck zu verwandeln, ſo verlängert deſſen Grundlinie ab nach e, fällt aus c und d auf die Baſin cb, die Perpendikularen ce und df, ſo iſt das dadurch entſtandene Rechteck ecdf an Flächeninhalt gleich, der zu addiren gegebenen Raute acdb. Oefnet wiederum den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Grundlinie ef des Rechtecks ecdf, verſucht auf welchen Punkten der Linie les parties egales ſolche transverſim einſtehen wird, findet ſich auf funfzig und funfzig; meßt auch die Höhe ec dieſes Oblongi auf eben dieſer Linie les parties egales, des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, iſt transverſim zwiſchen zwey und vierzig, und zwey und vierzig. Nehmt nochmalen die Länge der Linie ef, drückt den Proportionalzirkel dergeſtalt in etwas zuſammen, daß dieſe Linie ef, auf der Linie les plans, transverſim zwiſchen funfzig und funfzig zu ſtehen komme, weil ſie auf der Linie les parties egales, zwiſchen funfzig und funfzig einſchlug. Laßt das Inſtrument unverändert liegen, faßt transverſim die Diſtanz zwiſchen zwey und vierzig, und zwey und vierzig, von eben der Linie les plans, weil ec auf der Linie les parties egales, auch zwey und vierzig

zig in ſich begreift. Zieht eine gerade Linie ik, gebt ſolcher die Länge der zuletzt von der Linie les plans abgenommenen zwey und vierzig; errichtet in i und k, zwey Perpendikularen ig und kh, gebt ſolchen die Länge der Grundlinie ik, und ſchließt dieſe Figur ighk, durch die mit ik parallel laufende gerade Linie gh, ſo iſt das gefundene Quadratum perfectum ighk, an Flächeninhalt gleich, der rautenförmigen Figur acdbVI.

Nunmehro zur Addition dieſer ſechs Quadraten kihb, fhig, kmnl, stup, ehig und ighk ſelbſten. Dieſes geſchieht vermittelſt der Linie les plans, und zwar durch eine einzige Oefnung des Inſtruments, aber ohne die geringſte Verrückung, bis nämlich alle oben nur benannten ſechs Quadrate addiret ſind.

Oefnet demnach den Proportionalzirkel nach Gefallen, laßt ihn durch die ganze Procedur bis zu Ende unverrückt liegen, und arbeitet alles transverſim auf der Linie les plans. Faßt die Grundlinie kb, des Quadrats kihb, ſeht wo ſolche eintrifft, dieſe ſteht auf $2\frac{3}{4}$. Notirt dieſes, nehmt die Seite fg, des Vierecks fhig, verſucht wo dieſe zupaßt, dieſes iſt auf $4\frac{3}{4}$. Bemerkt dieſe Zahl gleichfalls, meßt anietzo auch die Baſin kl, der viereckichten Figur kmnl, ſolche fällt auf $4\frac{1}{2}$ ein. Notirt dieſes gleichfalls. Sucht auch auf dieſe Art, die Länge der Seite sp, des Quadrats stup, ſolche beträgt 5, meßt auch die Grundlinie eg des Quadrats ehig,

dieſe

dieſe iſt auch 5; ſucht letztlich auch das Maaß der Linie ik des Vierecks ighk, dieſe iſt $4\frac{1}{4}$, Addirt alle dieſe gefundene Längen, ſolche betragen die Summe $26\frac{1}{4}$. Zieht alſo eine gerade Linie kl. Nehmt von dem bis daher unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkel, das Maaß zwiſchen ſechs und zwanzig und ein Viertel, und ſechs und zwanzig und ein Viertel von der Linie les plans transverſim ab, zieht eine lange gerade Linie lm, und beſtimmt deren wahre Länge durch die abgenommene ſechs und zwanzig und ein Viertel; errichtet auf ſolcher in l und m zwey Perpendikularen ln und mo, gebt ſolchen die Länge der Linie lm, und ſchließt das Summen-Quadrat lnom, durch die mit lm, parallel laufende gerade Linie no, ſo iſt ſolches an Flächeninhalt gleich, dem Triangel acb I, dem Zirkel acbd II, dem Quadrat klmn III, dem parallelogrammo rectangulo oqrp IV, dem Rhomboidi abdc V und dem Rhombo acdb VI. Tab. LXXI. Fig. 226.

Anmerkung 1.

Will nun der ſich fleißig übende Leſer auf dieſes letzte Additions-Exempel, eine Art einer Probe der Richtigkeit wegen machen, ſo conſtruiret in dieſes Summen-Quadrat auf die Baſin lm, die beyden Quadrate stup und chig, weil ſolche von gleicher Größe ſind, wie man dieſes in dem Quadrat lnom, durch die Quadrate prsq und qstm findet. Auf dieſe benannten Quadrate conſtruiret wiederum die Quadrate prsq und uxyt, nach der Größe der Vierecke ighk und kmnl, ſo bleibt im Quadrat lnom, eine

Art eines ungeſtallten Gnomons übrig, welches die Figur l n o y x w v r p iſt. Dieſes kann man ganz leicht in vier parallelogramma eintheilen, und ſolche hernach in Quadrate, nach der Größe der beyden übrigen Vierecke k i h b und l h i g verwandeln, ſo wird man, wenn anders richtig gearbeitet worden, von der Accurateſſe der Procedur deutlich überzeugt werden.

Anmerkung 2.

Sollten auch etwann ungleichſeitige geradlinichte Figuren, oder Linſenlinien zu andern Figuren zu addiren vorgegeben werden, ſo muß man erſtere, erſtens in Triangel, nachhero aber in eine ſolche Figur verwandeln, welche die Summen-Figur bekommen ſoll, die Linſenlinien aber muß man erſt in einen Zirkel, dieſen Zirkel aber ſodann in eine der begehrten Summen-Figur, ähnliche Figur verwandeln, und ſodann wie angewieſen addiren, ſo wird man gleichfalls ein accurates Aggregat erhalten.

Zweyter Abſchnitt.

Von der Multiplication der geometriſchen Figuren.

Erſtens. Triangula zu multipliciren.

Die zweyhundert und ſieben und ſiebenzigſte Aufgabe.

Ein Triangulum aequilaterum a c b, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXI. Fig. 227. Zieht eine gerade unbeſtimmte Linie d e. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die

die Grundlinie ab, des gegebenen gleichſeitigen Dreyecks acb, ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans ſolche einpaſſen wird, dieſe findet ſich transverſim, zwiſchen vier und vier. Da nun das Dreyeck acb, mit zwey multiplicirt werden ſoll, ſo nehmt das Duplum von vier, iſt achte, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels ab, und beſtimmt durch dieſe achte, die Länge der Linie de, conſtruirt auf de das gleichſeitige Dreyeck def, ſo iſt ſolches das wahre Produkt des mit zwey multiplicirten gleichſeitigen Dreyecks acb.

Die zweyhundert und acht und ſiebenzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes rechtwinklichtes Dreyeck acb, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Zieht erſtlich wie zuvor eine unbeſtimmte gerade Linie de, öfnet den Proportionalzirkel nach Gefallen, faßt die Grundlinie ab, des zu multipliciren gegebenen rechtwinklichten Dreyecks bac, verſucht auf welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einfallen wird, dieſes iſt zwiſchen fünf und fünf, laßt das Inſtrument unverrückt liegen, nehmt anietzo das Duplum, nämlich zehne, transverſim von der Linie les plans ab, und beſtimmt die Länge der gezogenen Linie de, errichtet in d einen unbeſtimmten Tab. LXXI. Fig. 228.

ten

ten Perpendikel df, meßt die Länge der Cathete ac, des gegebenen rechtwinklichten Dreyecks bac, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, ſolche findet ſich auf vier und einen halben, laßt das Inſtrument unverrückt liegen, nehmt auf der Linie les plans transverſim das Duplum von vier und einen halben, macht neune, ab; ſetzt dieſes Maaß auf den unbeſtimmten Perpendikel df, aus d nach f, und zieht aus f nach e die Hypothenuſe fe, ſo iſt das Triangulum rectangulum edf noch einmal ſo groß, als das rechtwinklichte Dreyeck bac.

Die zweyhundert und neun und ſiebenzigſte Aufgabe.

Das gegebene gleichſchenklichte Dreyeck acb, mit zwey zu multipliciren.

Aufloſung.

Tab. LXXII. Fig. 229. Oefnet das Inſtrument nach Willkühr, meßt auf der Linie les plans transverſim, ſowohl die Grundlinie ab, als auch die eine Seite ac, des gleichſchenklichten Dreyecks acb, ſo findet man erſtere zwiſchen drey und drey, die zweyte aber zwiſchen fünf und fünf. Laßt das Inſtrument unverändert liegen, und zieht eine gerade Linie de, von unbeſtimmter Länge. Weil nun das gegebene Dreyeck acb mit zwey multiplicirt werden ſoll, ſo duplirt erſtlich in Gedanken die von ab gefundene drey, giebt ſechs; ſetzt den Zirkel

Zirkel auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, transverſim zwiſchen ſechs und ſechſe, determinirt durch dieſes Maaß die Länge der neuen Grundlinie d e; duplirt anietzo auch in Gedanken, die von der Seite a c gefundene fünfe, giebt zehne, faßt die Diſtanz zwiſchen zehne und zehne transverſim auf der Linie les plans, des ungeänderten Proportionalzirkels, conſtruirt damit auf d e das Triangulum aequicrurum d f e, ſo wird ſelbiges juſt noch einmal ſo groß, als das gegebene Trilaterum iſoſceles a c b, und alſo das begehrte Produktum.

Anmerkung.

Die in den Winkeln dieſer beyden Dreyecke a c b und d f e, befindlichen Buchſtaben w, x und y, z, dienen bloß bey mündlichen Unterrichte zur Erklärung und Beweiß der Aehnlichkeit der Figuren.

Die zweyhundert und achtzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes ungleichſeitiges geradlinichtes Dreyeck a c b, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Oefnet das Inſtrument nach Gefallen, meßt auf der Linie les plans transverſim, ſowohl die Grundlinie a b, als auch die Seiten a c, und b c, ſo findet man a b, zwiſchen ſieben und ſieben, a c zwiſchen viere und viere, und b c Tab. LXXII. Fig. 230.

zwiſchen fünfe und fünfe. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, weil das Triangulum ſcalenum mit zwey multiplicirt werden ſoll, und zieht erſtlich eine gerade Linie d e, von unbeſtimmter Länge, duplirt die für die Grundlinie a b gefundene ſieben, giebt vierzehn; faßt die Punkte zwiſchen vierzehn und vierzehn transverſim, von der Linie les plans, und gebt der Linie d e dieſes Maaß von vierzehn. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, faßt von eben dieſer Linie les plans transverſim das Duplum von viere, nämlich zwiſchen achte und achte für die Linie d f. Nehmt letztlich auch transverſim von der Linie les plans, das Duplum von fünfe, nämlich zwiſchen zehne und zehne für die Linie f e; conſtruirt mit der Diſtanz von achte, und zehne auf d e, das Triangulum ſcalenum d f e, welches ſodann das Produkt des mit zwey multiplicirten Dreyecks a c b, geben wird.

Die zweyhundert und ein und achtzigſte Aufgabe.

Das ſtumpfwinklichte Dreyeck a c b, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXII. Fig. 231. Zieht eine gerade Linie d e, von unbeſtimmter Länge, öfnet den Proportionalzirkel nach Gefallen, laßt ſelbigen unverrückt bis nach völliger Auflöſung der Aufgabe liegen, faßt die Länge der Grundlinie a b, des Dreyecks a c b, ſeht in wel-

welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einſchlagen wird, findet ſich zwiſchen ſechſe und ſechſe, duplirt dieſe ſechſe, giebt zwölfe, nehmt das Maaß zwiſchen zwölfe und zwölfe der Linie les plans transverſim, und determinirt mit dieſen zwölfen die Länge der neuen Grundlinie de. Meßt auf eben dieſer Linie transverſim, ſowohl die Linie ac, als auch die Linie bc, ſo ſteht erſtere zwiſchen fünfe und fünfe, letztere aber zwiſchen ſechzehn und ſechzehn ein. Duplirt die fünfe, giebt zehne, und nehmt dieſes Maaß transverſim zwiſchen zehne und zehne für die Linie df ab; duplirt auch die gefundene ſechzehn, giebt zwey und dreyßig, nehmt dieſes Maaß gleichfalls transverſim auf der Linie les plans, zwiſchen zwey und dreyßig, und zwey und dreyßig, für die Linie ef ab; conſtruirt letztlich mit dieſer zehne, und zwey und dreyßig auf de, das Triangulum obtuſangulum dfe, als das begehrte Faktum, des mit zwey multiplicirten Dreyecks acb.

Die zweyhundert und zwey und achtzigſte Aufgabe.

Auf eine ganz andere Art, das gegebene Dreyeck bac, nebſt Beybehaltung des Winkels a, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Verlängert ſowohl die Grundlinie ab, als auch die Seite ac, des zu multipliciren gegebenen Drey- Tab. LXXII. Fig. 232.

Dreyecks acb, durch unbeſtimmte gerade Linien willkührlich nach y und x. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, nehmt die Länge der Grundlinie ab, ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim eintrifft, dieſes iſt zwiſchen vier und zwanzig und vier und zwanzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, duplirt dieſe vier und zwanzig, weil die Figur mit zwey multiplicirt werden ſoll, iſt acht und vierzig, ſetzt den Zirkel transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen acht und vierzig, und acht und vierzig ein, tragt dieſes Maaß auf ay, aus a nach d. Meßt aniezo die Länge der Seite ac, und ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans, auf den annoch unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkel ſolche transverſim einſteht, ſelbige befindet ſich zwiſchen achtzehn und achtzehn. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, duplirt gleichfalls dieſe achtzehn, giebt ſechs und dreyßig, ſetzt den Zirkel transverſim auf der Linie les plans, zwiſchen ſechs und dreyßig, und ſechs und dreyßig ein, tragt dieſes Maaß auf die verlängerte Seite ax, aus a nach e, und zieht die Linie ed, ſo iſt das gefundene Dreyeck aed, juſt noch einmal ſo groß als das gegebene Trigonum acb, denn wenn man cb, auf dem unverändert liegen gebliebenen Inſtrument mißt, ſo iſt ſolche transverſim, zwiſchen viere und einen halben auf der Linie les plans, und ed trifft transverſim auf eben dieſer Linie zwiſchen neune und

und neune ein. Alſo iſt das Trigonum a e d, das begehrte Faktum, des mit zwey multiplicirten Triangels a c b.

Oder aber: Meßt auch nur wie vorhero angewieſen worden, die Grundlinie a b, auf der Linie les plans transverſim, nehmt deren Duplum von eben dieſer Linie, tragt ſolches aus a nach d, und führt aus d mit b c auf a x die Parallele d e, ſo wird a e gleichfalls das Duplum von a c, auf eben dieſer Linie les plans ſeyn, und das Trigonum a e d das begehrte Faktum geben.

Oder aber auch: Meßt auf vorgezeigte Art die Linie a c, faßt deſſen Duplum, beydes auf der Linie les plans transverſim, tragt ſolches aus a nach e, und zieht aus e mit c b, auf a y die Parallele e d, ſo wird a d gleichfalls das Duplum von a b, auf eben dieſer Linie les plans transverſim geben, und das Trigonum a e d, das verlangte Faktum vom Trilatero a c b ſeyn.

Die zweyhundert und drey und achtzigſte Aufgabe.

Das gegebene gleichſeitige Dreyeck a c b, mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Oefnet das Inſtrument nach Belieben, faßt die Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Triangels a c b, ſeht in welchen Punkten des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einſchlagen wird, dieſes iſt transverſim auf der Linie les plans, Tab. LXXIII. Fig. 133.

plans, zwiſchen viere und viere. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, triplirt die viere in Gedanken, giebt zwölfe, weil das Dreyeck a c b, mit drey multiplicirt werden ſoll; ſetzt den Zirkel auf der Linie les plans transverſim, zwiſchen zwölfe und zwölfe ein, zieht eine gerade Linie d e, gebt ſolcher zur Länge das Maaß der zuletzt auf dem Proportionalzirkel gefundenen zwölfe; conſtruirt auf dieſer Linie d e ein Triangulum aequilaterum d f e, ſo iſt ſolches das begehrte Faktum, des mit drey multiplicirten Trigoni a c b.

Die zweyhundert und vier und achtzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Triangulum rectangulum b a c, mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXIII. Fig. 234. Oefnet das Inſtrument nach Gefallen, laßt ſolches bis nach völliger Vollendung der Aufgabe unverrückt liegen; faßt die Länge der Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Dreyecks a c b, ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim eintreffen wird, dieſes iſt zwiſchen ſechſe und ſechſe; triplirt dieſe ſechſe in Gedanken, iſt achtzehn, zieht eine gerade Linie d e, ſetzt den Zirkel auf der Linie les plans, zwiſchen achtzehn und achtzehn transverſim ein, gebt der Linie d e dieſes Maaß zur Länge. Meßt anietzo die Cathete a c, des Trigoni

b a c

bac transverſim auf der Linie les plans, ſolche ſteht zwiſchen fünfe ein; triplirt dieſe fünfe wiederum in Gedanken, iſt funfzehn; errichtet auf dc in d einen unbeſtimmten Perpendikel df, faßt von der Linie les plans transverſim das Maaß zwiſchen funfzehn und funfzehn, und beſtimmt durch ſolches die Höhe des Perpendikels df; zieht letztlich aus e nach f die Hypothenuſe ef, ſo iſt das erhaltene rechtwinklichte Dreyeck dfe, das verlangte Produkt des mit drey multiplicirten rechtwinklichten Triangels acb.

Die zweyhundert und fünf und achtzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſchenklichtes Dreyeck abc, mit drey zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie de, öfnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Grundlinie ab, des gleichſchenklichten Dreyecks acb, verſucht in welchen Punkten ſolche transverſim auf der Linie les plans einfallen wird, dieſes iſt zwiſchen viere und viere; triplirt dieſe viere, giebt zwölfe, weil das Dreyeck acb mit drey multiplicirt werden ſoll; ſetzt alſo den Zirkel transverſim, zwiſchen die Punkte zwölfe und zwölfe, auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ein, und determinirt mit dieſer Länge, die Länge der gezogenen Linie de. Meßt anietzo die Seite ac, Tab. LXXIII. Fig. 235.

 oder

oder ihre gleiche b c, des gleichſchenklichten Dreyecks a c b, transverſim auf der Linie les plans des immer noch unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, ſolche fällt zwiſchen ſechſe und ſechſe ein; triplirt wiederum dieſe ſechſe in Gedanken, giebt achtzehn; faßt anietzo dieſe achtzehn transverſim auf den noch ungeſtöhrt liegen gebliebenen Inſtrument, von der Linie les plans, und conſtruirt mit dieſem Maaße auf d e, das Triangulum iſoſceles d f e, welches das wahre Faktum des mit drey multiplicirten gleichſchenklichten Dreyecks a c b iſt.

Die zweyhundert und sechs und achtzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes ſpitzwinklichtes ungleichſeitiges Dreyeck a c b, mit viere zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXIV. Fig. 236. Zieht wieder eine unbeſtimmte gerade Linie d e, öfnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, laßt ſolchen bis zur völligen Auflöſung der Aufgabe unverrückt liegen. Faßt anietzo die Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Dreyecks a c b, ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans ſolche trausverſim eintreffen wird, dieſes iſt zwiſchen neune und neune; multiplicirt ſolche in Gedanken mit viere, giebt ſechs und dreyßig, faßt dieſe ſechs und dreyßig transverſim auf der Linie les plans, gebt der Linie d e dieſes gefundene Maaß zur Länge. Meßt nunmehro auch die

die Linie a c und b c transverſim auf der Linie les plans, ſo ſteht erſtere zwiſchen eilfe und eilfe, und letztere zwiſchen achte und achte, multiplicirt jegliche mit viere, ſo iſt das Produkt der erſten, vier und vierzig, und der letzten, zwey und dreyßig; faßt nunmehro ſowohl die Punkte zwiſchen vier und vierzig, und vier und vierzig, als auch die Diſtanz zwiſchen zwey und dreyßig, und zwey und dreyßig, transverſim auf der Linie les plans, und conſtruirt mit dieſer Länge von vier und vierzig, und zwey und dreyßig das Triangulum acutangulum ſcalenum d f e, als das verlangte Produkt des mit viere multiplicirten ungleichſeitigen ſpitzwinklichten Dreyecks d f e.

Die zweyhundert und ſieben und achtzigſte Aufgabe.

Ein ſtumpfwinklichtes Triangulum ſcalenum a c b, mit fünfen zu multipliciren.

Auflöſung.

Zieht wiederum zuerſt eine unbeſtimmte gerade Linie d e, öfnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, laßt ſolchen bis nach völliger Auflöſung der ganzen Aufgabe ungeſtöhrt liegen. Meßt anietzo die Länge der Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Dreyecks a c b, transverſim auf der Linie les plans, ſolche findet ſich zwiſchen ſechſe und ſechſe, multiplicirt dieſe ſechſe in Gedanken mit fünfe, giebt dreyßig, weil das Trilaterum mit fünfe multiplicirt werden ſoll. Tab. LXXIV. Fig. 237.

Nehmt anietzo mit dem Zirkel von der Linie les plans, das Maaß zwiſchen den Punkten dreyßig und dreyßig ab, beſtimmt durch dieſes Maaß die Länge der Linie de; ſucht anietzo gleichfalls auf dieſe Art auf der Linie les plans transverſim, ſowohl die Länge der Linie ac, als auch die Länge der Linie bc, ſo findet ſich erſtere zwiſchen fünfe und fünfe, und letztere zwiſchen zwölfe und zwölfe, multiplicirt jegliche mit fünfe, ſo iſt das Faktum der erſtern, fünf und zwanzig, und das Produktum der letztern, ſechzig; denn fünf mal fünf iſt fünf und zwanzig, und fünf mal zwölf iſt ſechzig. Faßt anietzo dieſe gefundenen Zahlen, zwiſchen den Punkten fünf und zwanzig, und fünf und zwanzig, als auch die Diſtanz zwiſchen ſechzig und ſechzig, transverſim auf der Linie les plans, und errichtet mit dieſer Länge von fünf und zwanzig, und ſechzig auf de, das ungleichſeitige geradlinichte Dreyeck dfe, ſo iſt ſolches das gefundene wahre Faktum, des mit fünfe multiplicirten Triangels acb.

Die zweyhundert und acht und achtzigſte Aufgabe.

Auf andere Art, ein geradlinichtes ungleichſeitiges Dreyeck acb, nebſt Beybehaltung des Winkels a, mit ſechſe zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXIV. Fig. 238. Verlängert ſowohl die Grundlinie ab, als auch die Seite ac, des zu multipliciren gegebenen

nen Dreyecks bac, nach y und x. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, laßt ſolchen unverrückt bis nach völliger Auflöſung der Aufgabe liegen; faßt anietzo die Länge der Grundlinie ab, des Dreyecks abc, ſeht zwiſchen welchen Punkten ſolche auf der Linie les plans eintreffen wird, ſo findet ſich ſolche transverſim zwiſchen neune und neune, multiplicirt dieſe neune mit ſechſe, weil das Dreyeck acb, mit ſechſe multiplicirt werden ſoll, giebt vier und funfzig, denn ſechs mal neune iſt vier und funfzig, nehmt dieſes Maaß von vier und funfzig transverſim von der Linie les plans ab, ſetzt dieſe Länge auf ay, aus a nach d. Sucht ferner auch die Länge der Linie ac, transverſim auf der Linie les plans, ſolche trifft zwiſchen zehne und zehne ein, multiplicirt dieſe zehne wiederum mit ſechſe, giebt ſechzig, faßt dieſe ſechzig transverſim auf der Linie les plans, und ſetzt dieſe Länge auf ax, aus a nach f; zieht letztlich von f nach d die gerade Linie fd, ſo iſt das erhaltene Trilaterum afd, das wahre Faktum des mit ſechſe multiplicirten Dreyecks acb.

Oder aber. Meßt bloß die Linie ab nach Anweiſung, transverſim auf der Linie les plans, multiplicirt ſie mit ſechſe, faßt dieſes Produkt wiederum auf der Linie les plans, ſetzt dieſes gefundene Maaß auf ay, aus a nach d, und führt aus d mit bc, auf ax die Parallele df, ſo iſt das Dreyeck adf, gleichfalls das verlangte

Faktum,

Faktum, des mit ſechſe multiplicirten Triangels abc.

Oder aber. Sucht allein die Länge der Linie ac, wie bekannt, transverſim auf der Linie les plans, multiplicirt ſolche wiederum mit ſechſe, faßt dieſes Faktum ebenmäßig transverſim auf der Linie les plans; ſetzt dieſe erhaltene Länge auf ax, aus a nach f, und zieht aus dieſem Punkte f, mit cb auf ay die Parallele fd, ſo iſt das Trilaterum afd, wiederum das geſuchte Produktum, des mit ſechſe multiplicirten Dreyecks acb.

Anmerkung.

Sollen dergleichen geometriſche Figuren mit eilfen, funfzehn oder mehreren Zahlen vervielfältiget werden, ſo wird in allen auf der Linie les plans transverſim verfahren, wie anietzo angezeigt worden, nur muß man die Linien der zum multipliciren gegebenen Figur allezeit mit der Zahl multipliciren, mit welcher die ganze Figur vervielfältiget werden ſoll, und ſodann dieſes Maaß von der Linie les plans transverſim abnehmen, und die neue Figur darnach conſtruiren.

Zweytens. Quadrangula zu multipliciren.

Die zweyhundert und neun und achtzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges rechtwinklichtes Viereck acdb, mit zwey zu multipliciren.

Auflö-

Auflöſung.

Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie e f, öfnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, meßt die Grundlinie a b, des vollkommenen Quadrats a c d b, ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim eintreffen wird, findet ſich zwiſchen ſieben und ſieben. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, duplirt dieſe ſieben in Gedanken, giebt vierzehn, weil das Quadratum perfectum mit zwey multiplicirt werden ſoll; ſetzt den Zirkel zwiſchen vierzehn und vierzehn, des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, transverſim auf der Linie les plans ein; determinirt mit dieſer Länge die Grundlinie e f, des neuen Quadrats e g h f; errichtet in e und f zwey Perpendikularen e g und f h, macht ſolche ſo hoch als die Baſis e f, und zieht mit e f aus g nach h die Parallele g h, ſo iſt das gefundene gleichſeitige Viereck e g h f das verlangte Faktum des mit zwey zu multipliciren gegebenen Quadrats a c d b. Tab. LXX. Fig. 239.

Die zweyhundert und neunzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Quadratum perfectum a c d b, mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Zieht wie zuvor eine unbeſtimmte gerade Linie g h, öfnet das Inſtrument nach Belieben, Tab. LXXV. Fig. 240.

faßt

faßt die Grundlinie ab, des zu multipliciren gegebenen Quadrats acdb, ſucht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einfallen wird, ſolche findet ſich zwiſchen fünfe und fünfe. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, triplirt dieſe fünfe in Gedanken, weil das gegebene Viereck mit drey multiplicirt werden ſoll, ſo bekommt ihr funfzehn, denn drey mal fünfe iſt funfzehn. Faßt dieſe funfzehn auf der Linie les plans transverſim des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und beſtimmt mit dieſem Maaße die Länge der neuen Grundlinie gh. Errichtet in g und h zwey Perpendikularen ge und hf, gebt ſolchen die Höhe der Baſis gh, und führt mit dieſer Grundlinie gh, aus e nach f die Parallele ef, ſo iſt das erhaltene gleichſeitige rechtwinklichte Viereck gefh, das geſuchte Produkt des mit drey zu multipliciren gegebenen vollkommenen Quadrats acdb.

Die zweyhundert und ein und neunzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes rechtwinklichtes gleichſeitiges Viereck acdb, mit viere zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXV. Fig. 241. Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie ef, öfnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Grundlinie ab, verſucht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim

ſim einpaſſen wird, ſelbige ſteht zwiſchen vier und vier ein, multiplicirt dieſe viere mit viere in Gedanken, giebt ſechzehn, weil das Viereck a c d b, mit viere multiplicirt werden. Faßt dieſe ſechzehn von der Linie les plans transverſim, des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und beſtimmt mit dieſem Maaße die Länge der gezogenen Linie e f. Errichtet auf ſolcher in e und f zwey Perpendikularen e g und f h, macht ſolche ſo hoch als die Linie e f lang iſt, und zieht aus g nach h, die gerade Linie g h mit e f parallel, ſo iſt das erhaltene Quadratum perfectum e g h f, das geſuchte Faktum des mit viere zu multipliciren gegebenen Quadrats a c d b.

Oder aber. Weil die Figur a c d b, ein Quadratum perfectum iſt, und mit viere multiplicirt werden ſoll, ſo darf man auch nur die Länge a b, des Quadrats a c d b, zweymal auf die gezogene Linie e f aufſetzen, daß alſo e f doppelt ſo lang werde als a b, und hernach mit der Länge e f, nach vorgezeigter Art, auf ſolcher das Quadratum perfectum e g h f, conſtruiren, ſo wird ſolches auch ohne den Gebrauch des Proportionalzirkels, accurat viermal ſo groß ſeyn als das gegebene Quadrat a c d b.

Die zweyhundert und zwey und neunzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges geradlinichtes Viereck a b d c, auf andere Art mit fünfe zu multipliciren.

Auflö-

Aufloͤſung.

Tab. LXXV. Fig. 242. Verlängert ſowohl die Grundlinie a c, als auch die Seite a b, des gegebenen Quadrats a b d c, willkührlich nach e und f. Oefnet anietzo den Proportionalzirkel nach Gefallen, ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einfallen wird, dieſes iſt zwiſchen ſechſe und ſechſe; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe ſechſe in Gedanken mit fünfe, giebt dreyßig, denn fünfmal ſechs iſt dreyßig, nehmt dieſe dreyßig transverſim von der Linie les plans, tragt ſolche auf die verlängerte Grundlinie a c, aus a nach e; ingleichen ſetzt dieſe dreyßig auch auf die verlängerte Seite a b, aus a nach f, zieht mit a e, aus f die unbeſtimmte Parallele f h, und mit a f, aus e die Parallele e h bis an die Linie f h, ſo entſteht dadurch das Quadrat a f h e, welches das begehrte Faktum des mit fünfe multiplicirten Quadrats a b d c, ſeyn wird.

Die zweyhundert und drey und neunzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a b d c, auf vorgezeigte Art mit achte zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Tab. LXXV. Fig. 243. Verlängert ebenfalls wie in voriger Aufgabe, ſowohl die Grundlinie a c, als auch die Höhe a b nach Willkühr. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Baſis a c, ſeht

ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans ſolche einfallen wird, iſt zwiſchen vier und vier. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe viere in Gedanken mit achte, ſetzt den Zirkel zwiſchen die Punkte achte und achte, auf die Linie les plans des unveränderten Proportionalzirkels, und tragt dieſes Maaß ſowohl auf die verlängerte Grundlinie ac, aus a nach e; ingleichen auch auf die verlängerte Seite ab, aus a nach f. Reißt endlich mit ae, aus f und mit af, aus e die Parallelen fh und eh, bis ſich ſolche in h ſchneiden, und das Quadratum perfectum afh, als das verlangte Faktum, des mit achte multiplicirten Quadrats abcd, formiren.

Die zweyhundert und vier und neunzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes parallelogrammum rectangulum abcd, mit zwey zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Reißt erſtlich eine unbeſtimmte gerade Linie ef, welche augenſcheinlich länger als die Linie ab ſeyn muß. Oefnet anietzo den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Länge der Grundlinie ab, des ablangen Rechtecks acdb, verſucht zwiſchen welchen Punkten ſolche transverſim auf der Linie les plans einſchlagen wird, iſt zwiſchen zehne, und zehne. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, duplirt dieſe zehne, giebt zwan- Tab. LXXVI. Fig. 244.

zwanzig, weil die Figur mit zwey multiplicirt werden ſoll. Setzt alſo den Zirkel auf die Punkte zwiſchen zwanzig und zwanzig, des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments auf der Linie les plans transverſim ein, und beſtimmt mit dieſem Maaße die Länge der neuen Grundlinie e f. Errichtet in e und f zwey unbeſtimmte Perpendikularen e g und f h, faßt anietzo die Höhe des ablangen Rechtecks a c, und ſeht in welchen Punkten des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels dieſe eintreffen wird, ſolche ſteht zwiſchen viere und viere ein; duplirt auch dieſe viere, giebt achte, faßt dieſe abermals transverſim auf der Linie les plans, des annoch unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und determinirt mit dieſer Länge die Perpendikularen e g und f h. Zieht letztlich mit e f, aus g nach h die Parallele g h, wodurch ſich das geſuchte Faktum e g h f ſchließt, und ein Oblongum rectangulum formirt.

Die zweyhundert und fünf und neunzigſte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum a c d b, mit fünf zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXVI. Fig. 245. Führt eine unbeſtimmte gerade Linie e f. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, laßt ſolchen bis zur völligen Auflöſung der ganzen Aufgabe ungeſtört liegen; meßt anietzo die Länge

Länge der Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Rechtecks a c d b, transverſim auf der Linie les plans, des geöfneten Proportionalzirkels, ſo findet ſich ſolche zwiſchen ſechſe, und ſechſe, multiplicirt dieſe ſechſe in Gedanken, giebt dreyßig. Nehmt anietzo dieſe dreyßig transverſim von der Linie les plans, determinirt mit dieſem Maaße die Länge der gezogenen unbeſtimmten geraden Linie e f; meßt auch die Länge der Seite a c, des Oblongi a c b d, transverſim auf der Linie les plans des unveränderten Inſtruments, dieſe ſteht zwiſchen zwey, und zwey ein, multiplicirt dieſe zwey mit fünfen, giebt zehn zum Faktum, faßt dieſe zehne transverſim von der Linie les plans, und errichtet auf der Linie e f in e und f zwey Perpendikularen e g und f h, gebt ſolchen die Höhe der zuletzt gefundenen zehne, und zieht von g nach h mit e f die Parallele g h, ſo iſt das Oblongum e g h f, das fünffache Produkt des mit fünfen zu multipliciren gegebenen Rechtecks e g h f.

Die zweyhundert und ſechs und neunzigſte Aufgabe.

Auf andere Art ein parallelogrammum rectangulum a b d c, mit ſechſe zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Verlängert ſowohl die Grundlinie a c, als auch die Seite a b, des Rechtecks a b d c, willkührlich. Oefnet den Proportionalzirkel nach Ge- Tab. LXXVI. Fig. 246.

 fallen,

fallen, meßt auf der Linie les plans transverſim die Länge der Grundlinie a c, ſolche ſteht zwiſchen ſechſe, und ſechſe ein, multiplicirt dieſe ſechs und dreyßig transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und tragt dieſes Maaß auf die verlängerte Grundlinie a c, aus a nach f. Meßt gleichfalls auf eben dieſer Linie les plans die Seite a b, des Rechtecks a b d c, ſelbige trifft auf dem unveränderten Proportionalzirkel transverſim zwiſchen vier, und vier ein. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe vier in Gedanken mit ſechs, faßt das Produkt welches vier und zwanzig beträgt, transverſim auf der Linie les plans, und beſtimmt durch dieſes Maaß die Höhe der Seite a e; errichtet anietzo in f einen Perpendikel f g, von der accuraten Höhe der Seite a e, und ſchließt das gefundene Produkt-Oblongum a e g f, durch die gerade Linie e g.

Die zweyhundert und ſieben und neunzigſte Aufgabe.

Nach dieſer Methode ein parallelogrammum rectangulum a b d c, mit ſieben zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXVI. Fig. 247. Verlängert wiederum ſowohl die Grundlinie a c, als auch die Höhe a b, des zu multiplicirten gegebenen Rechtecks a b d c willkührlich. Oefnet den Proportionalzirkel nach Gefallen, faßt die

die Länge der Grundlinie a c, ſeht in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim auf den geöfneten Proportionalzirkel einfallen wird, iſt zwiſchen ſechs und ſechs. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe ſechſe mit ſieben, nach Anweiſung der Aufgabe, giebt zwey und vierzig, faßt dieſe zwey und vierzig transverſim auf der Linie les plans, des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt ſolche auf die verlängerte Baſin a c, aus a nach f; meßt auch die Seite a b, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſeht wo ſolche einſtehen wird, iſt zwiſchen vier und vier. Laßt den Proportionalzirkel nochmals unverrückt liegen, multiplicirt dieſe vier mit ſieben, iſt acht und zwanzig, ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans, zwiſchen acht und zwanzig, und acht und zwanzig, beſtimmt mit dieſer Länge die Höhe der verlängerten Seite a b, und ſetzt ſolche aus a nach e; zieht letztlich mit a f aus e, und mit a c aus f die Parallelen e g und f g, welche ſich in g ſchließen und ein parallelogrammum a e g f formiren, welches nach Begehren ſiebenmal ſo groß iſt als das gegebene Oblongum a b d c.

Die zweyhundert und acht und neunzigſte Aufgabe.

Einen Rhombum, oder geſchobenes gleichſeitiges Viereck a c d b, mit vier zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Tab. LXXVI. Fig. 248.

Zieht erſtlich in dem gegebenen Rhomboide a c d b, die blinde Diagonale b c; reißt eine unbeſtimmte gerade Linie e f, augenſcheinlich laͤnger als die Grundlinie a b, der gegebenen Raute a c d b. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkuͤhr, faßt die Laͤnge der Grundlinie a b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim auf dem geoͤfneten Inſtrument einſchlagen wird, dieſes iſt zwiſchen neune und neune. Laßt das Inſtrument unverruͤckt liegen, multiplicirt dieſe neune in Gedanken mit viere, giebt ſechs und dreyßig, fast dieſe ſechs und dreyßig transverſim auf der Linie les plans, des unverruͤckt liegen gebliebenen Inſtruments, determinirt damit die Laͤnge der Linie e f. Meßt anieẞo die Diagonale c b, des geſchobenen gleichſeitigen Vierecks a c d b, auf den annoch unveraͤndert liegen gebliebenen Inſtrument, transverſim auf der Linie les plans, ſolche findet ihr zwiſchen zwoͤlfe und zwoͤlfe einſtehen; laßt das Inſtrument unverruͤckt liegen, multiplicirt dieſe zwoͤlfe in Gedanken mit viere, giebt acht und vierzig, nehmt dieſe acht und vierzig gleichfalls transverſim von der Linie les plans des unverruͤckt liegen gebliebenen Inſtruments ab, formirt von ſelbiger und von der vorigen abgenommenen Laͤnge von ſechs und dreyßig, auf e f das Dreyeck e g f, wie die Nummern 36 und 48 zeigen. Conſtruirt abermals auf g f mit den ſechs und dreyßigen das Triangulum aequicrurum g h f, wie die

die dabey ſtehende Nummern ausweiſen, ſo iſt der dadurch entſtandene Rhombus e g h f, accurat viermal ſo groß als die gegebene Raute a c d b, und alſo hat man das ge[illegible]chte Produkt erhalten.

Oder aber: Wenn das Dreyeck e g f, nach richtig abgenommenen Maaße und Anweiſung conſtruirt iſt, ſo führt mit e f aus g, und mit e g aus f die Parallelen g h und f h, welche ſich in h ſchneiden und das verlangte Faktum e g h f gleichfalls darſtellen.

Oder aber auch: Zieht eine gerade Linie e f, doppelt ſo lang als die Grundlinie a b, des zu multipliciren gegebenen Rhombi a c d b. Nehmt gleichfalls die Diagonale b c doppelt, conſtruirt mit ſolcher, und mit der Linie e f als der doppelten Linie a c, welche gleich a b iſt, das Triangulum e g f, und ſodann mit der Länge e g auf g f das Triangulum aequicrurum g h f, welches ebenfalls das begehrte vierfache Produkt in der Figur der aufgeriſſenen Raute e g h f, ſehr accurat geben wird.

Anmerkung.

Dieſes geht aber nur bey einer regulären viereckichten Figur, welche mit vier multiplicirt werden ſoll, an: daß man, um das Faktum zu finden, deſſelben Höhe und Breite doppelt nimmt. Sollte eine dergleichen reguläre viereckichte Figur mit ſechzehn multiplicirt werden, ſo nimmt man die Breite und Höhe vierfach. Will man mit vier und ſechzigen multipliciren,

cirен, ſo nimmt man die Breite und Höhe achtmal, auf welche Art man allezeit, (wenn anders accurat gearbeitet wird,) das Faktum genau erhält.

Die zweyhundert und neun und neunzigſte Aufgabe.

Auf andere Art einen Rhombum a b c d, mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXVII. Fig. 249. Verlängert ſowohl die Grundlinie a d als auch die Höhe a b der gegebenen Raute nach f und e. Oefnet den Proportionalzirkel nach Gefallen, faßt die Grundlinie a d des geſchobenen Vierecks a b c d, ſeht in welchen Punkten ſolche transverſim auf der Linie les plans eintreffen wird, dieſes iſt zwiſchen ſieben und ſieben, multiplicirt dieſe ſieben mit drey, giebt ein und zwanzig, ſetzt den Zirkel zwiſchen ein und zwanzig, und ein und zwanzig auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ein, und tragt dieſes Maaß, ſowohl auf die verlängerte Grundlinie a d aus a nach f, als auch auf die verlängerte Seite a b, aus a nach e; zieht letztlich mit a f aus e, und mit a e aus f die Parallelen e g und f g, welche ſich in g ſchneiden, ein gleichſeitig geſchobenes Viereck formiren, und das accurate Produkt des mit drey multiplicirten kleinen Rhombi a b c d geben.

Die

Die dreyhunderte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum a c d b, als ein Exempel zur Uebung mit fünf zu multipliciren.

Auflöſung.

Zieht eine gerade Linie e f von unbeſtimmter Länge. Oefnet das Inſtrument nach Belieben, laßt ſolches wie bekannt, bis nach völliger Auflöſung der Aufgabe ungeſtört liegen; faßt die Länge der Grundlinie a b des zu multipliciren gegebenen Oblongi a c d b, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans, des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einſtehen wird, dieſes iſt zwiſchen fünfe und fünfe, multiplicirt dieſe fünfe in Gedanken mit fünfen, giebt fünf und zwanzig; faßt dieſe fünf und zwanzig, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und ſetzt dieſes Maaß auf die gezogene Linie e f, wodurch alſo die neue Grundlinie beſtimmt iſt. Faßt anietzo die Seite a c, ſeht wo ſolche transverſim auf der Linie les plans einſchlägt, dieſes iſt zwiſchen drey und drey, multiplicirt dieſe drey in Gedanken mit fünf, giebt funfzehn, faßt dieſe funfzehn transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments; errichtet auf e f zwey Perpendikularen e g und f h, und beſtimmt derſelben Höhe durch die zuletzt abgenommenen funfzehn, und ſchließt das Oblongum e g h f, durch die mit e f parallel laufende gerade Linie Tab. LXXVII. Fig. 250.

gh, ſo iſt dieſes Rechteck efgh, nach Begehren fünfmal ſo groß als das gegebene Oblongum acdb, und alſo das wahre verlangte Produkt.

Die dreyhundert und erſte Aufgabe.

Ein gegebenes Rechteck acdb, zur Uebung mit ſieben zu multipliciren.

Aufloſung.

Tab. LXXVII. Fig. 251.

Zieht erſtlich eine unbeſtimmte gerade Linie ef. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Baſin ab, des gegebenen Rechtecks acdb, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes iſt zwiſchen neune und neune. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe neune in Gedanken mit ſieben, giebt drey und ſechzig, faßt dieſe drey und ſechzig, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und determinirt mit dieſer Länge die neue Grundlinie ef. Errichtet auf ef in e und f zwey Perpendikularen eg und fh von unbeſtimmter Länge; nehmt anietzo die Länge der Seite ac, ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückten Proportionalzirkels ſolche einſchlagen wird, dieſe trift zwiſchen drey und drey ein. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe drey in Gedanken mit ſieben, giebt ein und zwanzig, faßt dieſe ein und zwanzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments,

ments, und determinirt mit dieſem Maaße die Höhe der aufgeſetzten Perpendikel eg und fh. Zieht letztlich mit ef aus g nach h die gerade Linie gh, wodurch ſich das Produkt-Oblongum efgh ſchließt, welches nach Begehren ſiebenmal größer iſt als das Rechteck acdb.

Die dreyhundert und zweyte Aufgabe.

Ein parallelogrammum rectangulum abdc, mit eilf zu multipliciren.

Auflöſung.

Verlängert erſtlich ſowohl die Grundlinie ac, als auch die Seite ab des zu multipliciren gegebenen Rechtecks abdc. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Länge der Linie ac, ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim eintreffen wird, findet ſich zwiſchen fünf und fünf; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe fünf mit eilf, giebt fünf und funfzig, faßt dieſe fünf und funfzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und ſetzt dieſe gefundene Länge auf die verlängerte Grundlinie ac, aus a nach f. Faßt anietzo die Seite ab, und ſeht auf welchen Punkten des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſelbige einſchlägt, dieſes iſt auf der Linie les plans transverſim, zwiſchen eins und eins, nehmt dafür eilf, weil die Figur mit eilf multiplicirt

Tab. LXXVII. Fig. 252.

cirt werden ſoll, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und beſtimmt damit die Seite a e, das iſt, tragt dieſes Maaß auf die verlängerte Seite ab, aus a nach e. Zieht letztlich mit a f aus e, und mit a e aus f die Parallelen e g und f g, ſo werden ſich ſolche in g ſchneiden, und das große parallelogrammum rectangulum a e g f formiren, welches accurat eilfmal ſo groß als das gegebene Rechteck a b d c, folglich das wahre geſuchte Faktum ſeyn wird.

Die dreyhundert und dritte Aufgabe.

Einen Rhomboidem a b d c, mit vier zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXVIII. Fig. 253. Zieht erſtlich eine unbeſtimmte gerade Linie e f. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Grundlinie a c, des Rhomboidis a b d c, ſeht in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einfallen wird, dieſes iſt zwiſchen vier und vier, multiplicirt dieſe vier in Gedanken, giebt ſechzehn; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, nehmt dieſe ſechzehn, transverſim von der Linie les plans, und beſtimmt damit die Länge der gezogenen Linie e f. Meßt auch die Seite a b, transverſim auf der Linie les plans, ſolche ſteht in zwey und zwey auf; laßt das Inſtrument unverrückt liegen,

gen, multiplicirt dieſe zwey mit vier, giebt achte, notirt dieſe achte; zieht anietzo in dem Rhomboide a b d c, aus b nach c die Diagonale b c. Meßt ſelbige gleichfalls auf dem unverrückt liegen gebliebenen Inſtrument, transverſim auf der Linie les plans, ſolche ſteht zwiſchen vier und vier ein; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe vier in Gedanken mit vier, beträgt ſechzehn, faßt ſowohl die erſte notirte achte, als auch hernach die gefundene ſechzehn, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt mit ſelbigen auf der Baſi e f, das Trilaterum e g f, wie die Nummern zeigen. Reißt ſodann mit e f aus g, und mit e g aus f die Parallelen g h und f h, welche ſich in h ſchneiden, und einen Rhomboidem e g h f formiren, welcher das begehrte Produkt und juſt viermal ſo groß iſt, als der zu multipliciren gegebene kleine Rhomboides a b d c.

Die dreyhundert und vierte Aufgabe.

Auf andere Art einen Rhomboidem a b d c, mit neun zu multipliciren.

Aufloſung.

Verlängert erſtlich die Grundlinie a c, wie auch die Seite a b des Rhomboidis a b d c nach f und e. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Grundlinie a c, ſeht wo

Tab. LXXVIII. Fig. 254.

wo ſolche auf der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels transverſim einfallen wird, dieſes iſt hier zwiſchen ſieben und ſieben; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe ſieben in Gedanken mit neun, giebt drey und ſechzig, faßt dieſe drey und ſechzig transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, (welches immer noch unverrückt liegen bleiben muß), tragt ſolche auf die verlängerte Grundlinie a c, aus a nach f. Nehmt anietzo die Seite a b, und ſucht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels ſolche einſtehen wird, dieſes iſt zwiſchen zwey und zwey; laßt das Inſtrument annoch unverrückt liegen, multiplicirt dieſe zwey in Gedanken mit neun, giebt achtzehn, faßt dieſe achzehn transverſim von der Linie les plans, und tragt dieſes Maaß auf die verlängerte Seite a b, aus a nach e. Zieht endlich aus e mit a f, und aus f mit a e die Parallelen e g und f g, welche ſich in g ſchneiden, ſo iſt das hierdurch entſtandene ablange geſchobene parallelogrammum a e g f neunmal ſo groß, als der zu multipliciren gegebene Rhomboides a b d c, folglich das verlangte wahre Produkt.

Die dreyhundert und fünfte Aufgabe.

Ein Trapezium parallelarum baſium a c b d, mit zwey zu multipliciren.

Auflö-

Auflöſung.

Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie e f. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, laßt ſolchen in dieſer Stellung unverrückt, bis nach völlig vollendeter Aufgabe liegen; faßt die Länge der Grundlinie a c des Trapezii a b d c, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einfallen wird, dieſes iſt zwiſchen dreyzehn und dreyzehn, multiplicirt dieſe dreyzehn in Gedanken mit zwey, giebt ſechs und zwanzig. Nehmt von der Linie les plans dieſe ſechs und zwanzig transverſim, beſtimmt damit die Länge der zuerſt gezogenen unbeſtimmten geraden Linie e f, zieht anietzo in das zu multipliciren gegebene Trapezium a b d c, aus b nach c die Diagonale b c. Meßt anietzo die Länge der Seite a b, wie auch der Diagonale b c, auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments transverſim, ſo findet man erſtere, nämlich a b, zwiſchen ſieben und ſieben, b c aber zwiſchen dreyzehn und dreyzehn, multiplicirt jede mit zwey, ſo iſt das Produkt der erſtern von a b vierzehn, und das Faktum der zweyten von b c ſechs und zwanzig; faßt ſowohl die erhaltene vierzehn, als auch die gefundene ſechs und zwanzig transverſim von der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels, und errichtet damit auf der Grundlinie e f, laut Anzeige der Ziffern 14 und 26. das Trilaterum e g f. Meßt ſodann auch auf dem noch unverrückt liegen gebliebenen Inſtrument, die Linien Tab. LXXVIII. Fig. 255.

c d und b d, transverſim auf der Linie les plans, ſo findet man erſtere zwiſchen ſechs und ſechs, letztere b d aber zwiſchen ſieben und einen halben, und ſieben und einen halben. Laßt den Proportionalzirkel unverrückt liegen, multiplicirt ſowohl cd als bd mit zwey, ſo iſt das Faktum der erſten von cd zwölf, und das Produkt der letztern, funfzehn; faßt ſowohl die erhaltene zwölfe, als auch die gefundene funfzehn, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt damit auf der Linie g f, das Triangulum g h f, wie die dabey ſtehenden Nummern zeigen, ſo iſt das dadurch entſtandene Trapezium e g h f, ähnlich dem Trapezio a b d c, und juſt noch einmal ſo groß als dieſes, folglich das verlangte wahre Produkt.

Die dreyhundert und ſechſte Aufgabe.

Auf andere Art ein Trapezium parallelarum baſium a c d b, mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXVIII. Fig. 256. Verlängert erſtlich ſowohl die Grundlinie a b, als auch die Seite b d, des Trapezii a c d b, willkührlich nach e und f, zieht auch aus b nach c die Diagonale b c, und verlängert ſelbige nach g. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Baſis a b, ſeht auf welche Punkte der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einſchlagen wird,

wird, dieſes iſt zwiſchen vier und vier; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe vier in Gedanken mit drey, giebt zwölfe, faßt dieſe zwölfe, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſes Maaß auf die verlängerte Grundlinie a b, aus b nach e. Faßt anietzo die Länge der Seite b d, und probirt in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einfallen wird, dieſes iſt auf drey und ein drittel, triplirt dieſe drey und ein drittel, giebt zehne, faßt dieſe zehne transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſes Maaß auf die verlängerte Seite b d, aus b nach f. Zieht letztlich aus e und f mit a c und d c die Parallelen e g und f g, welche, wenn anders richtig gearbeitet worden, ſich auf der verlängerten Diagonale b c in g ſchneiden müßen, und ein dem Trapezio a c d b, ähnliches Trapezium e g f b formiren, welches juſt dreymal ſo groß iſt, als das gegebene kleine Trapezium a c d b, folglich das wahre verlangte Faktum darſtellt.

Oder aber auch: Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, reißt in das gegebene Trapezium a c d b, aus c nach b die Diagonale c b, verlängert ſolche nach Willkühr gegen g, faßt die Länge dieſer Diagonale c b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſelbige einſchlagen wird, dieſes iſt zwiſchen funfzehn und einen halben, und

funfzehn und einen halben, transverſim auf gedachter Linie; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe funfzehn und einen halben mit drey, giebt ſechs und vierzig und einen halben, faßt dieſe ſechs und vierzig und einen halben transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſes Maaß auf die verlängerte Diagonale cb, aus b nach g. Verlängert anietzo auch ſowohl die Grundlinie ab, als auch die Seite bd des gegebenen Trapezii acdb, willkührlich gegen e und f; zieht anietzo aus dem determinirten Punkte g der verlängerten Diagonale cb, auf die verlängerten Linien be und bf mit ca und cd, die Parallelen ge und gf, welche ein dem Trapezio acdb, gleichfalls ähnliches Trapezium egfb formiren werden, ſo accurat dreymal ſo groß ſeyn wird, als das gegebene Trapezium acdb, folglich ebenfalls das verlangte Produkt geben wird.

Die dreyhundert und ſiebente Aufgabe.

Einen Trapezoidem, das iſt ein ganz irreguläres Quadrangulum acdb, mit drey zu multipliciren.

Anmerkung.

Tab. LXXIX. Fig. 257. Führt erſtlich in dem zu multipliciren gegebenen Trapezoide acdb, aus c nach b die Diagonale cb; Zieht auch eine unbeſtimmte gerade

Linie

Linie ef. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Grundlinie ab, des Trapezoidis acdb, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einſchlagen wird, dieſes iſt zwiſchen drey und drey; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, faßt das Triplum von drey, iſt neun von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, beſtimmt mit dieſem Maaße die Länge der unbeſtimmten geraden Linie ef. Meßt anietzo auch ſowohl die Seite ac, als auch die Diagonale cb, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, ſo ſteht erſtere als ac auf eins und ein viertel, und die zweyte cb, auf drey und einen halben gedachter Linie les plans ein. Multiplicirt jede mit drey, giebt für die erſte als ac, drey und drey viertel, und für die zweyte als cb, zehn und ein halbes. Faßt anietzo ſowohl die drey und drey viertel, als auch die zehn und ein halbes, transverſim von der Linie les plans des unverändert liegen gebliebenen Inſtruments, und errichtet damit auf der geraden Linie ef, das Triangulum ſcalenum egf, wie die Ziffern $3\frac{3}{4}$ und $10\frac{1}{2}$ zeigen, ſo iſt das Triangulum egf, ähnlich dem Trilatero acb. Meßt anietzo auch ſowohl die Linie bd, als auch die Seite cd, des Trapezii acdb, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, ſo findet man erſtere als bd, zwiſchen zwey und einen halben, und letztere als cd, zwiſchen zwey dieſer Li-

nie les plans transverſim aufſtehen. Multipliciret jede mit drey, giebt für die erſtere als bd ſieben und einen halben, und für die letztere als cd ſechſe, faßt ſowohl dieſe ſieben und einen halben, als auch die ſechs transverſim von der Linie les plans des unverrückt gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt damit auf g f, das dem Triangulo ſcaleno c d b ähnliche Triangulum ſcalenum g h f, ſo entſteht dadurch ein dem Trapezoidi a c d b ähnliches Trapezoides e g h f, welches dreymal ſo groß ſeyn wird als das gegebene a c d b, und alſo das wahre Faktum iſt.

Die dreyhundert und achte Aufgabe.

Auf andere Art einen Trapezoidem a c d b, mit fünf zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXIX. Fig. 258. Verlängert erſtlich ſowohl die Grundlinie a b, als auch die Seite a c des Trapezii a c b d, willführlich nach e und f. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Grundlinie a b, ſeht zwiſchen welche Punkte der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einfallen wird, dieſes iſt, transverſim zwiſchen eilf und ein viertel, und eilf und ein viertel; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe eilf und ein viertel in Gedanken mit fünf, giebt ſechs und funfzig und ein viertel, ſetzt den Zirkel transverſim zwiſchen ſechs und funfzig und ein viertel,

viertel, und ſechs und funfzig und ein viertel der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſes gefundene Maaß auf die verlängerte Grundlinie ab, des Trapezoidis acdb, aus a nach e. Faßt anietzo die Länge der Seite ac, dieſer ungleichſeitigen viereckichten Figur acdb, ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des immer noch unverändert liegen gebliebenen Inſtruments ſolche transverſim einſchlagen wird, dieſe findet ſich allhier zwiſchen eins und eins, nehmt dafür fünfe, weil die Figur mit fünf multiplicirt werden ſoll, transverſim von der Linie les plans des unberührt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt dieſe neu gefundene Diſtanz auf die verlängerte Seite ac, aus a nach f, führt ſodann mit der Seite bd aus e, und mit der Seite cd aus f, die Parallelen eg und fg, ſolche werden ſich in g ſchneiden, und ein dem Trapezoidi acdb, ähnliches Trapezoides afge formiren, welches accurat fünfmal ſo groß iſt als der gegebene Trapezoides acdb, und alſo das wahre begehrte Faktum ſeyn wird.

Oder aber auf andere Art: Verlängert erſtlich ſowohl die Grundlinie ab, alsauch die Seite ac, des zu multipliciren gegebenen Trapezoidis acdb, willkührlich nach e und f, führt auch aus a durch d die verlängerte Diagonale adg, durch eine blinde gerade Linie ag, welche das ungleichſeitige Quadrangulum acdb, in zwey Triangel acd und abd zertheilet. Oefnet anietzo

den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Länge der Diagonale a d, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſelbige transverſim einſchlagen wird, findet ſich allhier zwiſchen acht und acht; laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe acht in Gedanken mit fünf, giebt vierzig, faßt dieſe vierzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſolche auf die lange Diagonale a d, aus a nach g. Zieht ſodann aus g mit der Seite db, auf der verlängerte Baſi ae die Parallele ge, wie auch aus dieſem Punkt g, mit der Seite cd, bis an die verlängerte Linie af die Parallele gf, ſo wird ſich gleichfalls ein dem Trapezoidi acdb ähnliches Trapezoides afge formiren, welches accurat fünfmal ſo groß als das gegebene acdb, alſo auch das wahre Produkt ſeyn wird.

Anmerkung 1.

Bey dieſer letzten angewieſenen Methode ein Quadrangulum zu multipliciren, erſpart man allezeit zwey Vermeſſungen auf dem Proportionalzirkel, da man nach der erſten Anweiſung nicht allein die Grundlinie ab und die Seite ac meſſen und multipliciren muß; ſo darf man nach der zweyten Art nur die Diagonale meſſen und multipliciren, ſo erhält man ebenfalls das geſuchte Produkt, und erſparet, wie erwähnet zwey Vermeſſungen und eine Multiplication, als wodurch man eher fertig wird, und nicht ſo leicht irret.

Anmerkung 2.

Will aber ein Anfänger und Lehrbegieriger recht accurat arbeiten, oder eine Probe auf ſeine Arbeit und

multi-

multiplicirte Figur machen, ſo ſolvire er die Aufgabe erſtlich nach der erſten Art, daß iſt er ſuche das Faktum der zu multipliciren gegebenen Figur durch die Grundlinie und eine Seite. Wenn er ſodann das Produkt auf dieſe Art gefunden, ſo ziehe er in die kleine gegebene Figur die Diagonale, und verlängere ſolche bis an die Produkt-Figur, trifft nun dieſe Diagonale accurat in den gleichnahmigen Winkel, ſo hat man ſchon das erſte Zeichen der richtigen Arbeit, mißt man hernach die kleine Diagonale transverſim auf der Linie les plans, und multiplicirt ſie nach der begehrten Größe, probirt dieſe Größe auf der großen Diagonale, und die große Diagonale paßt zu, ſo iſt gar kein Zweifel an der Richtigkeit und Accurateſſe mehr übrig.

Drittens. Ungleichſeitige geradlinichte Vielecke zu multipliciren.

Die dreyhundert und neunte Aufgabe.

Ein gegebenes ungleichſeitiges geradlinichtes Fünfeck abcde, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Zieht erſtlich in das gegebene ungleichſeitige Fünfeck abcde, die Diagonalen be, ac, ce und ad, ſo, daß ihr drey Triangel abe, ace und ade, in ſolchen erhaltet. Zieht ſodann eine unbeſtimmte gerade Linie fg; öfnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, laßt ihn bis nach völlig vollendeter Conſtruktion der Aufgabe ungeſtört liegen. Faßt nunmehro die Länge der Grundlinie ae, der geradlinichten Irregular- Tab. LXXIX. Fig. 259.

 Figur

Figur a b c d e, ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einſtehen wird, iſt allhier transverſim zwiſchen vier und vier, multiplicirt die vier in Gedanken mit zwey, giebt acht, faßt die Diſtanz zwiſchen acht und acht transverſim von der Linie les plans des unverändert liegen gebliebenen Inſtruments, und determinirt mit dieſem Maaße die Länge der gezogenen geraden Linie f g. Meßt anietzo auch auf der Linie les plans transverſim die Seite a b, und die Diagonale b e, ſo findet ſich erſtere als a b, zwiſchen zwey und drey viertel, und die zweyte b e, zwiſchen neun und einen halben; duplirt jede, ſo erhält man für das Faktum von a b, als der erſten fünf und ein halbes, und für das Produkt der zweyten b e, neunzehn; faßt ſowohl dieſe erhaltenen fünf und ein halbes, als auch die gefundene neunzehn, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt damit auf f g, als auf einer allgemeinen Baſi das dem Triangel a b e ähnliche Dreyeck f h g, laut der dabey befindlichen Nummern $5\frac{1}{2}$ und 19. ſo wird dieſes Trigonum f h g, juſt noch einmal ſo groß ſeyn als das Trilaterum a b e. Meßt nunmehro auch transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels ſowohl die Diagonale a c, als auch die Diagonale e c, ſo befindet man erſtere als a c, zwiſchen acht und ein viertel, und die zweyte e c, zwiſchen ſechſe und ein halbes; duplirt

duplirt jede, ſo erhält man für die erſte ſechzehn und ein halbes, und für die zweyte dreyzehn, faßt ſowohl die für a c gefundene ſechzehn, als auch die für e c erhaltene dreyzehn, errichtet damit auf der allgemeinen Baſi f g das Trilaterum f k g, nach den dabey ſtehenden Ziffern $16\frac{1}{2}$, und 13. ſo iſt ſolches nicht allein doppelt ſo groß, ſondern auch ähnlich dem Dreyeck a c e. Faßt letztlich auch transverſim auf der Linie les plans des ungeſtört liegen gebliebenen Inſtruments, ſowohl die Länge der Diagonale a d, als auch die Länge der Seite e d, ſo findet man erſte als a d auf neun und einen halben, und die zweyte e d auf drey, multiplicirt jede mit zwey, ſo iſt das Faktum von a d neunzehn, und das Produkt von e d ſechs. Nehmt ſowohl die gefundene neunzehn, als auch die erhaltene ſechs, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, conſtruirt damit auf der allgemeinen Grundlinie f g, laut den dabey ſtehenden Zahlen 19 und 6. das dem Triangel a d e ähnliche Dreyeck f i g, welches juſt noch einmal ſo groß iſt als das gegebene a d e; zieht letztlich aus h nach k, und aus k nach i die geraden Linien h k und k i; ſo iſt das dadurch entſtandene irreguläre geradlinichte Fünfeck f h k i g, nicht allein dem gegebenen Fünfeck a b c d e ähnlich, ſondern auch nach Begehren doppelt ſo groß, und alſo das wahre Faktum.

Anmerkung.

Man hätte auch nur in die gegebene Figur abcde, die Diagonalen ac und ec, ziehen dürfen, und ſodann auf ac das Trilaterum abc, und auf ec das Trilaterum cde durch den Proportionalzirkel meſſen können, ſo wäre eben das verlangte Produkt herausgekommen, und mißt man nach dieſer Conſtruktion die Seite bc, ſtatt der Diagonale be, und die Seite cd, ſtatt der Diagonale ad. Es iſt alſo eins, man verfahre bey dieſer fünfeckichten Figur wie man wolle, ſo hat man doch allezeit ſieben Linien zu meſſen, und zu multipliciren.

Die dreyhundert und zehnte Aufgabe.

Eine gegebene ungleichſeitige geradlinichte Figur abcde, mit eingehenden Winkel bcd, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXIX. Fig. 260. Zieht erſtlich in die gegebene Figur abcde, die Diagonalen ac und ec, wodurch ſolche in drey Triangel abc, ace und edc zertheilt wird; führt auch die unbeſtimmte gerade Linie fg. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, laßt ſolchen bis nach völlig vollendeter Aufgabe ungeſtört liegen. Faßt anietzo die Länge der Grundlinie ae, ſeht in welchen Punkten des geöfneten Proportionalzirkels, ſolche transverſim auf der Linie les plans einfallen wird, dieſes iſt hier zwiſchen vier und vier; duplirt dieſe vier, giebt acht, faßt dieſe acht transverſim von der Linie

les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, und beſtimmt damit die Länge der gezogenen neuen Baſis fg Nehmt ac, ſeht in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einfallen wird, iſt auf drey und einen halben, duplirt dieſe drey und einen halben, giebt ſieben. Meßt auch die Länge der Diagonale ec, auf dem unverrückt liegen gebliebenen Inſtrument, transverſim auf der Linie les plans, ſo findet man ſolche zwiſchen eins und zwey drittel, duplirt dieſes, giebt drey und ein drittel. Faßt anietzo ſowohl die gefundene ſieben, als auch die erhaltene drey und ein drittel, und errichtet damit auf der neuen Baſi fg, das Trilaterum fhg, ſo wie die Nummern 7 und $3\frac{1}{3}$. zeigen, ſo iſt dieſes Dreyeck fhg, ähnlich und doppelt ſo groß als das gegebene ace. Meßt anietzo ſowohl die Seite ab als auch cb, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, ſo findet man erſtere als ab, zwiſchen ſechs und einen halben, und die zweyte cb, auf fünfe; multiplicirt jede mit zwey, giebt dreyzehn für die erſte, und zehne für die zweyte. Faßt ſowohl die gefundene dreyzehn, als auch die erhaltene zehn, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und errichtet damit auf der Linie fh das Trilaterum fih, welches an Flächeninhalt nicht allein doppelt ſo groß, als das Dreyeck abc, ſondern auch demſelben vollkommen ähnlich iſt. Seht nunmehro auch letztlich,

in

in welche Punkte der Linie les plans des unverrückten Proportionalzirkels, die Linien ed und cd der gegebenen Figur abcde, transverſim eintreffen werden; ſo findet ſich erſte als ed, zwiſchen drey und drey, und letzte cd auf eins und zwey drittel; multiplicirt jede mit zwey, ſo iſt das Produkt für ed ſechs, und für cd drey und ein drittel. Faßt ſowohl die ſechs, als auch die drey und ein drittel transverſim von der Linie les plans, des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, conſtruirt damit nach Anzeige der Ziffern, auf gh, den Triangel hkg, welcher nicht allein doppelt ſo groß als das Dreyeck cde, ſondern auch demſelben ähnlich ſeyn wird. Da nun die Triangel fhg, fih und hkg, nicht allein ähnlich, ſondern auch doppelt ſo groß als die Trigona ace, abc und cfd ſind; ſo iſt auch die ganze Figur fihkg, ähnlich der gegebenen Figur abcde, und das verlangte wahre Produkt derſelben.

Die dreyhundert und eilfte Aufgabe.

Auf eine andere Art, eine fünfeckichte geradlinichte Irregular-Figur abcde, mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXX. Fig. 261. Verlängert erſtlich ſowohl die Grundlinie ae, als auch die Seite ab der gegebenen Irregular-Figur abcde, willkührlich nach g und f; führt

auch

auch aus a durch c, wie auch aus a durch d die langen unbeſtimmten Diagonalen a c i und a d h. Oefnet anietzo den Proportionalzirkel nach Belieben, laßt ſolchen bis nach völlig aufgelöſter Aufgabe unverrückt liegen. Faßt anietzo die Grundlinie a e, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim eintreffen wird, dieſe findet ſich zwiſchen acht und achte; multiplicirt dieſe acht mit drey, giebt vier und zwanzig, faßt dieſe vier und zwanzig transverſim von der Linie les plans, des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſes Maaß auf die verlängerte Grundlinie a e, aus a nach g. Faßt anietzo die Seite a b, und ſeht zu, in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einſchlagen wird, dieſe fällt auf eins und ein viertel ein, triplirt dieſe eins und ein viertel, giebt drey und drey viertel, faßt dieſe drey und drey viertel, von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels transverſim, und ſetzt dieſes Maaß auf die verlängerte Seite a b, aus a nach f. Zieht nunmehro aus g mit e d die Parallele g h bis an die Diagonale h, und aus f mit b c die Parallele f i bis an die Diagonale a i. Schließt letztlich die verlang- e Figur durch die gerade Linie i h, ſo iſt die efundene Irregular-Figur a f i h g, ähnlich der egebenen a b c d e, und juſt dreymal ſo groß als ieſelbe, folglich das wahre geſuchte Faktum.

Oder aber auf andere Art. Verlängert erſt- h ſowohl die Grundlinie a e nach g, wie auch die

die Seite a b nach f willkührlich; führt auch aus a durch c, ingleichen aus a durch d die langen Diagonalen a c i und a d h. Faßt anietzo die Länge der Diagonale a c, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche aufſtehen wird, dieſe findet ſich transverſim zwiſchen ſechs und einen halben, und ſechs und einen halben, triplirt dieſe Größe, giebt neunzehn und einen halben, faßt dieſe neunzehn und einen halben transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt ſelbige auf die verlängerte Diagonale a c, aus a nach i. Nehmt anietzo die Länge der Diagonale a d, und verſucht auf welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim auf dem unverrückten Proportionalzirkel eintreffen wird, dieſes iſt auf zwanzig und ein drittel; multiplicirt dieſe zwanzig und ein drittel mit drey, giebt ein und ſechzig, faßt dieſe ein und ſechzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſes Maaß auf die verlängerte Diagonale a d, aus a nach h. Zieht nunmehro aus i nach h die gerade Linie i h, führt auch aus i mit der Seite c b die Parallele i f bis an die verlängerte Seite a b. Reißt auch aus h bis an die verlängerte Grundlinie a e, mit der Seite d e die Parallele h g, ſo iſt die erhaltene fünfeckichte geradlinichte Irregular-Figur a g h i f, gleichfalls ähnlich der gegebenen

benen a e d c b, und das verlangte dreyfache Produkt.

Viertens. Ganze, halbe und viertel Zirkel zu multipliciren.

Die dreyhundert und zwölfte Aufgabe.

Einen gegebenen Viertelzirkel a b d c, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Zieht erſtlich eine unbeſtimmte gerade Linie e f. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt den Halbmeſſer a c des Quadranten a b d c, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſelbige einfallen wird, dieſes iſt hier zwiſchen zwölf und zwölf; duplirt dieſe zwölf, weil der Quadrant mit zwey multiplicirt werden ſoll, giebt vier und zwanzig, faßt dieſe vier und zwanzig wiederum transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und beſtimmt mit dieſem Maaße die Länge der gezogenen geraden Linie e f. Errichtet in f einen Perpendikel f g, macht ſolchen ſo hoch als die Linie e f lang iſt. Centrirt f, öfnet den Zirkel bis e, und ſchlagt den viertel Zirkelbogen e h g, bis an den Perpendikel f g, ſo iſt der Quadrant e f g h, juſt noch einmal ſo groß, als der gegebene Quadrant c a b d.

Tab. LXXX. Fig. 262.

Anmer-

Aufloͤſung.

Will ein Lehrbegieriger den Unterſchied des Bogenſtuͤcks dieſes gefundenen Quadrantens e f g h, gegen den gegebenen, gerne genau ſehen, ſo faßt den Halbmeſſer a c, des gegebenen Quadranten b a c d, centrirt damit f und ſchlagt in den Quadranten e h g f das blinde Bogenſtuͤck i k, ſo iſt das parallele krumme Zirkelſtuͤck zwiſchen den Boͤgen e h g und i k accurat ſo groß als der Quadrant i f k, oder ſein gleicher c a b d.

Die dreyhundert und dreyzehnte Aufgabe.

Einen gegebenen halben Zirkel a c b d, mit zwey zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Tab. LXXX. Fig. 263.

Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie e f, halbirt den Durchmeſſer a b, der zu multiplicirenden gegebenen Zirkelflaͤche a d b c in d. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt den Halbmeſſer a d, und ſeht in welchen Punkten des geoͤfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim auf der Linie les plans einfallen wird, iſt hier zwiſchen neun und neun. Laßt das Inſtrument unverruͤckt liegen, multiplicirt dieſe neune mit zwey, giebt achtzehn, faßt dieſe achtzehn transverſim von der Linie les plans des unverruͤckt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſes gefundene Maaß auf die unbeſtimmte gerade Linie e f aus e nach h, und aus h nach f. Centrirt h, oͤfnet den Zirkel bis e, und fuͤhrt aus e auf e f den halben Zirkelbogen e g f, ſo iſt die

halbe

halbe Zirkelfläche e h f g, juſt noch einmal ſo groß als die gegebene a d b c, und folglich das begehrte wahre Faktum.

Anmerkung.

Der mit dem Radio a d des gegebenen halben Zirkels a d b c, in dem gefundenen großen halben Zirkel e g f punktirte halbe Zirkel i l k, dienet bloß um dem lehrbegierigen Leſer zu zeigen, wie viel der Ueberſchuß gegen den zu multipliciren gegebenen halben Zirkel beträgt.

Die dreyhundert und vierzehnte Aufgabe.

Eine gegebene halbe Zirkelfläche a d b c, mit drey zu multipliciren.

Aufloſung.

Zieht erſtlich eine unbeſtimmte gerade Linie e f. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, halbirt den Diameter a b, des zu multipliciren gegebenen halben Zirkels a c b in d, faßt den Radium a d, und ſeht wo ſolcher transverſim auf der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels einfallen wird, dieſes iſt zwiſchen fünf und fünf. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe fünf mit drey, giebt funfzehn, faßt dieſe funfzehn transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und trägt dieſes Maaß auf die gezogene undeterminirte gerade Linie e f, aus e nach h, und aus h nach f. Centrirt h, öfnet Tab. LXXX. Fig. 264.

den Zirkel bis e, führt aus e auf ef den halben Zirkelkreys egf, ſo iſt ſolcher dreymal ſo groß als der gegebene halbe Zirkel acbd, und folglich deſſen wahres geſuchtes Produkt.

Anmerkung.

Der lehrbegierige Leſer kann, wenn er will, erſtlich mit der Diſtanz ad, des halben Zirkels adbc, aus h auf ef den blinden halben Zirkelbogen i reißen; ſodann aber auch von dem unverrückten Proportionalzirkel die Diſtanz zwiſchen zehn und zehn, transverſim von der Linie les plans abnehmen, und mit ſolcher aus h auf ef den punktirten halben Zirkelkreys k ſchlagen, ſo ſieht er gleich das Verhältniß eines einfachen halben Zirkels i, gegen deſſen doppelten k, oder dreyfachen halben Zirkel egf, welches ich aber bloß zur Uebung hergeſetzt und angeführt.

Die dreyhundert und funfzehnte Aufgabe.

Eine gegebene ganze Zirkelfläche acbd, mit zwey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXXI. Fig. 265. Zieht erſtlich durchs Centrum e der gegebenen Zirkelfläche acbd den Diameter acb, reißt eine blinde unbeſtimmte gerade Linie fg. Oefnet den Proportionalzirkel nach Gefallen, faßt den Halbmeſſer ea, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einſchlagen wird, dieſes findet ſich transverſim zwiſchen ſechs und ſechs. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, duplirt dieſe

ſechs

ſechs, giebt zwölf, faßt dieſe zwölf transverſim von der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels, welcher unverrückt liegen geblieben, und tragt dieſes Maaß, auf die gezogene Linie fg, aus f nach h, und aus h nach g. Centrirt h, ſpannt den Zirkel bis f, und ſchlagt den ganzen Zirkelkreys fi g k, welcher doppelt ſo groß als der gegebene a d b c, und folglich das wahre verlangte Faktum ſeyn wird.

Die dreyhundert und ſechzehnte Aufgabe.

Eine gegebene ganze Zirkelfläche a d b e, mit vier zu multipliciren.

Auflöſung.

Reißt wieder wie zuvor in der gegebenen Zirkelfläche durchs Centrum c, den Durchmeſſer a e b, zieht eine gerade undeterminirte Linie g f. Oefnet den Proportionalzirkel nach Gefallen, faßt den Radium a c, des Zirkels a d b e, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einfallen wird, dieſes iſt hier zwiſchen fünf und fünf. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe fünf mit vier, giebt zwanzig; faßt dieſe zwanzig wiederum transverſim von der Linie les plans, des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſolche auf die unbeſtimmte gerade Linie g f, aus g nach i, und aus i nach f. Centrirt i, öfnet den Zirkel bis g, und Tab. LXXXI. Fig. 266.

reißt aus g den ganzen Zirkelkreys ghfk, welcher accurat viermal ſo groß als der gegebene Zirkel adbe ſeyn wird; und folglich, das wahre verlangte Produkt in ſich enthält.

Die dreyhundert und ſiebenzehnte Aufgabe.

Eine gegebene Zirkelfläche adbc, mit eilf zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Tab. LXXXI. Fig. 267. Reißt wieder wie allezeit in dem zu multiplicirenden gegebenen kleinen halben Zirkel adbc, durch deſſen Centrum e den Diameter aeb. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſolchen unverruͤckt bis nach vollendeter Aufgabe liegen. Zieht anietzo eine unbeſtimmte gerade Linie fg, faßt den Diameter ab, und verſucht auf welchen Punkten der Linie les plans des geoͤfneten Proportionalzirkels ſolche einfallen wird, dieſes iſt zwiſchen eins und eins. Faßt dafuͤr eilf, weil der Zirkel mit eilf multiplicirt werden ſoll, transverſim von der Linie les plans des unverruͤckt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſes Maaß auf die unbeſtimmte gerade Linie fg, um ſelbige dadurch zu determiniren. Halbirt dieſe Linie fg in i; centrirt i, ſpannt den Zirkel bis f, und reißt aus f den ganzen Zirkelkreys fhgk, welcher juſt eilfmal ſo groß als der gegebene Zirkel adbc, und folglich das wahre verlangte Faktum ſeyn wird.

Fünf-

Fünftens. Reguläre gleichſeitige geradlinichte Vielecke zu multipliciren.

Die dreyhundert und achtzehnte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges geradlinichtes Fünfeck a b c d e, mit zwey zu multipliciren.

Aufloͤſung.

Zieht erſtlich aus dem Centro f, des regulären Fünfecks in die Winkel a und e die Radios fa und fe, zieht eine unbeſtimmte gerade Linie, welche wir indeſſen x nennen wollen. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Seite a e des Fünfecks a b c d e, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments ſolche einfallen wird, dieſes iſt hier zwiſchen drey und zwanzig, und drey und zwanzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, duplirt dieſe drey und zwanzig, giebt ſechs und vierzig, faßt dieſe ſechs und vierzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſes Maaß auf die unbeſtimmte gerade Linie x aus g nach l. Faßt anietzo den Radium f e, des Fünfecks a b c d e, und verſucht in welchen Punkten des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments ſolche transverſim auf der Linie les plans einpaſſen wird, dieſe trifft zwiſchen ſiebenzehn und ſiebenzehn ein. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, multiplicirt dieſe ſiebenzehn mit zwey, giebt vier und Tab. LXXXII. Fig. 268.

dreyßig, faßt dieſe vier und dreyßig transverſim von der Linie les plans des ungeſtöhrt liegen gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt damit auf g l, das Triangulum iſoſceles g m l. Centrirt m, öfnet den Zirkel bis g, und führt aus g bis l das große Zirkel-Bogenſtück g h i k l, faßt g l, und tragt dieſes Maaß aus g nach h, aus h nach i, und aus i nach k auf dem punktirten großen Zirkelbogen herum, ſo wird auch k l, (wenn anders accurat gearbeitet worden), gleich g l ſeyn. Und ſo iſt das conſtruirte reguläre Fünfeck g h i k l an Flächeninhalt juſt noch einmal ſo groß als das gegebene Fünfeck a b c d e, folglich das wahre geſuchte Faktum.

Man darf auch nur, ſobald der blinde Zirkel g h i k l, aus dem Centro m aufgeriſſen worden, ſolchen in i in zwey gleiche Theile theilen, ſodann aber die Bogen g i und i l in h und k halbiren, und die Chorden g h, h i, i k und k l ziehen ſo entſtehet gleichfalls hieraus das accurate fünfeckichte Produkt g h i k l.

Die dreyhundert und neunzehnte Aufgabe.

Auf andere Art, ein gegebenes gleichſeitiges Sechseck a b c d e f, mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXXII. Fig. 269. Zieht erſtlich ſowohl aus dem Winkel a, als auch aus dem Winkel f die Diagonalen a c, a d, a e, f d, f c, f b. Da nun dieſe Figur a b c d e f eine

eine Regularfigur iſt, ſo iſt auch die Chorde fb, gleich der ae, die Senne ac, gleich der fd und die Linie ad, gleich der fc, folglich darf man nur bf, ac und ad meſſen, ſo hat man zugleich das Maaß von ae, fd und fc gefunden. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt af, und ſeht auf welchen Punkten des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim auf der Linie les plans eintreffen wird, dieſes iſt zwiſchen zwey und zwey. Laßt das Inſtrument bis nach völlig aufgelößter Aufgabe ungeſtört liegen, und marquirt af mit 2. Meßt gleichfalls die Sehne bf, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, ſolche findet ſich zwiſchen ſechs und ſechs, bezeichnet bf mit 6, faßt ac, und ſeht in welche Punkte der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments dieſe einſchlagen wird, findet ſich transverſim wiederum zwiſchen ſechs und ſechs, (welches auch ſo zutreffen muß, weil cf mit ab parallel, der Winkel a, gleich dem b iſt, alſo muß auch ac gleich bf ſeyn). Marquirt alſo ac auch mit ſechs, faßt letztlich fc, oder ihre gleiche ad, und ſeht in welche Punkte der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels dieſe aufpaſſen wird, findet ſich zwiſchen acht und acht. Laßt das Inſtrument wie oben erwähnt worden, unverrückt liegen und marquirt ad oder fc mit 8. Zieht nunmehro eine unbeſtimmte gerade Linie, welche itzt y heißen mag, multiplicirt die auf af befindliche 2. mit drey,

giebt ſechs, faßt dieſe ſechs transverſim von der Linie les plans, und tragt dieſes Maaß auf die Linie y, aus g nach m, als wodurch die Grundlinie zum verlangten Produkt beſtimmt iſt. Triplirt anietzo die auf fb befindliche 6. giebt achtzehn, faßt dieſe achtzehn transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt damit von der Länge der Linie gm, auf gm die Triangel ghm und glm, multiplicirt anietzo die auf fc ſtehende 8 mit drey, giebt vier und zwanzig, faßt dieſe vier und zwanzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt damit, wie auch mit den vorher gefundenen achtzehn nochmals auf gm die Trigona gim und mkg, ſo wie die auf den Linien befindlichen Nummern 6. 18 und 24. zeigen. Schließt letztlich die verlangte ſechseckichte Regular-Figur ghiklm, durch die geraden Linien hi, ik und kl, ſo iſt ſolche das verlangte Produkt des mit drey zu multipliciren gegebenen Sechsecks abcdef.

Die dreyhundert und zwanzigſte Aufgabe.

Noch anders, ein gleichſeitiges geradlinichtes reguläres Siebeneck nopqrst, mit drey zu multipliciren.

Auflöſung.

Tab. LXXXII. Fig. 270. Verlängert erſtlich ſowohl die Seite nt, als auch die Seite no, des regulären Siebenecks nopq-

nopqrst nach u und z willkührlich; zieht auch aus dem Winkel n aus welchem man die Seiten verlängert hat, durch alle gegenüber liegende Winkel, als p, q, r, s, die Diagonalen npv, nqw, nrx und nsy. Oefnet anietzo den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſolchen bis nach völlig aufgelößter Aufgabe unverrückt liegen; faßt die Seite nt, oder ihre gleiche no, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einfallen werde, dieſes iſt zwiſchen zwey und zwey; marquirt nt und no mit 2. Faßt die Diagonale np, oder ihre gleiche ns, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſolche transverſim eintreffen wird, iſt hier zwiſchen ſechs und einen halben, notirt dieſe $6\frac{1}{2}$ auf np und ns. Nehmt letztlich die Diagonale nq oder ihre gleiche nr, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des ungeſtörten Proportionalzirkels ſolche transverſim aufpaſſen wird, dieſes iſt auf zehn und einſechstheil, marquirt qn und nr mit $10\frac{1}{6}$. wie die Figur zeigt, multiplicirt jede auf den Linien befindliche Zahl mit drey, ſo erhaltet ihr für zwey, ſechs, für ſechs und ein halbes, neunzehn und ein halbes, für zehn und ein ſechstheil, dreyßig und ein halbes. Faßt demnach von dem annoch unverrückt liegen gebliebenen Inſtrument, die Diſtanz zwiſchen ſechs und ſechs transverſim von der Linie les plans, und tragt dieſes Maaß auf

die verlängerten Seiten n t und n o, aus n nach z und u. Setzt den Zirkel anietzo transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen neunzehn und ein halbes, und tragt dieſe Länge aus n auf die verlängerten Diagonalen n p und n s, nach v und y, zieht die geraden Linien u v und z y. Setzt letztlich den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, zwiſchen dreyßig und einen halben, tragt dieſes Maaß aus n auf die verlängerten Diagonalen n q und n r, nach w und x, zieht v w und y x; ſchließt letztlich das erhaltene Siebeneck n u v w x y z, durch die gerade Linie w x, ſo iſt ſolches accurat dreymal ſo groß als das gegebene Siebeneck n o p q r s t, und folglich das wahre verlangte Faktum.

Anmerkung.

Bey der Multiplication mit dem Proportionalzirkel, hat der lehrbegierige fleißige Leſer genau darauf zu ſehen, daß alles transverſim auf der Linie les plans, oder Lin. Geometr. gearbeitet werde, und daß der einmal geöfnete Proportionalzirkel durch die ganze Auflöſung einer Aufgabe hindurch unverrückt liegen bleibe, um nicht zu irren.

Dritter Abſchnitt.

Von der Subtraction der geometriſchen Figuren.

Erſtens. Triangula von Triangeln abzuziehen.

Die dreyhundert und ein und zwanzigſte Aufgabe.

Vom Trilatero aequilatero a b c, das gleichſeitige Dreyeck d e f abzuziehen, und das Reſiduum in einem Trigono aequilatero i k l, oder in einem Trapezio a b g h, vorzuſtellen.

Auflöſung.

Da ſowohl das Dreyeck a b c, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, als auch das Triangulum d e f als Subtrahendus, beyde Triangula aequilatera ſind, ſo iſt die Auflöſung ganz leichte, und man hat eigentlich nur zwey Vermeſſungen nöthig, als: Tab. LXXXIII. Fig. 271.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſolchen bis nach völlig aufgelößter Aufgabe unverrückt liegen, faßt anietzo die Seite a c des Trigoni a b c, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments ſolche transverſim einfallen wird, dieſes iſt auf funfzehn und funfzehn, notirt dieſe 15. auf der Seite a b, des Trigoni minuendi a b c, um es nicht

nicht zu vergeſſen. Meßt anietzo auch die Seite d f des Dreyecks d e f, das da abgezogen werden ſoll, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, ſolche ſteht zwiſchen fünf und fünf auf, marquirt dieſe fünfe wiederum auf der Seite d f dieſes Trigoni d e f. Da nun die 5. auf d f, in 15. auf a b, dreymal enthalten iſt, ſo iſt auch das Dreyeck a b c dreymal ſo groß als das Trigonum d e f. Folglich iſt das Trilaterum d e f, welches ſubtrahirt werden ſoll, gleich einem Drittheil vom Triangel a b c. Faßt alſo d f, ſetzt dieſe Länge, auf die Seiten a c und b c des Dreyecks a b c, aus c nach g und h. Zieht die Scheidungslinie g h, ſo iſt das Trapezium a b g h, nicht allein gleich zwey Drittheilen des Triangels a b c, ſondern auch das verlangte Reſiduum.

Um aber nunmehro auch nach Verlangen der Aufgabe dieſes Reſiduum a b g h in einem Dreyeck darzuſtellen; ſo faßt zwey Drittheile von funfzehn, iſt zehn, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zieht eine gerade Linie i k, gleich dieſer abgenommenen zehn; errichtet auf ſolcher das gleichſeitige Dreyeck i l k, ſo iſt dieſes an Flächeninhalt gleich dem Trapezio a b g h, und alſo auch das wahre verlangte Reſiduum.

Die

Die dreyhundert und zwey und zwanzigste Aufgabe.

Vom Triangulo aequilatero a b c, die beyden gleichſeitigen Dreyecke d e f und g h i, alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum gleichfalls ein Trilaterum aequilaterum k l m, vorſtelle.

Auflöſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Seite a b des Triangels a c b, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim aufſtehen wird, dieſes iſt zwiſchen vier und zwanzig, und vier und zwanzig, marquirt dieſe 24. auf der Seite a b, des Trigoni minuendi. Faßt anietzo die Seite d e des Dreyecks d f e, und ſeht in welche Punkte der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſolche transverſim einſchlagen wird, dieſes findet ſich zwiſchen vier und vier, notirt dieſe 4. auf der Seite d e des erſten Subtrahendi d f e, faßt auch die Grundlinie g h, des zweyten Subtrahendi g h i, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſolche transverſim eintrifft, dieſes findet ſich auf ſechs und ſechs, ſetzt dieſe 6 gleichfalls auf die Seite g h, des Subtrahendi g h i. Addirt nunmehro dieſe 6. von g h zur vorigen 4. auf d e, ſo iſt die Summe 10. ſubtrahirt dieſe zehn von den auf a b ſtehenden 24. ſo bleibt vierzehn

Tab. LXXXIII. Fig. 272.

zehn, zum Reſiduo. Zieht eine gerade Linie kl, ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, zwiſchen vierzehn und vierzehn, gebt der Linie kl, dieſe abgenommene vierzehn zu ihrem Maaße, und conſtruirt auf ſelbiger das Triangulum aequilaterum kml, welches das verlangte Reſiduum vom Trigono acb iſt.

Die dreyhundert und drey und zwanzigſte Aufgabe.

Vom rechtwinklichten Dreyeck acb, das Triangulum rectangulum def alſo zu ſubtrahiren, daß ſich die Differenz in einem rechtwinklichten Trigono gih, oder in einem Trapezio abkl darſtelle.

Auflöſung.

Tab. LXXXIII. Fig. 273. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Grundlinie ac des rechtwinklichten Dreyecks acb, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes iſt zwiſchen zwölf und zwölf, marquirt die gemeſſene Baſin mit 12. Faßt anietzo die Höhe der Cathete cb, dieſes rechtwinklichten Dreyecks acb, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments dieſe einfallen wird; ſie trifft transverſim zwiſchen ſechszehn und ſechszehn ein, notirt dieſe gemeſſene Cathete mit 16. Laßt das

Inſtrument immer noch, ſo wie es anfänglich geöfnet worden, unverrückt liegen. Verſucht anietzo in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments die Grundlinie d e des abzuziehenden rechtwinklichten Trigoni e d f, transverſim einſtehen wird, ſolches findet ſich zwiſchen drey und drey, notirt dieſe 3. auf der gemeſſenen Grundlinie d e. Sucht nunmehro auch in welche Punkte der Linie les plans des ungeſtört liegen gebliebenen Inſtruments die Cathete d f, dieſes Trigoni e d f transverſim einſchlagen wird, dieſes iſt zwiſchen vier und vier, marquirt dieſe 4 wiederum auf den gemeſſenen Perpendikel d f. Subtrahirt anietzo die auf d e ſtehende 3. von den auf a c befindlichen 12. bleibt neune, zieht eine unbeſtimmte gerade Linie g h, faßt die durch die Subtraction gefundene neune, transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, und determinirt mit dieſer Diſtanz die Länge der gezogenen unbeſtimmten geraden Linie g i. Subtrahirt auch die auf d f ſtehende 4. von den auf c b marquirten 16; reſtirt zwölfe, ſetzt den Zirkel transverſim auf zwölf und zwölf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments; errichtet auf der neuen Baſi g i einen Perpendikel i h, und beſtimmt deſſen Höhe durch die zuletzt vom Proportionalzirkel abgenommenen zwölf. Zieht letztlich die Hypothenuſe g h, ſo iſt das gefundene Trilaterum rectangulum g i h, das begehrte Reſiduum.

Soll

Soll das Reſiduum in einem Trapezoide dargeſtellt werden, ſo faßt d e, ſetzt ſolche auf c a, aus c nach k, faßt d f, tragt ſolche auf c b, aus c nach l, und zieht die Scheidungslinie k l, ſo iſt das in dem Triangulo rectangulo a c b, entſtandene Trapezium a k l b, gleichfalls das begehrte Reſiduum, und alſo gleich dem Trigono rectangulo g i h. Aber zu dieſer letzten Subtraction hat man keinen Proportionalzirkel nöthig.

Die dreyhundert und vier und zwanzigſte Aufgabe.

Vom Triangulo ſcaleno acutangulo a c b, den dritten Theil alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum in einem Trapezio a c g h, dargeſtellt werde.

Auflöſung.

Tab. LXXXIII. Fig. 274. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Grundlinie a b, des Trigoni a c b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einſchlagen wird, dieſes findet ſich transverſim zwiſchen acht und vierzig, und acht und vierzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, notirt dieſe 48. auf der Grundlinie a b, dividirt die auf a b ſtehende 48. mit drey, ſo iſt der Quotient ſechszehn, faßt dieſe ſechzehn transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſes gefundene Maaß auf a b, aus b nach

g, marquirt gb mit 16. Faßt anietzo die Seite cb, und verſucht in welche Punkte der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels ſolche transverſim einſchlagen wird, findet ſich zwiſchen dreyßig und dreyßig, dividirt dieſe dreyßig wiederum mit drey, ſo bekommt ihr zehn zum Exponenten, faßt dieſe zehn transverſim von der Linie les plans des unberührt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und ſetzt dieſe Diſtanz auf die Seite bc, aus b nach h, marquirt bh mit 10. führt letztlich aus g nach h die Scheidungslinie gh, ſo iſt das Trapezium achg das verlangte Reſiduum, und alſo gleich zwey Drittheilen des gegebenen Dreyecks acb.

Die dreyhundert und fünf und zwanzigſte Aufgabe.

Vom ſpitzwinklichten ungleichſeitigen Dreyeck acb, zwey Drittheile alſo zu ſubtrahiren, daß ein Drittheil in einen dem gegebenen Triangulo acb, ähnlichen Trilatero dfe, vorgeſtellt werde.

Aufloſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Grundlinie ab des Dreyecks acb, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments ſolche aufſtehen wird, findet ſich transverſim auf acht und vierzig, und acht und vierzig. Laßt den Proportionalzirkel bis nach

Tab. LXXXIII. Fig. 274.

nach völlig aufgelößter Aufgabe ungeſtört liegen; Meßt auch die Länge der Seite ac dieſes Trigoni acb, transverſim auf der Linie les plans des unverrückten Inſtruments, ſelbige ſteht auf ein und zwanzig, und ein und zwanzig auf. Faßt anietzo die Seite bc, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments dieſe transverſim einſchlagen wird, iſt zwiſchen dreyßig und dreyßig. Laßt den Proportionalzirkel immer noch ungeſtört liegen, und marquirt die vermeſſenen Seiten des Trigoni acb, mit ihren auf dem Proportionalzirkel gefundenen Zahlen, als auf ab, 48. auf ac, 21. und auf bc, 30. Zieht eine unbeſtimn\te gerade Linie de, dividirt die auf ab ſtehende 48. mit drey, weil zwey Drittel vom Triangel acb ſubtrahirt werden ſollen, ſo bekommt man für den Exponenten ſechzehn, faßt dieſe ſechzehn transverſim von der Linie les plans des ungeſtört liegen gebliebenen Inſtruments, und beſtimmt damit die Länge der gezogenen unbeſtimmten geraden Linie de. Dividirt anietzo ſowohl die auf ac ſtehenden 21. als auch die auf cb beſindlichen 30. mit drey, ſo iſt der Quotient der erſtern ſieben, und der letztern zehn. Faßt ſowohl die gefundene ſieben, als auch die erhaltene zehn, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt damit auf de das Triangulum ſcalenum dfe, welches gleich einem Drittel des Triangels acb, und alſo das verlangte Reſiduum iſt.

Die

Die dreyhundert und ſechs und zwanzigſte Aufgabe.

Vom gegebenen Triangulo ſcaleno a c b, das ihm ähnliche Trilaterum d f e, zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſolchen bis zur völlig aufgelößter Aufgabe ungeſtört liegen. Faßt die Grundlinie a b des Trigoni a c b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim eintreffen wird, findet ſich zwiſchen ein und zwanzig, und ein und zwanzig, marquirt dieſe 21. auf der Linie a b. Meßt anietzo auch die Seite a c des Trigoni a c b, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, ſolche ſteht zwiſchen fünf und zwanzig, und fünf und zwanzig auf, notirt dieſe 25. auf der Seite a c. Faßt letztlich auch die Seite b c dieſes Dreyecks a c b, und ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans, dieſe transverſim auf dem unberührten Proportionalzirkel einſchlagen wird, ſelbige trifft zwiſchen zwanzig, und zwanzig auf. Laßt das Inſtrument immer noch unberührt liegen, und bemerkt die Linie c d mit 20. Faßt anietzo die Grundlinie d e des Dreyecks d f e, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſelbige transverſim einfallen wird, dieſes iſt in ſieben und ſieben, marquirt dieſe gefundene 7. auf der Tab. LXXXIV. Fig. 275.

Linie de des Trianguli ſubtrahendi. Meßt auch die Seite df, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, dieſe fällt auf acht und ein Drittel ein, notirt acht und ein Drittel auf df. Nehmt letztlich fe, und ſeht in welche Punkte der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments dieſe einſchlägt, findet ſich auf ſechs und zwey Drittel, marquirt alſo fe mit $6\frac{2}{3}$. Vergleicht anietzo die gleichnamigen Linien mit einander, ſo findet ſich, daß die 7. auf de in den 21. auf ab, ſo wie die $8\frac{1}{3}$. auf df, in den 25. auf ac, alſo auch die $6\frac{2}{3}$. auf fe, in den 20. auf cb, accurat dreymal enthalten. Folglich iſt das Trigonum dfe, gleich einem Drittel vom Trilatero acb. Um nun alſo das verlangte Reſiduum vom Triangel acb zu erhalten, ſo duplirt die auf den Seiten de, df und fe des Triangels befindlichen Zahlen, ſo bekommt man ſtatt der 7 auf de 14. ſtatt der $8\frac{1}{3}$ auf df $16\frac{2}{3}$. und ſtatt der $6\frac{2}{3}$ auf fe $13\frac{1}{3}$. Zieht eine gerade Linie gh, ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen vierzehn, und vierzehn, und beſtimmt durch dieſes Maaß die Länge der nur gezogenen Linie gh. Faßt ſodann ſowohl die ſechzehn und zwey Drittel, als auch die dreyzehn und ein Drittel, transverſim von der Linie les plans des ungeſtört liegen gebliebenen Inſtruments, und conſtruirt damit auf gh, das Triangulum ſcalenum gih, wie die auf den Linien gi und

ih

ih ſtehenden Ziffern zeigen, ſo iſt das erhaltene Dreyeck gih, gleich zwey Drittel des Triangels acb, und alſo das verlangte wahre Reſiduum. Da nun der Triangel dfe gleich ein Drittel des Triangels acb, ſo folgt nothwendig, daß das Dreyeck gih, accurat noch einmal ſo groß ſeyn muß als der Triangel dfe. Trägt man nun die Linie de des Triangels dfe, auf die Baſin ab des Trigoni acb, aus b nach k, und die Seite ef auf die Seite bc, aus b nach l, und zieht die blinde Linie kl, ſo iſt das im Trilatero acb, entſtandene Trapezium aclk, gleichfalls das wahre Reſiduum vom Triangulo acb, nur in einer andern Geſtalt. Dieſes Trapezium aclk, iſt ſodann aber auch gleich dem Dreyeck gih.

Zweytens. Vierecke von Vierecken zu ſubtrahiren.

Die dreyhundert und ſieben und zwanzigſte Aufgabe.

Vom Quadrato perfecto acdb, das vollkommene gleichſeitige Viereck efgh, zu ſubtrahiren.

Aufloͤſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ihn bis nach voͤllig aufgeloͤßter Aufgabe unverruͤckt liegen, faßt anietzo die Grundlinie ab des Quadrats acdb, von welchen abgezogen werden ſoll, und ſeht auf welchen Punkten der Tab. LXXXIV. Fig. 276.

Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einfallen wird, dieſes iſt zwiſchen zwölf und zwölf, notirt dieſe 12. auf der Seite cd, dieſes Quadrats acdb. Meßt anietzo auch die Seite ef des regulären gleichſeitigen Vierecks efgh, transverſim auf der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, und ſeht in welchen Punkten dieſe aufſteht, iſt auf vier und vier, marquirt dieſe 4. gleichfalls auf der Linie ef des Quadrats eghf, ſubtrahirt dieſe auf ef ſtehende 4. von der auf cd befindlichen 12. Reſtirt acht, zieht eine gerade Linie ik, ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen acht und acht, und determinirt mit dieſem Maaße die Länge der gezogenen geraden Linie ik. Errichtet auf ſelbiger in i und k zwey accurate Perpendikularen il und km, macht ſolche ſo hoch als die Länge der Baſis ik beträgt, und ſchließt letztlich das verlangte Reſiduum durch die gerade Linie lm.

Wollte man aber auch das Reſiduum in Geſtalt eines Gnomons vorſtellen, ſo faßt die Baſin ef des Quadrats efgh, und tragt ſolche auf die Seiten ab und bd des Quadrats acdb, aus b nach n und p. Zieht mit ab aus p, und mit bd aus n die Parallelen po und no, ſo iſt das hierdurch im Quadrat acdb entſtandene kleine Viereck nopb, gleich dem Quadrat eghf, und folglich der Gnomon acdpon gleichfalls das

das wahre verlangte Reſiduum, und alſo iſt auch dieſer Gnomon gleich dem Reſiduo iklm.

Die dreyhundert und acht und zwanzigſte Aufgabe.

Vom Quadrato perfecto acdb, die beyden gleichſeitigen regulären Quadrate efgh und iklm alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum gleichfalls in einem vollkommenen Quadrat nopq vorgeſtellt werde.

Auflöſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt anietzo die Grundlinie ab des Quadrats acdb, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments ſolche einfallen wird, findet ſich hier transverſim zwiſchen zwanzig und zwanzig, notirt dieſe 20. auf gedachter Baſi ab. Nehmt anietzo die Grundlinie ef des Regular-Vierecks efgh, und ſeht in welche Punkte der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſelbige einſchlagen wird, dieſes findet ſich transverſim auf fünf und fünf. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und marquirt dieſe 5. auf der nur gemeſſenen Linie ef. Faßt die Baſin ik des vollkommenen Quadrats ilmk, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments ſelbige transverſim einſchlagen wird, dieſes findet ſich auf ſechs und ſechs, marquirt dieſe Länge von 6. auf ik. Addirt anietzo die auf ef Tab. LXXXIV. Fig. 277.

befindliche 5. zu der auf ik ſtehenden 6. ſo iſt das Aggregat eilf, ſubtrahirt dieſe eilf von der auf ab ſtehenden 20. ſo iſt das Reſiduum neun. Führt nunmehro eine unbeſtimmte gerade Linie no, ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen die Punkte neun und neun, und determinirt mit dieſem Maaße die Länge der gezogenen neuen Baſis no. Errichtet auf ſolcher in n und o, zwey accurate Perpendikularen np und oq, macht ſelbige ſo lang als no, und ſchließt das geſuchte Reſiduum-Quadrat npqu durch die gerade Linie pq.

Die dreyhundert und neun und zwanzigſte Aufgabe.

Vom parallelogrammo rectangulo acdb, ein Fünftel, das iſt das Oblongum iklb zu ſubtrahiren, und das Reſiduum in einem dem Oblongo acdb, ähnlichen Rechteck eghf vorzuſtellen.

Auflöſung.

Tab. LXXXV. Fig. 278. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſolchen bis nach völlig aufgelößter Aufgabe ungeſtört liegen. Faßt anietzo die Grundlinie ab des großen Rechtecks acdb, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, und verſucht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſelbige transverſim einſtehen wird, findet ſich zwiſchen dreyßig, und

dreyßig.

dreyßig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und marquirt dieſe 30. auf der vermeſſenen Baſi ab. Nehmt anietzo die Seite ac eben dieſes gegebenen Oblongi acdb, und ſeht auf welche Punkte des unberührten Proportionalzirkels ſolche auf der Linie les plans transverſim einzuſtehen kommen wird; dieſes trifft in funfzehn und und einen halben ein, notirt dieſe 15½, gleichfalls auf ihre gehörige Linie ac. Meßt anietzo auch die Grundlinie ib des Rechtecks iklb, welches abgezogen werden ſoll, transverſim auf der Linie les plans des unverrückten Inſtruments, dieſe fällt in ſechs und ſechs ein, bezeichnet ib alſo mit 6. Sucht gleichfalls die Höhe bl dieſes Oblongi iklb, transverſim auf der Linie les plans des unberührt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, dieſe ſteht in drey und ein Sechstel ein, ſetzt dieſe $3\frac{1}{6}$. gleichfalls auf die Seite bl des Rechtecks iklb, auf. Vergleicht anietzo die auf ib ſtehende 6. mit der auf ab marquirten 30. und die auf lb befindliche $3\frac{1}{6}$. mit den auf ac notirten $15\frac{1}{2}$, das iſt, ſucht wie vielmal ib in ab, und lb in ac enthalten, und zwar alſo: Dividiret 6 in 30, ſo iſt der Exponent fünf. Dividirt auch $3\frac{1}{6}$. in $15\frac{1}{2}$, ſo iſt der Exponent fünf und zwey Sechstel, folglich verhält ſich das Oblongum iklb, zum parallelogrammo minuendo beynahe wie eins zu fünf. Zieht anietzo eine gerade Linie ef, ſubtrahirt die auf ib ſtehende 6. von der auf ab befindlichen 30, ſo iſt die Differenz vier und zwanzig; ſetzt

 den

den Zirkel transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, zwiſchen vier und zwanzig, und vier und zwanzig ein, und beſtimmt mit dieſem Maaße die Länge der Linie ef. Subtrahirt anietzo die auf lb notirten $3\frac{1}{8}$. von den auf ac marquirten $15\frac{1}{2}$, ſo iſt die Differenz zwölf und zwey Sechstel. Faßt dieſe zwölf und zwey Sechstel, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, errichtet auf ef in e und f zwey accurate Perpendikularen eg und fh, determinirt deren Höhe durch die zuletzt vom Proportionalzirkel abgenommenen zwölf und zwey Sechstel, und ſchließt letztlich das Oblongum-Reſiduum eghf, durch die mit ef parallel laufende gerade Linie gh, welches gleich vier Fünftel vom Oblongo rectangulo acdb ſeyn wird.

Die dreyhundert und dreyßigſte Aufgabe.

Vom gegebenen parallelogrammo rectangulo acdb, zwey Fünftel zu ſubtrahiren, und das Reſiduum in einem dem Rechteck acdb, ähnlichen Oblongo efgh vorzuſtellen.

Aufloͤſung.

Tab. LXXXV. Fig. 279. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſelbigen bis nach völlig aufgelöſter Aufgabe unverrückt liegen, zieht auch eine unbeſtimmte gerade Linie ef. Faßt anietzo die Grund-

Grundlinie ab des parallelogrammi rectanguli acdb, von welchen ſubtrahirt werden ſoll, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim eintreffen wird, dieſes findet ſich zwiſchen dreyßig, und dreyßig, marquirt dieſe 30. auf der Linie ab. Dividirt ſodann dieſe dreyßig mit fünf, weil drey Fünftel von der gegebenen Figur ſubtrahirt werden ſoll, ſo iſt der Quotient sechs, multiplicirt dieſe ſechs mit der Anzahl der Fünftel, welche man abziehen will, als hier mit drey, ſo iſt das Faktum achtzehn, faßt dieſe achtzehn transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und determinirt mit dieſem Maaße, die gezogene unbeſtimmte gerade Linie ef; errichtet auf ſelbiger in e und f die Perpendikularen eg und fh. Meßt anietzo auch die Seite ac des Oblongi acdb, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, dieſe ſteht auf zwölf, und zwölf auf. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und notirt dieſe zwölfe auf die vermeſſene Seite ac. Dividirt nunmehro auch dieſe zwölf, aus oben angeführter Urſache mit fünf, ſo iſt der Quotient zwey und zwey Fünftel. Multiplicirt anietzo, wie vorher geſchehen, dieſe zwey und zwey Fünftel mit drey, ſo iſt das Produkt ſieben und ein Fünftel; ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen ſieben und ein Fünftel, und beſtimmt mit dieſem Maaße

die

die Höhe der Perpendikel e g und f h. Zieht letztlich aus g nach h mit der Grundlinie e f die Parallele g h, ſo iſt das conſtruirte Oblongum rectangulum e g h f, gleich drey Fünftel vom gegebenen parallelogrammo rectangulo a c d b, und folglich das wahre verlangte Reſiduum.

Um aber auch die Größe des Rechtecks welches abgezogen worden, zu ſehen, und in einem Oblongo zu präſentiren, ſo dividirt die auf a b ſtehende 30 mit 5, ſo iſt der Quotient 6, multiplicirt dieſen Quotienten 6 mit 2, ſo iſt das Faktum 12. Faßt dieſe zwölf transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſelbige auf d c, aus d nach i. Dividirt auch die auf a c befindliche 12 mit 5, ſo iſt der Exponent $2\frac{2}{5}$, multiplicirt dieſe $2\frac{2}{5}$ mit 2, ſo bekommt ihr $4\frac{4}{5}$ zum Produkt. Nehmt dieſe Länge von $4\frac{4}{5}$, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und tragt dieſes Maaß auf d b, aus d nach k. Führt letztlich mit a b aus k, und mit c a aus i die Parallelen k l und i l, welche ſich in l ſchließen, und ein Oblongum i l k d formiren, ſo gleich iſt zwey Fünfteln vom parallelogrammo rectangulo a c d b, und zugleich die Größe der von dieſem Oblongo abgezogenen zwey Fünfteln zeigt. So folgt hieraus demnach ſchlüßlich, daß dieſes Rechteck i d k l, zuſammen genommen gleich ſeyn müſſe, dem gegebenen Oblongo a c d b.

Drittens.

Drittens. Circular-Figuren von einander zu ſubtrahiren.

Die dreyhundert und ein und dreyßigſte Aufgabe.

Vom gegebenen Zirkel a c b d, den fünften Theil zu ſubtrahiren, und das Reſiduum in einem Zirkel e f h g darzuſtellen.

Aufloͤſung.

Führt in dem gegebenen Zirkel a c b d durchs Centrum x, den Diameter a x b. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt den Halbmeſſer a x, und probirt auf welchen Punkten der Linie les plans des geoͤfneten Inſtruments ſolcher einfallen wird, dieſes findet ſich transverſim zwiſchen zwanzig, und zwanzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und marquirt dieſe 20 auf dem Semidiameter a x. Dividirt anietzo dieſe zwanzig mit fünf, weil ein Fünftel vom Zirkel a d b c ſubtrahirt werden ſoll, ſo iſt der Quotient vier, multiplicirt dieſe vier mit vier, weil zum Reſiduo vier Fünftel übrig bleiben müſſen, ſo iſt das Faktum ſechzehn. Zieht eine unbeſtimmte gerade Linie e f, ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen die Punkte ſechszehn, und ſechzehn, tragt dieſe gefundene ſechzehn auf die unbeſtimmte gerade Linie e f, aus e nach y, und aus y nach f, marquirt Tab. LXXXV. Fig. 280.

quirt e y mit 16. Centrirt y, ſpannt den Zirkel bis e, und ſchlagt den Zirkelkreys e h f g, welcher accurat vier Fünftel des Zirkels a c b d betragen, und alſo das wahre verlangte Reſiduum ſeyn wird.

Die dreyhundert und zwey und dreyßigſte Aufgabe.

Vom gegebenen halben Zirkel a c b, drey Fünftel zu ſubtrahiren, und den Reſt in einem halben Zirkel d e f vorzuſtellen.

Auflöſung.

Tab. LXXXV. Fig. 281. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und zieht eine unbeſtimmte gerade Linie d f. Faßt den Diameter a b des halben Zirkels a c b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments ſolche transverſim einfallen wird, findet ſich zwiſchen zwanzig, und zwanzig. Laßt den Proportionalzirkel ungeſtört liegen, notirt dieſe 20. auf den Durchmeſſer a b. Dividirt dieſe für a b gefundene zwanzig mit fünf, ſo beträgt der Exponent vier, multiplicirt dieſe vier mit zwey, ſo iſt das Produkt acht; ſeßt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen acht und acht, und determinirt mit dieſem Maaße die Länge der unbeſtimmten geraden Linie d f; marquirt auch dieſe acht auf g f. Halbirt d f in z, centrirt z, öfnet den Zirkel bis in d oder f, und führt damit den halben

halben Zirkelkreys d e f, ſo iſt ſolcher nicht allein gleich zwey Fünftel vom halben Zirkel a c b, ſondern auch das geſuchte wahre Reſiduum.

Anmerkung.

Will man Viertelzirkel von einander ſubtrahiren, ſo geſchieht ſolches ebenfalls durch den Semidiameter, transverſim auf der Linie les plans, und wird übrigens in allem verfahren, wie beym ganzen und halben Zirkel angezeigt worden.

Viertens. Ungleichſeitige geradlinichte Flächen zu ſubtrahiren.

Die dreyhundert und drey und dreyßigſte Aufgabe.

Vom gegebenen Trapezio a b c d, die Hälfte zu ſubtrahiren, und den Reſt in einem dem gegebenen Trapezio ähnlichen Trapezio vorzuſtellen.

Auflöſung.

Zieht erſtlich in dem gegebenen Trapezio a b c d, aus a nach c die Diagonale a c. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſelbigen in dieſer Oefnung bis nach völlig vollendeter Aufgabe liegen. Faßt anietzo die Länge der Linie a b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſelbige transverſim einfallen wird, findet ſich auf neun und ein halb; halbirt dieſe neun und ein halb, beträgt vier und drey Viertel, notirt

Tab. LXXXVI. Fig. 282.

notirt die $9\frac{1}{2}$ auf ab. Faßt nunmehro die vier und drey Viertel, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſes Maaß auf die Seite ab, aus a nach e, marquirt ae mit $4\frac{3}{4}$. Faßt die Länge der Grundlinie ad des Trapezii abcd, und verſucht auf welchen Punkten der Linie les plans dieſe transverſim einſtehen wird, dieſes iſt auf funfzig, und funfzig, marquirt ad mit 50; halbirt dieſe funfzig mit zwey, giebt fünf und zwanzig. Faßt dieſe fünf und zwanzig, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und ſetzt dieſe Diſtanz auf ad, aus a nach g, notirt dieſe 25 auf ag. Zieht anietzo aus e mit bc, und aus g mit dc die Parallelen ef und gf, welche ſich, wenn anders richtig gearbeitet worden, auf der Diagonale ac ſchneiden müſſen, und das dem Trapezio abcd ähnliche Trapezium aefg formiren, ſo an Quadratinhalt accurat halb ſo groß iſt, als das gegebene Trapezium abcd, und folglich das wahre verlangte Reſiduum giebt.

Oder aber auch auf andere geſchwindere Art: Zieht in das Trapezium abcd, von welchen die Hälfte ſubtrahirt werden ſoll, aus a nach c die Diagonale ac. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr. Faßt die Länge der Diagonale ac, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einſchlagen wird, iſt auf funfzig, und funfzig. Laßt das Inſtrument ungeſtört liegen, halbirt

halbirt die funfzig, giebt fünf und zwanzig, marquirt a c mit 50. Faßt anietzo dieſe fünf und zwanzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſes Maaß auf die Diagonale a c, aus a nach f, bezeichnet a f mit 25. Zieht letztlich aus f mit b c und c d die Parallelen e f und f g, bis an die Seiten a b und a d, ſo iſt das erhaltene Trapezium a e f g, gleichfalls nur halb ſo groß als das gegebene Trapezium a b c d, und folglich auch das wahre geſuchte Reſiduum.

Die dreyhundert und vier und dreyßigſte Aufgabe.

Von einem gegebenen Trapezoide a b c d, zwey Drittheile zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Führt erſtlich in das gegebene Trapezoides a b c d, aus a nach c die Diagonale a c. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſelbigen bis nach völlig vollendeter Auflöſung der Aufgabe liegen. Faßt anietzo die Länge der Diagonale a c, und probirt in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einfallen wird, dieſes findet ſich transverſim zwiſchen vierzig, und vierzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und notirt dieſe 40. auf a c. Drittheilt anietzo dieſe vierzig, kommt dreyzehn und ein Drittheil, für den dritten Theil von a c. Setzt den Zirkel transverſim auf die Linie Tab. LXXXVI. Fig. 283.

les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen dreyzehn und ein Drittheil, und tragt dieſes Maaß auf a c, aus a nach f, bezeichnet auch a f mit 13 und $\frac{1}{3}$. Faßt nunmehro a b, und verſucht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels dieſe eintreffen wird, ſo findet ſich ſolche transverſim, zwiſchen achtzehn und achtzehn. Laßt den Proportionalzirkel unverrückt liegen, und bezeichnet a b mit 18, drittheilt dieſe achtzehn, giebt ſechs. Faßt dieſe ſechs transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſe gefundene Länge auf a b, aus a nach e, marquirt auch a e mit 6. Faßt anietzo die Länge der Grundlinie a d, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments dieſe aufſtehen wird, findet ſich transverſim auf ſechzig, und ſechzig, drittheilt dieſe ſechzig, giebt zwanzig. Faßt dieſe gefundene zwanzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſolche auf a d, aus a nach g. Zieht letztlich die Scheidungslinien e f und f g, ſo iſt die ſechseckichte ungeſtallte geradlinichte Figur e b c d g f, welche vom Trapezoide a b c d ſubtrahirt worden, gleich zwey Drittheilen dieſes Trapezoidis, und folglich das übergebliebene kleine Trapezoides a e f g, gleich einem Drittheil a b c d, und alſo das wahre verlangte Reſiduum.

Anmer-

Anmerkung.

Auch bey dieſer Figur kann man, ſo wie in vorhergehender erſtlich ab und ad meſſen, und ſolche in e und g proportioniren, und die Parallelen ef und gf ziehen; oder aber auch nach der zweyten Art die Diagonale ac meſſen, und ſolche in f einrichten, und aus f mit cb und cd, die Parallelen fe und fg führen, ſo wird man gleichfalls die Aufgabe accurat auflöſen, und das wahre Reſiduum erhalten.

Die dreyhundert und fünf und dreyßigſte Aufgabe.

Von dem ungleichſeitigen geradlinichten Fünfeck abcde, den dritten Theil zu ſubtrahiren, und das Reſiduum in einem der gegebenen Figur ähnlichen Fünfeck afghi, darzuſtellen.

Auflöſung.

Zieht erſtlich in das gegebene ungleichſeitige Fünfeck abcde, aus dem Winkel a, in die demſelben gegenüber liegenden Winkel c und d, die blinden Diagonalen ac und ad. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſelbigen bis nach vollendeter Aufgabe unverrückt liegen. Faßt die Seite ab der gegebenen Figur abcde, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche eintreffen wird, dieſes findet ſich transverſim auf ſieben; notirt ab mit 7. theilt dieſe ſieben in drey gleiche Theile, kommt zwey und ein Drittheil, duplirt dieſe zwey und ein Drittheil, ſo iſt die Summe vier und zwey Drittheil, ſetzt den Zirkel trans-

Tab. LXXXVI. Fig. 284.

transverſim auf den unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkel, zwiſchen dieſe vier und zwey Drittheil, und tragt dieſe abgenommene Diſtanz auf ab, aus a nach f, bezeichnet af mit vier und $\frac{2}{3}$. Faßt die Diagonale ac, und verſucht in welchen Punkten des geöfneten unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments dieſe transverſim aufſtehen wird, ſolche findet ſich auf ſechzehn und einen halben, theilt dieſe ſechzehn und einen halben in drey gleiche Theile, ſo iſt der Quotient fünf und ein halber, duplirt dieſe fünf und einen halben, ſo iſt die Summe eilf. Marquirt ac mit $16\frac{1}{2}$. ſetzt den Zirkel ſodann transverſim auf die Linie les plans des unberührt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen eilf und eilf und tragt dieſe Diſtanz auf ac, aus a nach g; marquirt ag mit 11, und zieht aus f nach g, die Theilungslinie fg. Faßt die Länge der Diagonale ad, und probirt in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſolche einfallen wird, dieſes findet ſich transverſim auf dreyßig und einen halben, notirt dieſe $30\frac{1}{2}$ auf ad, drittheilt dieſe dreyßig und einen halben, ſo iſt der Quotient zehn und ein Sechstheil; duplirt dieſe zehn und ein Sechstheil, kommt für die Summe zwanzig und zwey Sechstheil; ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen zwanzig und zwey Sechstheil, und tragt dieſes Maaß auf die Diagonale ad, aus a nach h, marquirt auf

ab, $20\frac{2}{6}$. und zieht aus g nach h die gerade Linie gh. Faßt letztlich ae, als die Grundlinie der ganzen Figur abcde, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels ſolche transverſim einzuſtehen kommen wird, ſelbige findet ſich zwiſchen ſechs und zwanzig und ein halb; notirt dieſe $26\frac{1}{2}$ auf ae, dividirt dieſe ſechs und zwanzig und drey Sechstheil mit drey, ſo kommt acht, und vier Sechstheil für den Quotienten, duplirt ſolchen, ſo iſt das Faktum ſiebenzehn und zwey Sechstheil. Nehmt dieſe ſiebenzehn und zwey Sechstheil transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und tragt dieſes Maaß auf die Baſin ae, aus a nach i; marquirt ai mit ſiebenzehn und zwey Sechstheil, und zieht aus h nach i die Theilungslinie hi, ſo iſt die Irregular-Figur bcdeihgf, gleich dem verlangten Drittheil der ganzen Figur abcde, und alſo der wahre Theil, welcher ſubtrahirt werden ſollte, und folglich iſt das übrig gebliebene Reſiduum afghi, gleich zwey Drittheilen der gegebenen Figur abcde.

Anmerkung.

Wer geſchwinder verfahren will, darf auch nur nach vorhergehender Anweiſung die Seiten ab und ae, auf der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels meſſen, und zwey Drittheile davon aus a nach f und i tragen, fg und ih, aber parallel mit bc und ed ziehen, und das Reſiduum durch die Linie gh ſchließen.

Oder aber auch: Darf man zweytens, nur die Diagonalen a c und a d auf dem Inſtrument nach obiger Anweiſung meſſen, und zwey Drittheile davon aus a nach g und h tragen, und alsdenn ſowohl die gerade Linie g h, als auch aus g und h, mit c b und d e die Parallelen g f und h i ziehen, ſo wird das begehrte Reſiduum gleichfalls heraus kommen; nur muß man die Punkte richtig und accurat vom Proportionalzirkel transverſim abnehmen, und überhaupt genau arbeiten.

Die dreyhundert und ſechs und dreyßigſte Aufgabe.

Von einer gegebenen fünfeckichten Figur a b c d e, mit eingehenden Winkel a, die Hälfte zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Tab. LXXXVI. Fig. 285. Zieht aus dem eingehenden Winkel a, der gegebenen geradlinichten Figur in die demſelben gegen über liegende Winkel c und d die blinden Diagonalen a c und a d. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſelbigen bis nach völlig vollendeter Auflöſung der Aufgabe unverrückt liegen. Faßt a e, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einſchlagen wird, findet ſich auf fünf und ein Sechstheil, notirt dieſe $5\frac{1}{6}$ auf a e. Halbirt dieſe fünf und ein Sechstheil, giebt zwey und ſieben Zwölftheil für den Quotienten. Setzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des geöfneten und unverrückt

verrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen die Punkte zwey und ſieben Zwölftheil, und tragt dieſe Diſtanz auf ae, aus a nach f; marquirt af mit $2\frac{7}{12}$. Zieht aus f mit der Baſi ed die Parallele fi. Faßt anietzo die Seite ab, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels ſelbige transverſim einſtehen wird, iſt juſt zwiſchen zehn und zehn; marquirt ab mit 10, theilt dieſe zehn in zwey gleiche Theile, giebt fünf, nehmt die Diſtanz zwiſchen fünf und fünf transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt ſolche auf ab, aus a nach g, bezeichnet ag mit 5. und führt aus g mit der Seite cb, bis an die Diagonale ac, die Parallele gh. Schließt letztlich das geſuchte Reſiduum durch die gerade Linie hi, welche (wenn anders accurat gearbeitet worden); gleichfalls mit der Seite cd parallel ſeyn muß. Und ſo iſt die gefundene Figur aghif, als das verlangte Reſiduum accurat gleich, der um ſelbiges parallel laufenden geradlinichten Figur aghifedcb, weil von der gegebenen Figur aedcb, die Hälfte hat abgezogen werden ſollen.

Oder aber auf andere Art. Zieht erſtlich in die zu ſubtrahiren gegebene Figur abcde, aus dem eingehenden Winkel a in die gegenüber liegenden Winkel c und d, die blinden Diagonalen ac und ad. Oeſnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſelbigen bis nach völlig aufgelößter

lößter Aufgabe unverrückt liegen. Faßt die Länge der Diagonale a c, und verſucht zwiſchen welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes iſt zwiſchen neun, und neun; marquirt a c mit 9, halbirt dieſe neun, ſo iſt der Quotient vier und ein halb. Nehmt dieſe vier und ein halb transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt dieſe gefundene Länge auf die Diagonale a c, aus a nach h, marquirt a h mit $4\frac{1}{2}$. Faßt nunmehro die Diagonale a d, ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels ſolche transverſim einfallen wird, dieſes findet ſich zwiſchen fünf und zwey Drittheil, halbirt dieſe fünf und zwey Drittheil, giebt zwey und fünf Sechstheil zum Quotienten; marquirt a d mit $5\frac{2}{3}$. und ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen zwey und fünf Sechstheil, und tragt dieſe gefundene Länge auf die Diagonale a d, aus a nach i, bezeichnet a i mit $2\frac{5}{6}$. und zieht aus h nach i die gerade Linie h i, führt auch aus h mit der Seite c b die Parallele h d, bis an die Seite a b. Reißt letztlich auch aus i mit der Seite d e die Parallele i f, bis an die Seite a e, ſo iſt gleichfalls die ungleichſeitige geradlinichte Figur a f i h g, das begehrte Reſiduum, und alſo gleich, der abgezogenen achteckichten, ungleichſeitigen, geradlinichten Fläche f e d c b g h i.

Anmer-

Anmerkung.

Will der lehrbegierige fleißige Leſer noch accurater arbeiten, ſo darf er nur alle vier Linien, als a b, a c, a d und a e, auf dem Proportionalzirkel nach Anweiſung transverſim meſſen, gehörig berechnen, und nach der gefundenen Verjüngung wieder vom Inſtrument transverſim abnehmen, auftragen, und die neuen Punkte durch gerade Linien zuſammen ziehen, ſo wird er gleichfalls das verlangte Reſiduum erhalten, es iſt aber doppelte Arbeit.

Fünftens. Gleichſeitige, geradlinichte, reguläre Vielecke von einander zu ſubtrahiren.

Die dreyhundert und ſieben und dreyßigſte Aufgabe.

Von einem gegebenen gleichſeitigen regulären Fünfeck a b c d e, den dritten Theil zu ſubtrahiren, und das Reſiduum e f g h i, in einem gleichfalls regulären Fünfeck darzuſtellen.

Auflöſung.

Führt erſtlich aus dem Centro y, der gegebenen fünfeckichten Regular-Figur a b c d e, in die Winkel a und e, die blinden geraden Linien y a und y e, zieht auch eine unbeſtimmte gerade Linie e i. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Seite a e, der Regular-Figur a b c d e, und verſucht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einfallen wird, dieſes findet ſich Tab. LXXXVII. Fig. 286.

zwiſchen dreyßig, und dreyßig; marquirt ae mit 30. theilt dieſe dreyßig in drey gleiche Theile, ſo iſt der Quotient zehn, duplirt dieſe zehn, giebt zwanzig. Setzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen zwanzig, und zwanzig, und determinirt die gezogene gerade Linie ei, mit dieſem Maaße von zwanzig, bezeichnet ſelbige auch mit 20. Faßt anietzo den Radium ya, und ſeht in welche Punkte der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſolcher transverſim eintreffen wird, findet ſich auf zwey und zwanzig; marquirt ay mit 22, drittheilt dieſe zwey und zwanzig, ſo iſt der Exponent ſieben und ein Drittheil, duplirt dieſe ſieben und ein Drittheil, macht vierzehn und zwey Drittheil. Setzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen die Punkte vierzehn und zwey Drittheil, und conſtruirt mit dieſem Maaße auf ei, das Triangulum aequicrurum ezi, zieht ze und zi, marquirt ze mit dieſen 14 und $\frac{2}{3}$. Centrirt z, öfnet den Zirkel bis e, und führt aus e den blinden Zirkelbogen efghi; halbirt dieſen gezogenen Zirkelbogen efghi in g, halbirt auch die Bogen eg und ig, in f und h, zieht die Chorden ef, fg, ih und hg, ſo iſt das dadurch entſtandene gleichſeitige Fünfeck efghi, gleich zwey Drittheilen des gegebenen Regular-Fünfecks abcde, und alſo das wahre verlangte Reſiduum.

Die dreyhundert und acht und dreyßigſte Aufgabe.

Von einem gegebenen geradlinichten gleichſeitigen regulären Siebeneck abcdefg, die Hälfte zu ſubtrahiren, und das Reſiduum gleichfalls in einem regulären Siebeneck himoknl darzuſtellen.

Auflöſung.

Führt erſtlich aus den auf der Grundlinie ag, des Regular-Siebenecks abcdefg, ſtehenden Winkeln a und g, in alle gegenüber liegende Winkel, die Diagonalen ac, ad, ae, af; ingleichen auch ge, gd, gc und gb, ſo iſt af gleich gb; ae ſo lang als gc; ad gleich gd, und ac ſo groß als ge, weil das Siebeneck eine accurate Regular-Figur von gleichen Seiten und Winkeln iſt; derohalben darf man nur ad, ae, af und ge meſſen, ſo hat man zu gleich die Länge für gd, gc, gb und ac gefunden. Oefnet anietzo den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſolchen bis nach völlig geendigter Aufgabe und gefundenen Reſiduo unverrückt liegen. Faßt ad, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einſtehen wird, findet ſich auf vier und ſechzig; marquirt alſo ad mit 64. und weil die Figur abcdefg, ein reguläres Siebeneck iſt, ſo iſt das Dreyeck dae, ein gleichſchenklichtes Dreyeck; alſo iſt die Diagonale ae, gleich der Linie ad, bezeichnet ae auch mit 64. Faßt af, und Tab. LXXXVII. Fig. 287.

und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, ſolche transverſim einſchlagen wird, dieſes iſt zwiſchen ein und vierzig; marquirt a f mit 41. weil a e mit g f in accurater paralleler Richtung und die Figur a b c d e f g, als ein regulåres Vieleck auch gleichwinklicht iſt, ſo iſt folglich auch die Chorde g e, gleich der a f, mithin bezeichnet g e auch mit 41. Faßt letztlich die Seite a g, und probirt in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſolche transverſim eintreffen wird, dieſes iſt zwiſchen dreyzehn und dreyzehn, notirt dieſe 13. auf a g, und laßt den Proportionalzirkel immer noch unverrückt liegen. Zieht nunmehro eine unbeſtimmte gerade Linie h i, halbirt die auf a g ſtehende 13, iſt ſechs und ein halb. Setzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des ungeſtört liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen die Punkte ſechs und ein halb, und determinirt mit dieſem Maaße die h i. Halbirt anietzo die auf a d ſtehende 64. iſt zwey und dreyßig; nehmt dieſe zwey und dreyßig transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments ab, und conſtruirt damit auf h i das Triangulum aequicrurum h k i, nummerirt h k mit 32. Halbirt nunmehro die auf g e ſtehende 41. iſt zwanzig und ein halb, nehmt dieſe zwanzig und ein halb transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Proportionalzirkels ab,

und conſtruirt damit nebſt den vorigen zwey und dreyßig auf h i, die gleichen und ähnlichen Triangel h o i und i n h, wie die Figur zeigt. Conſtruirt letztlich nochmals mit dieſen zwanzig und ein halb, und mit der Länge der Linie h i, das iſt mit ſechs und ein Halben auf h i, die gleichen, und ähnlichen Dreyecke h m i und i h l, wie die Figur zeigt, weil a f gleich g b, und g f gleich a b iſt, bezeichnet h m mit 20½. Zieht letztlich aus l nach n, aus n nach k, aus k nach o und aus o nach m, die geraden Linien l n, n k, k o und o m, ſo iſt die dadurch entſtandene geradlinichte ſiebeneckichte Figur nicht allein ein reguläres Siebeneck, ſondern auch juſt halb ſo groß als das gegebene heptagonum regulare a b c d e f g, und folglich das wahre verlangte Reſiduum.

Die dreyhundert und neun und dreyßigſte Aufgabe.

Auf andere Art von einem gegebenen geradlinichten gleichſeitigen regulären Sechseck a b c d e f, zwey Drittheil alſo zu ſubtrahiren, daß das Reſiduum gleichfalls ein reguläres Sechseck wie a g i l k h ſey.

Auflöſung.

Zieht aus dem Winkel a der Grundlinie a f, in die demſelben gegenüber liegenden Winkel c, d, e, die blinden Diagonalen a c, a d, a e. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die

Tab. LXXXVII. Fig. 288.

die Diagonale ad, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes findet ſich zwiſchen ſechs und ſechzig, und ſechs und ſechzig, marquirt ad daher mit ſechs und ſechzig. Meßt anietzo auch die Diagonale ac oder ae, transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, ſo ſteht ſolche zwiſchen ein und funfzig, und ein und funfzig auf; notirt alſo ac und ae mit ein und funfzig. Faßt letztlich die Baſin af, oder die Seite ab, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ſelbige einſchlagen wird, dieſes iſt transverſim zwiſchen ſiebenzehn, und ſiebenzehn; bezeichnet ab und af mit ſiebenzehn, und laßt den Proportionalzirkel unverrückt liegen. Theilt anietzo die auf der Diagonale ad ſtehende 66. in drey gleiche Theile, ſo iſt der Quotient zwey und zwanzig; faßt dieſe zwey und zwanzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſes Maaß auf die Diagonale ad, aus a nach l, notirt dieſe 22. auf al. Dividirt die auf ac und ae ſtehende 51 mit drey, ſo iſt der Exponent 17. Setzt den Zirkel transverſim, zwiſchen ſiebenzehn, und ſiebenzehn, auf die Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkels, und ſetzt dieſe gefundene Länge auf die Diagonalen ac und ae, aus a nach i und k, und bezeichnet ai und ak mit 17. Theilt auch die

auf

auf ab und af angeſetzte ſiebenzehn, in drey gleiche Theile, ſo iſt der dritte Theil fünf und zwey Drittheil. Nehmt dieſe fünf und zwey Drittheil gleichfalls transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt dieſes Maaß auf ab und af, aus a nach g und h, bezeichnet ag und ah mit $5\frac{2}{3}$. Zieht letzlich die Punkte g, i, l, k, h, durch die gerade Linien gi, il, lk und kh, zuſammen, ſo iſt das dadurch entſtandene Sechseck agilkh, gleich einem Drittheil der gegebenen Figur abcdef, und folglich das verlangte Reſiduum des gegebenen Siebenecks.

Anmerkung.

Man darf auch nur, ſobald als man auf die Diagonale ad das begehrte Maaß, aus a nach l aufgetragen, mit dc und de, aus l die Parallelen li und lk, bis an die Diagonalen ac und ae aufreißen, und ſodann aus i und k mit cb und ef, bis an die Seiten ab und af die Parallelen ig und kh ziehen, ſo wird man gleichfalls das verlangte Reſiduum in dem Sechseck gilkha, erhalten.

Vierter

Vierter Abſchnitt.

Von der geometriſchen Diviſion der gegebenen Figuren.

Erſtens. Triangula, oder Dreyecke zu dividiren.

Die dreyhundert und vierzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen ſpitzwinklichten Triangel a c b, durch Hülfe der Linie les parties egales, in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. LXXXVIII. Fig. 289. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, faßt die Grundlinie ab, des gegebenen Dreyecks a c b, ſtellt ſolche transverſim auf die Linie les parties egales in eine Zahl, welche ſich genau mit drey dividiren läßt: als z. E. zwiſchen neunzig, und neunzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und nehmt von der Linie les parties egales, das Maaß zwiſchen dreyßig, und dreyßig, als den dritten Theil von neunzig transverſim ab, und ſetzt ſelbiges auf a b, aus a nach d, und aus b nach c. Zieht aus d und e, nach dem Scheitelwinkel c, die Theilungslinien d c und e c, ſo iſt das gegebene Dreyeck a c b, in drey gleiche Theile a c d, d c e und e c b getheilt; denn a d iſt gleich d c und e b. S. hiervon

von den dritten Zuſatz des drey und ſiebenzigſten Lehrſatzes meines zweyten Bandes, pag. 147.

Die dreyhundert und ein und vierzigſte Aufgabe.

Auf andere Art, ein gegebenes Triangulum ſcalenum a b c, durch Hülfe der Linie les parties egales in drey gleiche Theile alſo zu theilen, das ſolche geſchickter ausfallen.

Aufloͤſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Seite a b des Dreyecks a b c, und ſtellt ſolche transverſim auf die Linie les parties egales, in eine Zahl welche ſich genau mit drey dividiren laͤßt: als z. E. in neun und neunzig. Faßt die Diſtanz von drey und dreyßig, als den dritten Theil von neun und neunzig, transverſim von der Linie les parties egales des unverruͤckt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſelbige auf a b, aus b nach d; zieht aus d nach c die erſte Theilungslinie d c, ſo iſt das vom Triangel a b c abgeſchnitte Dreyeck d b c, gleich einem Drittel des gegebenen Triangels a c b. Faßt anietzo die Grundlinie a c, des annoch in zwey gleiche Theile zu theilenden Dreyecks a d c, und ſeht zwiſchen welchen Punkten der Linie les parties egales dieſe transverſim auf dem unverruͤckt liegen gebliebenen Proportionalzirkel einfallen wird, ſolches findet ſich zwiſchen achtzig, und achtzig. Laßt das Inſtrument unverruͤckt liegen, Tab. LXXXVIII. Fig. 290.

und ſetzt den Zirkel transverſim zwiſchen vierzig, und vierzig, als die Hälfte von achtzig auf eben dieſe Linie les parties egales, und tragt dieſes Maaß auf ac, aus a nach e. Zieht aus e nach d die zweyte Diviſionslinie ed, ſo iſt das Dreyeck aed, gleich dem Trilatero edc, und alſo das gegebene Triangulum abc, in drey gleiche Triangel ade, edc und dcb getheilet, oder mit drey dividirt worden.

Die dreyhundert und zwey und vierzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Dreyeck acb, durch Hülfe der Linie les plans, alſo in zwey gleiche Theile zu theilen, daß die Theilungslinie de mit der Grundlinie ab, gleichlaufend ſey.

Aufloͤſung.

Tab. LXXXVIII. Fig. 291. Oefnet den Proportionalzirkel, faßt die Seite ac des Dreyecks acb, und richtet das Inſtrument alſo ein, daß ihr die abgenommene Linie ac, transverſim auf der Linie les plans in eine ſolche Zahl einſetzen koͤnnt, welche ſich leicht halbiren laͤßt: als z. E. hier zwiſchen funfzig, und funfzig. Laßt den Proportionalzirkel ungeſtoͤrt liegen, und ſetzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans, zwiſchen fuͤnf und zwanzig, und fuͤnf und zwanzig, als die Hälfte von funfzig, ſetzt dieſe gefundene fuͤnf und zwanzig auf ca, aus c nach d. Faßt anietzo die Seite cb dieſes Trigoni acb, und richtet das Inſtrument durch

etwas

etwas zuſammen drücken oder mehr eröfnen alſo ein, daß ihr dieſe Länge wiederum auf der Linie les plans, zwiſchen funfzig, und funfzig einſetzen könnt; nehmt ſodann vom unverrückten Inſtrument gleichfalls transverſim die Diſtanz zwiſchen fünf und zwanzig, und fünf und zwanzig, als der Hälfte von funfzig ab, und tragt ſolche auf cb, aus c nach e. Zieht aus d nach e die Theilungslinie de, welche nicht allein mit der Baſi ab parallel ſeyn wird, ſondern auch das Triangulum acb, in zwey gleich große Theile dce und adeb theilet.

Die dreyhundert und drey und vierzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Dreyeck abc, auf der Linie les plans alſo in drey gleiche Theile zu theilen, daß die Theilungslinien df und eg mit der Baſi ac, in paralleler Richtung laufen.

Auflöſung.

Faßt die Seite bc, des zu dividiren gegebenen Dreyecks abc. Oefnet den Proportionalzirkel, und richtet ſelbigen alſo ein, daß ihr die Länge der Seite bc, transverſim auf der Linie les plans in eine ſolche Zahl einſetzen könnt, welche ſich accurat mit drey aufheben läßt, als z. E. in ſechs und dreyßig, und ſechs und dreyßig. Laßt das Inſtrument unverrückt bis nach völlig aufgelößter Aufgabe liegen; ſetzt anietzo den Zirkel transverſim auf die Linie les plans, zwiſchen Tab. LXXXVIII. Fig. 292.

die Punkte zwölf und zwölf, als den dritten Theil von ſechs und dreyßig, und tragt dieſes Maaß auf bc, aus b nach f. Setzt nunmehro den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen vier und zwanzig, und vier und zwanzig, als zwey Drittheil von ſechs und dreyßig, und tragt dieſe Länge auf bc, aus b nach g. Nehmt die Seite ab des Dreyecks abc, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückten Proportionalzirkels ſolche transverſim einfallen wird, findet ſich zwiſchen achtzehn, und achtzehn. Setzt den Zirkel transverſim auf die Linie les plans, zwiſchen die Punkte ſechs und ſechs, als den dritten Theil von achtzehn, und tragt dieſe Länge auf ba, aus b nach d. Faßt letztlich auch die Diſtanz zwiſchen zwölf und zwölf, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſelbige auf ba, aus b nach e. Zieht endlich mit der Grundlinie ac, aus d nach f, und aus e nach g die parallelen Scheidelinien df und eg, ſo iſt das Dreyeck abc, nach Begehren in drey gleich große Theile aegc, edfg und dbfg getheilt.

Anmerkung.

In dieſen beyden letztern Aufgaben habe ich dem lehrbegierigen, und geneigten Leſer mit Fleiß gezeigt, daß man in gewiſſen Fällen, das Inſtrument verändern, oder auch unverrückt liegen laſſen kann, und die Aufgabe dennoch richtig aufgelößt wird: Als in der 331ten Aufgabe habe ich die Seite cb, nach der Seite ac, auf dem

dem Proportionalzirkel verrückt, ſo daß ich beyde Linien transverſim, zwiſchen funfzig, und funfzig habe ſtellen können. In der 332ten Aufgabe aber habe ich das Inſtrument unverrückt liegen laſſen, da denn a b zwiſchen achtzehn, und b c zwiſchen ſechs und dreyßig eingeſtanden, und beyde Figuren richtig getheilt worden ſind. Alſo dient dem fleißigen Leſer zur Nachricht, daß bey der Diviſion dieſer Figuren die Hauptſache iſt, die Hauptlinien der Dreyecke in ſolche Punkte einzuſetzen, welche ſich genau mit der Anzahl der Theile, in welche die Figur getheilt werden ſoll, aufheben laſſen.

Die dreyhundert und vier und vierzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Triangulum ſcalenum a b c, mit drey alſo zu dividiren, daß die Größe des Quotienten, in einem dem Dividendo ähnlichen Dreyeck d f e, vorgeſtellt werde.

Auflöſung.

Zieht fürs erſte eine unbeſtimmte gerade Linie d e. Oefnetden Proportionalzirkel nach Willkühr. Faßt die Grundlinie a c, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſelbige transverſim einſtehen wird, findet ſich auf zwey und vierzig, marquirt dieſe 42. unter der Baſi a c. Faßt die Seite a b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des unverrückten Proportionalzirkels ſolche transverſim auftreffen wird, iſt auf eilf und einen Halben, notirt die $11\frac{1}{2}$ auf a b. Meßt auch die Seite b c transverſim auf der Linie les plans des ungeſtörten Inſtruments, ſolche findet (Tab. LXXXVIII. Fig. 293.)

ſich auf acht und dreyßig. Laßt das Inſtrument immer noch unverrückt bis nach geendigter Aufgabe liegen, und bezeichnet bc mit 38. Theilt nunmehro die unter der Grundlinie ac marquirten 42 in drey gleiche Theile, ſo iſt der Quotient vierzehn; nehmt dieſe vierzehn transverſim von der Linie les plans des unberührten Inſtruments ab, und determinirt dadurch die Länge der gezogenen unbeſtimmten geraden Linie de. Drittheilt auch die auf ab ſtehende 11 und $\frac{1}{2}$, ſo iſt der Exponent drey und fünf Sechstheil; dividirt die auf cb bezeichnete 38 mit drey, ſo iſt der dritte Theil zwölf und zwey Drittel. Nehmt anietzo von der Linie les plans transverſim, ſowohl die gefundene drey und fünf Sechstheile, als auch die erhaltene zwölf und zwey Drittheile mit dem Zirkel ab, und conſtruirt mit dieſem Maaße auf de das Triangulum dfe, und marquirt die Linien de, df und fe mit 14. $3\frac{5}{6}$ und $12\frac{2}{3}$. wie die Figur zeigt, ſo iſt dieſes Dreyeck dfe, gleich einem Drittel des gegebenen Dividendi abc, und ſelbigen auch nach Begehren an Linien und Winkeln ähnlich.

Oder aber auf andere Art. Fällt aus dem Vertice b des Trigoni abc, auf deſſen Grundlinie ac den Perpendikel bg. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſelbigen unverrückt bis nach völlig vollendeter Aufgabe liegen. Meßt anietzo die drey Linien, als ag, gc und gb, transverſim auf der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels, ſo findet ſich

ag

a g zwiſchen vier, und vier, g c zwiſchen zwanzig, und g b zwiſchen ſieben und einen Halben, und ſieben und einen Halben; marquirt a g mit 4, g c mit 20 und g b mit $7\frac{1}{2}$, ſo wie die Figur zeigt. Führt nunmehro eine unbeſtimmte gerade Linie, erwählt euch auf ſolcher einen willkührlichen Punkt h. Errichtet aus dieſem Punkt h den unbeſtimmten Perpendikel h f. Drittheilt die in dem Dividendo a b c, auf dem Perpendikel g b ſtehenden $7\frac{1}{2}$, iſt $2\frac{1}{2}$; faßt dieſe transverſim von der Linie les plans des unverrückten Inſtruments, und tragt dieſe gefundene Länge aus dem Punkt h, auf den unbeſtimmten Perpendikel h f, und marquirt h f mit $2\frac{1}{2}$. Drittheilt die auf a g notirten 4; der Quotient iſt $1\frac{1}{3}$; nehmt dieſe Zahl transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt dieſe gefundene Länge auf die gezogene unbeſtimmte gerade Linie aus h nach d, und bezeichnet h d mit $1\frac{1}{3}$. Drittheilt auch die auf g c ſtehende 20. iſt $6\frac{2}{3}$; nehmt letztlich dieſe $6\frac{2}{3}$. transverſim von der Linie les plans des unberührten Proportionalzirkels ab, und ſetzt ſelbige gleichfalls auf die unbeſtimmte gerade Linie aus h nach e, marquirt h e mit $6\frac{2}{3}$. Zieht zum Beſchluß aus d und e nach f die geraden Linien d f und e f, ſo iſt das dadurch entſtandene Trigonum d f e, gleichfalls der verlangte und dem Dividendo ähnliche Quotient, und folglich auch gleich einem Drittheil des gegebenen Triangels a b c.

Die dreyhundert und fünf und vierzigſte Aufgabe.

Durch Hülfe der Linien les plans und les parties egales das gegebene Triangulum ſcalenum abc, in drey gleiche Theile aed, ebfg und dgfc zu dividiren.

Aufloͤſung.

Tab. LXXXIX. Fig. 294.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, faßt die Grundlinie ac des zu dividiren gegebenen Dreyecks abc, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geoͤfneten Proportionalzirkels ſeibige einſtehen wird, findet ſich transverſim zwiſchen ſechzig, und ſechzig, theilt dieſe ſechzig in drey gleiche Theile, ſo iſt zwanzig der Quotient, ſetzt demnach den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unverruͤckt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen die Punkte zwanzig, und zwanzig, und tragt dieſe Laͤnge auf die Baſin ac, aus a nach d. Faßt die Seite ab, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des annoch unverruͤckt liegen gebliebenen Inſtrumnets, dieſe eintreffen wird, findet ſich transverſim, zwiſchen zwoͤlf, und zwoͤlf. Laßt den Proportionalzirkel unverruͤckt liegen, drittheilt dieſe zwoͤlf, ſo iſt vier der Quotient; ſetzt demnach den Zirkel transverſim, zwiſchen die Punkte vier und vier, auf die Linie les plans des unberuͤhrt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſe Diſtanz auf die Seite ab, aus a

nach

nach e. Zieht aus e nach d die Scheidungslinie ed, ſo iſt das Trigonum ade, gleich einem Drittheil des Trigoni abc.

Faßt anietzo die Seite bc, und verſucht in welchen Punkten der Linie les parties egales ſolche transverſim einſtehen wird, findet ſich auf hundert acht und dreyßig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, halbirt dieſe hundert acht und dreyßig, ſo iſt der Quotient neun und ſechzig. Faßt alſo dieſe neun und ſechzig transverſim von der Linie les parties egales des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſes Maaß auf bc, aus b nach f. Faßt die Theilungslinie ed, und ſeht in welchen Punkten der Linie les parties egales dieſe aufpaſſen wird, iſt auf neun und ſiebenzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, halbirt die neun und ſiebenzig, ſo iſt die Hälfte neun und dreyßig und ein Halbes. Nehmt dieſe neun und dreyßig und ein Halbes transverſim von der Linie les parties egales ab, und tragt ſolche auf ed, aus e nach g. Zieht die gefundenen Punkte gf durch eine gerade Linie zuſammen, ſo iſt das Trapezium ebgf, gleich dem Trapezoidi gfcd, und folglich das gegebene Dreyeck abc, nach Begehren in drey gleiche Theile getheilt.

Die dreyhundert und ſechs und vierzigſte Aufgabe.

Das gegebene Triangulum ſcalenum acb, durch Hülfe der Linie les parties egales auf

andere Art, nämlich directe in vier gleich große, dem Trigono acb, ähnliche Triangel aed, ecf, efd und dfb, zu zertheilen.

Auflöſung.

Tab. LXXXIX. Fig. 295. Faßt die Grundlinie ab, des zu dividiren gegebenen Trigoni acb, und ſeht in welchen Punkten der Linie les parties egales des ungeöfneten Inſtruments ſolche directe, das iſt der Länge nach zutreffen wird, dieſes findet ſich auf ſechs und achtzig. Nehmt die Hälfte von ſechs und achtzig von eben dieſer Linie les parties egales directe mit dem Zirkel ab, und ſetzt dieſe Länge auf ab, aus a nach d. Faßt anietzo die Seite ac, und meßt ſelbige gleichfalls directe auf der Linie les parties egales, ſolche ſteht in acht und vierzig auf. Nehmt die Hälfte von acht und vierzig, nämlich vier und zwanzig, gleichfalls directe von dieſer Linie les parties egales ab, und tragt dieſes Maaß auf ac, aus a nach e. Faßt letztlich auch die Seite cb, und verſucht in welchem Punkt der Linie les parties egales ſolche directe einfallen wird, ſie reicht bis auf ein und ſechzig. Nehmt die Hälfte von ein und ſechzig, nämlich dreyßig und ein Halbes, wiederum directe von der Linie les parties egales, und ſetzt dieſes Maaß auf cb, aus c nach f. Zieht letztlich aus d nach e, aus d nach f und aus e nach f die geraden Diviſionslinien ed, df und ef, ſo iſt das vorgegebene Dreyeck in vier accurat gleiche und ähnliche Trigona zertheilt.

Anmer-

Anmerkung.

Aus dieſer letztern Aufgabe erhellt alſo klar, daß man Figuren ſowohl directe, als auch transverſim durch die Linie les parties egales in verſchiedene gleiche Theile, zertheilen kann, jedoch geht es directe nur in ſo weit an, wenn nämlich die Seiten der zu theilen gegebenen Figur nicht länger ſind, als die auf dem Proportionalzirkel befindliche würklich eingeſtochene Linie les parties egales, welche ſonſt auch Linea arithmetica genennt wird.

Zweytens. Rechtwinklichte Vierecke zu dividiren.

Die dreyhundert und ſieben und vierzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a b d c, durch Hülfe der Linie les parties egales directe genommen, in drey gleich große parallelogramma rectangula a b f e, e f h g und g h d c, zu dividiren.

Auflöſung.

Faßt die Länge der Seite a c des rechtwinklichten geradlinichten gleichſeitigen Vierecks a b d c, und verſucht in welchen Punkt vom Centro des Inſtruments angenommen, ſolche auf der Linie les parties egales directe eintreffen wird, dieſes findet ſich auf ein und dreyßig. Dividirt ein und dreyßig mit drey, ſo kommt zehn und ein Drittheil für den begehrten Quotienten. Faßt alſo von der Linie les parties egales directe die Länge von zehn und einem Drittheil, und ſetzt dieſes

Tab. LXXXIX. Fig. 296.

dieſes Maaß auf a c, aus a nach e, und aus e nach g; desgleichen auch auf b d, aus b nach f, und aus f nach h. Zieht aus e nach f, und aus g nach h die geraden Linien e f und g h, ſo iſt das Quadratum perfectum a b d c, in drey gleich große Oblonga a b f e, e f h g, g h d c, dividirt worden.

Die dreyhundert und acht und vierzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a c d b, durch Hülfe der Linie les parties egales, und zwar transverſim auf andere Art, in drey gleich große Quadrangula a b f e, e g h c und f g h d, zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. LXXXIX. Fig. 297.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und laßt ſelbigen bis nach völlig vollendeter Aufgabe ungeſtört liegen. Faßt die Grundlinie a c, des zu dividiren gegebenen Quadrats a b d c, und ſeht in welchen Punkten der Linie les parties egales ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes findet ſich zwiſchen ſechzig, und ſechzig; theilt dieſe ſechzig in drey gleiche Theile, ſo kommt zwanzig für den Quotienten. Nehmt demnach die Diſtanz zwiſchen zwanzig, und zwanzig, transverſim von der Linie les parties egales ab, und ſetzt dieſes Maaß auf a c, aus a nach e, und auf b d, aus b nach f. Zieht die Theilungslinie e f, ſo iſt das abgeſchnittene Rechteck a b f e, gleich einem

Drit-

Drittel des Quadrats a b d c. Da nun die zu theilende Figur a b d c ein Quadratum perfectum iſt, ſo folgt alſo auch, daß a c gleich c d. Setzt alſo den Zirkel transverſim auf die Linie les parties egales, zwiſchen dreyßig, und dreyßig, als die Hälfte von ſechzig, und tragt dieſe gefundene Länge auf e f, aus e nach g; wie auch auf c d, aus c nach h. Zieht die Punkte g und h durch eine gerade Linie g h zuſammen; ſo iſt das Quadrangulum g f d h, gleich dem Quadrangulo e g h c, und folglich iſt das reguläre Quadrat a b d c, ind drey gleich große Theile a b f e, g f d h und e g h c zerſchnitten und dividirt worden.

Die dreyhundert und neun und vierzigſte Aufgabe.

Ein Quadratum perfectum a c d b, alſo mit drey zu dividiren, daß der Quotient in Form eines regulären Quadrats e g h f dargeſtellt werde.

Aufloͤſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, jedoch alſo, daß ihr die Seite a b des Quadrats a c d b, auf der Linie les plans transverſim in eine ſolche Zahl einſetzen koͤnnt, welche ſich leicht und accurat mit drey dividiren läßt. Faßt demnach a b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes iſt auf ein und zwanzig, und ein und zwanzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, Tab. LXXXIX. Fig. 298.

liegen, zieht eine unbeſtimmte gerade Linie ef; drittheilt die für ab gefundene ein und zwanzig, ſo iſt der Quotient ſieben. Nehmt alſo von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, transverſim die Diſtanz zwiſchen ſieben, und ſieben ab, und determinirt mit dieſer Länge die gezogene unbeſtimmte gerade Linie ef. Errichtet auf ſolcher in e und f zwey Perpendikularen eg und fh, gleich der Baſi ef. Zieht letztlich mit der Grundlinie ef, aus g die Parallele gh, ſo iſt das dadurch entſtandene gleichſeitige Viereck eghf, nach Verlangen gleich einem Drittel des gegebenen vollkommenen Quadrats acdb, und alſo der begehrte Quotient.

Die dreyhundert und funfzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Quadratum perfectum abcd mit drey zu dividiren, daß die Theilungslinien ghk und fid mit zwey Seiten, als bc und cd, des gegebenen Quadrats abcd parallel laufen.

Aufloͤſung.

Tab. XC. Fig. 299. Führt vors erſte in das zu theilen gegebene Quadrat abcd, aus a nach c die punktirte Diagonale ac. Oefnet ſodann den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſelbigen unverrückt bis nach völlig vollendeter Aufgabe liegen. Faßt demnach die Grundlinie ad, der gegebenen viereckichten

eckichten Figur abcd, und verſucht in welchen Punkten des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim auf der Linie les plans einſchlagen wird, dieſes findet ſich zwiſchen ein und zwanzig, und ein und zwanzig. Drittheilt dieſe ein und zwanzig, ſo iſt ſieben der Quotient. Nehmt demnach die Diſtanz zwiſchen ſieben, und ſieben von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, transverſim ab, und ſetzt dieſes Maaß ſowohl auf die Grundlinie ad, als auch auf die Seite ab des Vierecks abcd, aus a nach h, und aus a nach g. Zieht ſodann aus h mit dc, und aus g mit bc die Parallelen hk und gk bis an die Diagonale ac, ſo iſt das abgeſchnittene kleine Viereck agkh, gleich einem Drittel, und der Gnomon gkhdcb gleich zwey Drittel des Quadrats abcd. Duplirt nunmehro die vorher durch die Diviſion gefundene ſieben, ſo iſt vierzehn das Aggregat. Setzt alſo den Zirkel transverſim auf die Linie les plans des unberührt liegen gebliebenen Inſtruments, zwiſchen die Punkte vierzehn und vierzehn, und tragt dieſe Länge abermals, ſowohl auf ad als auch auf ab, aus a nach e, und aus a nach f. Reißt aus e und f mit den Linien hk und gk, die geraden Linien ei und fi bis an die Diagonale ac, ſo iſt der Gnomon gkheif, gleich dem Gnomon fiedcb, und folglich das Quadrat abcd, in drey accurat gleiche Theile getheilet worden.

Anmer-

Anmerkung.

Man kann auch ein reguläres Viereck auf andere Art in dergleichen Theile theilen, und zwar alſo: Führt in das gegebene Quadrat a b c d die blinde Diagonale a c. Ofnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſolchen bis nach völlig aufgelößter Aufgabe ungeſtört liegen. Faßt anietzo die Länge der Diagonale a c, und probirt in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche einſtehen wird, dieſes findet ſich transverſim, zwiſchen den Punkten dreyßig, und dreyßig. Laßt das Inſtrument ungeſtört liegen; drittheilet dieſe gefundene dreyßig, ſo iſt zehn der Quotient. Nehmt dieſe zehn transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und tragt dieſe Länge auf die Diagonale a c, aus a nach k. Nehmt das Duplum von zehn, oder zwanzig transverſim von der Linie les plans des unberührt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt dieſes Maaß nochmalen auf die Diagonale a c, aus a nach i. Zieht letztlich mit b c, aus i und k; ingleichen mit d c aus den Punkten i und k die Parallelen i f, k g und i e, k h, ſo iſt das Quadrat a b c d, gleichfalls in drey gleiche Theile getheilt.

Die dreyhundert und ein und funfzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes Quadratum perfectum a c d b, in zwey Theile alſo zu theilen, daß Hans fünf Siebentheil, und Peter zwey Siebentheil deſſelben erhalte.

Aufloͤſung.

Tab. XC. Fig. 300. Faßt die Länge der Grundlinie a b. Oefnet das Inſtrument und richtet es alſo ein, daß ihr die

die Linie a b auf der Linie les parties egales alſo einſetzen könnet, daß ihr keinen Bruch bekommet, ſondern ſich die Punkte gerade mit ſieben dividiren laßen, denn fünf Siebentheil und zwey Siebentheil ſind ſieben Siebentheil, folglich ſind hierzu die Punkte ſiebenzig am beſten. Stellt demnach die abgenommene Linie a b, transverſim zwiſchen ſiebenzig, und ſiebenzig, auf der Linie les parties egales des geöfneten Inſtruments ein, und laßt den Proportionalzirkel unverrückt liegen. Faßt anietzo fünf Siebentheil, iſt funfzig von ſiebenzig, für Hanſen ſeinen Antheil, das iſt: ſetzt den Zirkel transverſim, zwiſchen funfzig, und funfzig, auf der Linie les parties egales des unberührt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſe Länge ſowohl auf die Grundlinie a b, aus a nach f; als auch auf c d, aus c nach e. Zieht aus e nach f die gerade Linie e f, ſo iſt das Oblongum a c e f, gleich fünf Siebentheil, und das Rechteck f e d b, gleich zwey Siebentheil des Quadrats a c d b.

Anmerkung.

Man hätte auch das Inſtrument alſo einrichten können, daß man die Linie a b, auf der Linie les parties egales, zwiſchen vierzehn, oder ein und zwanzig, oder acht und zwanzig ꝛc. Kurz, in eine Zahl welche ſich genau mit ſieben dividiren läßt, eingeſetzt hätte; ſo hätte man für Hanſens ſeinen Antheil den Zirkel transverſim auf eben die Linie les parties egales, entweder zwiſchen zehn, funfzehn oder zwanzig ꝛc. eingeſetzt, und auf a b und c d aufgetragen, ſo wäre ebenfalls, ſowohl Hanſens als Peterns ſein Antheil richtig geworden.

Die dreyhundert und zwey und funfzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes parallelogrammum rectangulum a b c d, durch Parallellinien, und Hülfe der Linie les parties egales in fünf gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Tab. XC. Fig. 301. Faßt die Grundlinie a d des zu dividiren gegebenen Rechtecks a b c d, und öfnet das Inſtrument alſo, daß ihr die Linie a d, transverſim auf der Linie les parties egales, zwiſchen eine ſolche Zahl einſetzen könnt, welche ſich genau mit fünf dividiren läßt; als z. E. hier in funfzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, dividirt funfzig mit fünf, ſo kommt zehn auf jeden Theil; ſetzt alſo den Zirkel transverſim auf die Linie les parties egales, zwiſchen zehn und zehn, und tragt dieſes Maaß auf a d, aus a nach e; aus e nach f; aus f nach g und aus g nach h. Ingleichen auch auf b c, aus b nach i; aus i nach k; aus k nach l und aus l nach m. Zieht letztlich die geraden Theilungslinien i e, k f, l g und m h, ſo iſt das große parallelogrammum rectangulum a b c d, in fünf gleich große Oblonga a b i e, e i k f, f k l g, g l m h und h m c d, getheilt.

Die

Die dreyhundert und drey und funfzigſte Aufgabe.

Auf andere Art, ein parallelogrammum rectangulum a c d b, in drey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Faßt die Grundlinie a b des gegebenen Rechtecks a c d b. Oefnet den Proportionalzirkel alſo, daß ihr die Länge der Linie a b, auf der Linie les parties egales, transverſim in eine ſolche Zahl, welche ſich genau mit drey dividiren läßt, einſetzen könnt. Ich habe ſelbigen alſo eingerichtet, daß a b zwiſchen ſechzig eingeſtanden. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und ſetzt den Zirkel in zwey Drittheil von ſechzig, nämlich in vierzig, transverſim auf der Linie les parties egales ein, und tragt dieſes Maaß auf a b, aus a nach e, und auf c d, aus c nach f. Zieht die Punkte e und f durch eine gerade Linie e f zuſammen, ſo iſt das Oblongum e f d b, gleich einem Drittheil vom parallelogrammo a c d b. Faßt anietzo die Seite a c, und verſucht in welchen Punkten der Linie les parties egales des unberührten Proportionalzirkels ſolche transverſim einſchlagen wird, dieſes iſt zwiſchen fünf und vierzig, und fünf und vierzig; halbirt dieſe fünf und vierzig, kommt zwey und zwanzig und ein halbes. Nehmt dieſe zwey und zwanzig und ein halbes, transverſim von der Linie les parties egales des unverrückt liegen gebliebenen Inſtru- Tab. XC. Fig. 302.

ſtruments ab, und ſetzt ſolche auf a c, aus a nach g, wie auch auf e f, aus e nach h. Zieht die gerade Linie g h, ſo iſt das Rechteck a g h e, gleich dem Oblongo c g h f, und folglich iſt das parallelogrammum a c d b, nach Begehren, in drey gleiche Theile getheilt worden.

Drittens. Schiefwinklichte Quadrangula, als Trapezia und Trapezoide zu dividiren.

Die dreyhundert und vier und funfzigſte Aufgabe.

Ein Trapezium a c d b, in vier gleiche Theile zu zerſchneiden, oder mit vier zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. XC. Fig. 303. Oefnet den Proportionalzirkel, und richtet ſolchen alſo, daß ihr wo möglich die Linien a b und c d auf der Linie les parties egales alſo transverſim in eine Zahl einſetzen könnt, welche ſich accurat mit vier dividiren läßt. Faßt alſo die Grundlinie a b des Trapezii a c d b, und ſeht in welchen Punkten der Linie les parties egales ſolche einſtehen wird, dieſes findet ſich transverſim auf hundert. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, dividirt dieſe hundert mit vier, kommt fünf und zwanzig für den Quotienten. Faßt dieſe fünf und zwanzig transverſim von der Linie les parties egales des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſes Maaß auf

auf ab, aus a nach e; aus e nach f und aus f nach g. Faßt aniezo auch die Seite cd, und ſeht in welchen Punkten der Linie les parties egales ſolche transverſim einſtehen wird, ſie trifft auf zwey und ſiebenzig, und zwey und ſiebenzig auf; viertheilt dieſe zwey und ſiebenzig, ſo iſt der Quotient achtzehn. Nehmt dieſe achtzehn transverſim von der Linie les parties egales des unverrückten Proportionalzirkels ab, und tragt dieſe Diſtanz auf cd, aus c nach h; aus h nach i; aus i nach k; aus k nach d. Zieht letzlich die Theilungslinien he, if und kg, ſo iſt das Trapezium acdb, in vier gleich große Trapezia ache, ehif, fikg und gkdb, eingetheilt.

Die dreyhundert und fünf und funfzigſte Aufgabe.

Ein Trapezium acdb, auf andere Art in vier gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Oefnet das Inſtrument nach Belieben, und laßt es unverrückt bis nach völlig vollendeter Aufgabe liegen. Faßt die Grundlinie ab, und ſeht in welchen Punkten der Linie les parties egales ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes findet ſich auf hundert und ſechzig; halbirt dieſe hundert und ſechzig, giebt achtzig. Nehmt dieſe achtzig transverſim von der Linie les parties egales des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt dieſes Maaß auf ab, aus a Tab. XC. Fig. 304.

nach e. Faßt die Länge der obern Seite c d, und verſucht in welchen Punkten der Linie les parties egales dieſe eintreffen wird, ſolches findet ſich transverſim, zwiſchen ſechs und achtzig; halbirt dieſe ſechs und achtzig, ſo iſt der Quotient drey und vierzig. Nehmt dieſe drey und vierzig transverſim von der Linie les parties egales des unverrückten Proportionalzirkels ab, und ſetzt deren Länge auf c d, aus c nach f. Führt aus f nach e die erſte ſcharfe Theilungslinie f e, ſo iſt das Trapezium a c f, gleich dem Trapezio e f d b. Zieht aus a und b nach f die beyden blinden Diagonalen a f und b f. Faßt die Länge der Diagonale a f, und meßt auf welchen Punkten der Linie les parties egales ſelbige transverſim einpaſſen wird; findet ſich auf zwey und achtzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, und nehmt die Hälfte von zwey und achtzig, nämlich ein und vierzig transverſim von der Linie les parties egales ab, und ſetzt dieſe Länge auf a f, aus a nach g. Zieht die ſcharfe, gebrochene Theilungslinien c g und g e, ſo iſt der Trapezoides a c g e, gleich dem Trapezoidi c f e g; denn das Dreyeck a c f iſt durch die Linie c g, accurat ſo wie das Dreyeck a f e durch die Linie g e, in zwey gleich große Theile getheilt worden. Faßt anietzo die Diagonale f b, und verſucht in welchen Punkten der Linie les parties egales ſolche transverſim einfallen wird, ſie ſteht auf hundert und vier auf. Nehmt die Hälfte von hundert und vier, nämlich zwey und funfzig, transverſim von der

Linie

Linie les parties egales des ungeſtört liegen gebliebenen Proportionalzirkels ab; und ſetzt dieſes gefundene Maaß auf fb, aus f nach h. Zieht die ſcharfe gebrochene Theilungslinien dh und he, ſo iſt auch der Trapezoides fdhe, gleich dem Trapezoidi ehdb. Denn das Trigonum fdb, iſt durch die Linie db, ſo wie das Trilaterum fbe durch die Linie he, in zwey accurat gleich große Theile getheilet worden. Und folglich iſt der ganze gegebene Trapezoides acdb, nach Begehren mit vier dividirt.

Die dreyhundert und ſechs und funfzigſte Aufgabe.

Einen gegebenen Trapezoidem abcd, mit zwey zu dividiren.

Aufloͤſung.

Führt in den gegebenen Trapezoidem abcd, die blinde Diagonale ac. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr. Nehmt die Länge der Diagonale ac, und ſeht in welchen Punkten der Linie les parties egales dieſe einſchlägt, ſolche findet ſich auf hundert und zwanzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, faßt die Hälfte von hundert und zwanzig, das iſt ſechzig, transverſim von der Linie les parties egales des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt dieſe Länge auf die Diagonale ac, aus a nach e. Zieht letztlich aus e, gegen b und d die gebrochene ſcharfe Theilungslinie eb und ed, ſo Tab. XCI. Fig. 305.

iſt der Trapezoides abed, gleich dem Trapezoidi bedc, und folglich die ungleichſeitige irreguläre viereckichte Figur abcd, nach Begehren halbirt.

Anmerkung.

Es iſt zwar faſt einerley, ob man durchs Verſuchen, oder durch die Linie les parties egales eine geometriſche geradlinichte Figur, in gegebene Theile theilet. Denn man kommt ſowohl auf die eine als andere Art damit zu Stande. Durchs Verſuchen aber braucht man in Anſehung der Theilung der Linien mehr Zeit, ehe man die nöthigen Punkte findet, und zweytens bekommt man auch unnöthige Zirkelſtiche ins Papier, da man bey der Auflöſung durch den Proportionalzirkel nur in Gedanken dividiren darf, ſo hat man gleich den verlangten Theil gefunden, ohne einen vergeblichen Zirkelſtich zu thun.

Viertens. Vieleckichte geradlinichte Figuren zu dividiren.

Die dreyhundert und ſieben und funfzigſte Aufgabe.

Eine ungleichſeitige geradlinichte fünfeckichte Figur acdeb, mit drey zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. XCI. Fig. 306. Zieht erſtlich in die gegebene acdeb, aus dem Winkel a, in die gegenüber liegenden Winkel d und e, die blinden Diagonalen ad und ae. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſelbigen bis nach völlig aufgelößter Aufgabe

gabe unverrückt liegen. Faßt die Diagonale a d, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans ſolche transverſim aufſtehen wird, dieſes findet ſich auf fünf und zwanzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen, drittheilt dieſe fünf und zwanzig, kommt für den Quotienten acht und ein Drittheil. Nehmt dieſe acht und ein Drittheil transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt ſolche auf a d, aus a nach h. Laßt den Proportionalzirkel immer noch ruhig liegen; duplirt dieſe acht und ein Drittheil, iſt ſechzehn und zwey Drittheil; faßt dieſe ſechzehn und zwey Drittheil transverſim von der Linie les plans des ungeſtört liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſe Länge abermals auf a d, aus a nach m. Meßt anietzo die Länge der Diagonale a e, auf dem unverrückt liegen gebliebenen Proportionalzirkel, ſolche ſteht auf der Linie les plans transverſim, zwiſchen dreyßig, und dreyßig auf; nehmt den dritten Theil von dreyßig, nämlich zehne, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und tragt dieſe Diſtanz auf a e, aus a nach g. Faßt anietzo das Duplum von zehn, iſt zwanzig, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſolche gleichfalls auf a e, aus a nach l. Zieht anietzo die Punkte h, g und m, l, durch die gerade Linien h g, m l, zuſammen; reißt ferner aus m und h, mit der Seite d c die Parallelen m n

und hi, bis an die Seite ac. Zieht auch aus l und g, mit eb die Parallelen lk und gf, ſo iſt das irreguläre geradlinichte Fünfeck acdeb, in drey gleich große Theile aihgf, fklmnihg und kbedcnml getheilet.

Oder aber auch: Meßt die Seiten ac und ab, auf der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels transverſim, ſo wie ihr mit den Diagonalen ad und ae verfahret, ſo findet ſich erſtere als ac zwiſchen fünf und fünf, letztere aber als ab, zwiſchen fünf und zwanzig, und fünf und zwanzig. Laßt das Inſtrument gleichfalls unverrückt liegen, und nehmt für ai ein Drittheil, iſt ein und zwey Drittheil, und für an, zwey Drittheil iſt drey und ein Drittheil von ac oder fünf ab. Nehmt auch für af ein Drittheil, iſt acht und ein Drittheil, und für ak zwey Drittheil, iſt ſechzehn und zwey Drittheil von ab oder fünf und zwanzig ab, und zieht ſodann aus i und n mit der Seite cd, die Parallelen ih und nm bis an die Diagonale ad. Führt auch aus f und k mit der Seite be, die Parallelen fg und kl, bis an die Diagonale ae. Zieht letztlich die geraden Linien gh und lm, welche die Exponenten ſchließen, und gleichfalls die gegebene fünfeckichte Irregular-Figur acdeb, ſo wie vorhero in drey gleiche Theile theilt.

Anmerkung.

Will der geneigte und ſich fleißig übende Leſer, bey der Auflöſung einer dergleichen Aufgabe nicht allein die Diagonalen, ſondern auch die Seiten meſſen, ſo thut

er

er der Uebung wegen nicht übel; nur muß er ſich genau merken, daß der Proportionalzirkel durch die ganze Procedur hindurch unverrückt liegen bleiben muß.

Die dreyhundert und acht und funfzigſte Aufgabe.

Einen Zirkelkreys acbe mit drey alſo zu dividiren, daß der Quotient wiederum in einen Zirkel elm, dargeſtellt werde.

Auflöſung.

Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſolchen bis nach völlig aufgelößter Aufgabe unverrückt liegen. Führt anietzo durchs Centrum d des zu dividiren gegebenen Zirkels acbd, den Diameter ab. Faßt die Länge dieſes Durchmeſſers ab, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes findet ſich zwiſchen ſechs und ſechzig, und ſechs und ſechzig. Dividirt dieſe ſechs und ſechzig mit drey, ſo kommt zwey und zwanzig für den Quotienten; faßt dieſe zwey und zwanzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſelbige auf den Diameter ab, aus a nach h. Halbirt ah in g; zieht ſeparatim eine blinde gerade Linie ef, macht ef gleich ag. Centrirt f, öfnet den Zirkel bis e, und zieht mit dem Radio fe, den ganzen Zirkelkreys elm, ſo iſt ſolcher gleich einem Drittheil des zu theilen gegebenen Zirkels acbe, und alſo der verlangte wahre Quotient.

Tab. XCI. Fig. 307.

Cen-

Centrirt anietzo den auf dem Diameter ab ſtehenden Punkt g, ſpannt den Zirkel bis a, und reißt den blinden Zirkelkreys a n h o, als welcher gleichfalls einem Drittheil des Zirkels acbe, oder auch der verlangte Quotient ſeyn wird.

Nehmt anietzo das Duplum von zwey und zwanzig, iſt vier und vierzig, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und tragt dieſes Maaß abermals auf den Durchmeſſer ab, aus a nach k. Halbirt a k in i; centrirt i, und ſchlagt den blinden Zirkelkreys apkq, ſo iſt ſolcher gleich zwey Drittheil des gegebenen Zirkels a c b e, woraus alſo die Differenz eines einfachen Zirkels gegen einem doppelten und dreyfachen Zirkel deutlich zu ſehen.

Anmerkung 1.

Solten auf des ſich übenden fleißigen Leſers Proportionalzirkel, auf der Linie les plans, nicht mehr als fünf und ſechzig Punkte befindlich ſeyn, ſo muß man für 66. die Hälfte iſt 33; für 22. die Hälfte 11. und ſtatt 44 nur 22. von dieſer erwähnten Linie annehmen; ſo wird man eben ſo gut und accurat die Aufgabe auflöſen; denn die mehrſten Proportionalzirkel haben auf der Linie les plans nur 65 Punkte.

Anmerkung 2.

Die Multiplication und Diviſion der Zirkel, iſt wegen der Waſſerleitungen, in Anſehung des Röhrenbohrens, eine höchſt nöthig zu wiſſende Sache.

Anmerkung 3.

Will man halbe- oder auch Viertelzirkel dividiren, ſo wird damit auf gleiche Art verfahren, als wie allhier bey ganzen Zirkeln gezeigt worden.

Die dreyhundert und neun und funfzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges geradlinichtes reguläres Fünfeck abcde, mit drey zu dividiren, und den Quotienten gleichfalls in einem regulären Fünfeck fihkg, zu präſentiren.

Auflöſung.

Zieht erſtlich aus den Winkeln a und e der Grundlinie ae, des zu dividiren gegebenen Fünfecks abcde, in dem denſelben gegenüber liegenden Winkel c, die blinden Diagonalen ac und ec. Führt auch eine unbeſtimmte gerade Linie fg. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und ſeht nach dem ihr die Länge der Grundlinie ae mit dem Zirkel gefaßt, in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments, ſelbige transverſim einſtehen wird, dieſes findet ſich zwiſchen ſechs und ſechs; drittheilt ſechs, ſo kommt zwey für den Quotienten. Faßt dieſe zwey transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und beſtimmt mit dieſem Maaße die Länge der gezogenen undeterminirten geraden Linie fg. Faßt anietzo die Diagonale ac oder ec, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans des ruhig Tab. XCI. Fig. 308.

liegen

liegen gebliebenen Inſtruments ſolche einſtehen wird, dieſe trifft transverſim zwiſchen funfzehn und einen halben ein; drittheilt dieſe funfzehn und einen halben, ſo iſt der Quotient fünf und ein Sechstheil. Nehmt gleichfalls dieſe fünf und ein Sechstheil transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und conſtruirt damit auf f g das Triangulum aequicrurum f h g, ſo iſt ſolches gleich einem Drittheil vom Triangulo iſoſcele a c e. Faßt f g, und errichtet mit dieſer Länge auf f h und g h, zu beyden Seiten die Triangel f i h und g k h, ſo iſt das dadurch entſtandene Regular-Fünfeck f i h k g, gleich einem Drittheil des gegebenen gleichſeitigen regulären Fünfeck a b c d e, und alſo der verlangte Quotient.

Die dreyhundert und ſechzigſte Aufgabe.

Ein gegebenes gleichſeitiges reguläres Sechseck a b c d e f, mit drey zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. XCII. Fig. 309. Führt aus dem Winkel a des gegebenen Regular-Sechsecks a b c d e f, in die demſelben gegenüber liegende Winkel c d e, die blinden Diagonalen a c, a d, a e. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ſolchen bis nach geendigter Auflöſung der Aufgabe unverrückt liegen. Faßt die Länge der mittelſten Diagonale a d, und ſeht auf welchen Punkten der Linie les plans

plans des geöfneten Inſtruments ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes findet ſich transverſim zwiſchen zwey und vierzig, und zwey und vierzig. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen; drittheilt dieſe zwey und vierzig, ſo iſt der Quotient vierzehn. Faßt dieſe vierzehn transverſim von der Linieles plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, und tragt dieſe Diſtanz auf a d, aus a nach i, und laßt den Proportionalzirkel annoch unverrückt liegen, duplirt dieſe vierzehn, ſo iſt die Summe acht und zwanzig. Nehmt dieſe acht und zwanzig transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt ſelbige abermals auf die Diagonale a d, aus a nach o. Zieht aus i und o, mit den Linien d c und d e, zu beyden Seiten die Parallelen i k, o p i h, und o n, bis an die Diagonalen a c und a e. Führt ferner aus k und p mit c b; wie auch aus h und n mit e f, die Parallelen k l, p q und h g, n m, bis an die Seiten a b und a f, der gegebenen ſechseckichten Regular-Figur a b c d e f, ſo iſt ſelbige nach Begehren mit drey dividirt, und das Regular-Sechseck a l k i h g, der verlangte Quotient.

Oder aber: Faßt die Diagonale a c oder a e des Sechsecks a b c d e f. Oefnet den Proportionalzirkel nach Belieben, und verſucht in welchen Punkten der Linie les plans dieſe einſtehen werden, ſolches findet ſich transverſim zwiſchen

achtzehn,

achtzehn, und achtzehn. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen; drittheilt dieſe achtzehn, ſo iſt ſechs der Quotient. Nehmt dieſe ſechs transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab. Laßt das Inſtrument annoch in eben derſelben Spannung liegen, und tragt dieſe Länge von ſechs auf die Diagonalen a c und a e, aus a nach k und h; duplirt dieſe ſechs, giebt zwölf. Nehmt dieſe zwölf nochmals transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt ſie gleichfalls auf die Diagonalen a c und a e, aus a nach p und n. Zieht aus k und p mit der Seite c d, die Parallelen p o und k i bis an die Diagonale a d; wie auch aus k und p mit c b, die Parallelen k l und p q, bis an die Seite a b. Reißt auch aus h und n, mit der Seite e d die Parallelen h i und n o, bis an die Diagonale a d; ingleichen aus h und n mit e f, die Parallelen h g und n m bis an die Seite a f. So iſt das Regular-Sechseck a b c d e f, gleichfalls in drey gleiche Theile getheilet worden, und das kleine Sechseck a l k i h g, einer der verlangten Quotienten.

Oder aber auch noch anders: Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr. Faßt die Länge der Grundlinie a f, des gegebenen Sechsecks a b c d e f, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Proportionalzirkels ſolche transverſim einſtehen wird, dieſes findet

ſich

ſich auf neun und neun. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen; drittheilt dieſe neun, ſo iſt der Quotient drey. Nehmt das Maaß zwiſchen drey und drey, transverſim von der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments ab; laßt ſelbiges abermals unverrückt liegen, und ſetzt die erhaltene Länge von drey auf die Seiten af und ab, aus a nach l und m; duplirt dieſe drey, iſt ſechs. Nehmt letztlich die ſechs transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments ab, und tragt dieſe Diſtanz abermals auf af und ab, aus a nach m und q. Reißt aus l und q mit der Seite bc, die Parallelen lk und qp bis an die Diagonale ac. Zieht aus k und p mit der Linie cd die Parallelen ki und po bis an die Diagonale ad. Führt aus i und o mit der Seite de die Parallelen ih und on, bis an die Diagonale ae. Reißt auch ſchlüßlich aus h und n, mit der Seite ef die Parallelen hg und nm, bis an die Baſin af; ſo iſt das gegebene gleichſeitige reguläre Sechseck abcdef gleichfalls mit drey dividirt, und das kleine Regular-Sechseck abcdef wiederum einer der Exponenten.

Anmerkung.

Will aber der ſich fleißig übende Leſer dieſes Sechseck abcdef, durch alle drey Linien ab, ac und ad dividiren, ſo hat er genau zu merken, daß er das Inſtrument bis nach völlig vollendeter Auflöſung unverrückt liegen laßen muß, und findet ſelbiger ſodann,

wenn wir die Diagonale ad wiederum wie vorher für zwey und vierzig annehmen; die Diagonalen ac und ae ein und dreyßig, und die Seiten ab und af zehn und ein halbes lang. Folglich kommt für ak und ah ſtatt ſechs, $10\frac{1}{3}$; für ap und an ſtatt zwölf, $20\frac{2}{3}$. Desgleichen auch für aq und am ſtatt ſechs, 7, und für al und ag ſtatt drey, $3\frac{1}{2}$. Welches alſo, wenn man das Inſtrument verrückt, einen großen Unterſchied und Verwirrung verurſachen würde, als wornach ſich der geneigte Leſer genau zu richten, und wohl vorzuſehen hat.

Die dreyhundert und ein und ſechzigſte Aufgabe.

Eine gegebene ungleichſeitige geradlinichte Figur abcde, mit einem eingehenden Winkel c, mit zwey zu dividiren.

Auflöſung.

Tab. XCII. Fig. 310. Zieht aus dem eingehenden Winkel c, der gegebenen Irregular-Figur abcde, in die Winkel a und e, die Diagonalen ca und ce. Oefnet den Proportionalzirkel nach Willkühr, und laßt ihn bis nach völlig aufgelößter Aufgabe unverrückt liegen. Faßt die Diagonale ca, und ſeht in welchen Punkten der Linie les plans des geöfneten Inſtruments ſelbige einfallen wird, dieſes findet ſich auf acht und einen halben. Laßt das Inſtrument unverrückt liegen; halbirt dieſe acht und einen Halben, iſt vier und ein Viertheil, nehmt dieſe vier und ein Viertheil transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliе-

gebliebenen Inſtruments ab, und ſetzt dieſes Maaß auf die Diagonale ca, aus c nach h. Faßt die Länge der Diagonale ce, und bemerkt in welchen Punkten der Linie les plans des ungeſtört liegen gebliebenen Inſtruments dieſe transverſim einfallen wird, iſt zwiſchen zehn und zehn, theilt dieſe zehn in zwey gleiche Theile, kommt fünf. Nehmt dieſe fünf transverſim von der Linie les plans des ruhig liegen gebliebenen Inſtruments, und ſetzt ſelbige auf die Diagonale ce, aus c nach i. Faßt die Seite bc, und verſucht auf welchen Punkten der Linie les plans des unverrückten Inſtruments dieſe einſtehen wird, ſelbige ſteht auf ſieben und einen Halben auf. Laßt das Inſtrument annoch ruhig liegen; halbirt dieſe ſieben und einen Halben, iſt drey und drey Viertheil. Nehmt dieſe drey und drey Viertheil transverſim von der Linie les plans, und ſetzt dieſe Diſtanz auf die Seite cb, aus c nach g. Meßt letztlich auch die Länge der Seite cd transverſim auf der Linie les plans des unverrückt liegen gebliebenen Inſtruments, dieſe ſchlägt zwiſchen funfzehn, und funfzehn ein; theilt dieſe funfzehn in zwey gleiche Theile, ſo iſt der Quotient ſieben und ein Halber. Faßt dieſe ſieben und einen Halben transverſim von der Linie les plans, und ſetzt dieſes Maaß auf die Seite cd, aus c nach f. Zieht fi, ih und hg durch gerade Linien zuſammen, ſo iſt die Irregular-Figur abcde in zwey accurat gleich

große Theile getheilt, und das ungleichſeitige Fünfeck c g h i f der verlangte wahre Quotient.

Die dreyhundert und zwey und ſechzigſte Aufgabe.

Auf eine ganz beſondere Art, ein Dreyeck a b c, ohne Rechnung, Maaßſtab und Proportionalzirkel, oder irgends ein anderes geometriſches Inſtrument alſo in drey gleiche Theile zu dividiren, daß der Quotient, in drey dem gegebenen Dreyeck a b c, ähnlichen Triangeln c q g, c r g und c s g dargeſtellt werde, welche zuſammen genommen, gleich ſind dem Dreyeck a b c.

Auflöſung.

Tab. XCII. Fig. 311. Zieht eine gerade Linie a c II, gleich der Grundlinie a c, des Trigoni a b c. Errichtet auf ſolcher die Perpendikularen a u und c v, gleich der Baſi a c, und zieht die Linie u v. Theilt a u und c v in g, h und d, i, jede in drey gleiche Theile, und zieht die blinden Linien h i und g d, ſo iſt das erſte Fundamental-Quadrat a u v c II, aufgerißen.

Verlängert die Baſin a c nach e, macht c e gleich c d, ſetzt auch die Länge c d auf die Grundlinie c a, aus c nach f. Centrirt f, ſpannt den Zirkel bis e, und reißt aus e auf c v, das Bogen-

genſtück eg, und führt die blinde Linie fg, ſo giebt die Länge der Linie cg, die Baſin zu den Quotienten-Dreyecken.

Zieht eine gerade Linie abIII, gleich der Seite ab, des gegebenen Dreyecks abc. Errichtet auf ſolcher aus a und b, die Perpendikularen aw und bx gleich der Baſi ab, und zieht die Linie wx. Theilt aw und bx in c, d und h, e, jede in drey gleiche Theile, und führt die blinden geraden Linien ch und dl, ſo iſt das zweyte Fundamental-Quadrat awxbIII, conſtruirt.

Verlängert deſſen Grundlinie ab nach i, macht bi ſo lang wie bh, ſetzt auch die Diſtanz bh auf die Baſin ab, aus b nach k. Centrirt k, öfnet den Zirkel bis i, ſchlagt aus i auf bx den Bogen il, und reißt die blinde Linie kl, ſo giebt die Länge der Linie bl, das eine Latus zu den Quotienten-Dreyecken.

Reißt ferner eine gerade Linie cbIV, von der Länge der Seite cb, des gegebenen Trigoni abc. Conſtruirt auf ſelbiger aus c und b, zwey Perpendikularen cy und bz, gebt ſelbigen die Länge der Grundlinie cb, und führt aus y nach z die Linie yz. Theilt cy und bz, jede in a, d und m, e, in drey gleiche Theile, und reißt die blinden geraden Linien de und am, ſo iſt das dritte Fundamental-Quadrat cyzbIV, aufgeſetzt.

Verlängert die Grundlinie cb, dieſes Quadrats cyzb nach n, gebt bn die Länge von bm, tragt auch die Länge bm auf die Grundlinie bc, aus b nach o. Centrirt o, ſpannt den Zirkel bis n, und führt aus n auf bz das Bogenſtück np. Zieht die blinde Linie op, ſo giebt die Länge der Linie bp, die andere Seite zu den Exponenten-Dreyecken.

Führt anietzo drey gerade Linien cg, ſo lang als cg im Quadrat auvcII. Faßt bl vom Quadrat awxbIII, und bp vom Viereck cyzbIV, conſtruirt damit auf den drey geraden Linien cg, cg, cg, die drey Trigona cqg, crg und csg, ſo ſind ſelbige zuſammen genommen, gleich dem gegebenen Dreyeck abcI, alſo ein jedes derſelben gleich einem Drittheil dieſes Dreyecks abcI, und folglich die verlangten Exponenten.

Schlußerinnerung.

Da ich, wie ich glaube, die Auflöſungen der in dieſem Bande befindlichen Aufgaben, ſo klar und deutlich als nur möglich, beſchrieben; und mit faſt allen Arten der Figuren dergeſtalt angefüllet und bereichert habe, daß der ſich fleißig übende Leſer, oder ein gemeiner Feldmeſſer, welcher nicht allzuſtark im Rechnen; oder auch ein Anderer, der nicht auf den Kopf gefallen, aber

wed-

weder Geometrie noch Mathematik ſtudirt: als Pächter, Verwalter, Oekonomi u. dgl. welchen etwan Felder oder Grundſtücken in verſchiedene Theile zu theilen; oder auch proportionirte Theile von ſelbigen abzuſchneiden vorgegeben würden, ſich in allen Fällen durch Verwerfung der Aufgaben leicht wird zu helfen wiſſen, um beym Eintheilen oder Abſchneiden nicht zu fehlen; oder einem und dem andern Nachbar zu nahe zu treten, wenn er ſich dieſe Regeln merkt:

1) Daß alle Triangula, welche gleiche Grundlinien und gleiche Höhe haben, gleichen Raum in ſich begreifen.

2) Daß jeder Triangel die Hälfte eines Quadrats, dem Raume nach in ſich begreift, welches mit ihm von gleicher Baſi und Höhe iſt. Oder aber

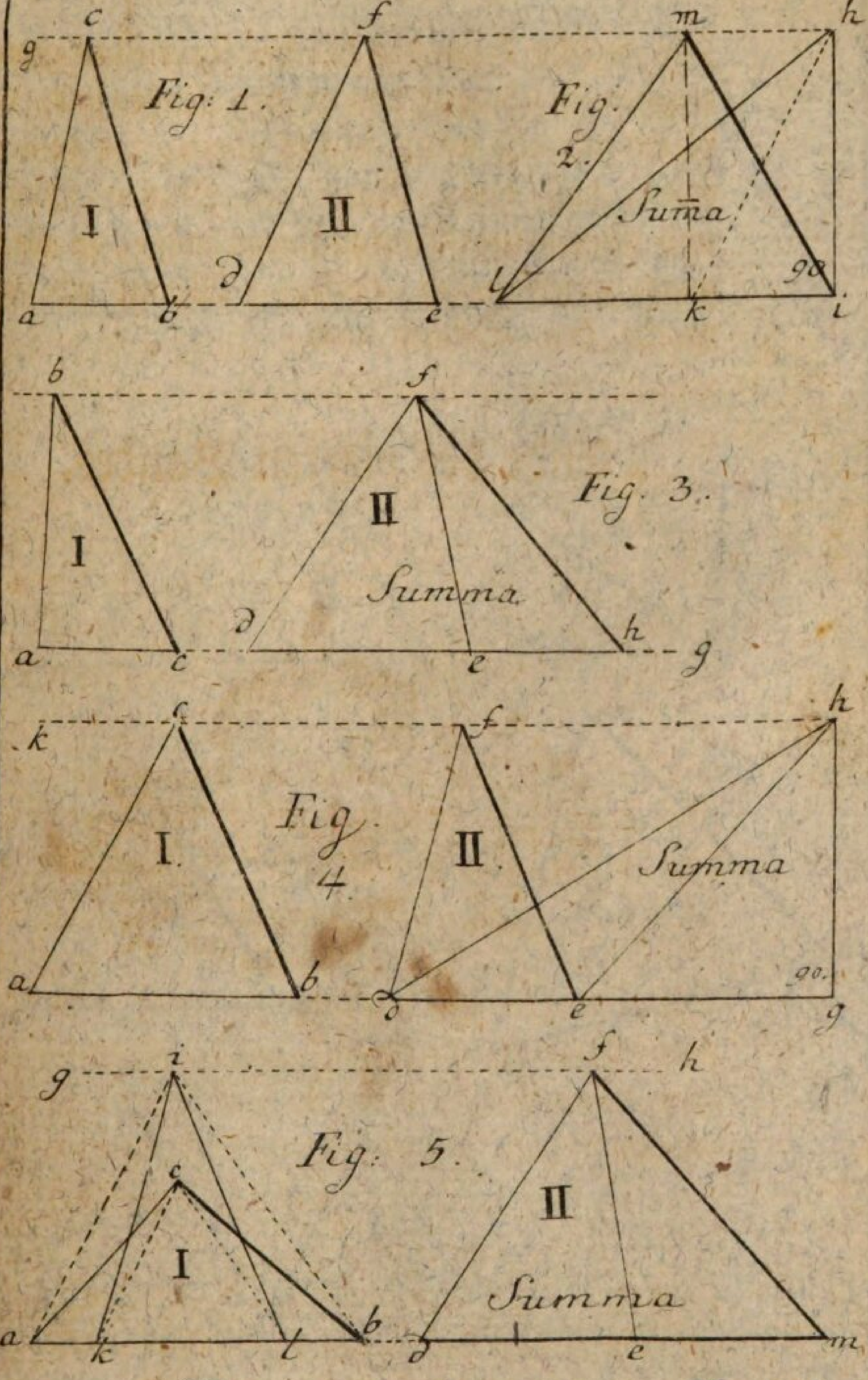
3) Ein jedes Quadratum perfectum, Oblongum, Rhombus und Rhomboides, iſt doppelt ſo groß als ein Trigonum, welches gleiche Grundlinie und Höhe mit demſelben hat.

4) Daß alle Trigona, welche zwiſchen zwey Parallellinien liegen, und gleiche oder gemeinſchaftliche Grundlinien haben, einander an Flächeninhalt gleich ſind.

Als

Als welche beſonders bey der figürlichen geometriſchen Arithmetik von großen Nutzen ſind, und bleibt mir alſo weiter nichts übria, als zu wünſchen, daß dieſer Band den Nutzen ſchaffen, und allgemeinen Beyfall finden möge, ſo wie ich ganz zuverſichtlich hoffe. Womit ich alſo mache den Schluß und

Ende des vierten Bandes.



Moller 4ter Th. Tab. I.

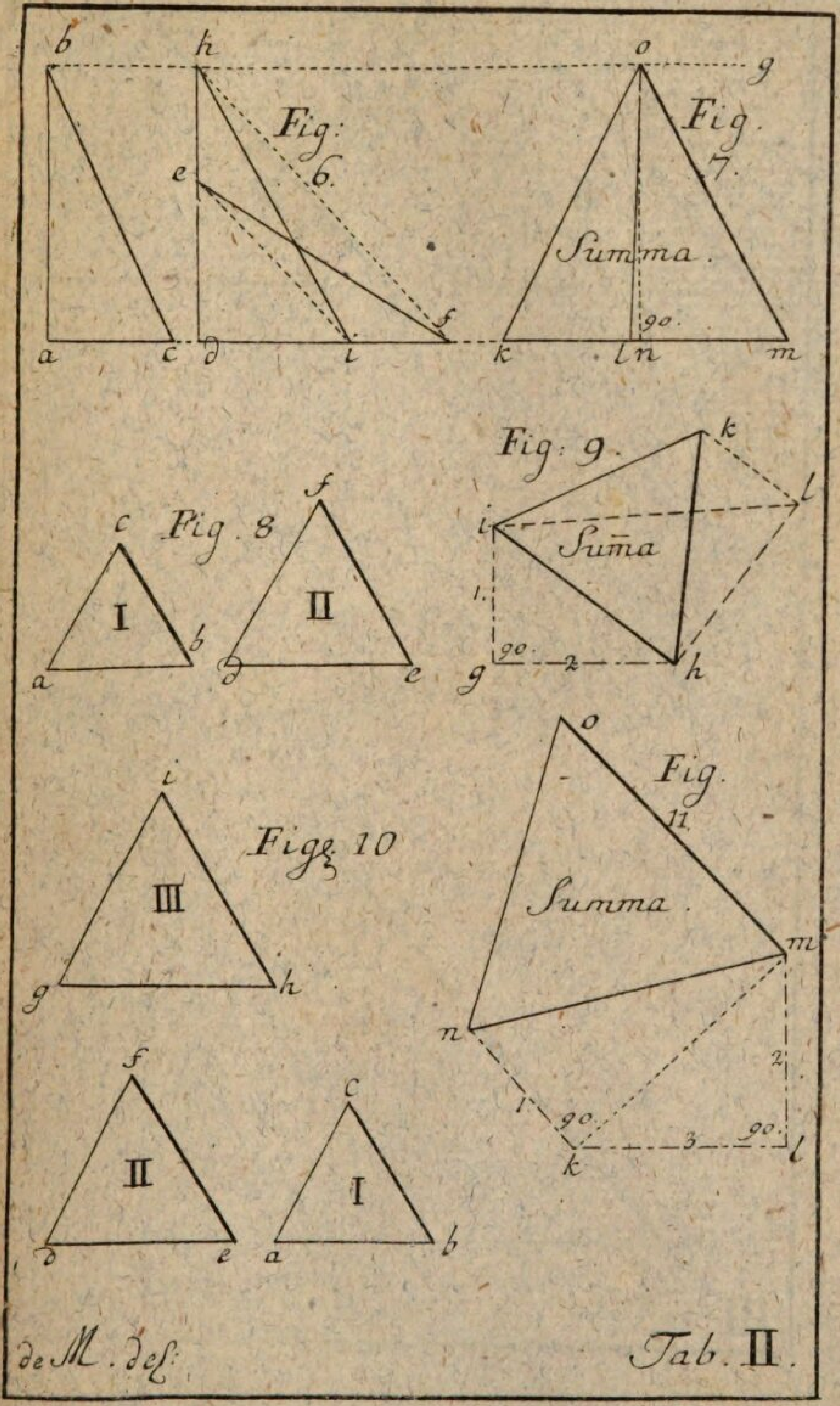


Fig: 6.
Fig. 7.
Summa.
90.
Fig. 8
I
II
Fig: 9.
Suma
90.
Figg. 10
III
II
I
Fig. 11.
Summa.
90.
90.
90.
de M. del:
Tab. II.

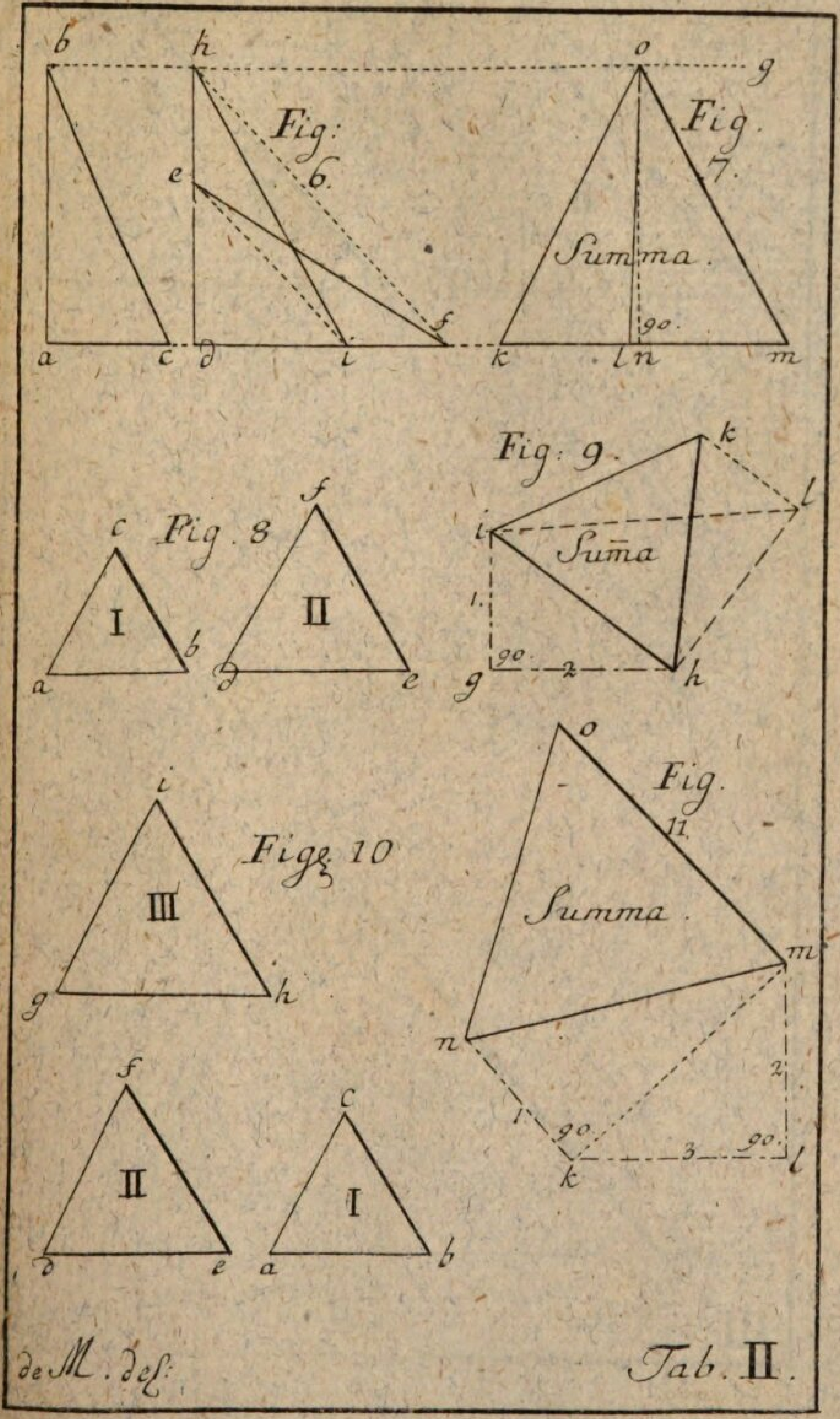
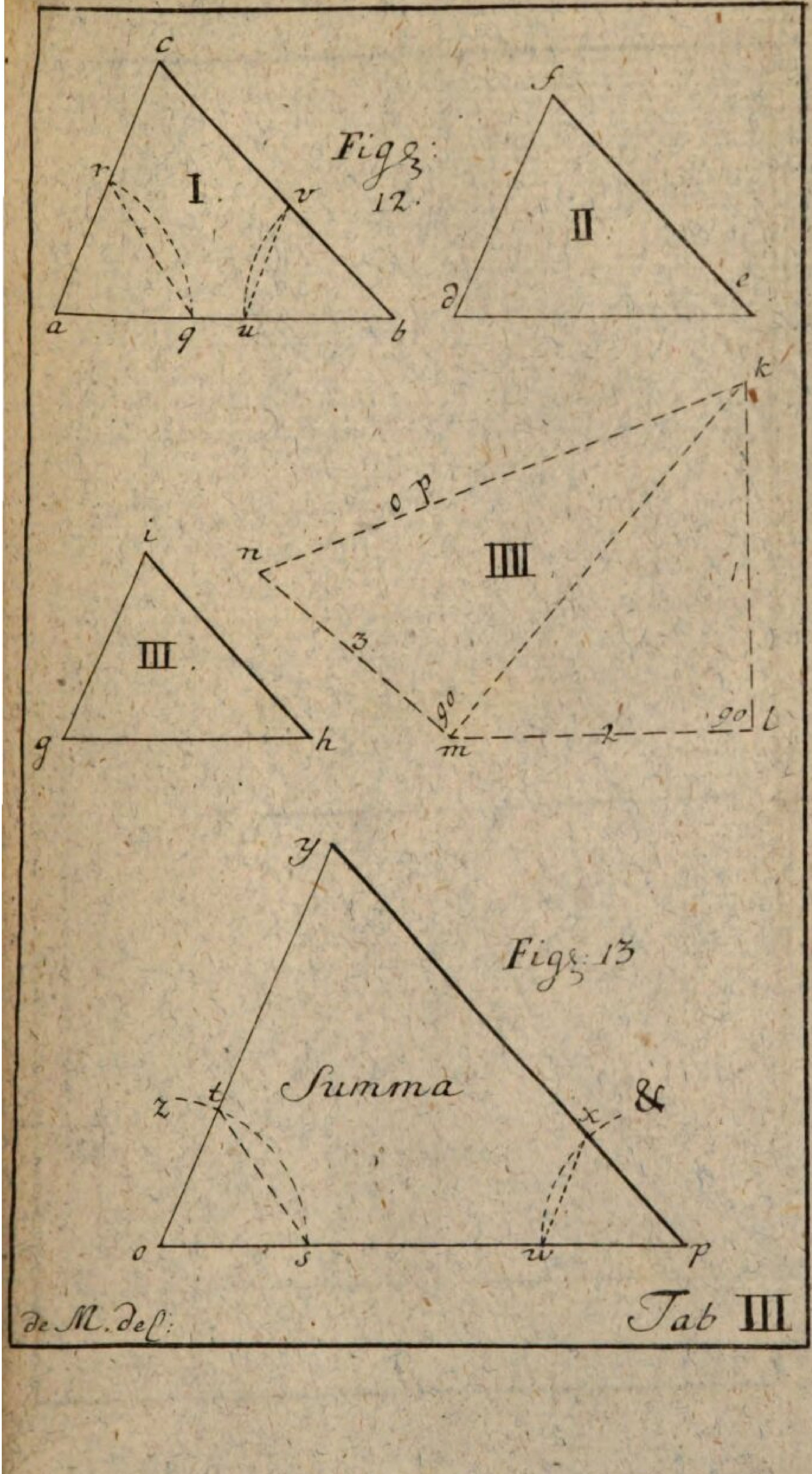


Fig: 6.
Fig. 7.
Summa.
Fig: 9.
Suma
Fig. 8
I
II
Fig. 11.
Summa.
Fig. 10
III
II
I
de M. del.
Tab. II.


Figg: 12.
I
II
III
IIII
a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u v w x y z
3
2
1
90
90
Figg: 13
Summa
&
de M. del:
Tab III

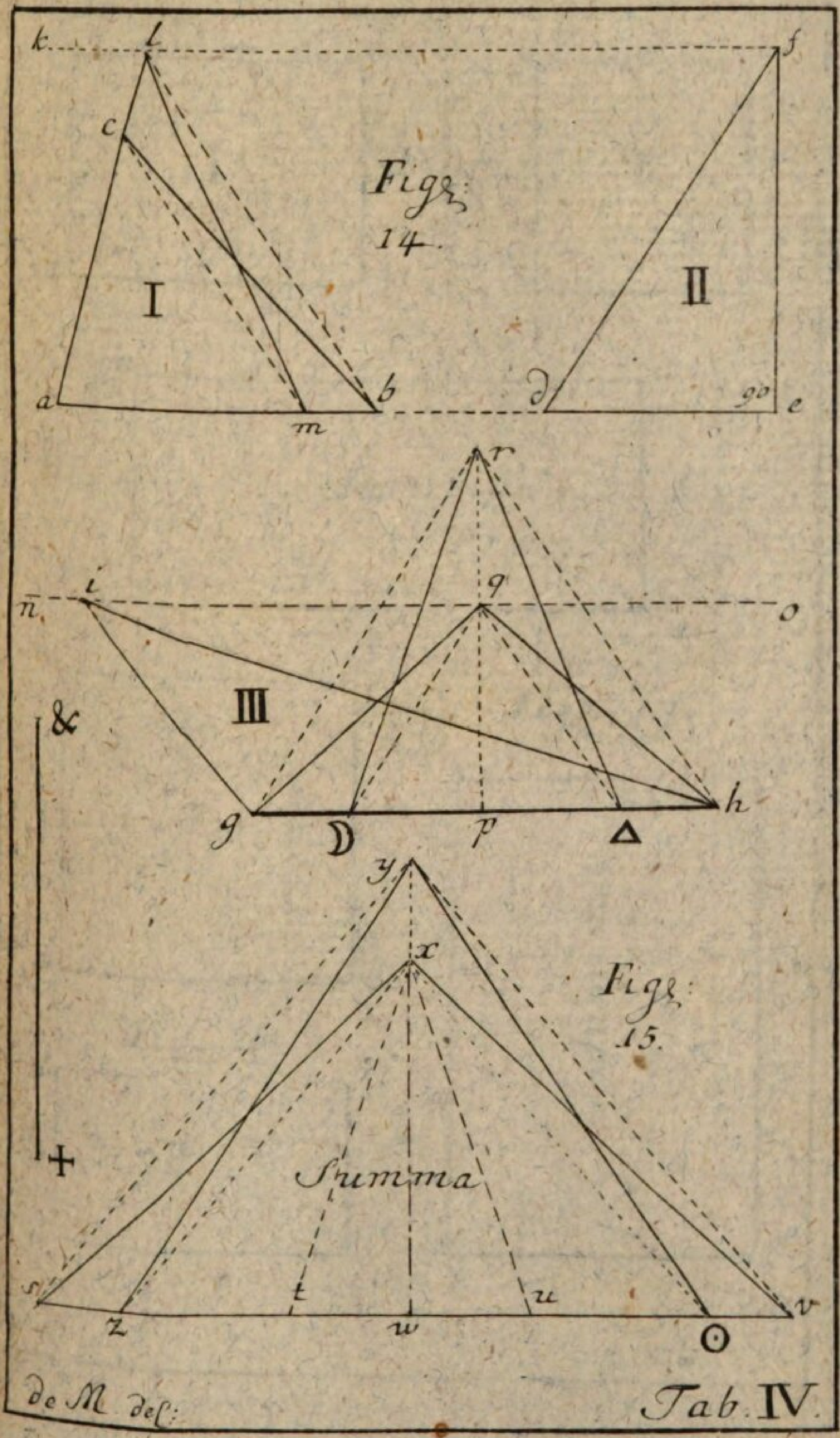
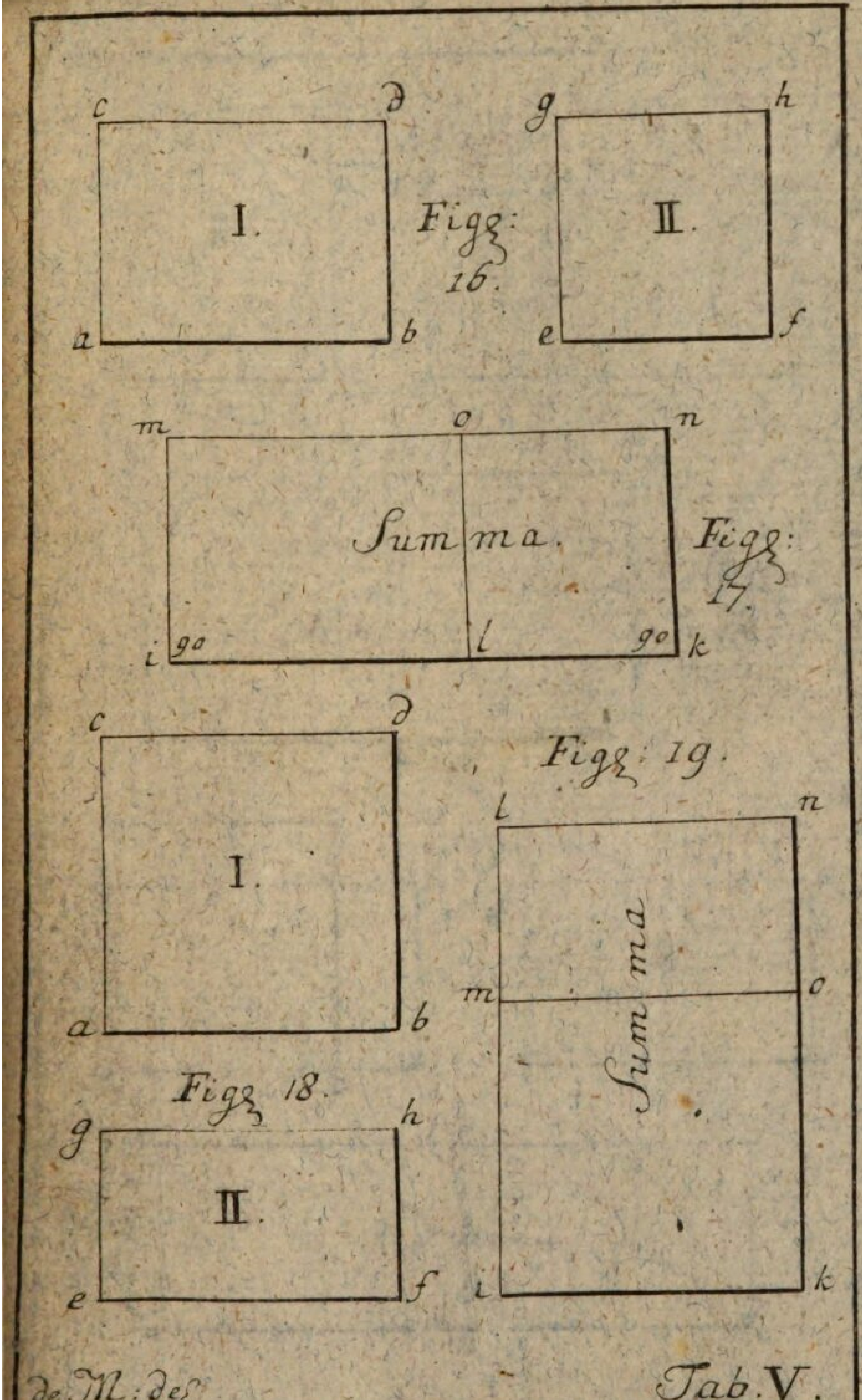
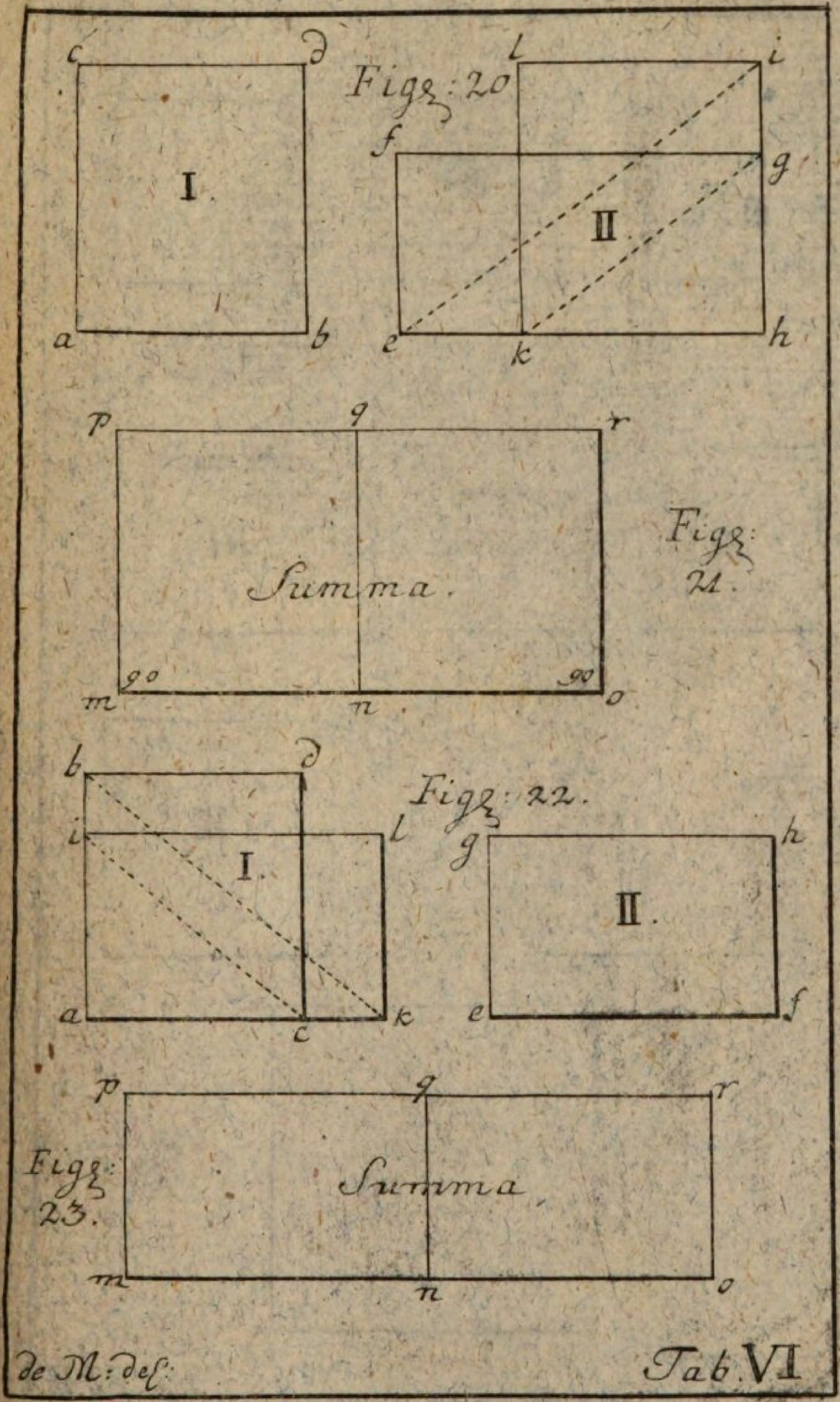
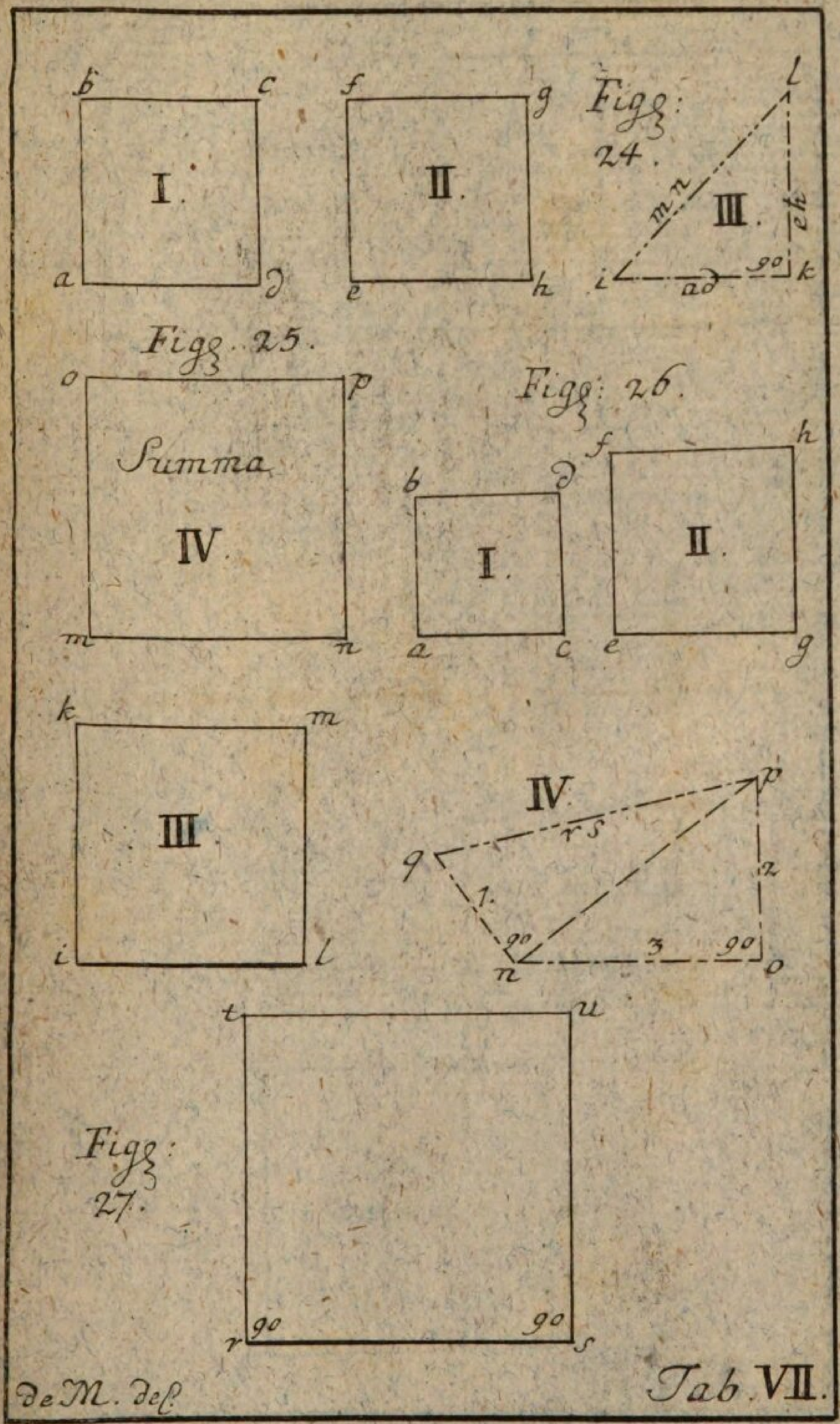


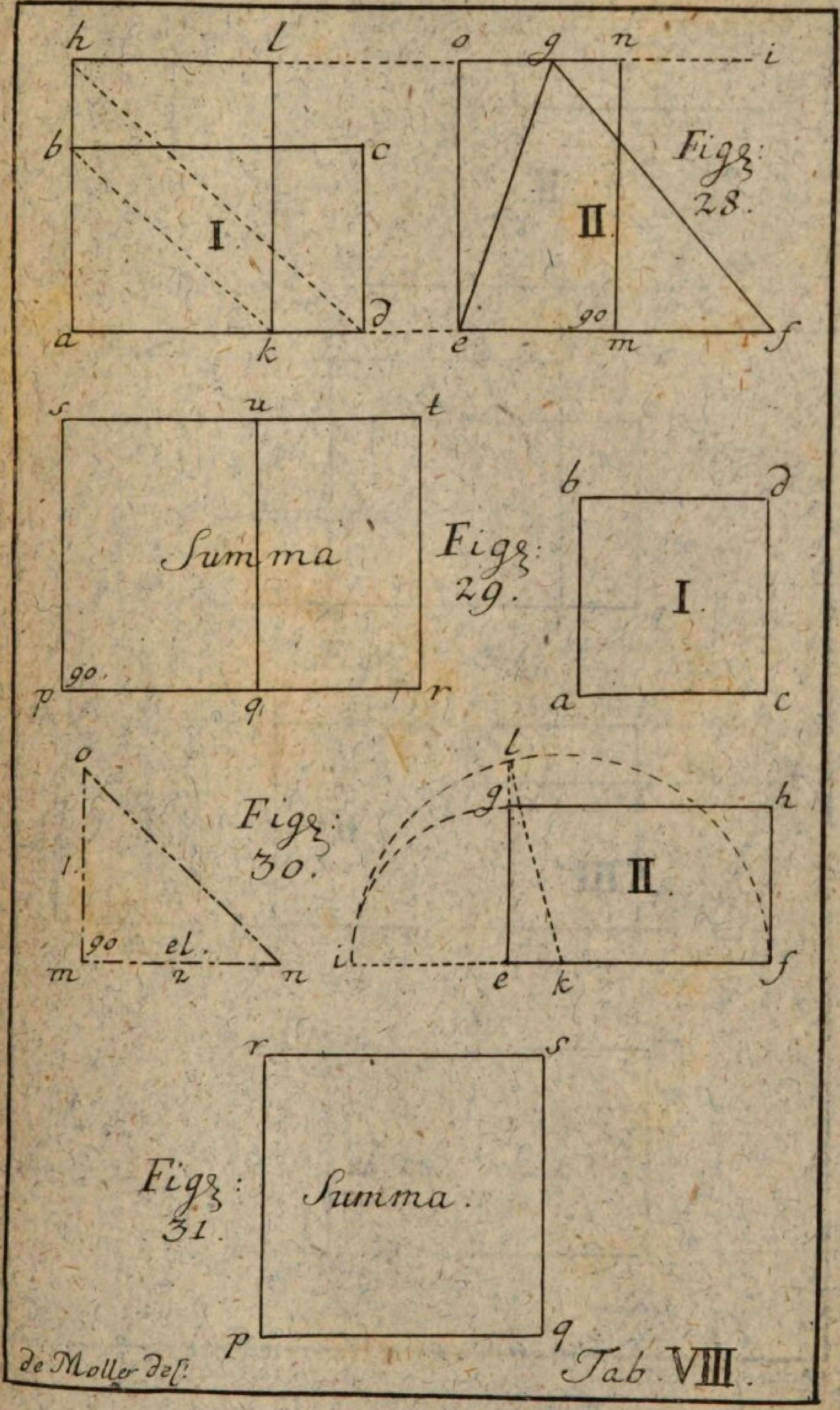
Fig: 14.
I
II
III
Fig: 15.
Summa
de M. del:
Tab. IV.

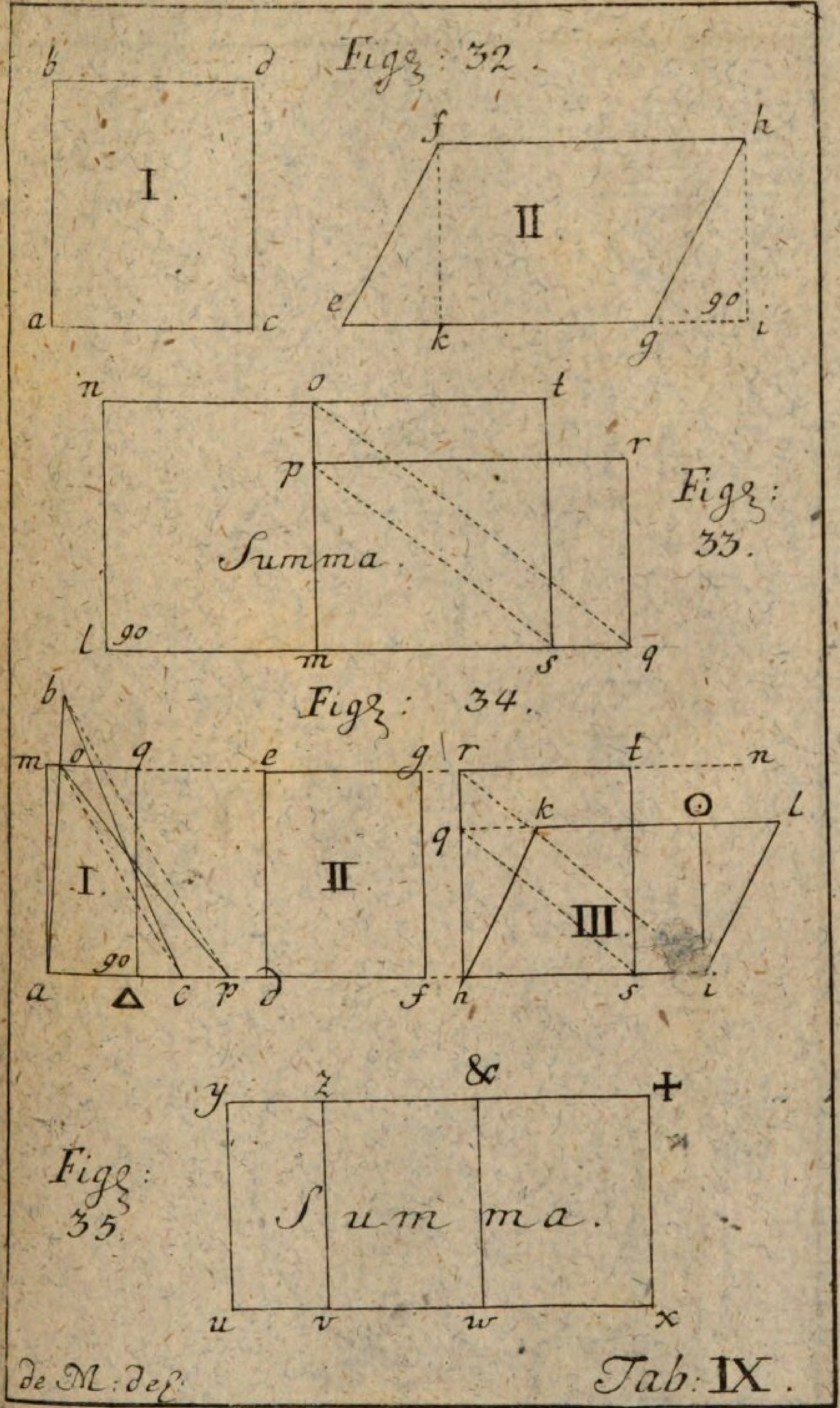

c d g h
I.
Figg: 16.
II.
a b e f
m o n
Summa.
Figg: 17.
i 90 l 90 k
c d
Figg: 19.
l n
I.
Summa
m o
a b
Figg 18.
g h
II.
e f i k
de M: del
Tab. V.


Figg: 20
I.
II.
Figg: 21.
Summa.
Figg: 22.
I.
II.
Figg: 23.
Summa.
de M: del:
Tab. VI



J D Philippin sc.


Figg: 28.
Figg: 29.
Figg: 30.
Figg: 31.
Summa
Summa.
I.
II.
de Moller del:
Tab. VIII.



J. D. Philippin sc:

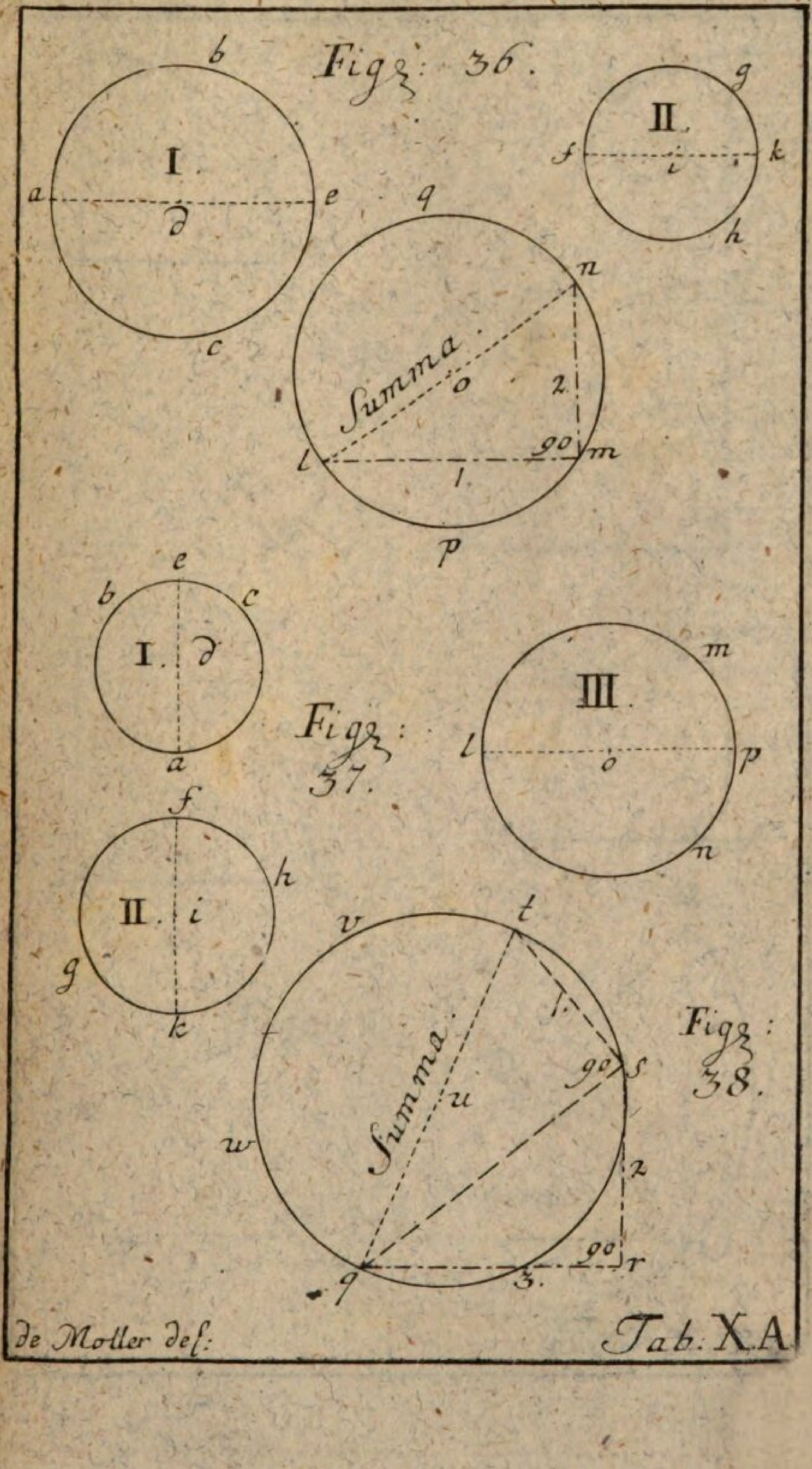
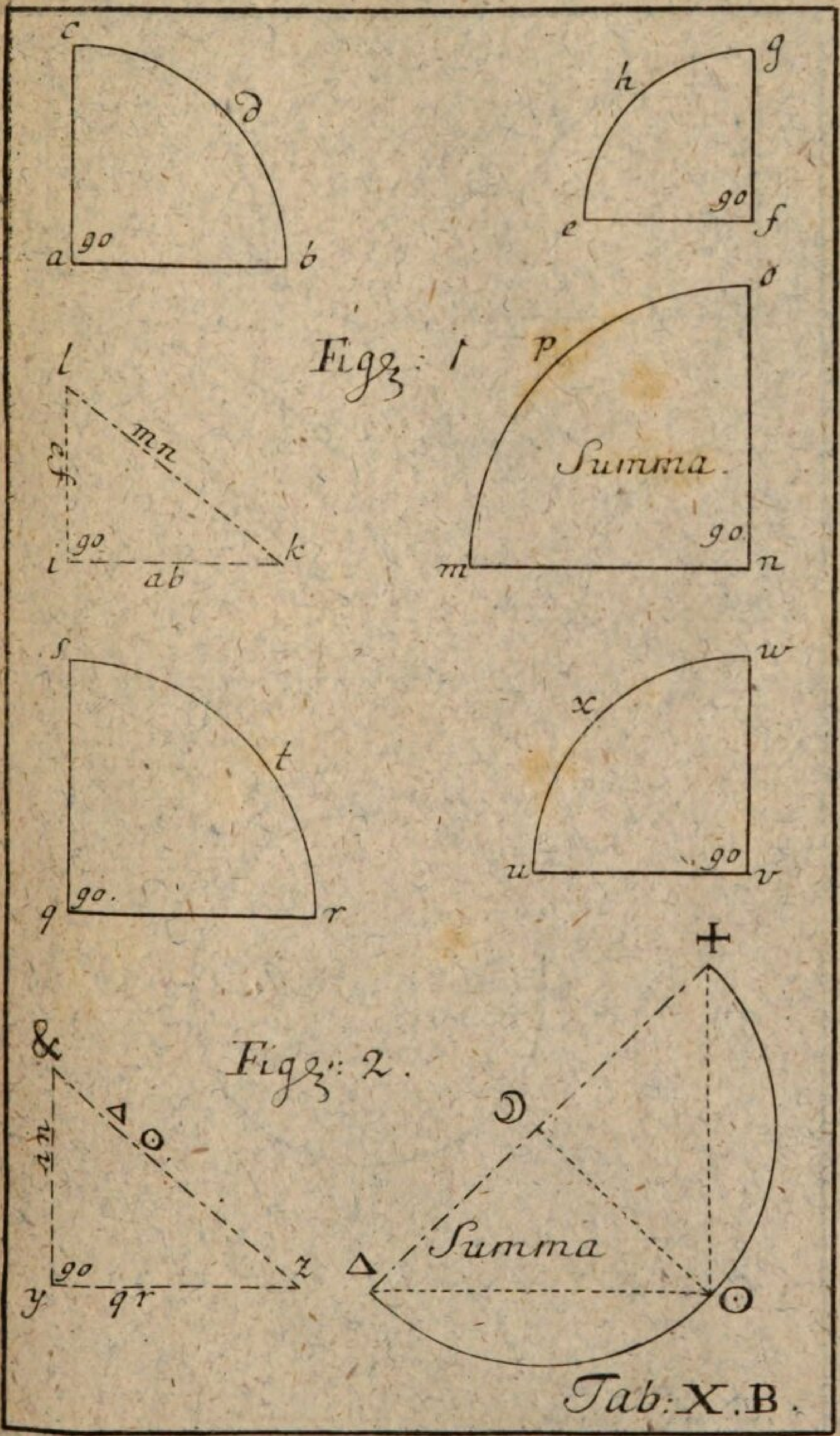
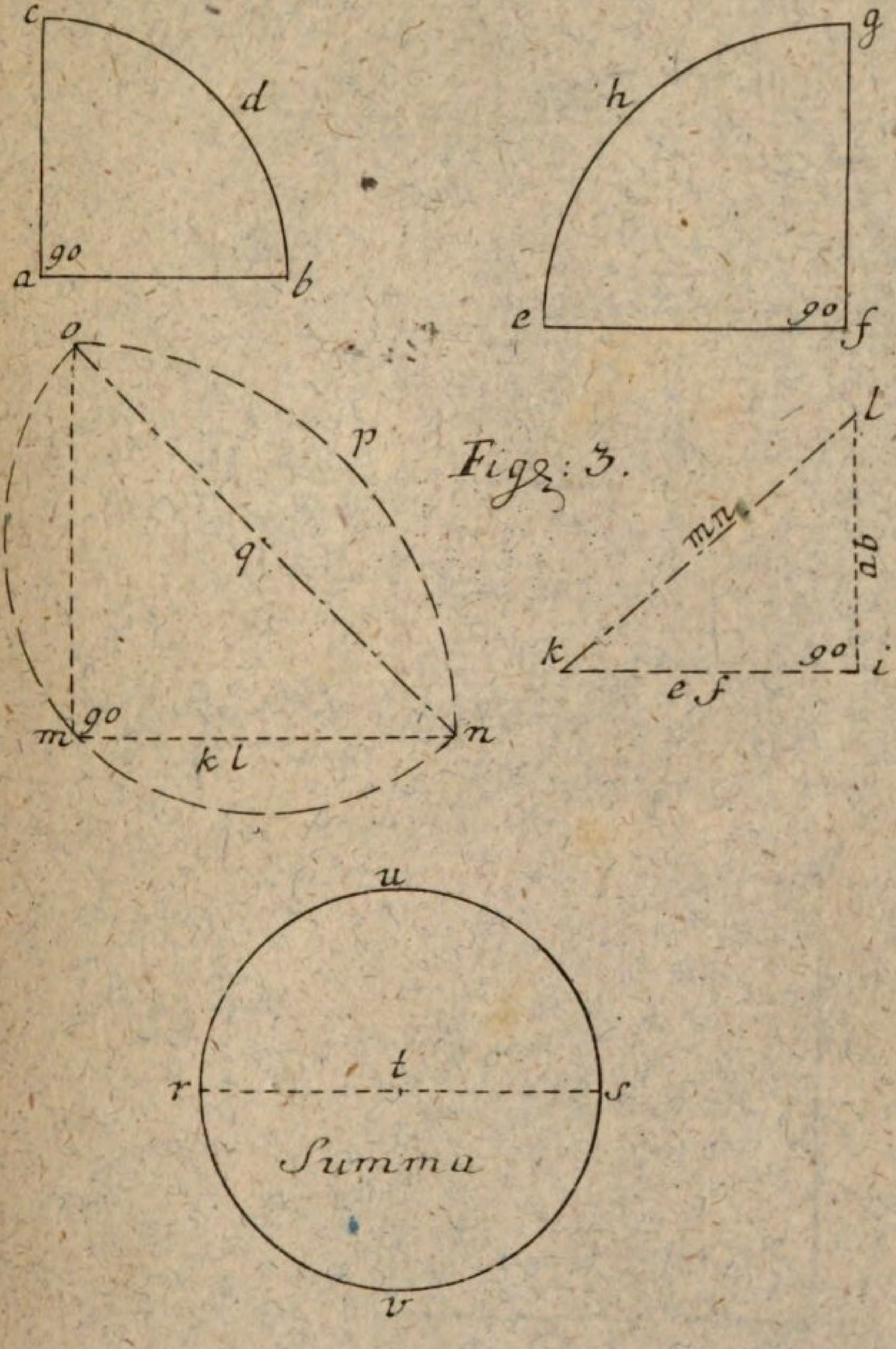


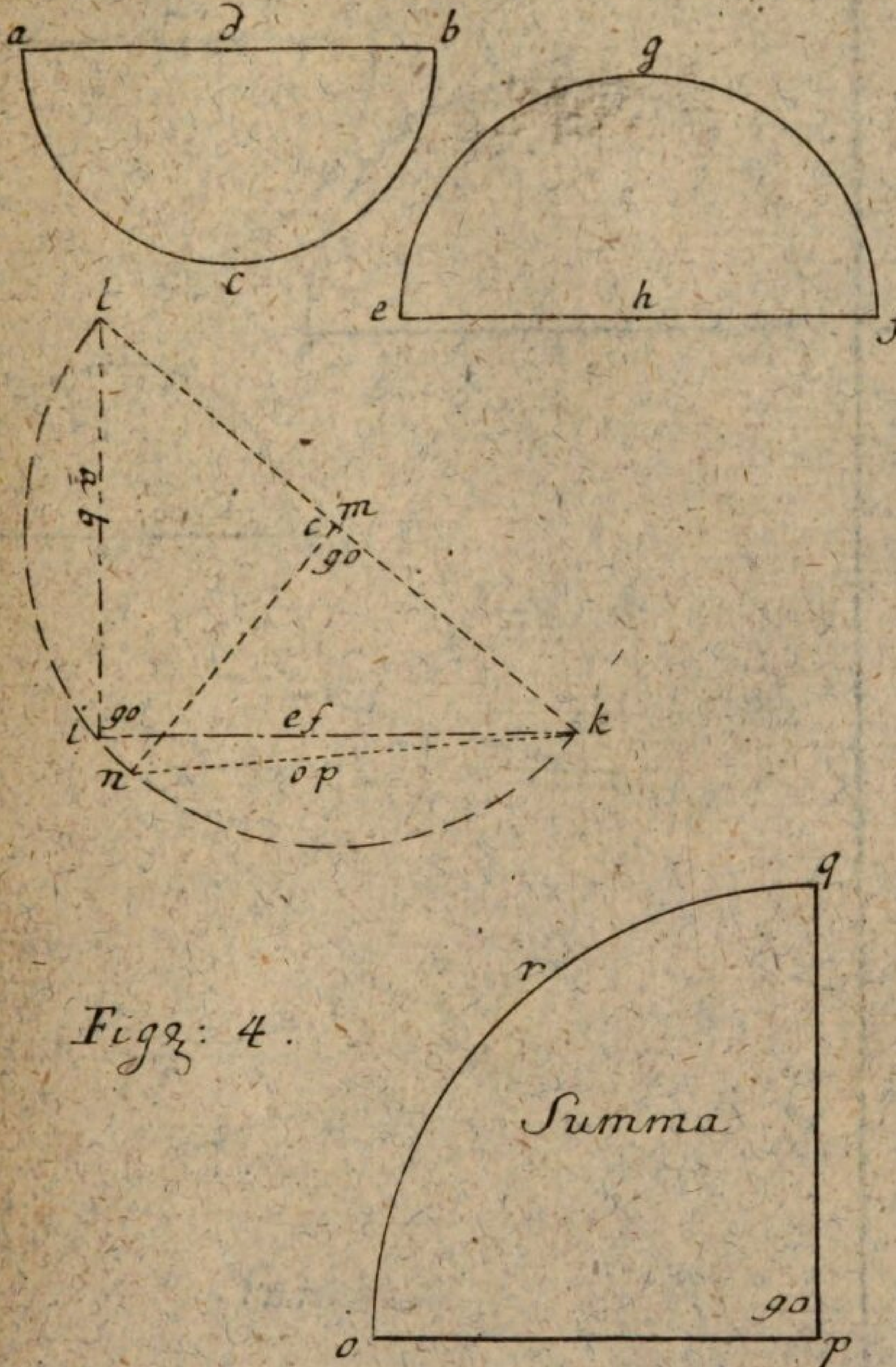
Fig: 36.
I.
II.
Summa.
Fig: 37.
I.
II.
III.
Summa.
Fig: 38.
de Moller del:
Tab: X A


c
d
a
90
b
h
g
e
90
f
o
p
Figg: 1
l
mn
i
90
ab
k
Summa.
90
m
n
s
t
q
90.
r
w
x
u
90
v
+
&
Figg: 2.
D
Δ
⊙
y
90
qr
z
Δ
Summa
⊙

Tab: X. B.



Tab X. C.



Figg: 4.

Tab: X. D.

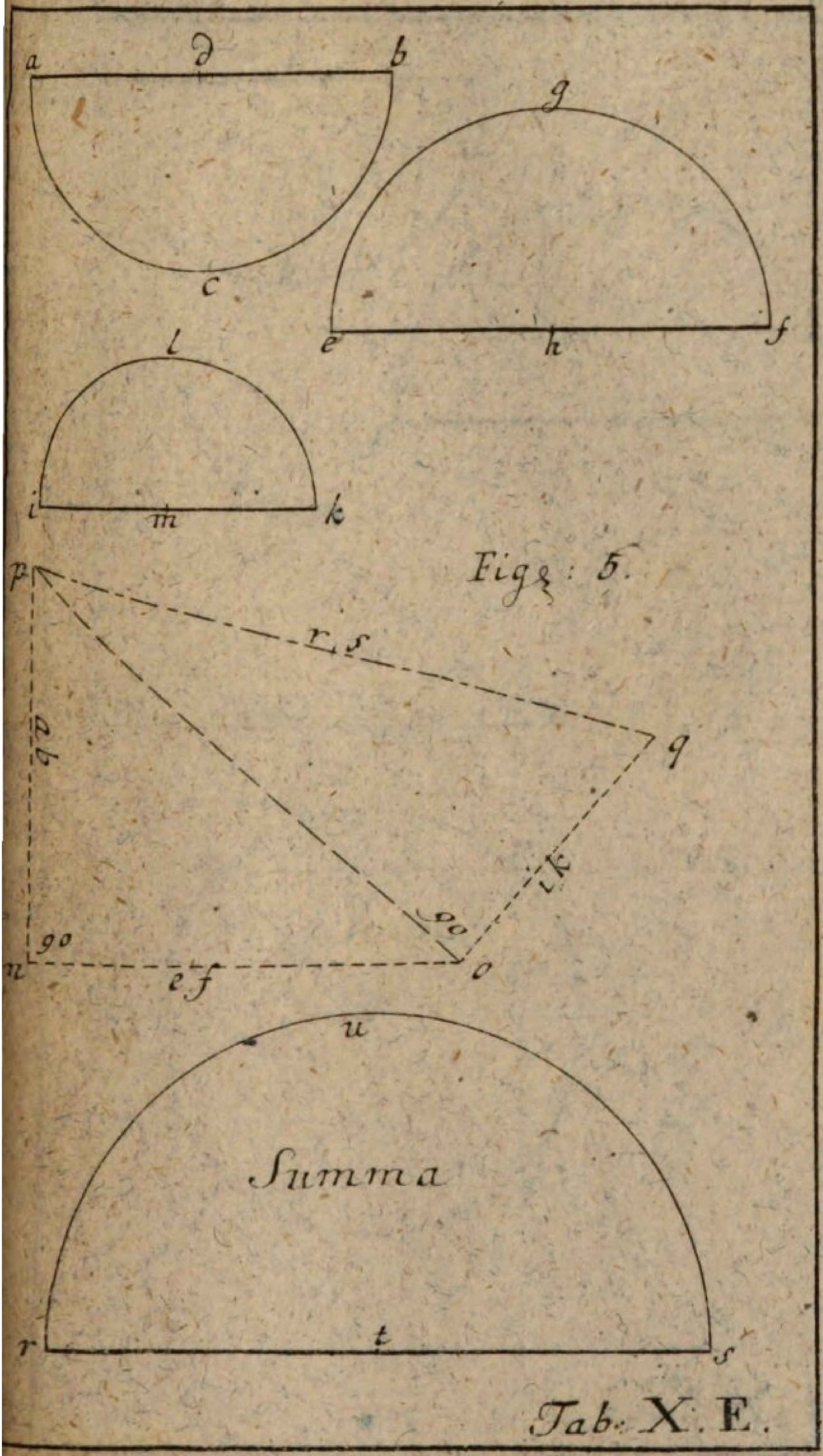
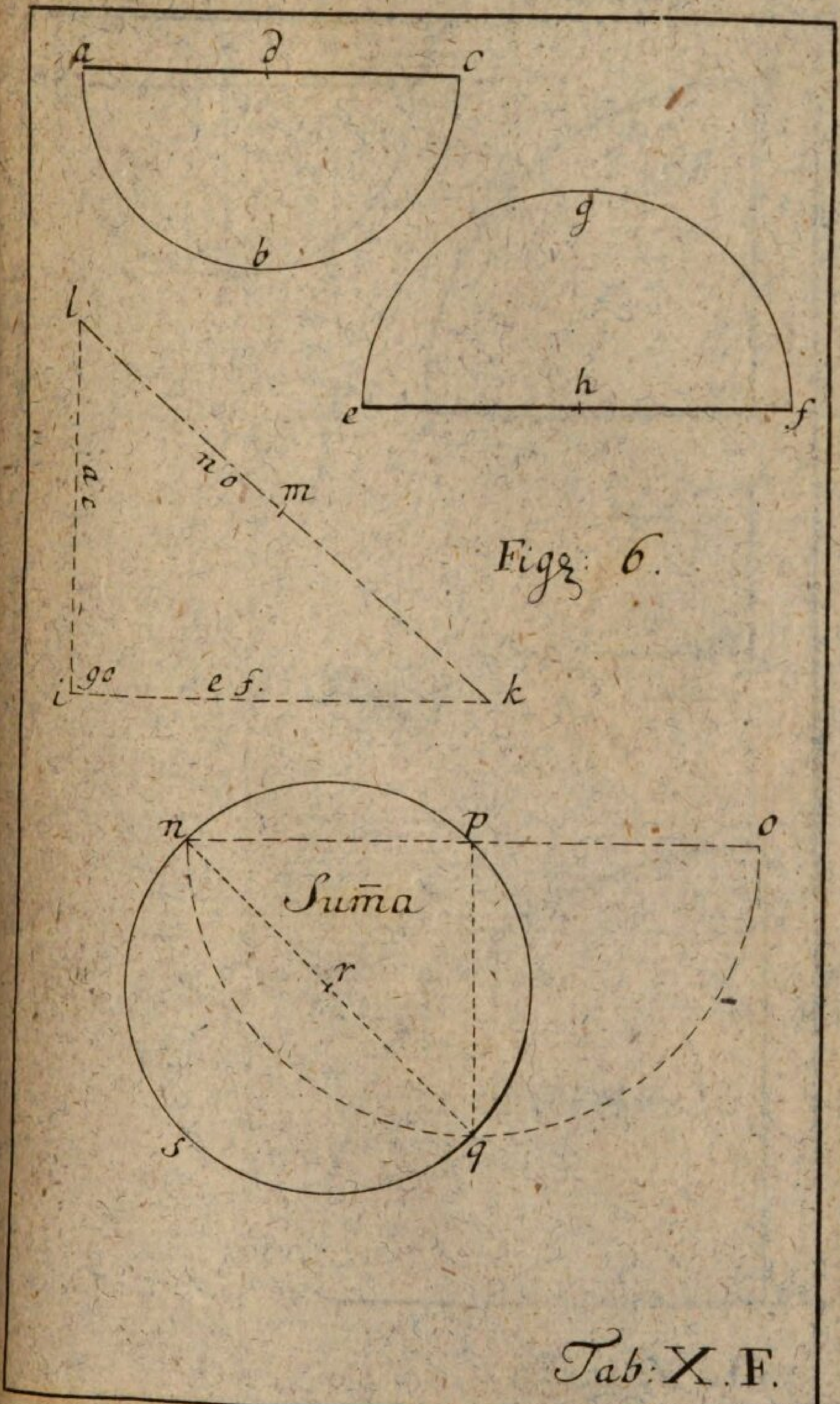
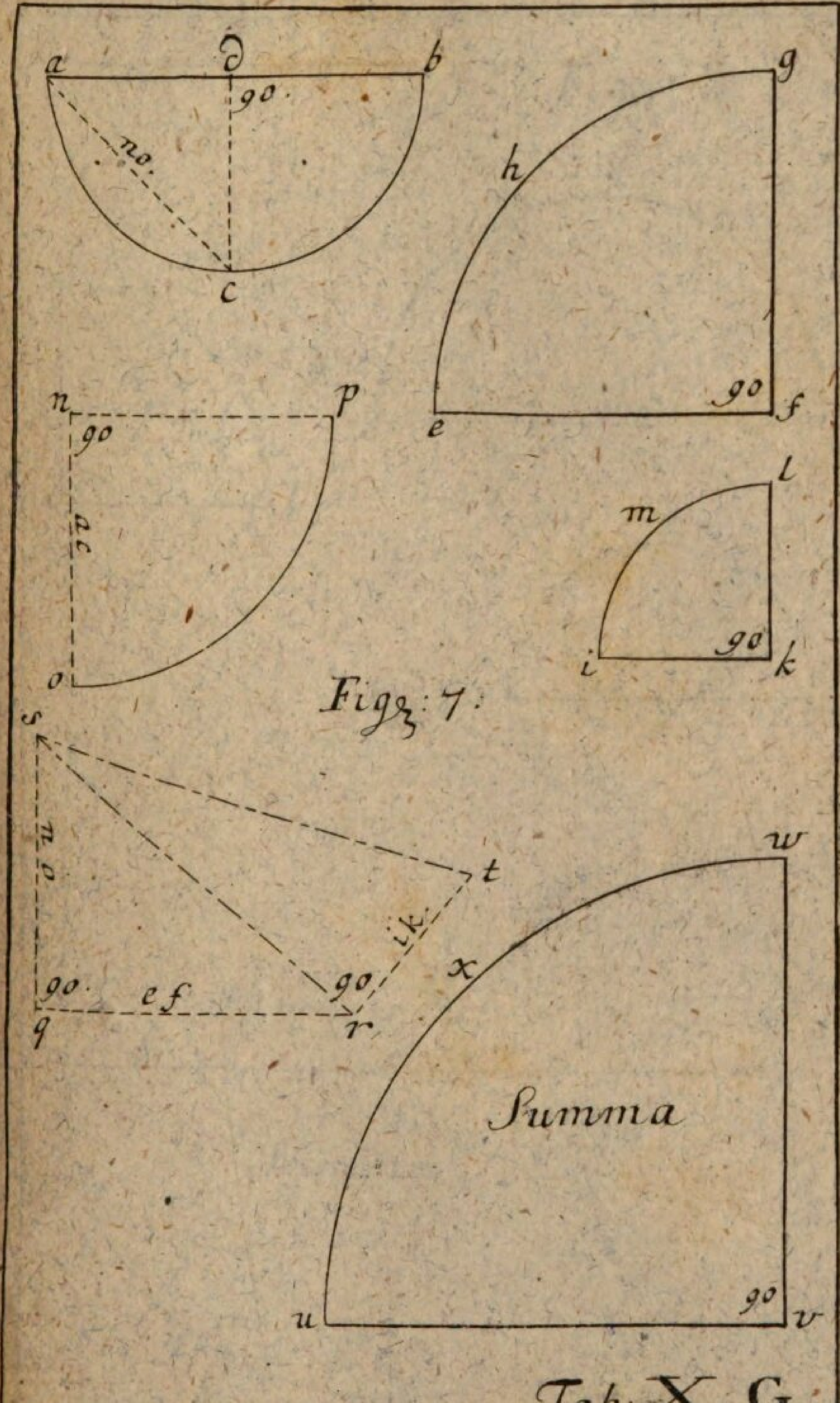


Fig: 5.

Tab: X. E.



a
d
c
b
g
l
h
e
f
a c
n o
m
Figꝫ: 6.
i
go
e f.
k
n
p
o
Suma
r
s
q
Tab: X. F.


a
d
b
90.
no.
c
g
h
90
f
e
n
p
90
ac
o
l
m
90
i
k
Figz: 7:
s
no
t
ik
90.
ef
90
q
r
w
x
Summa
90
u
v

Tab: X. G.

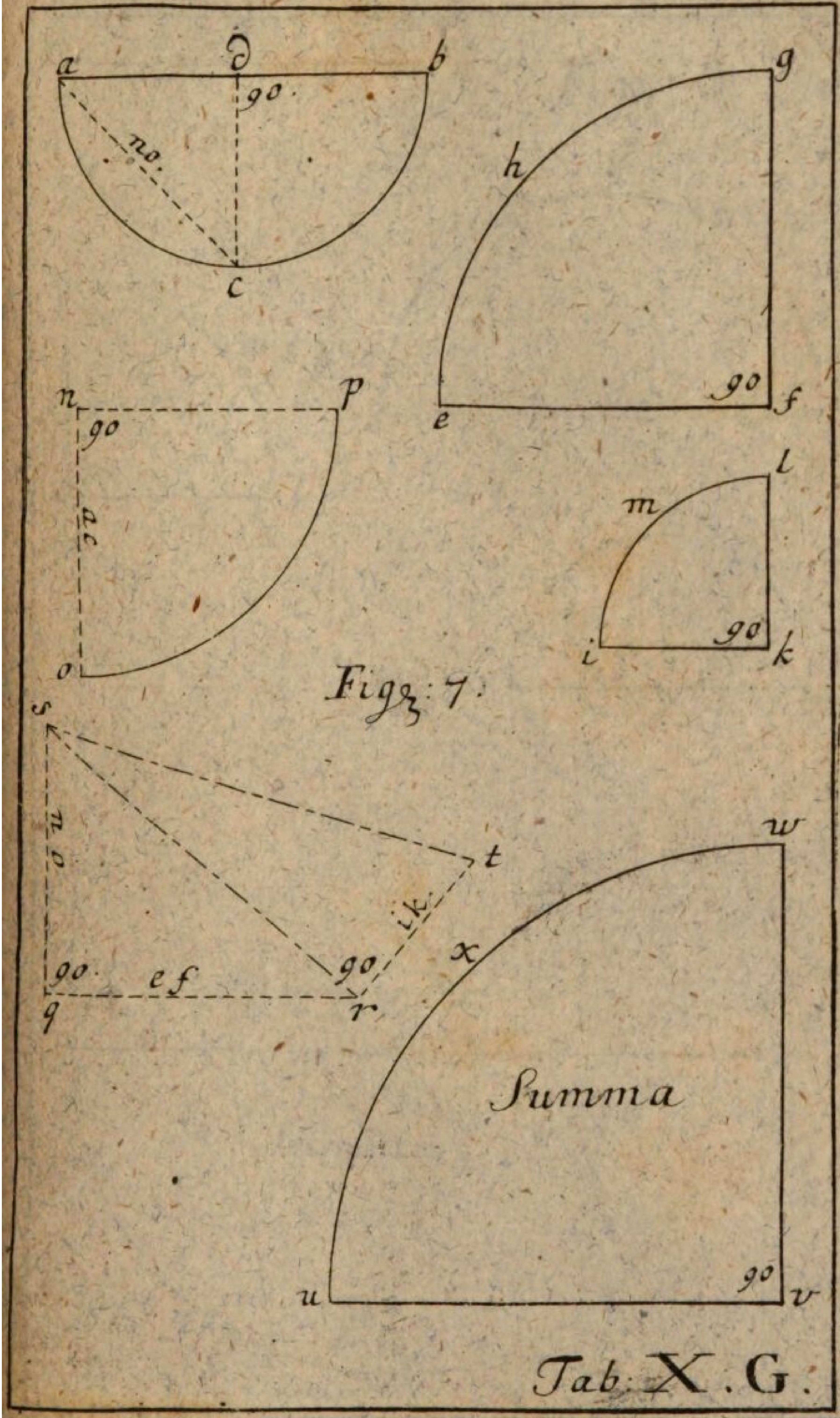
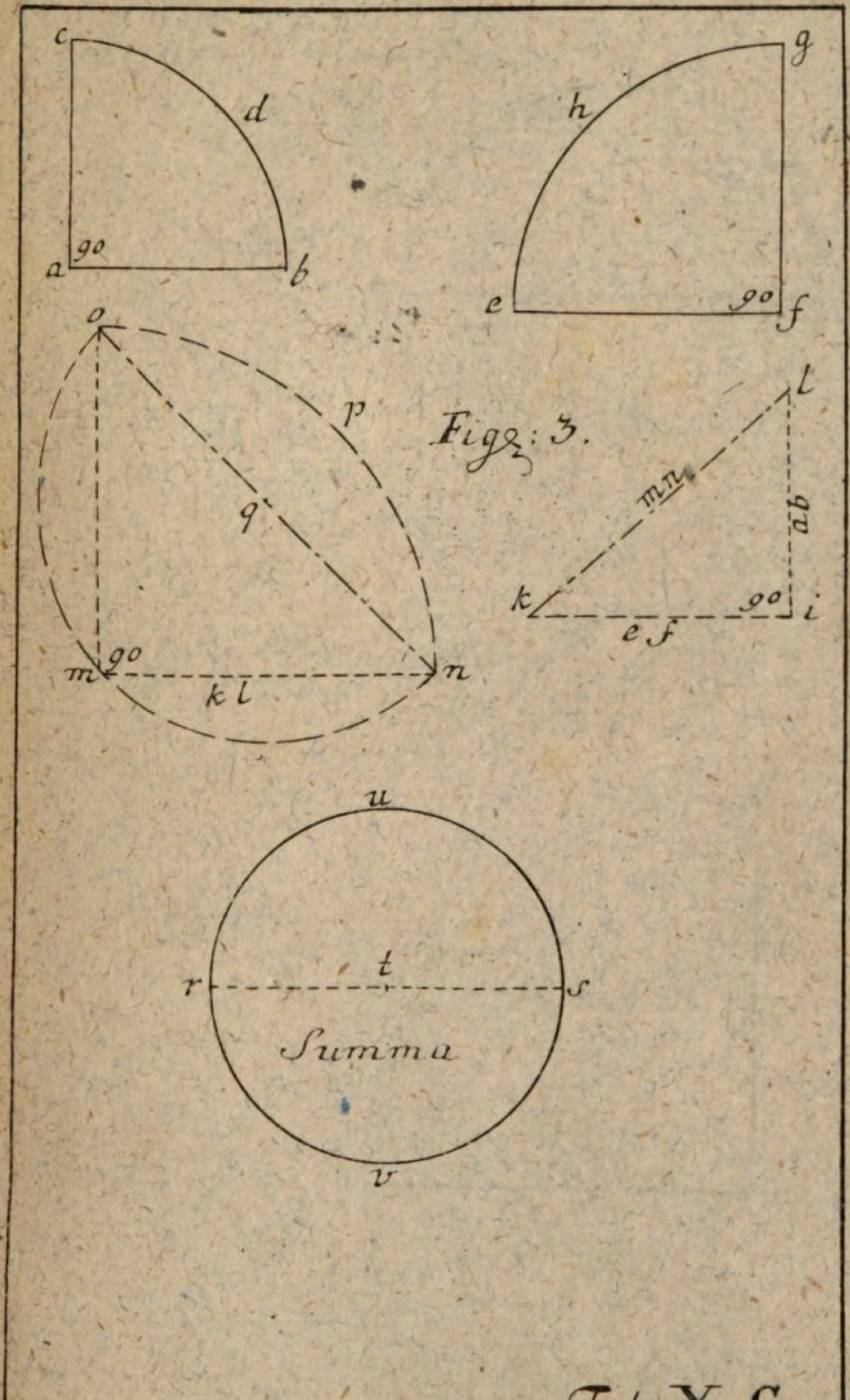

a
d
b
90.
no.
c
g
h
90
e
f
n
p
90
ac
o
l
m
90
i
k
s
no
t
ik.
90
90.
ef
q
r
w
x
Summa
90
u
v

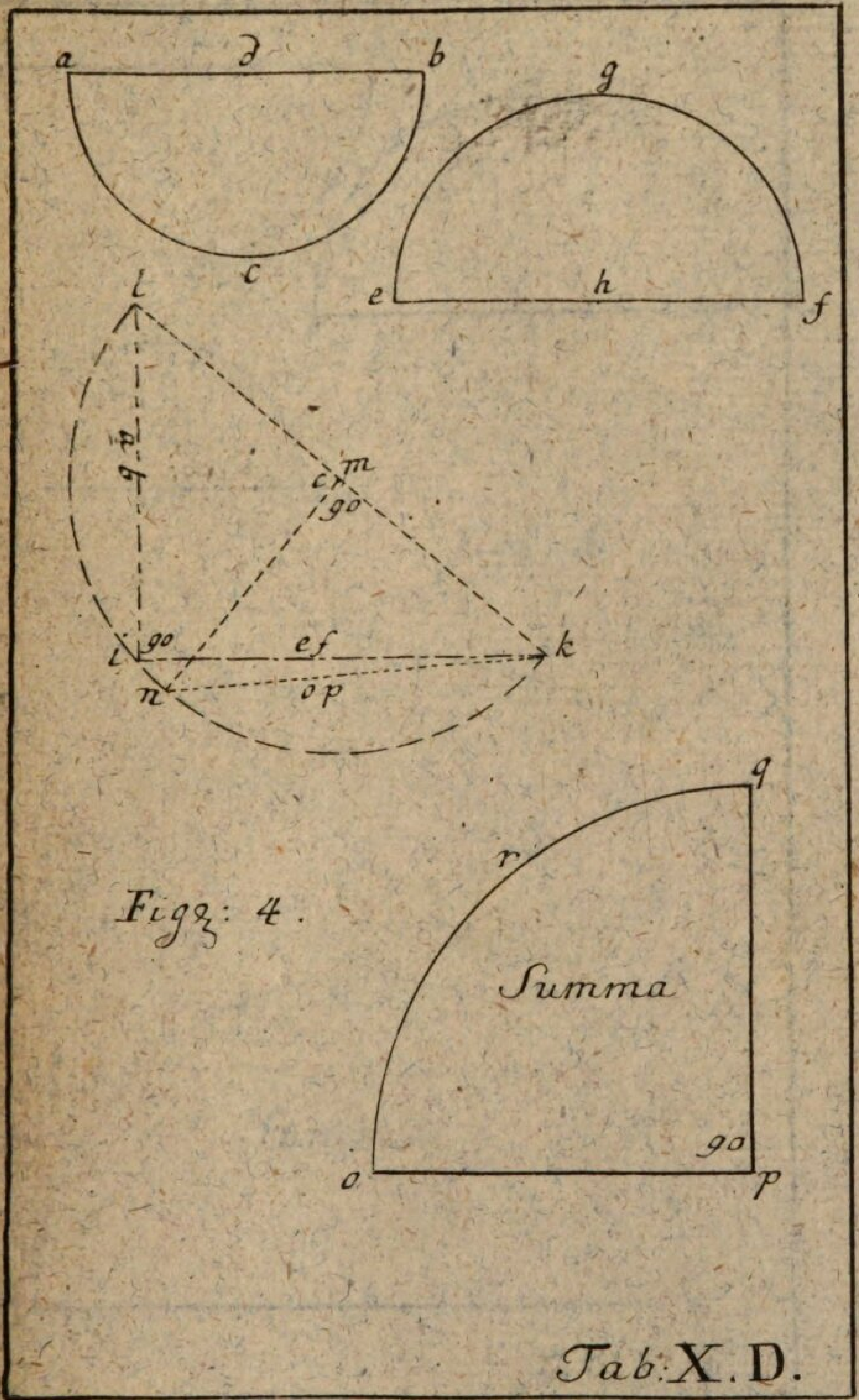
Fig: 7.

Tab: X. G.

Moller 4ter Th:

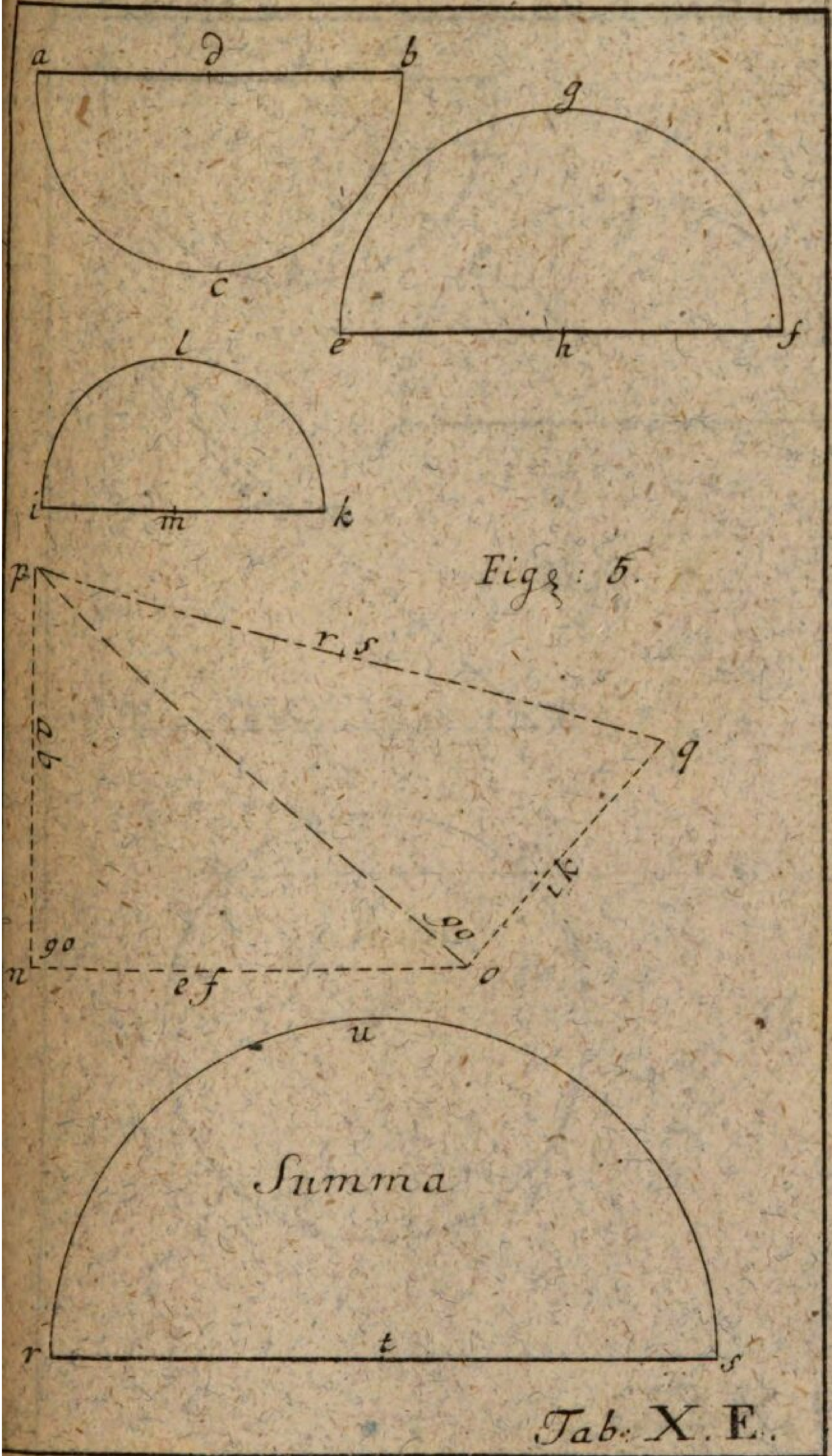


Tab X.C.

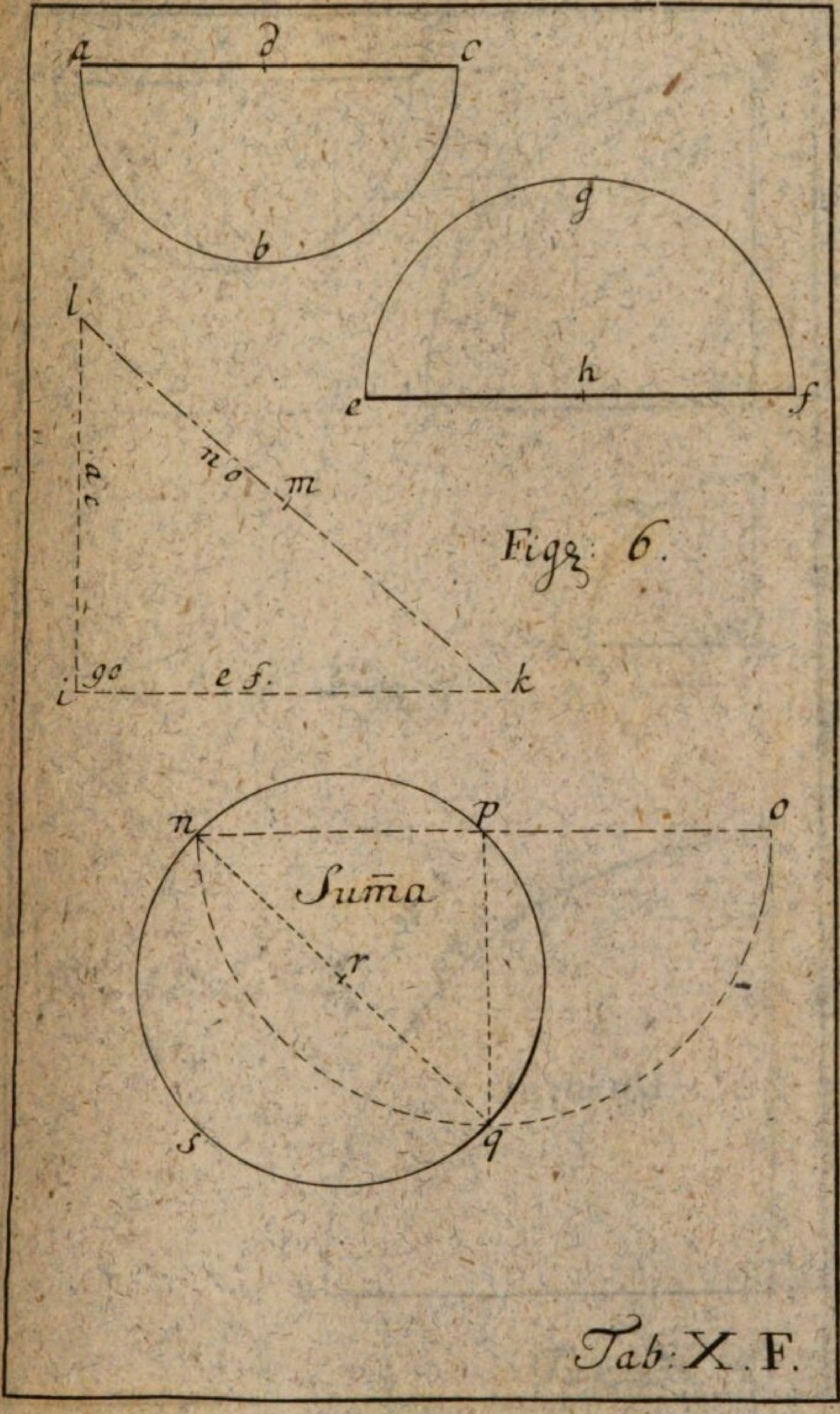


Figg: 4.

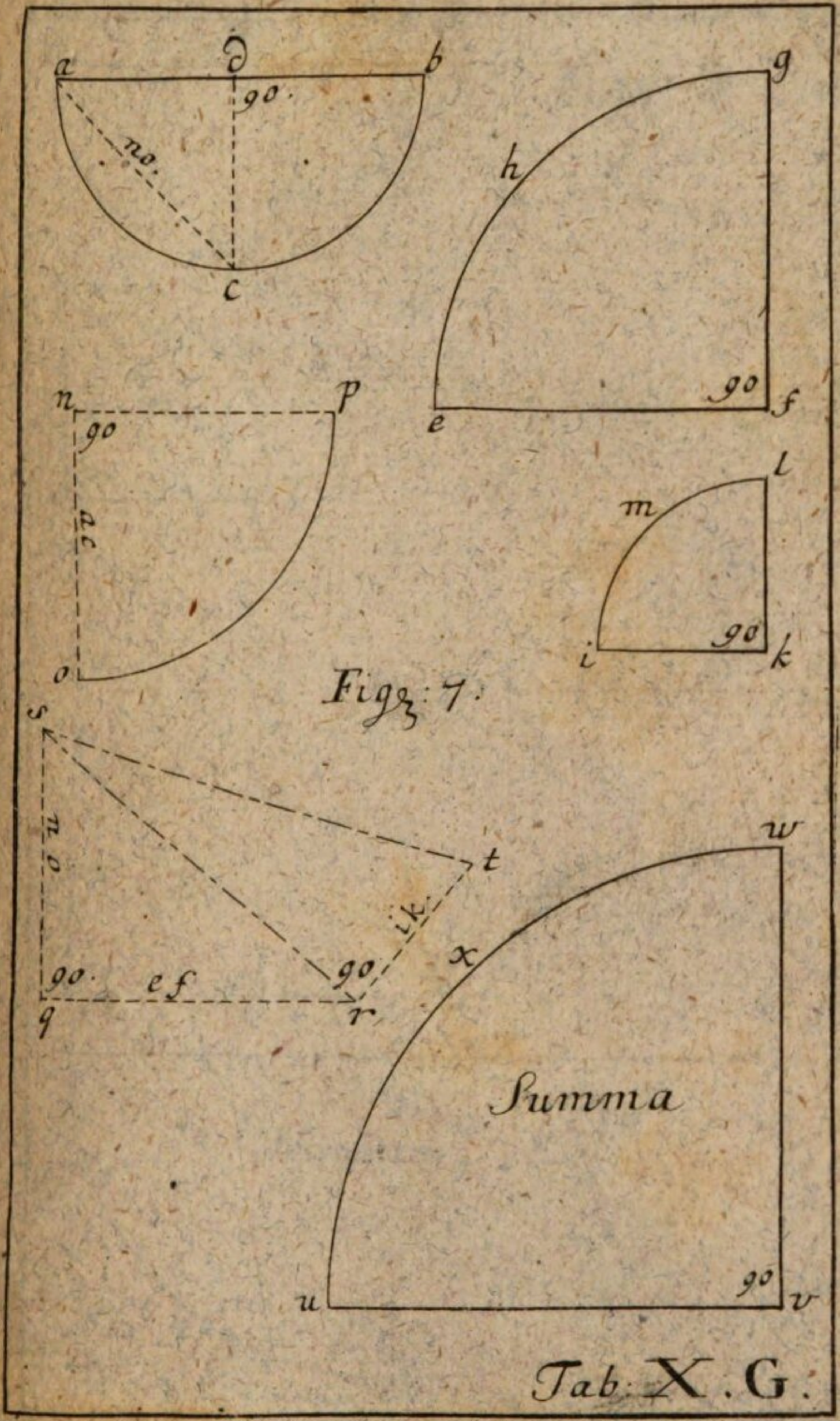
Tab: X. D.



Tab: X. E.

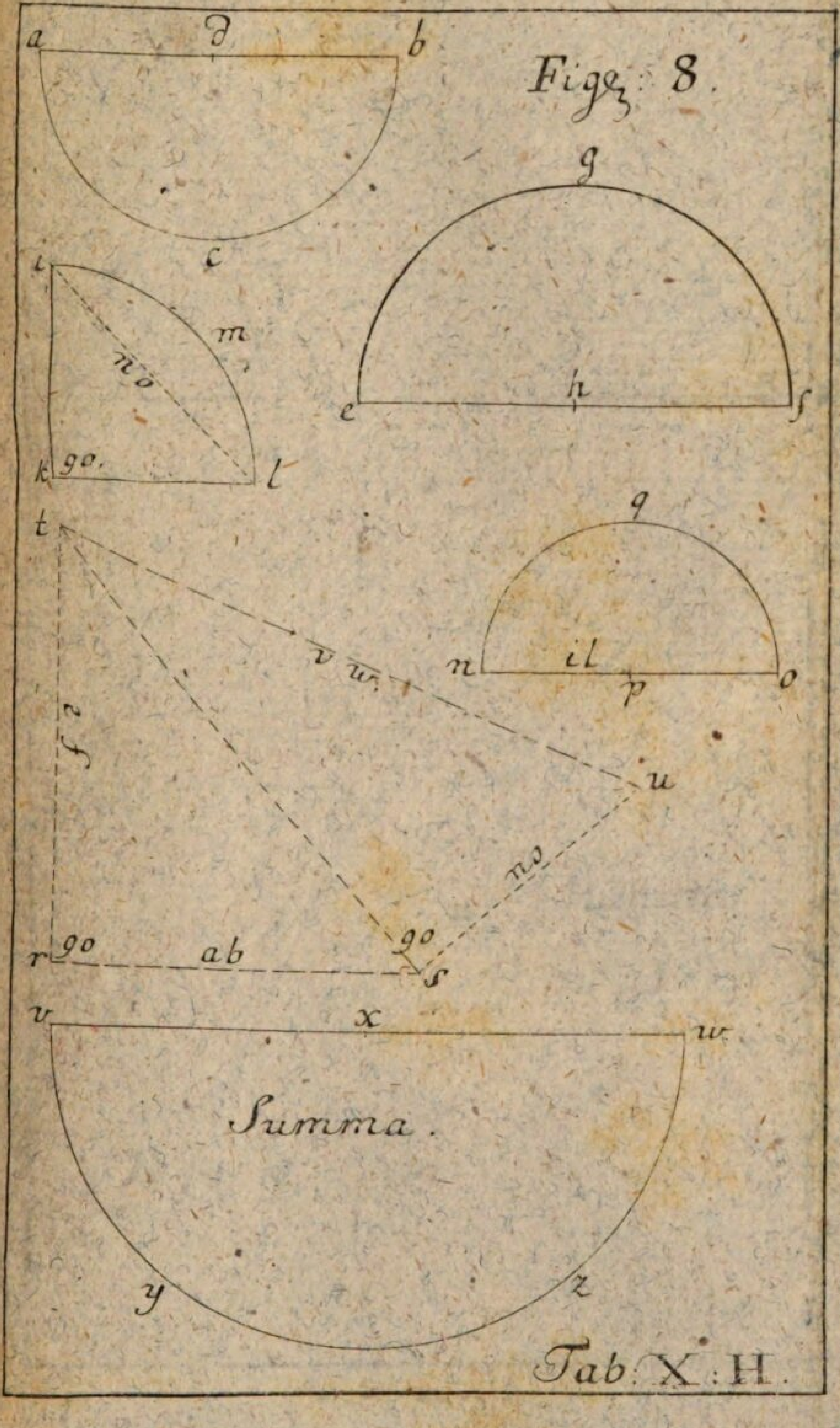


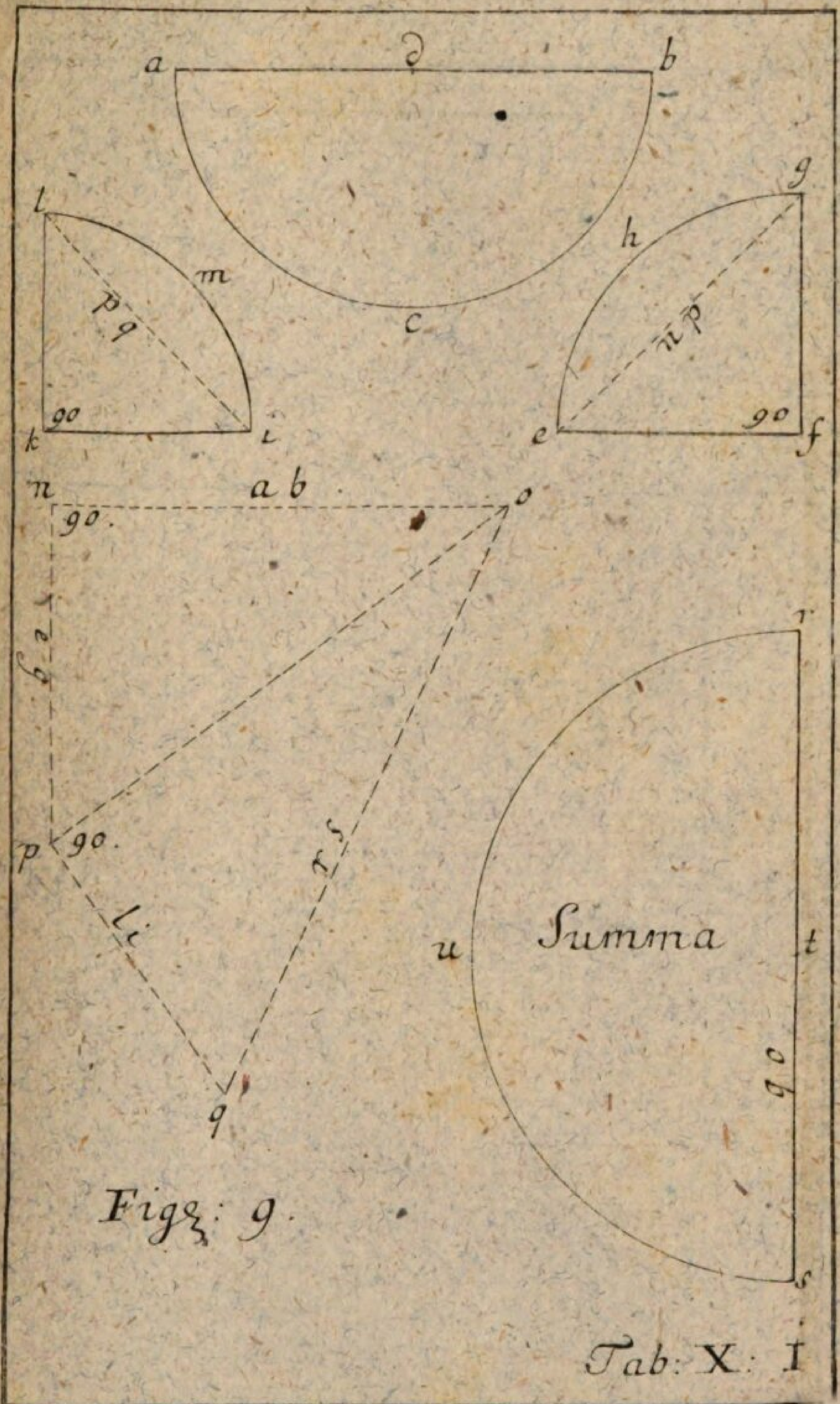
Tab: X. F.


a
d
b
g
90.
no.
h
c
n
p
90
ac
90
f
e
l
m
90
o
i
k
s
no
t
ik
x
90.
ef
90
q
r
w
Summa
90
u
v

Figg: 7.

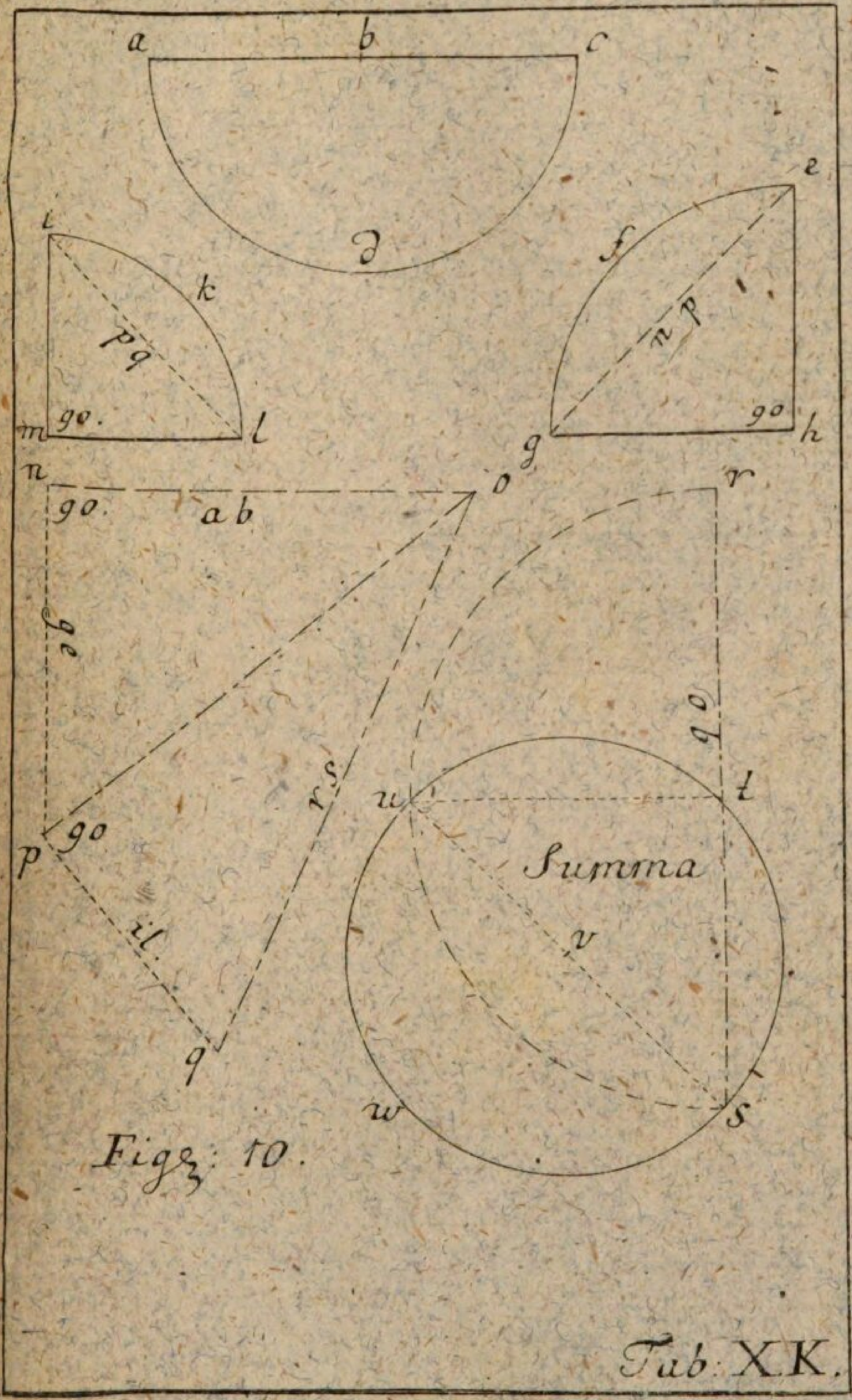
Tab: X. G.


Figg: 8.
a
b
c
g
e
h
f
i
m
no
k
go.
l
t
q
v
w.
n
il
p
o
f e
u
no
go
r
go
ab
s
v
x
w.
Summa.
y
z
Tab. X. H.



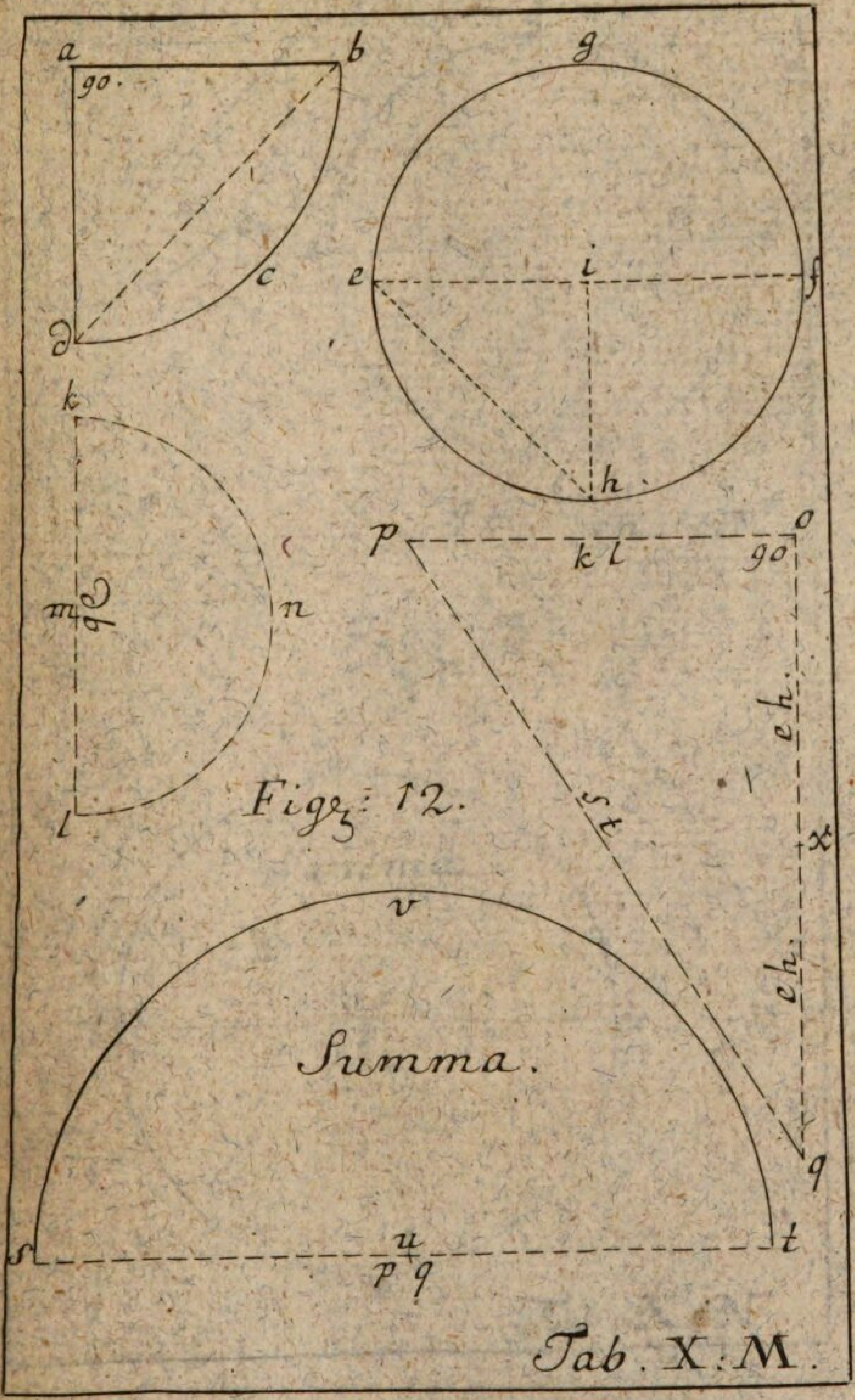
Figg: 9.

Tab: X: I



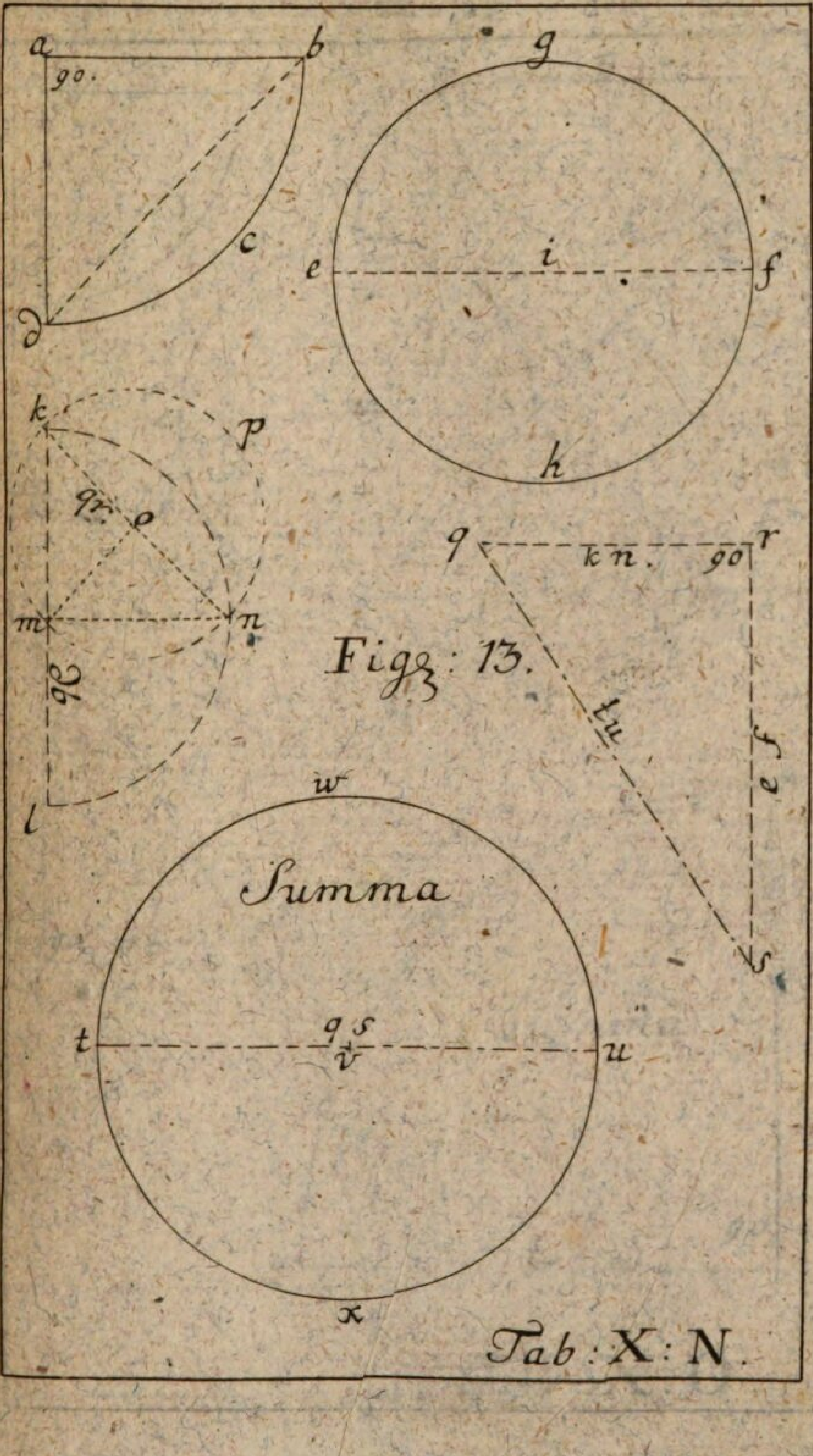
Figg: 10.

Tab: X.K.



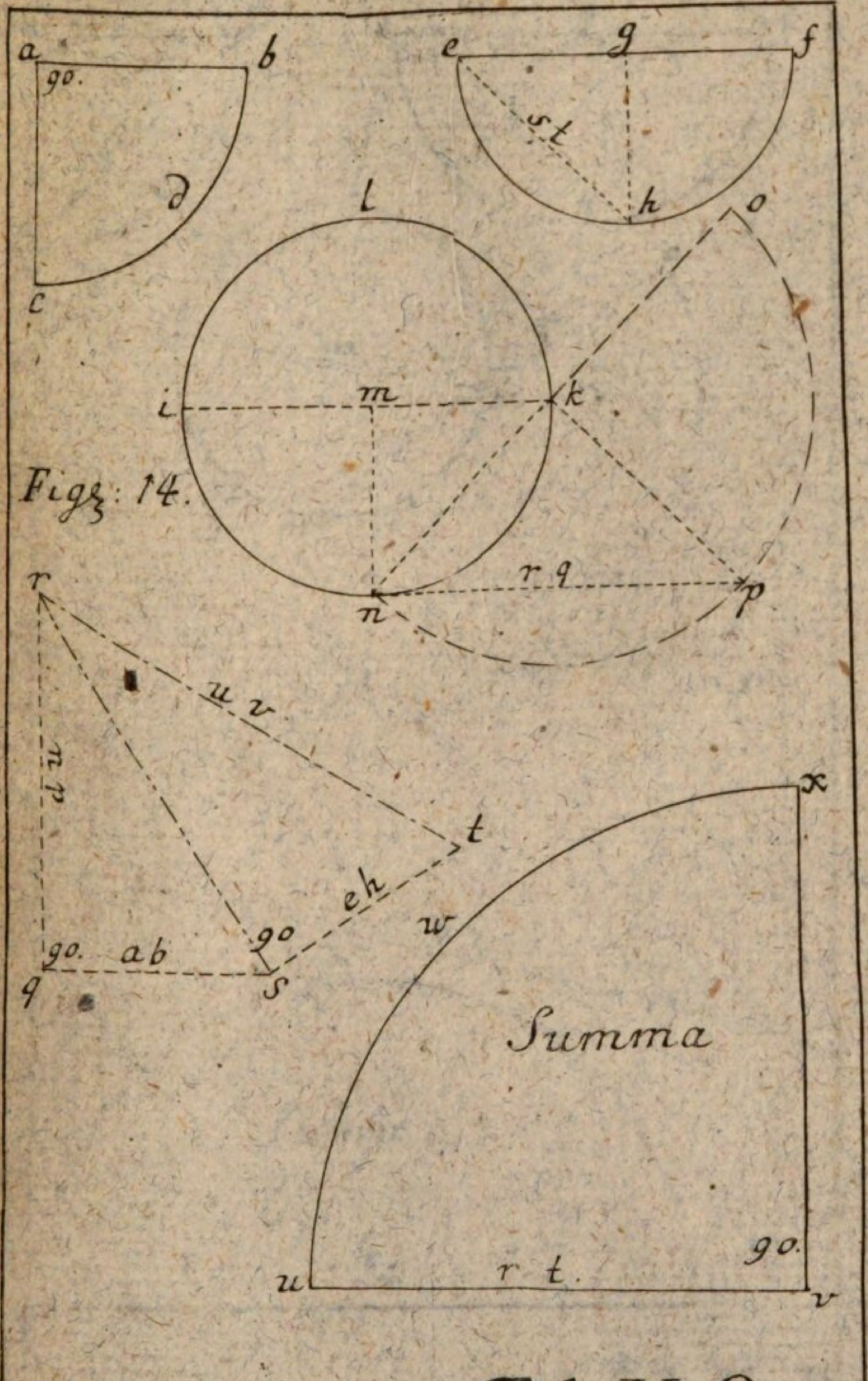
Figg: 12.

Tab. X: M.



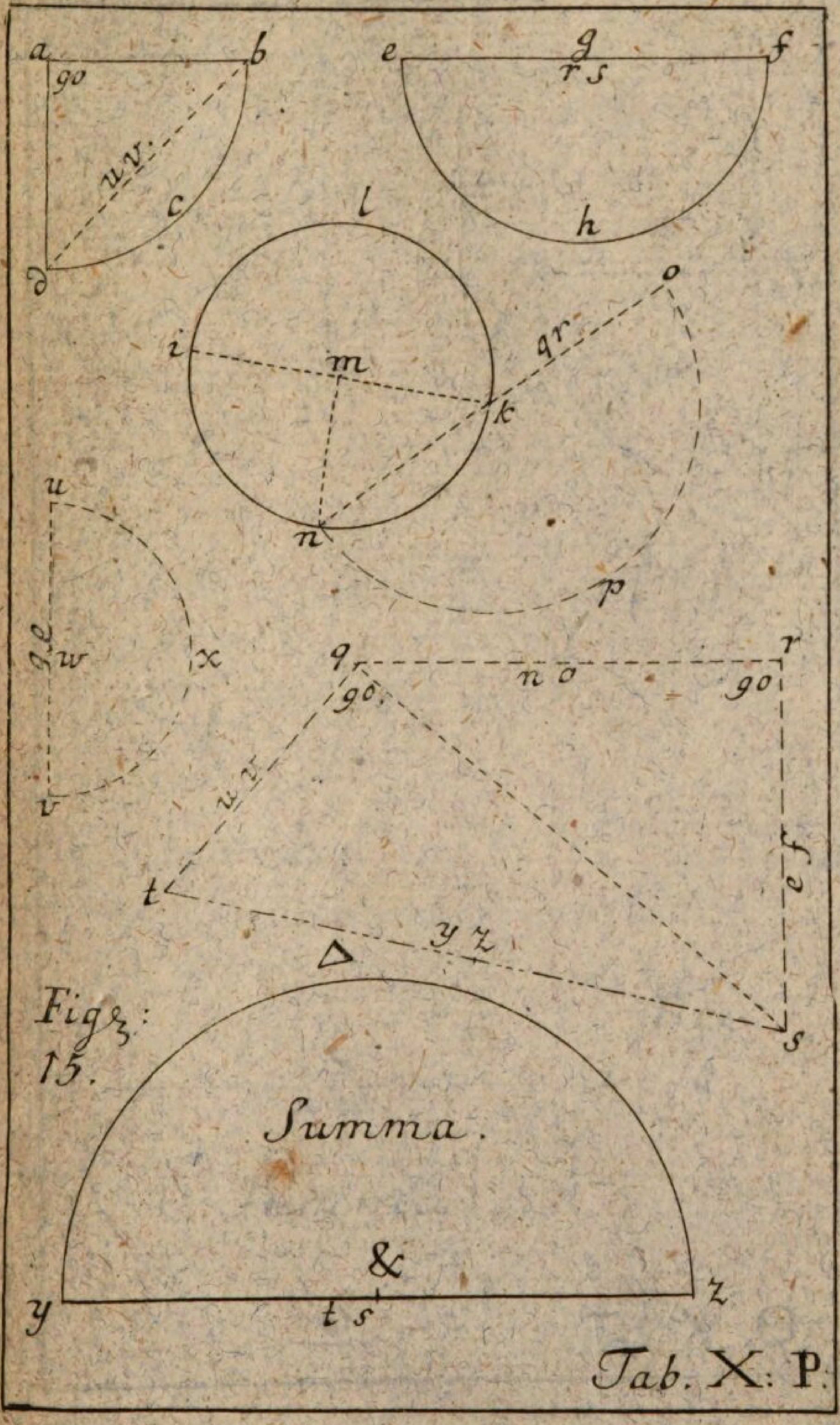
Figg: 13.

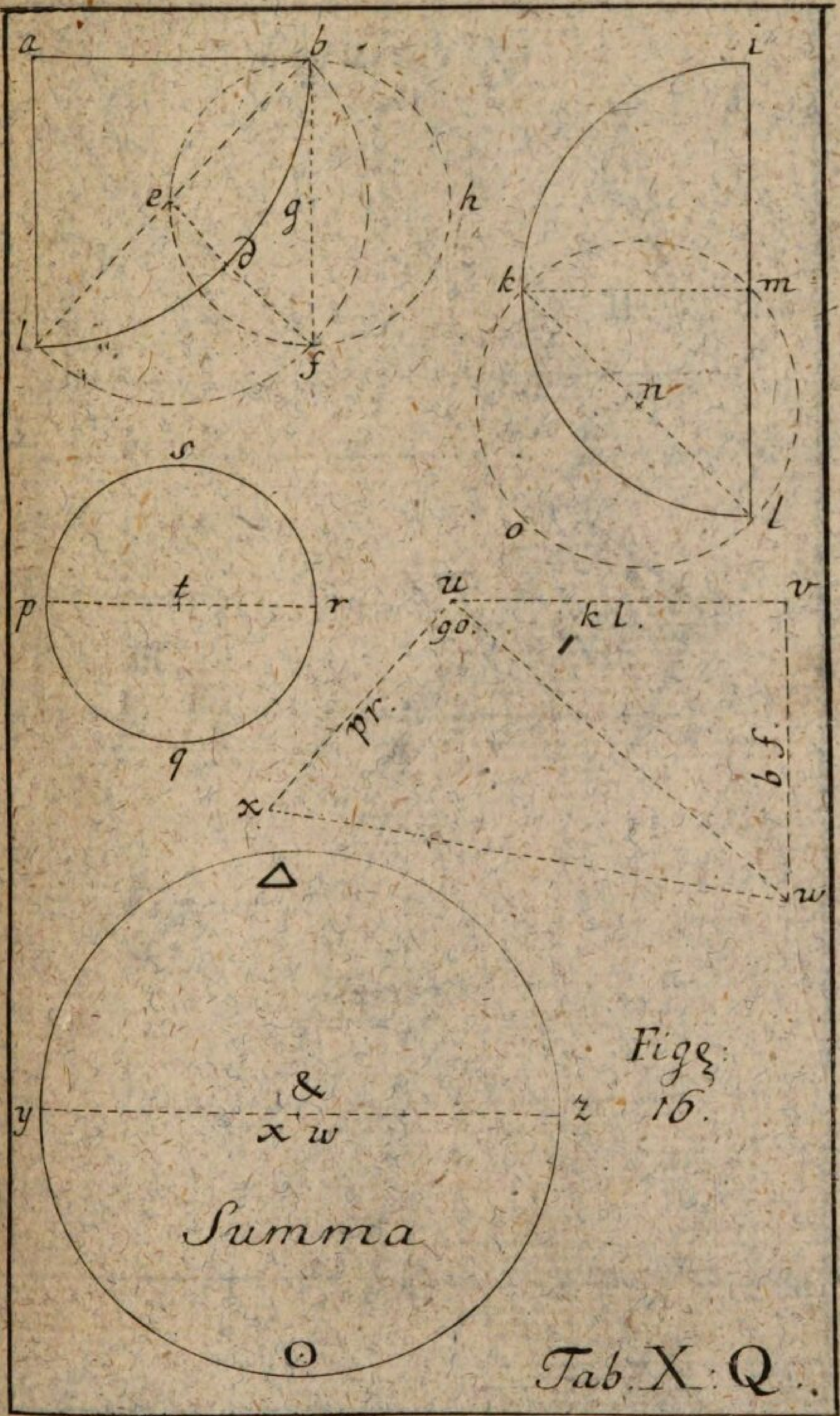
Tab: X: N.



a
b
90.
c
d
e
g
f
st
h
o
l
i
m
k
Figg: 14.
r
rq
n
p
uv
np
t
eh
w
90
90.
ab
q
s
x
Summa
90.
u
rt.
v

Tab. X: O.


Figz: 15.
Summa.
Tab. X: P.



Figg: 16.

Tab. X: Q.

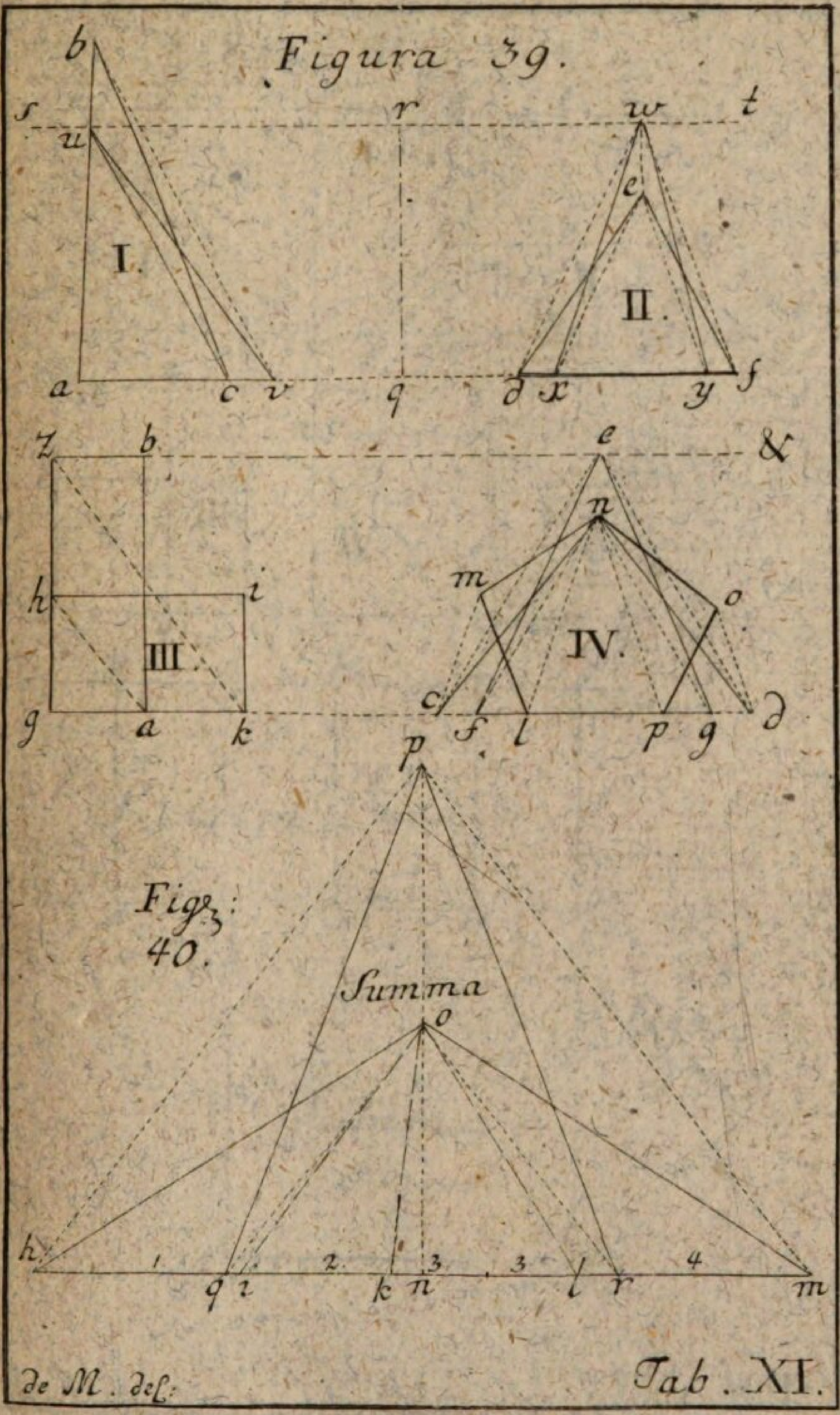
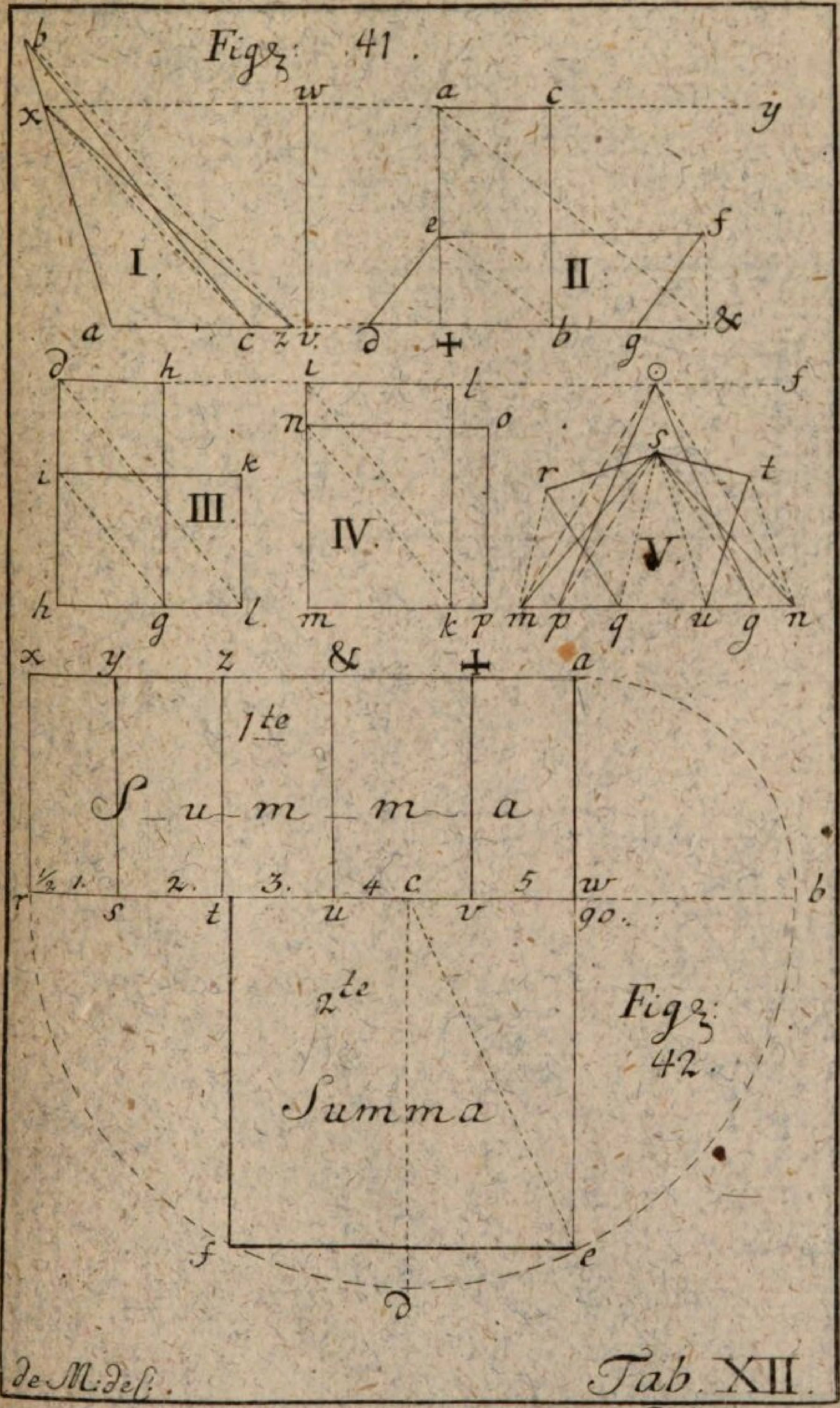


Figura 39.
I.
II.
III.
IV.
Fig: 40.
Summa
de M. del:
Tab. XI.



Tab. XII.

J. D. Philippin sc.

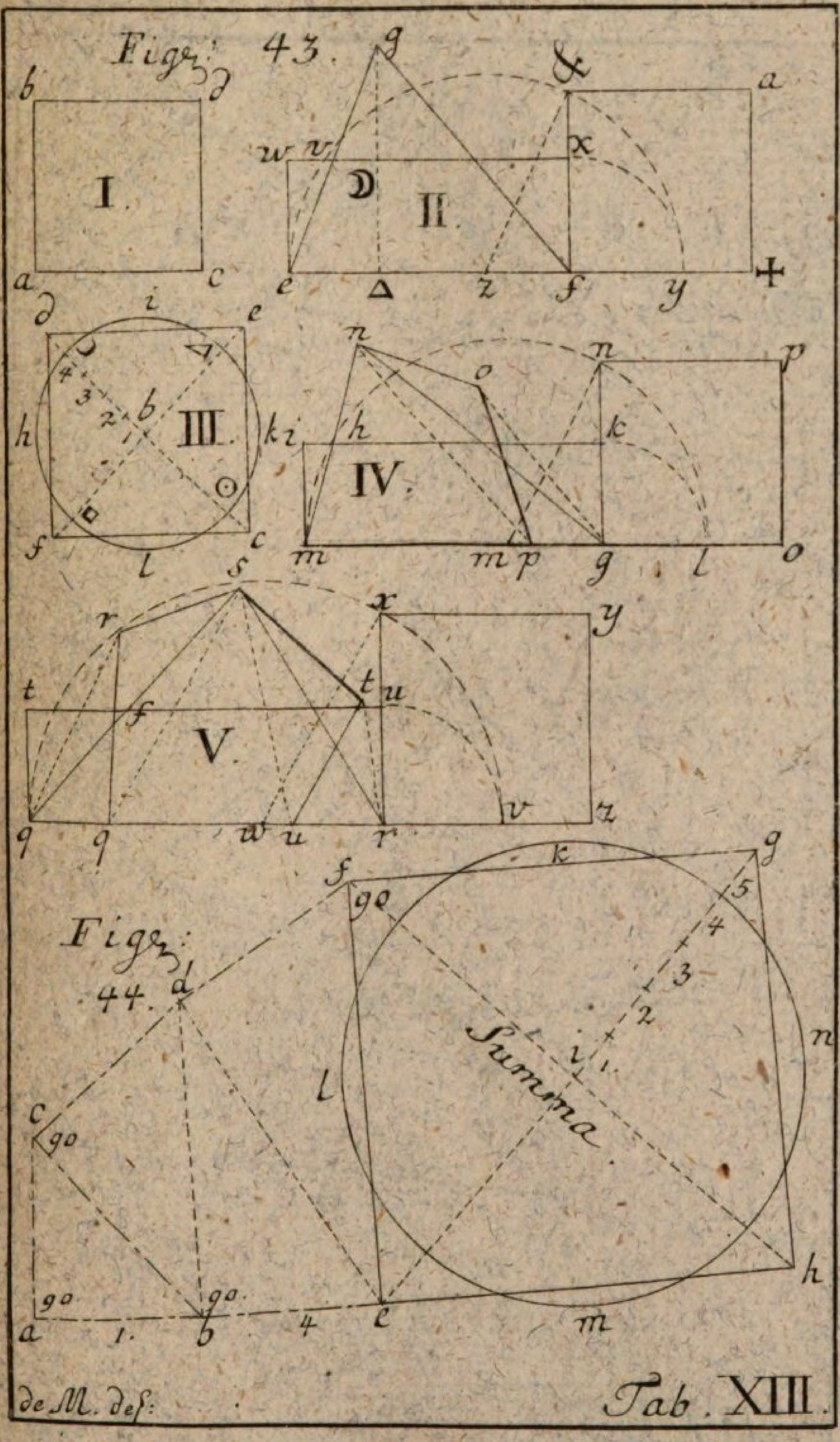
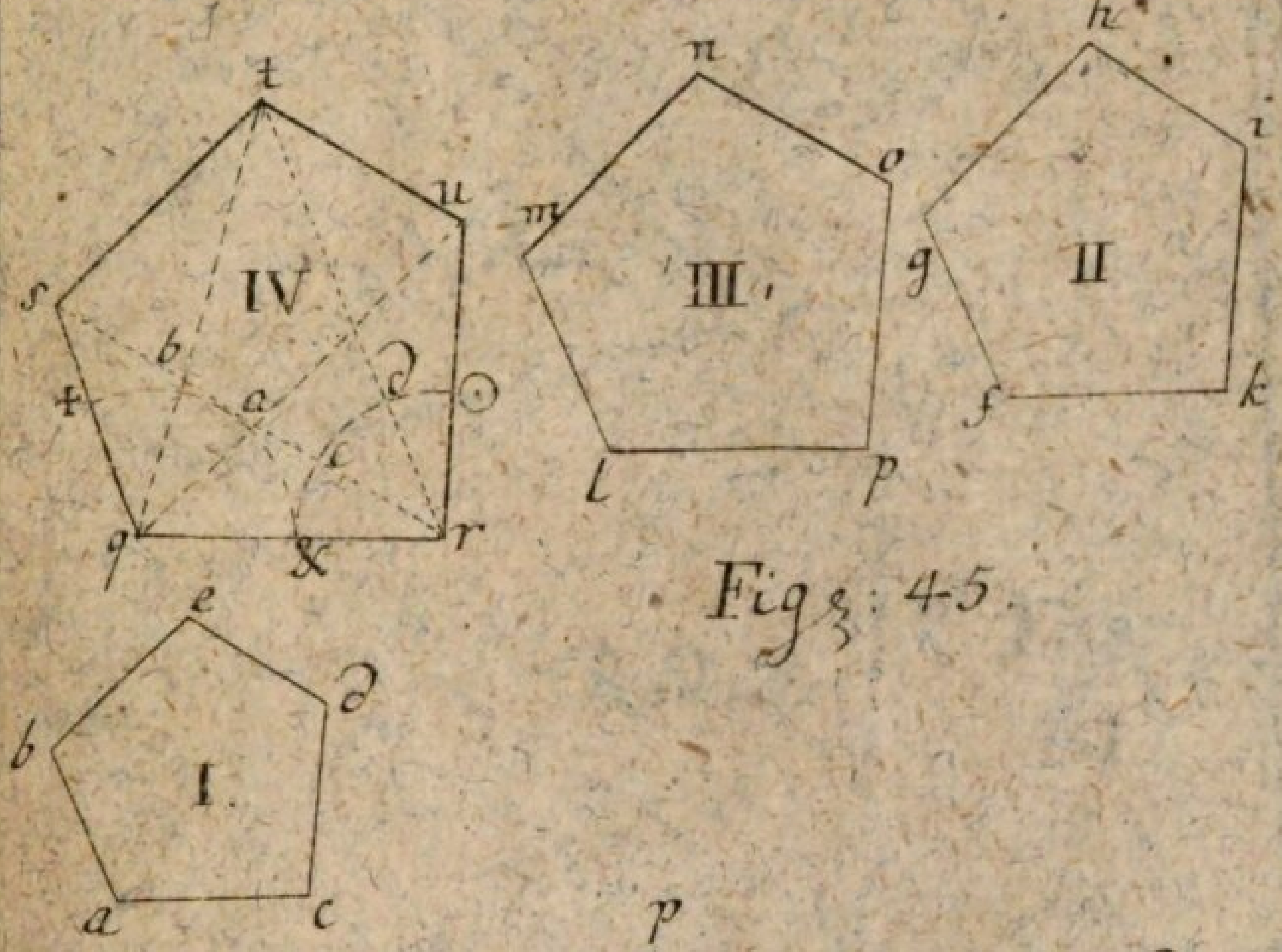
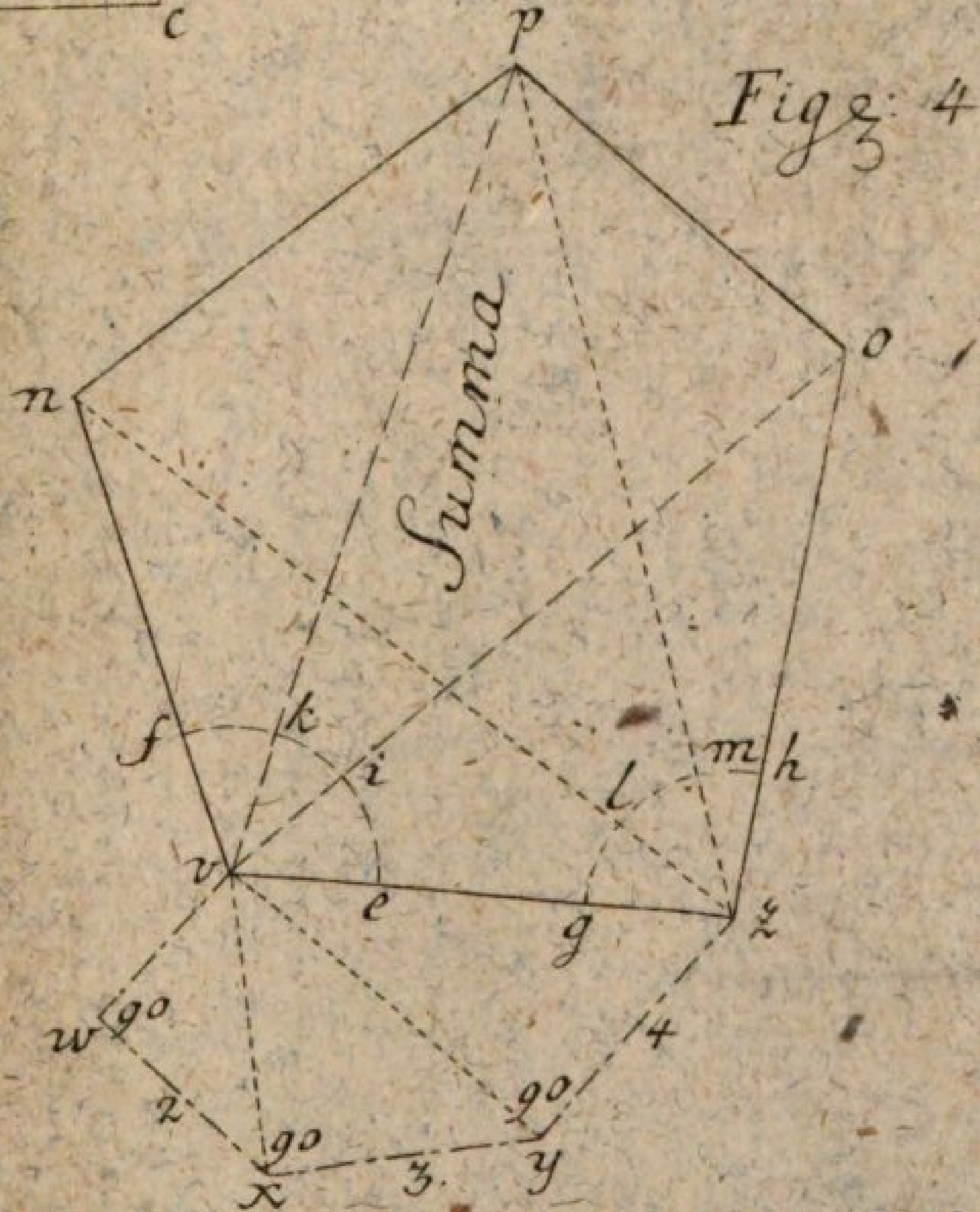


Fig: 43.
I.
II.
III.
IV.
V.
Fig: 44.
Summa
de M. deſ:
Tab. XIII.



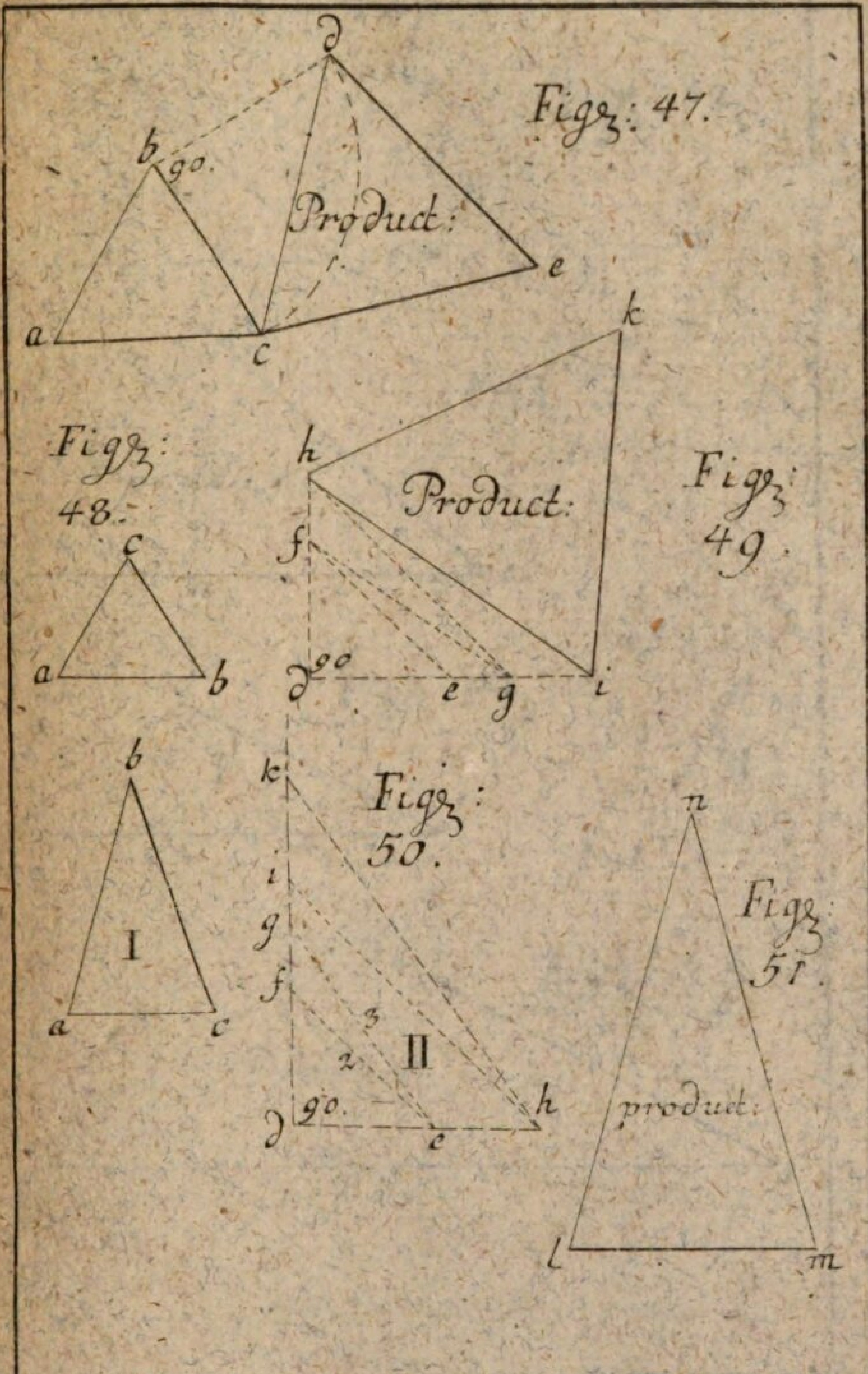
Figg: 45.



Figg: 46.

de M. del:

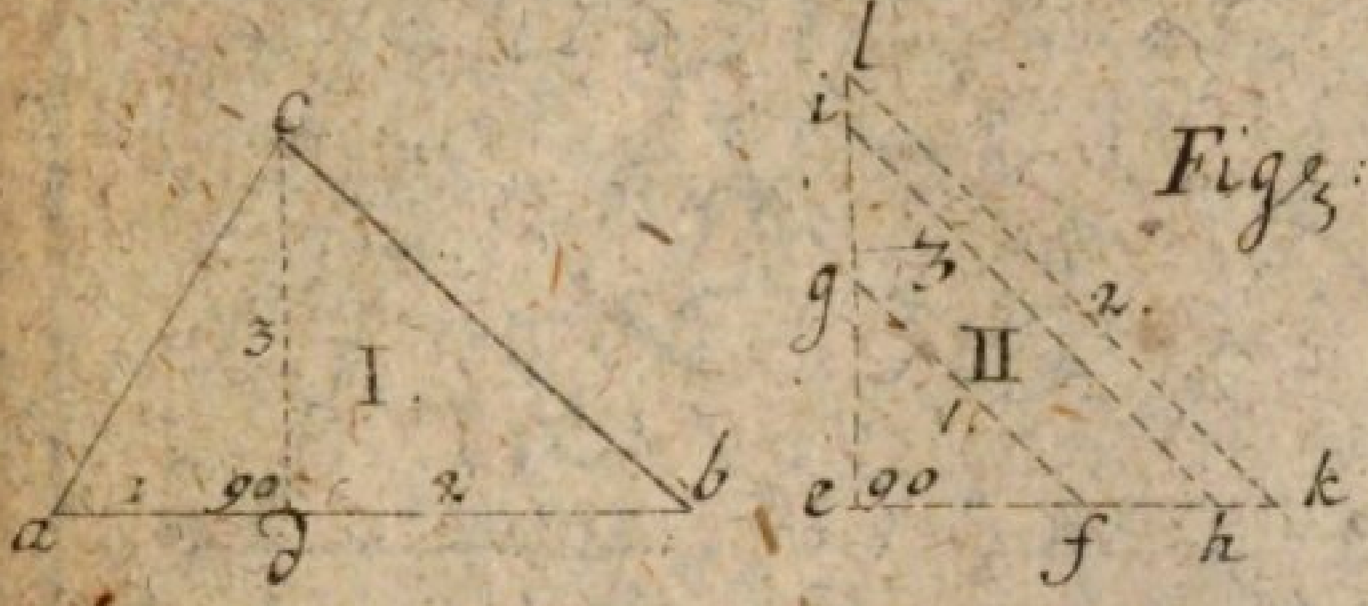
Tab. XIV.



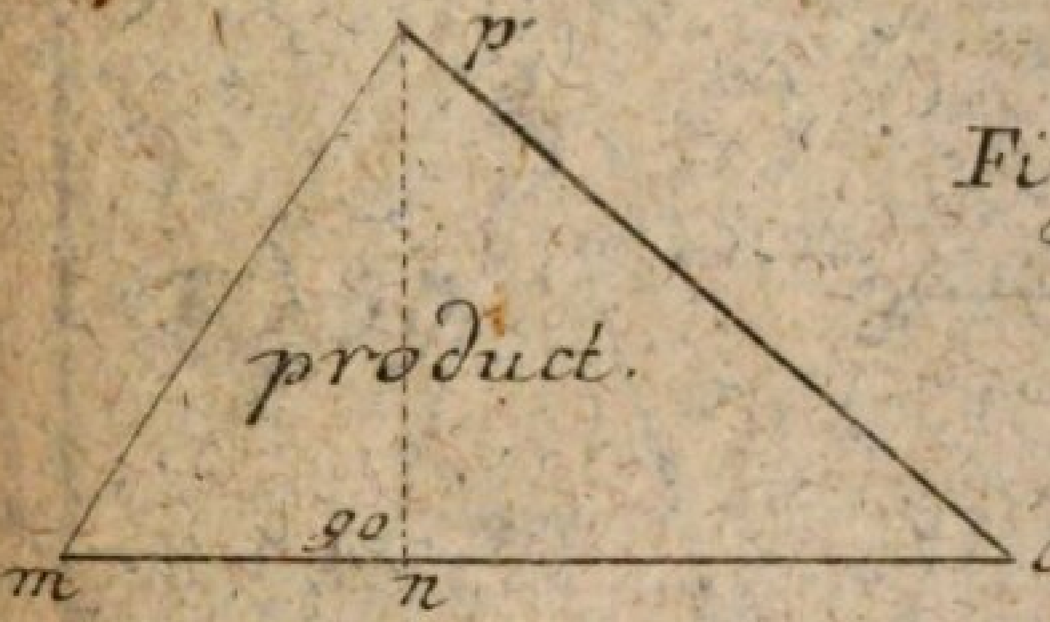
de M. del:

Tab. XV.

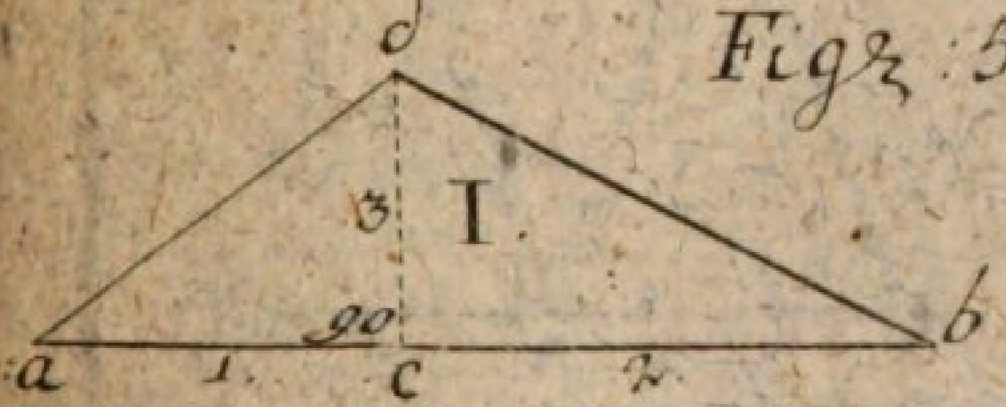
Figz: 52.

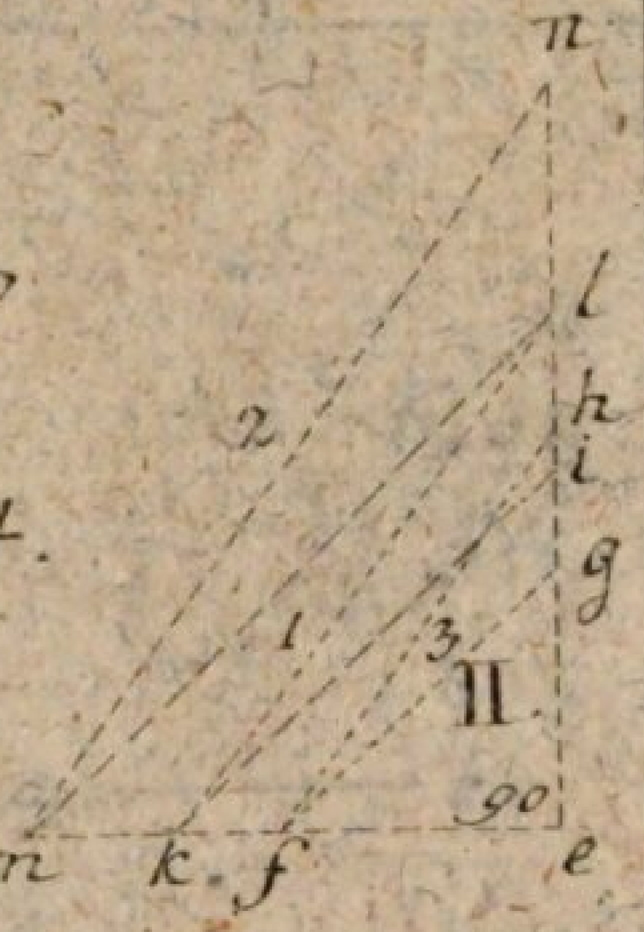


Figz: 53.

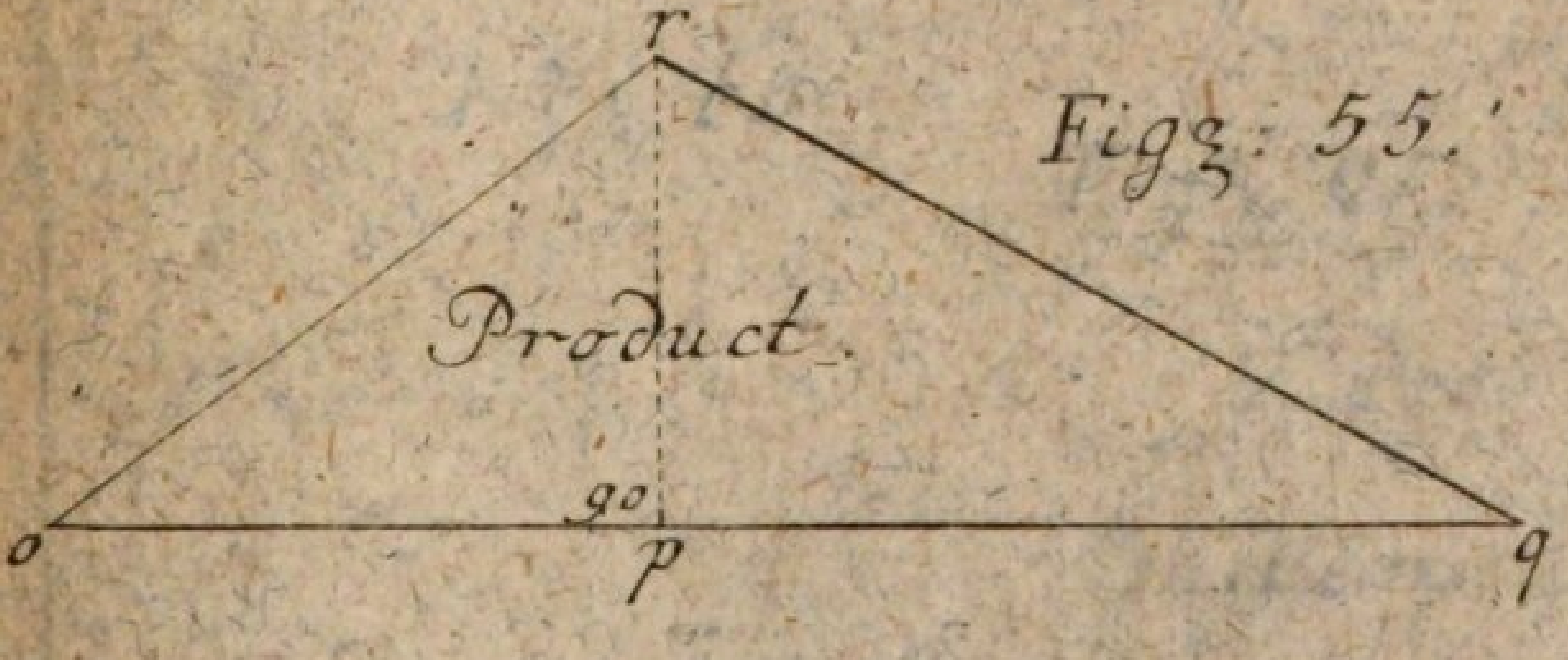


Figz: 54.





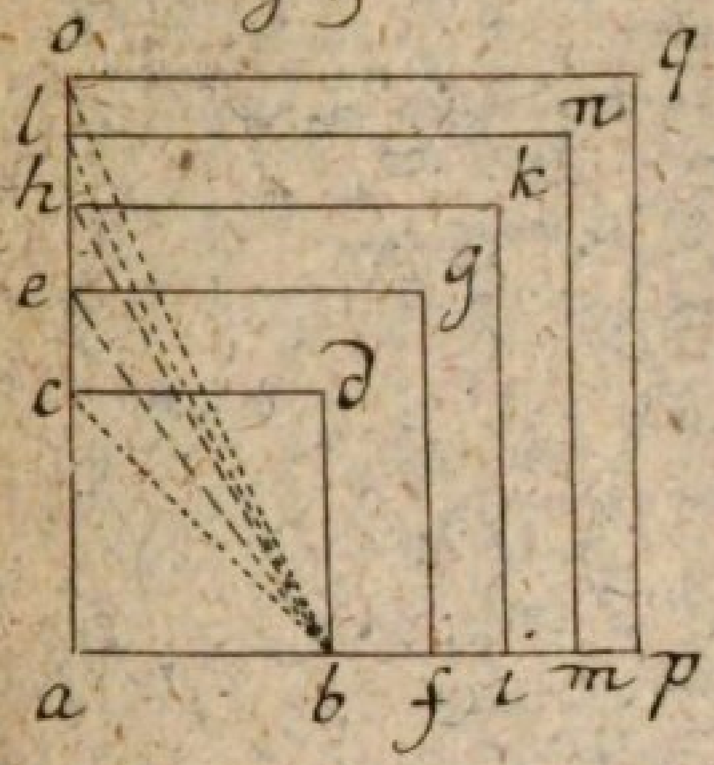
Figz: 55.



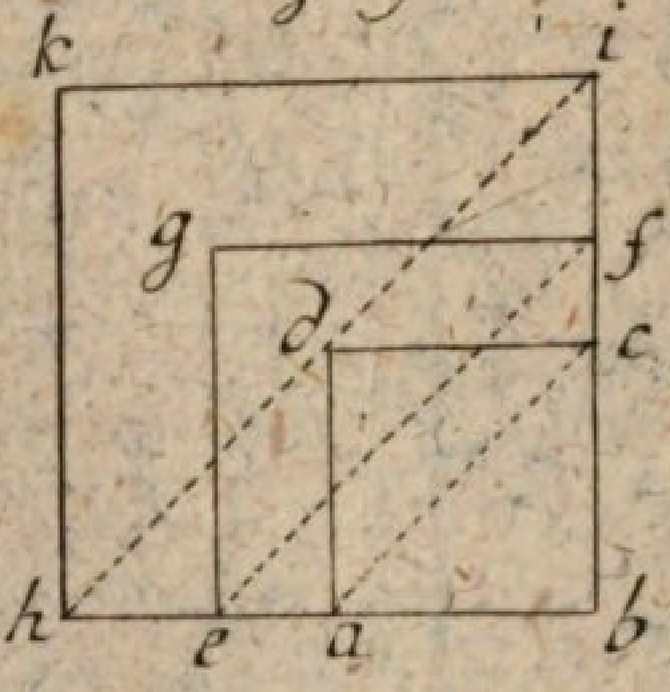
de M. del:

Tab: XVI.

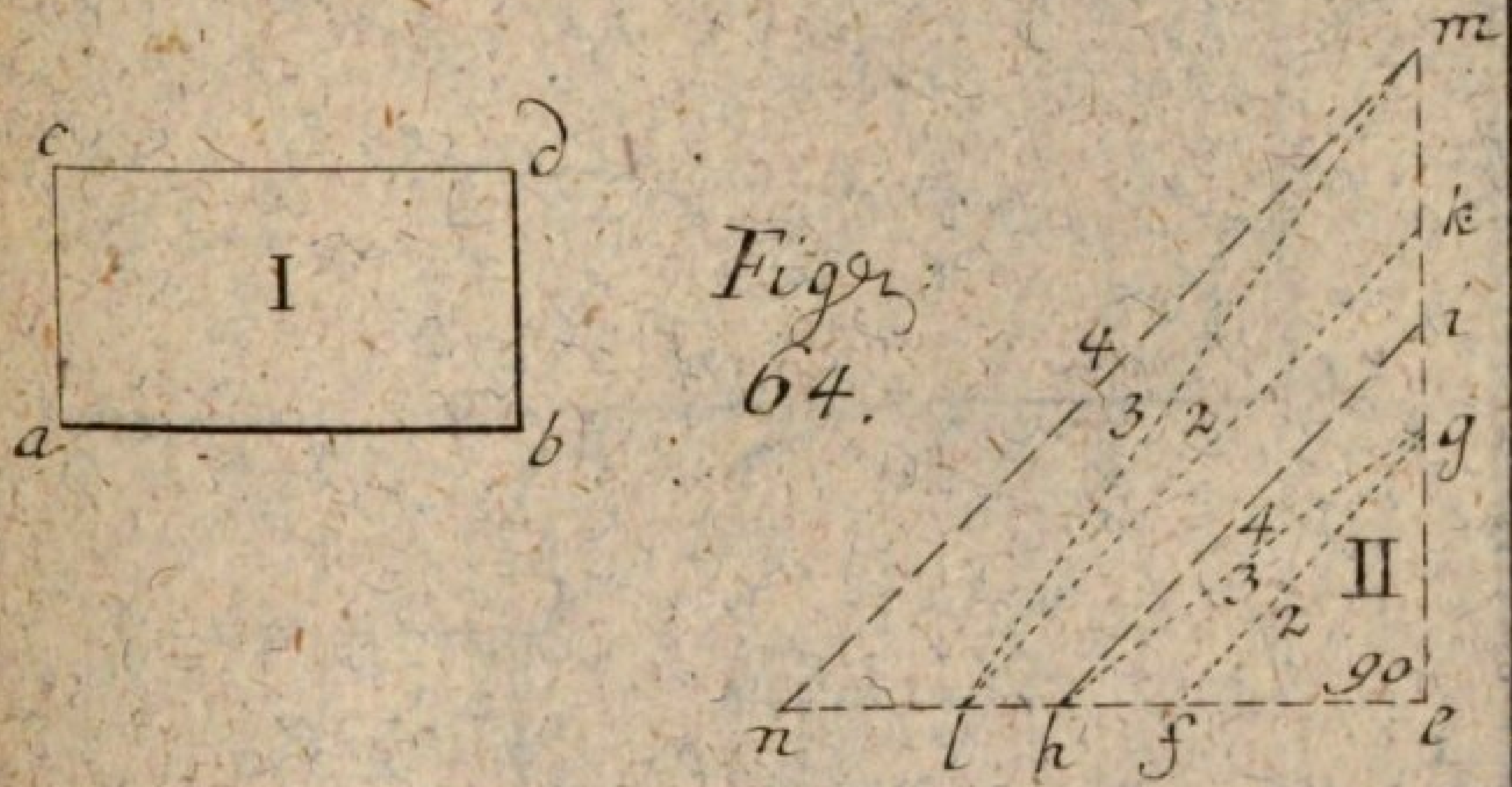
Figz. 62.



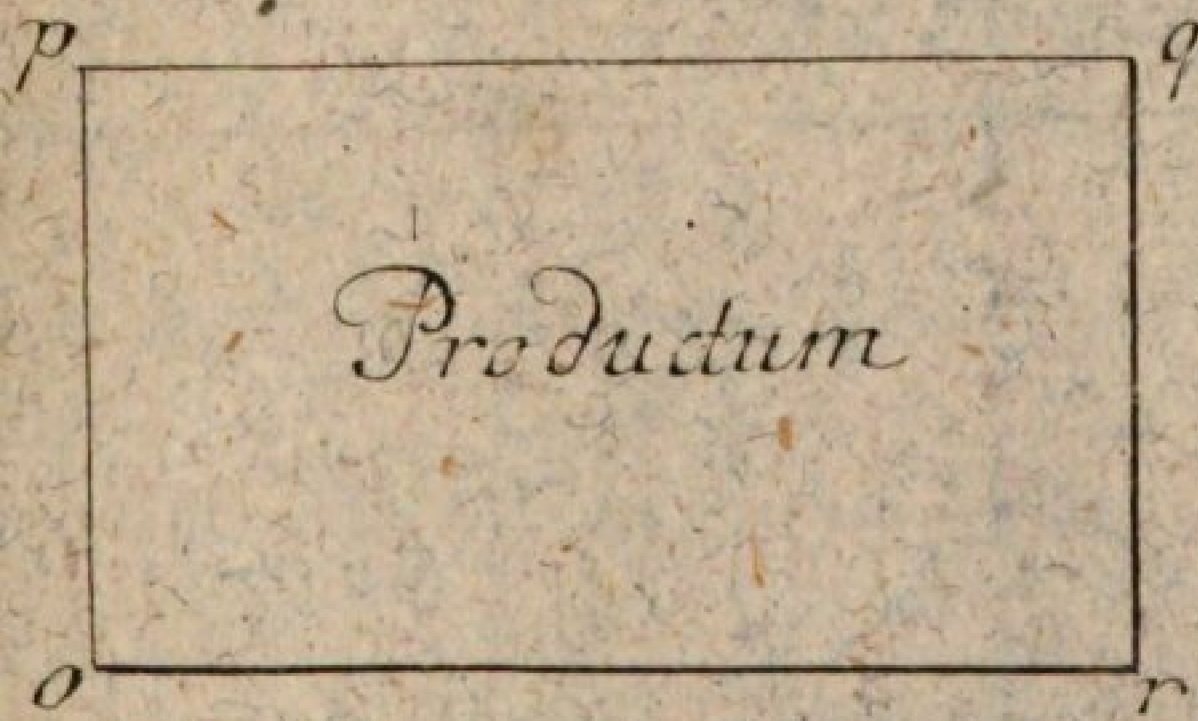
Figz. 63.



Figz: 64.



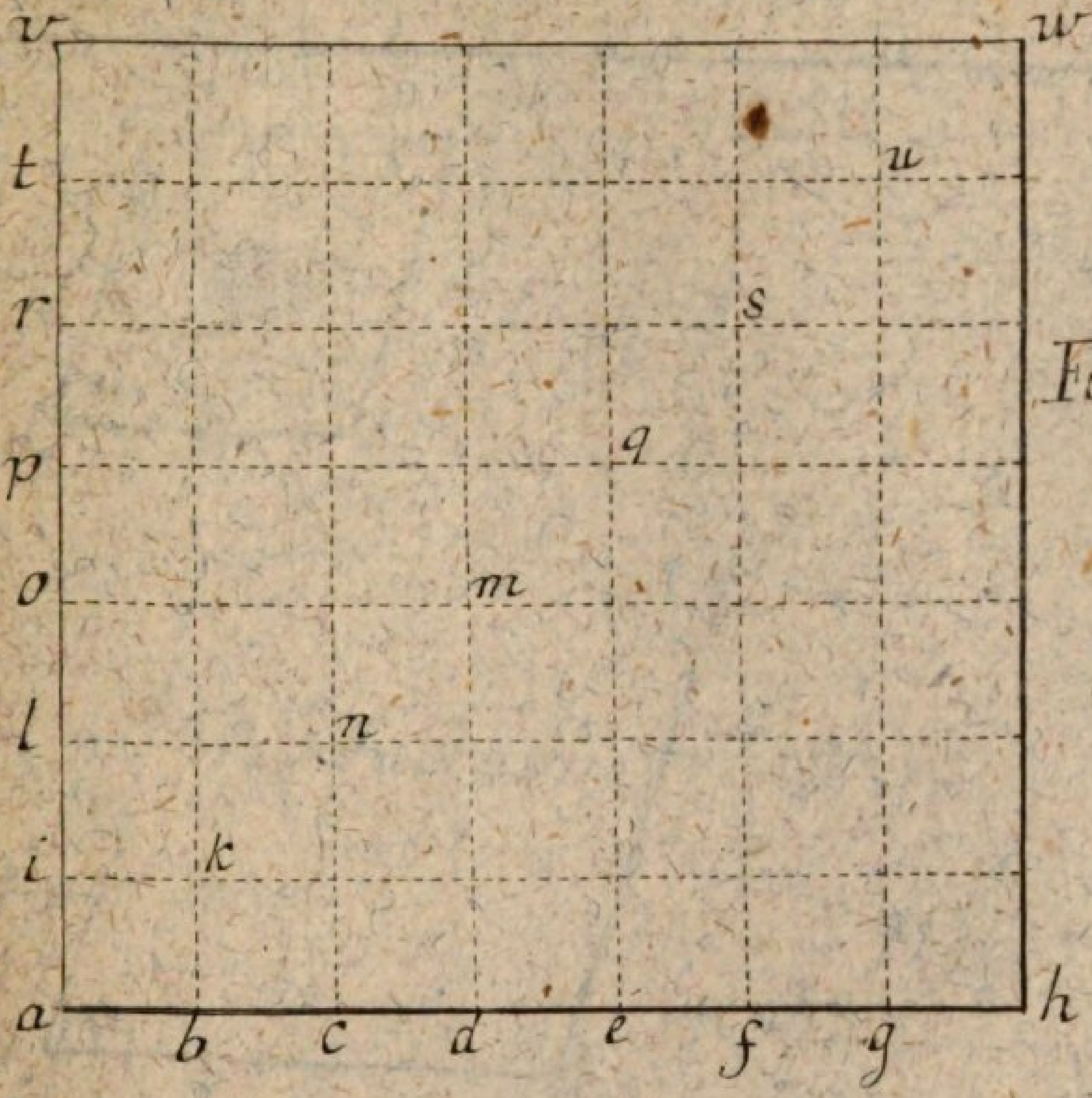
Figz: 65.



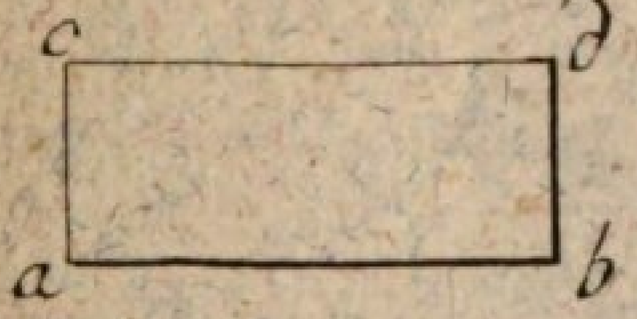
de M. del.

Tab. XVIII.

Moller 4 – Th.

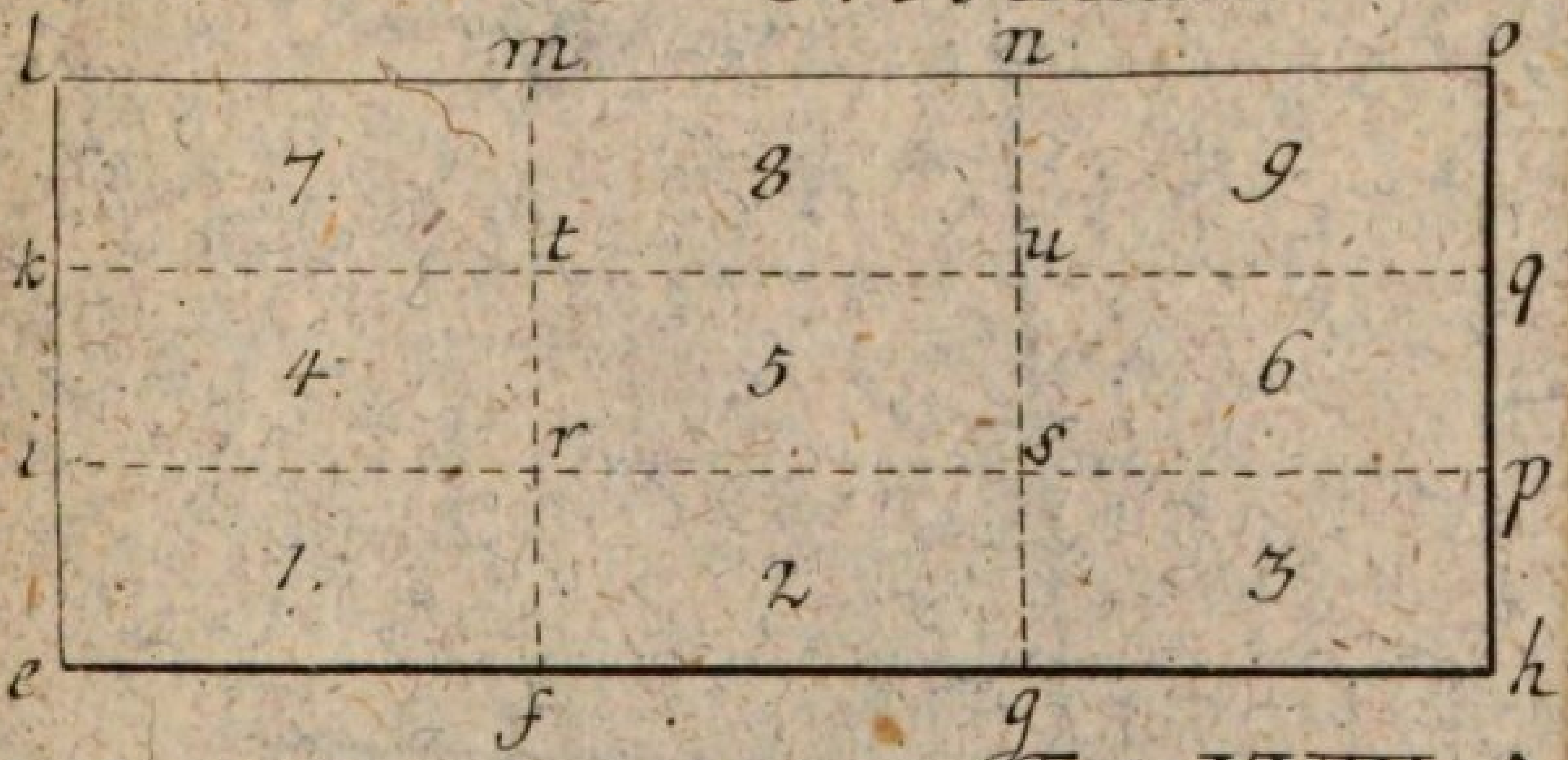


Figg 1.

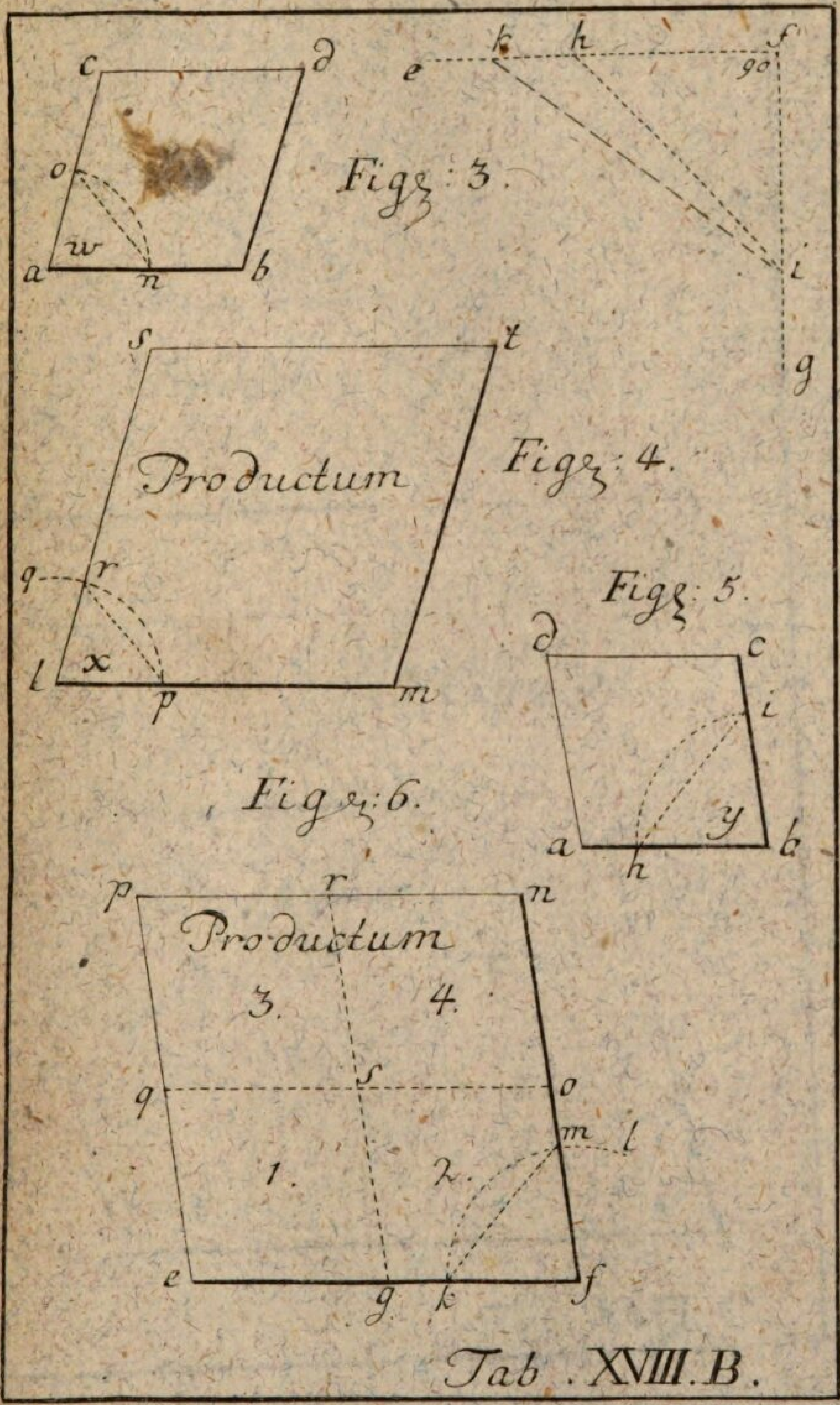


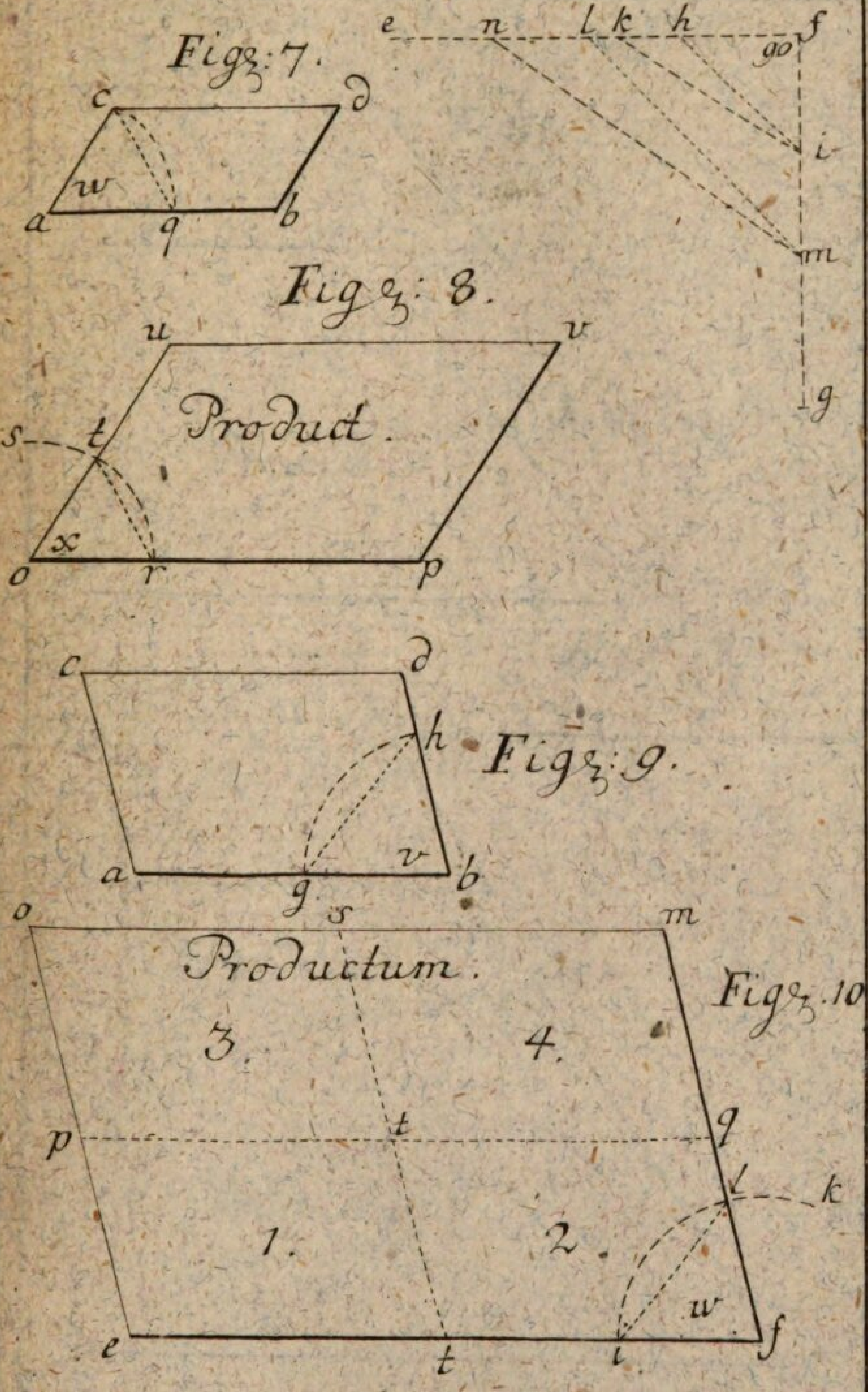
Figg: 2.

Productum

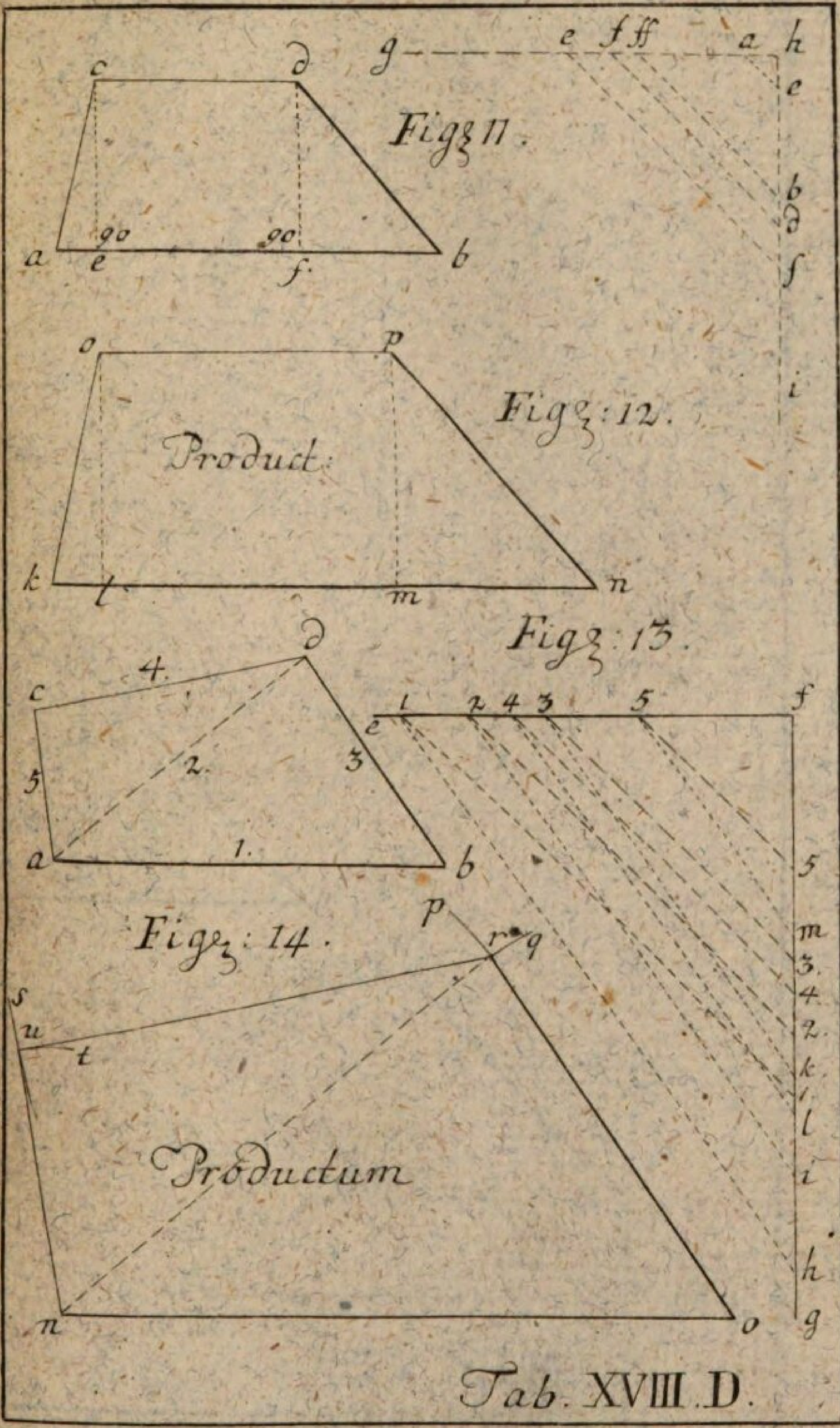


Tab: XVIII. A.

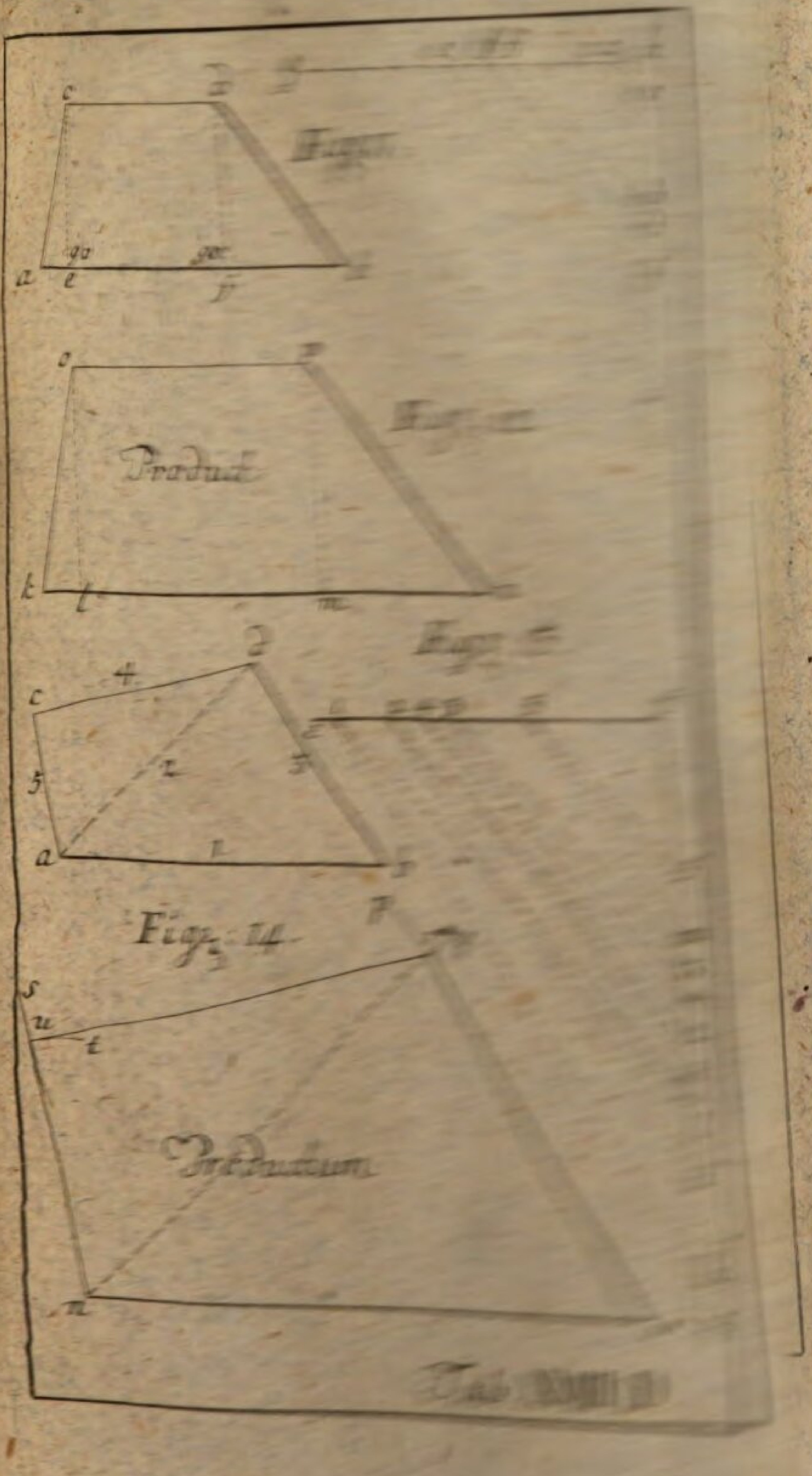

Figg: 3.
Figg: 4.
Productum
Figg: 5.
Figg: 6.
Productum
3.
4.
1.
2.
Tab. XVIII. B.

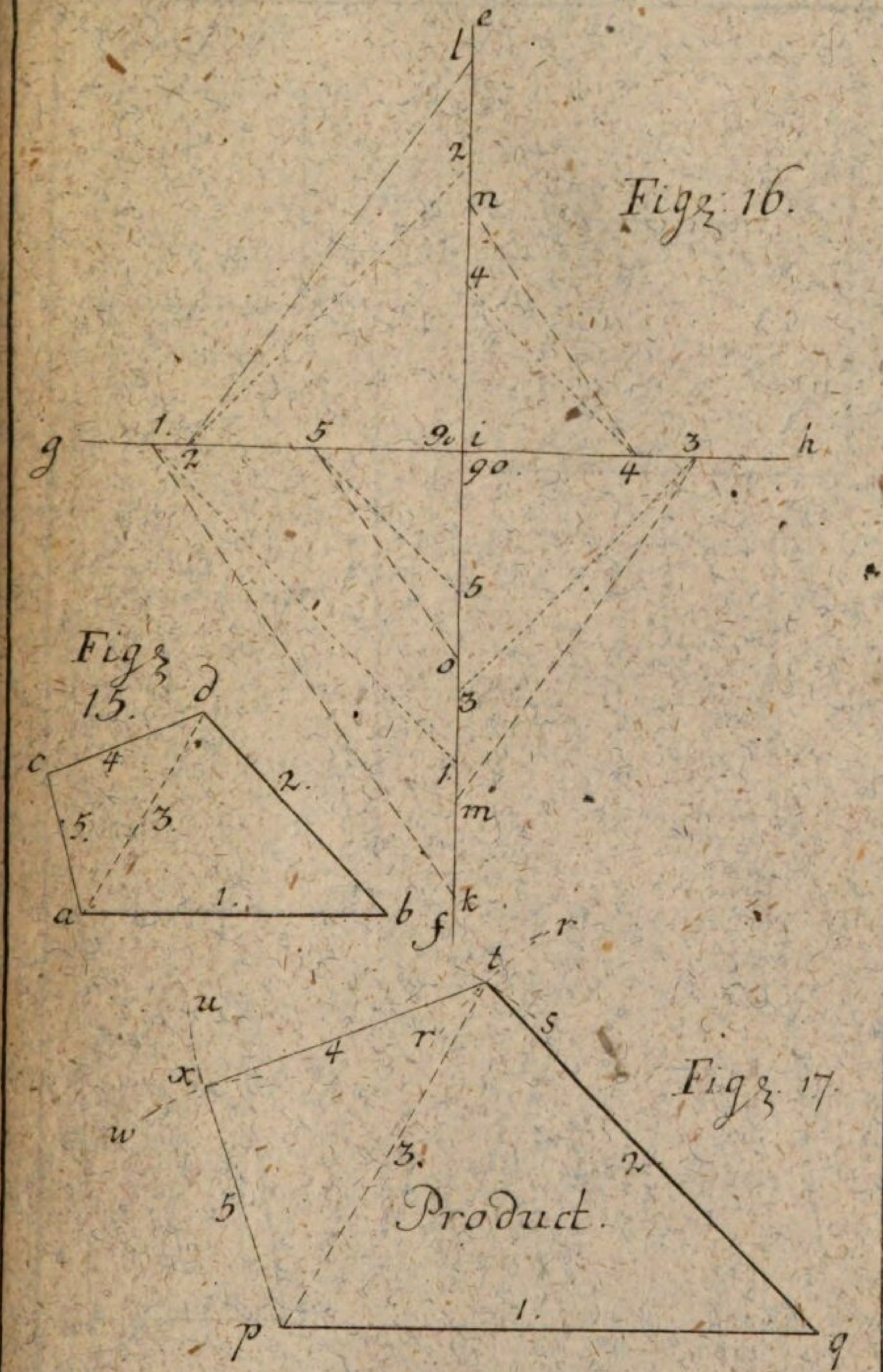


Tab. XVIII. C.



Tab. XVIII. D.


Product
Fig. 14
Productum



Tab: XVIII. E.

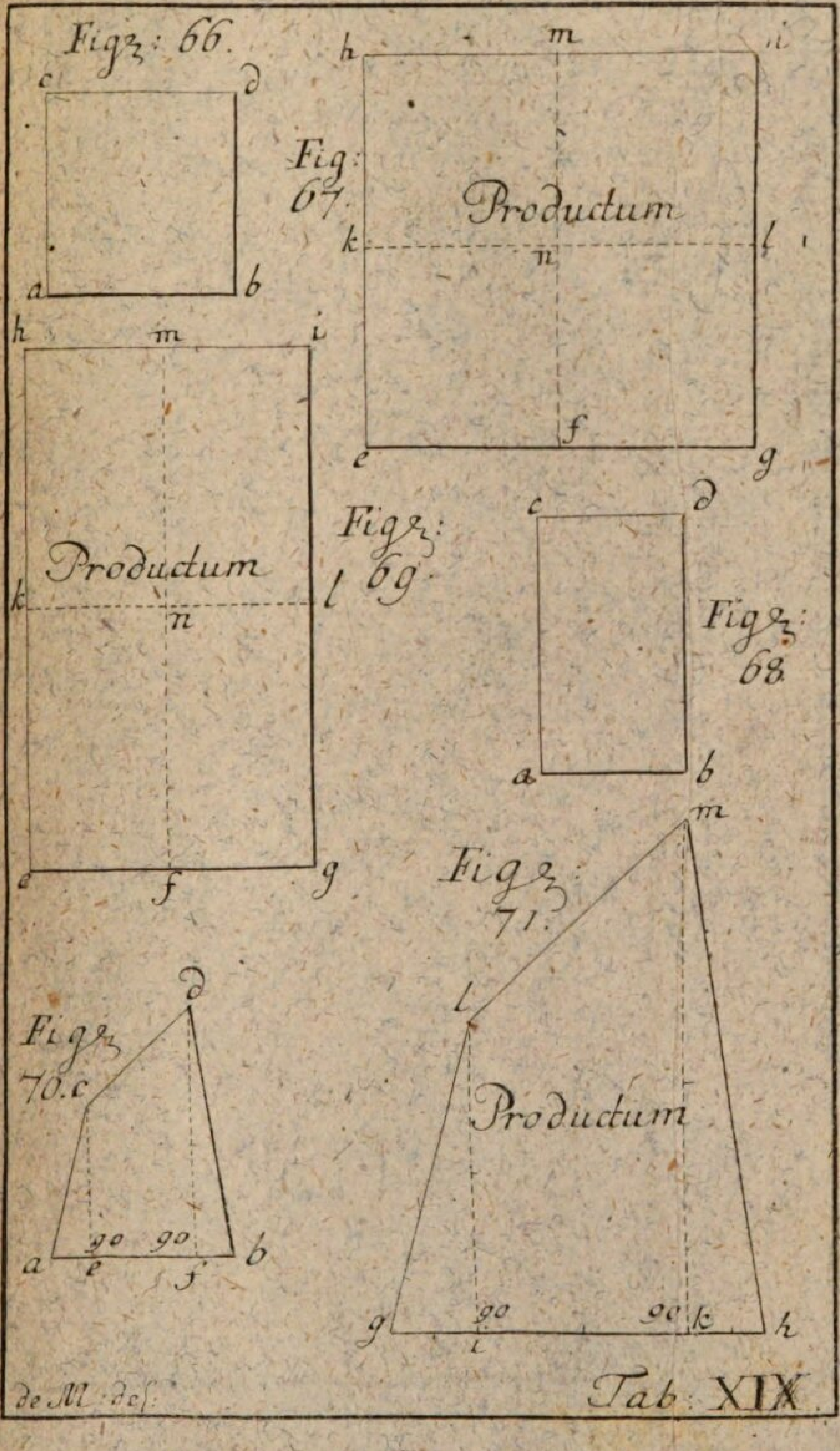
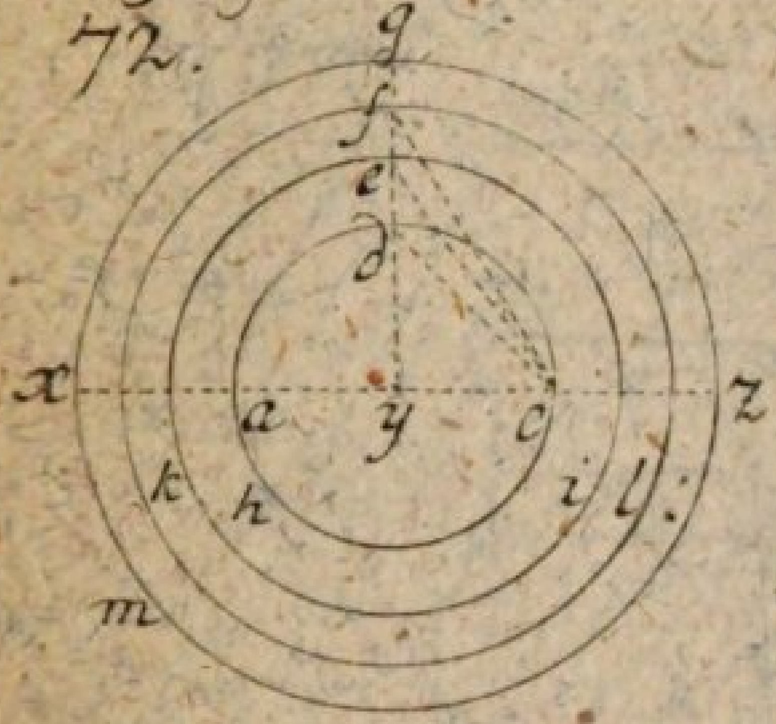
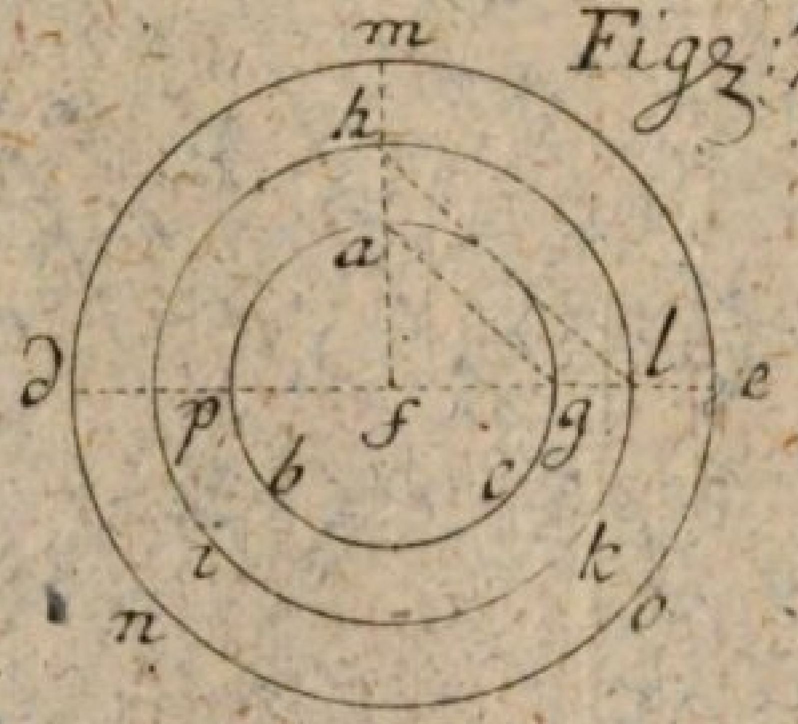


Fig: 66.
c d a b
Fig: 67.
h m i
Productum
k n l
e f g
Fig: 68.
c d a b
Fig: 69.
h m i
Productum
k n l
e f g
Fig: 70.
c d
a e f b
90 90
Fig: 71.
l m
Productum
g i k h
90 90
de M. del.
Tab: XIX

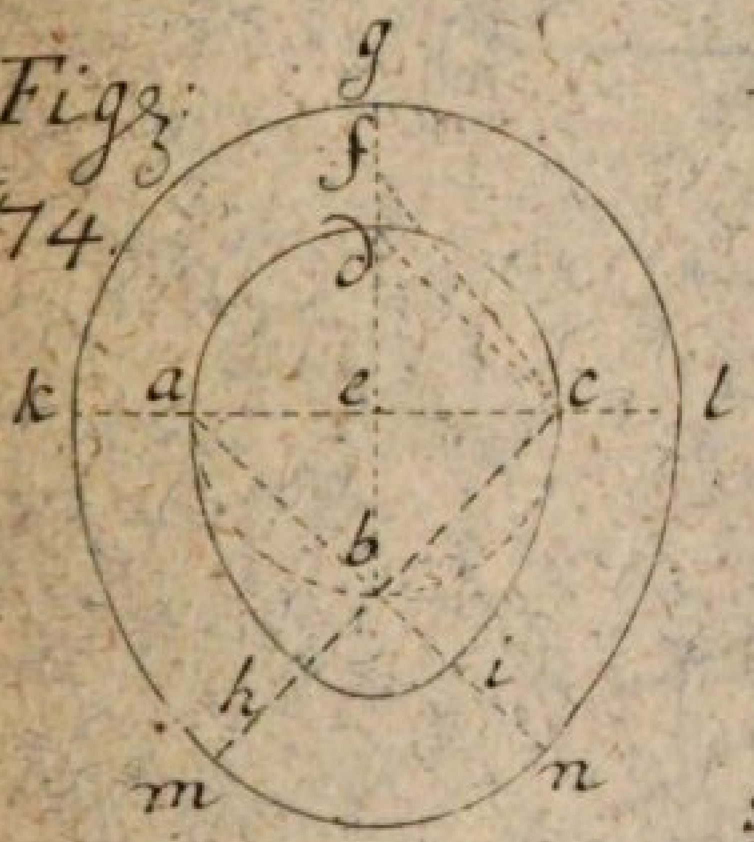
Figz: 72.



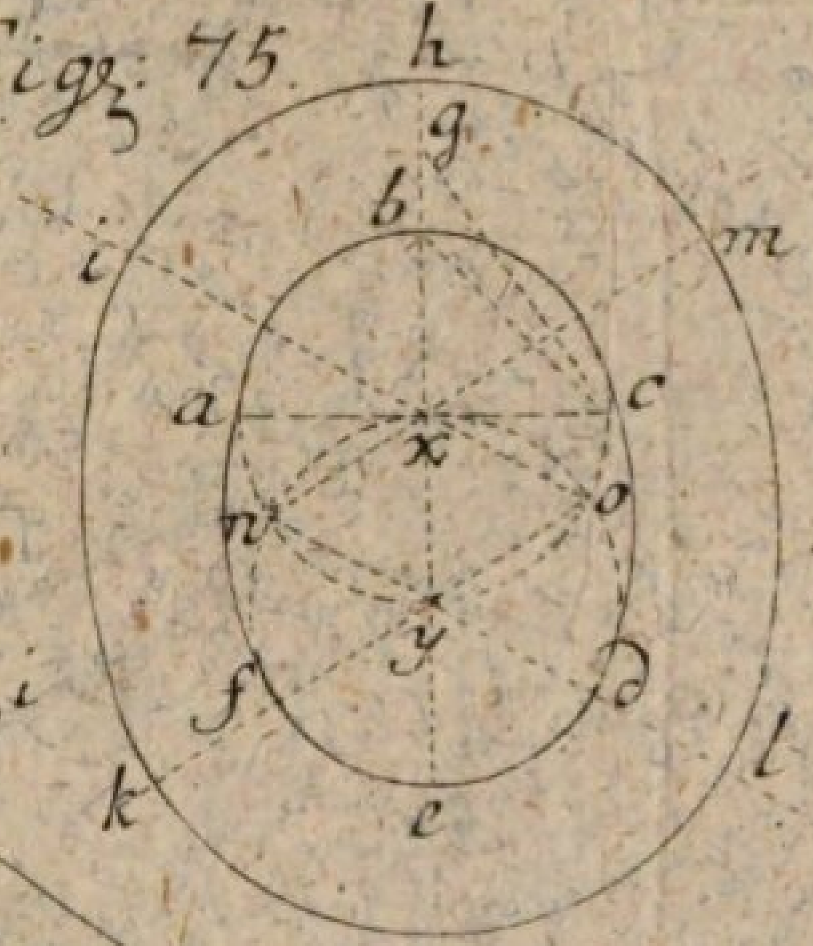
Figz: 73



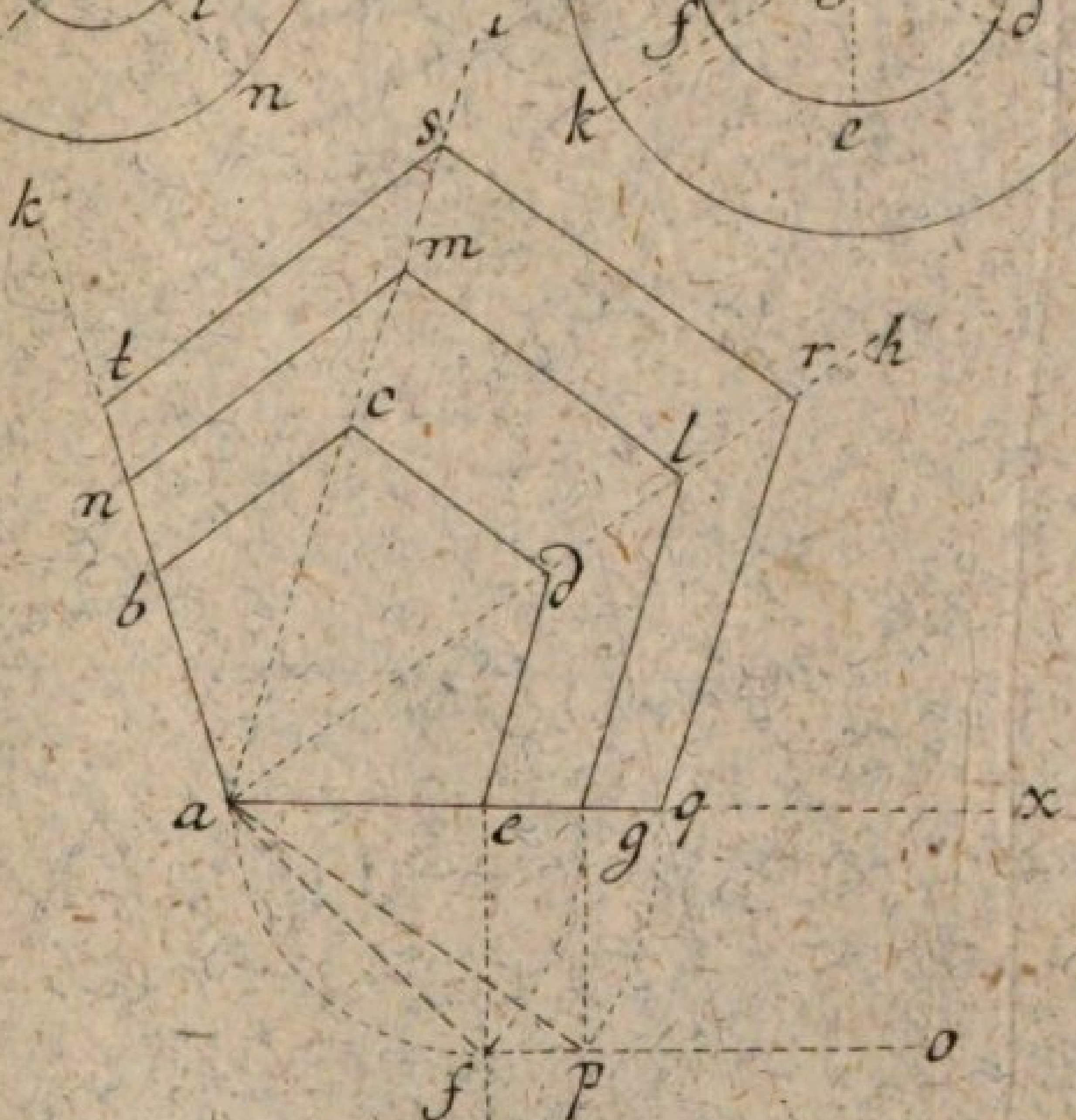
Figz: 74.



Figz: 75.



Figz: 76



de M: del.

Tab. XX

Fig. 77.

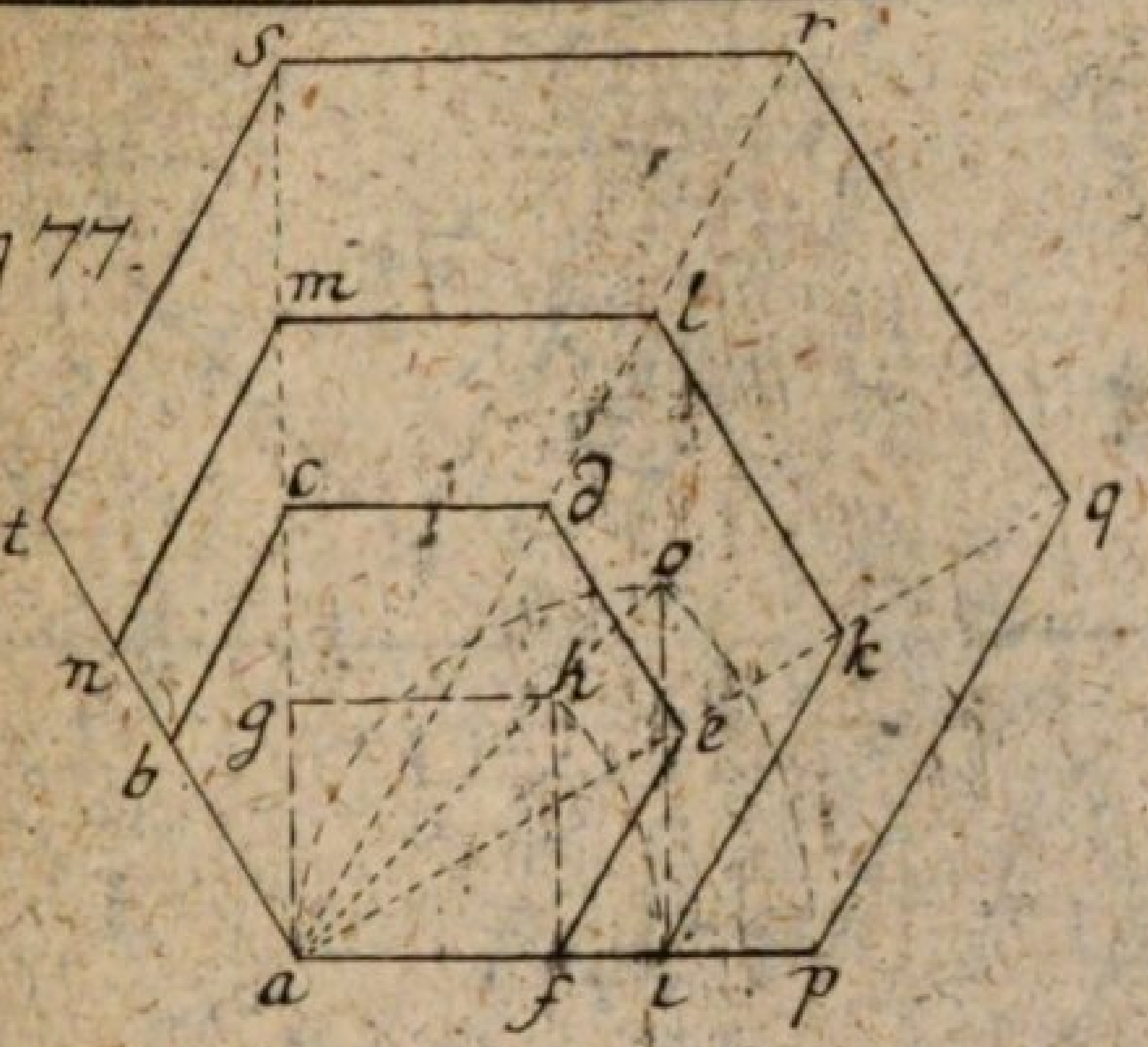
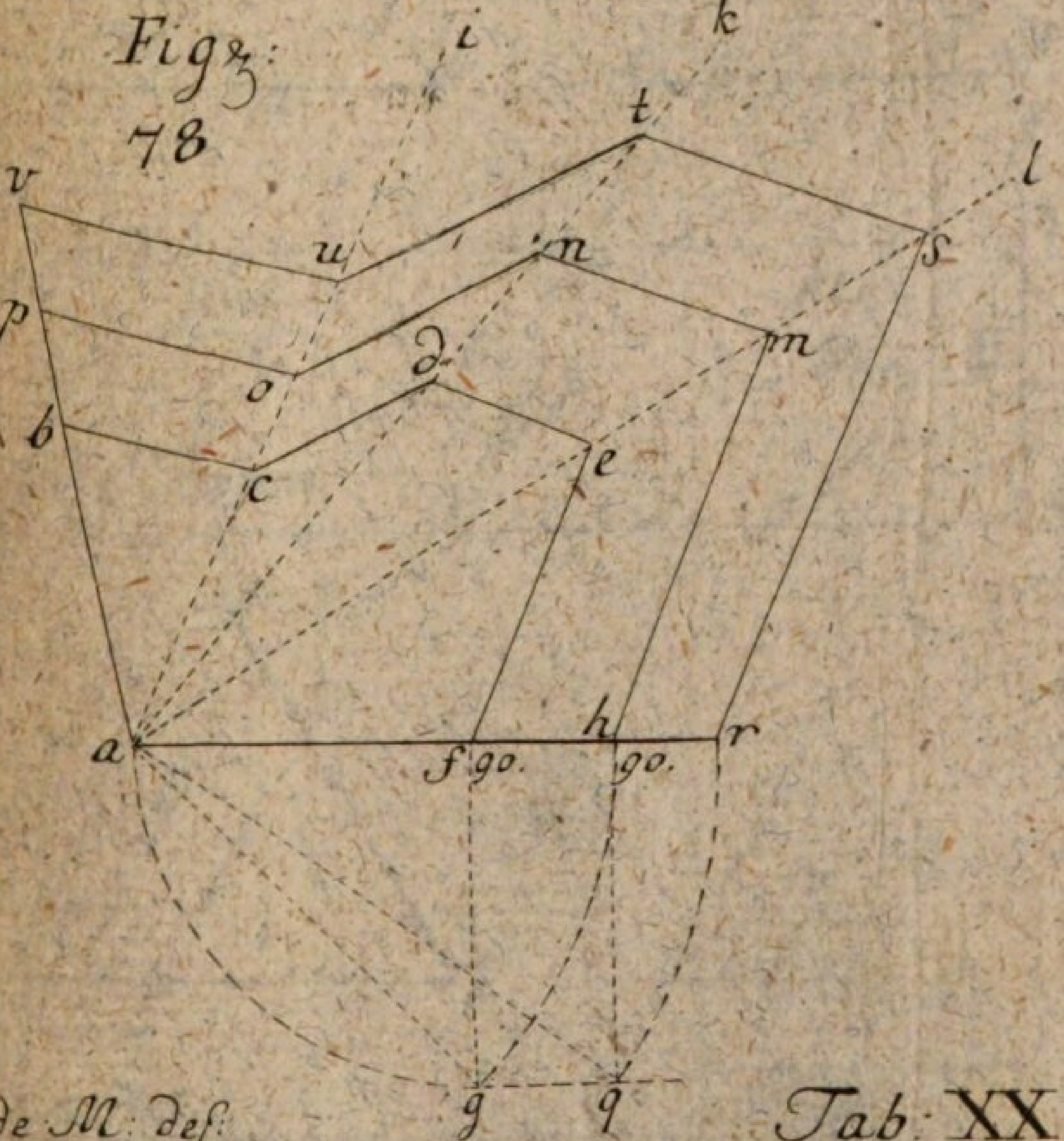


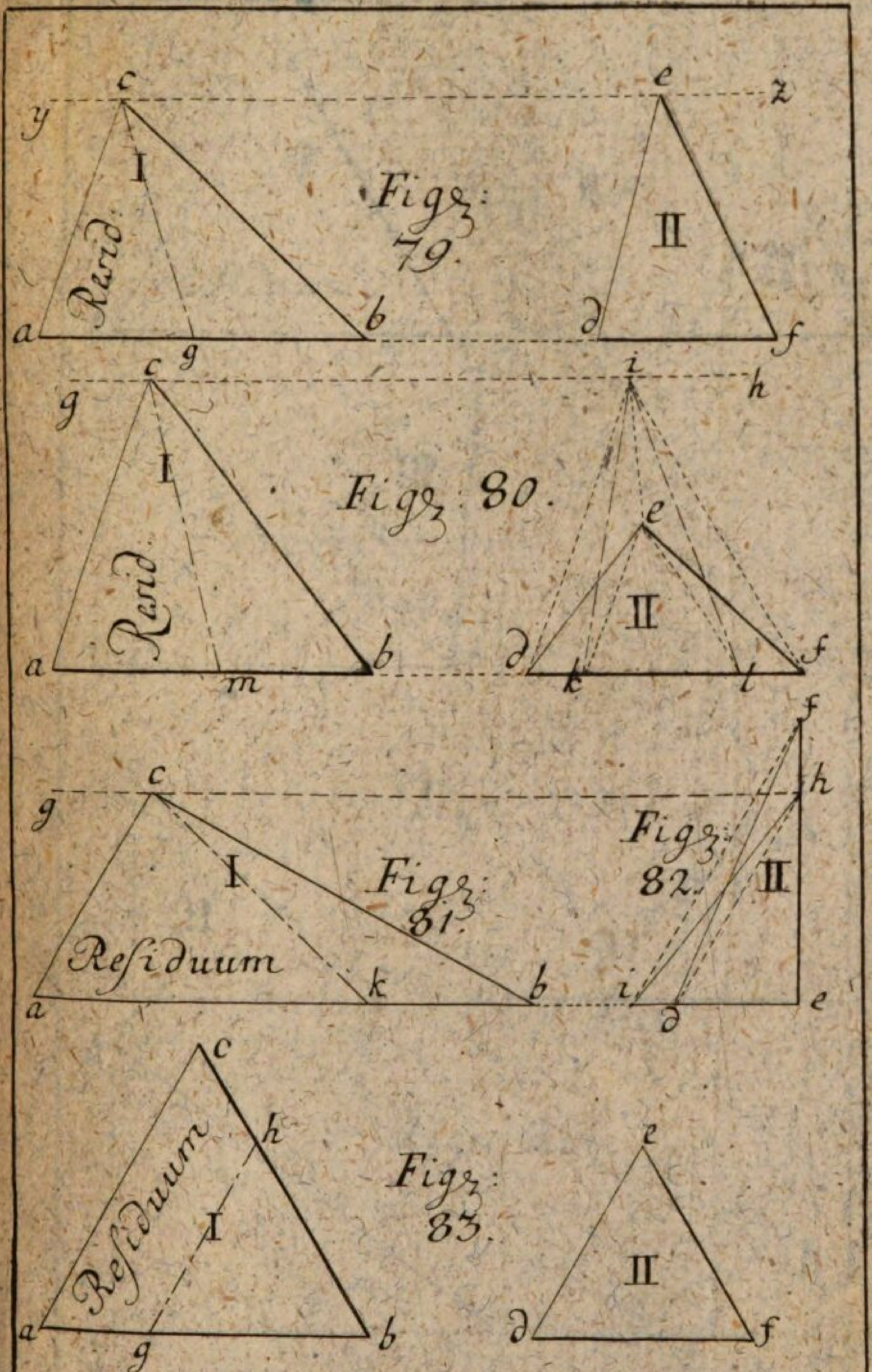
Fig: 78



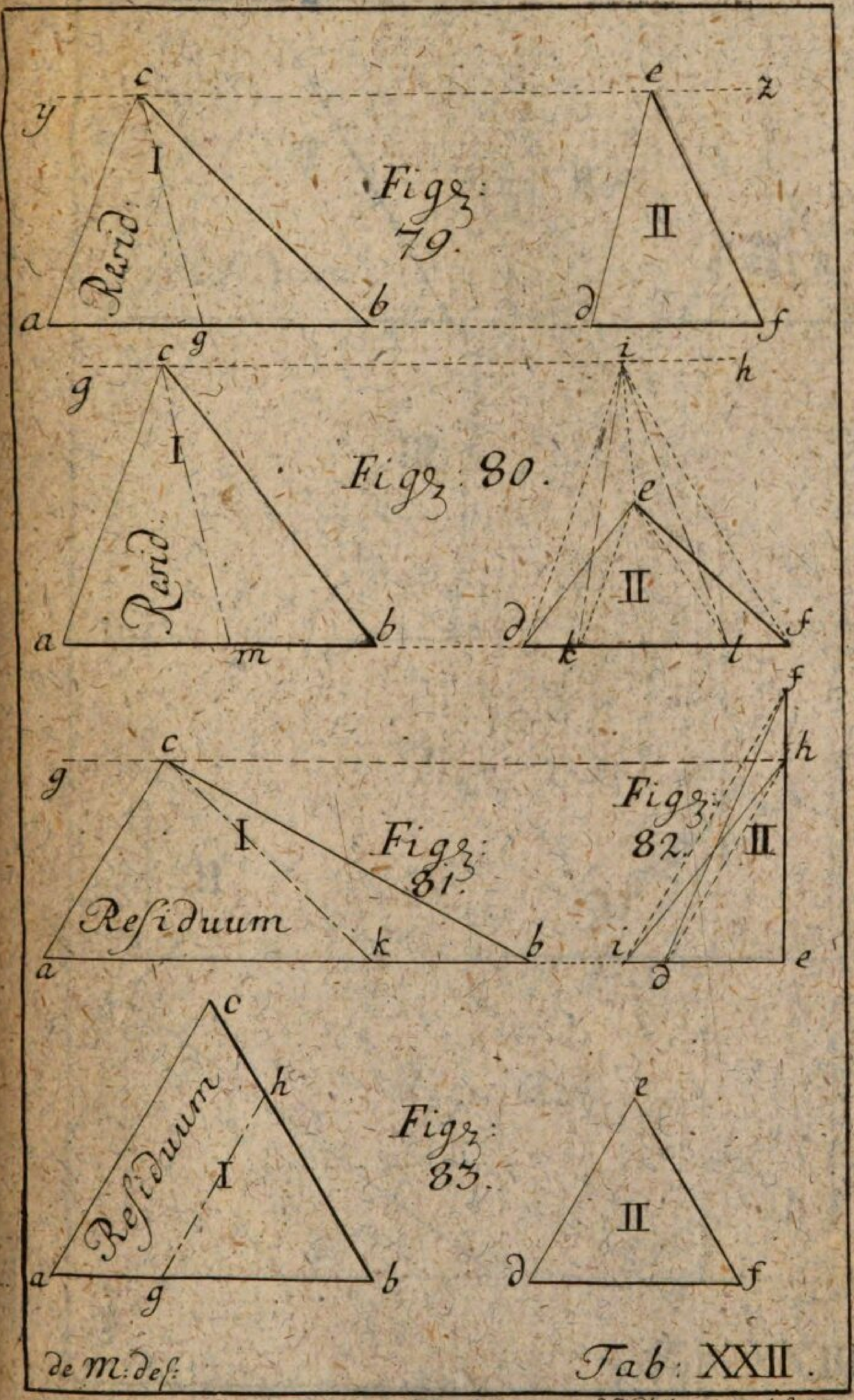
de M: del:

Tab: XXI

Moller 4 — Th.



J. D. Philippin geb: Syſang sc:



J. D. Philippin geb: Syſang sc:

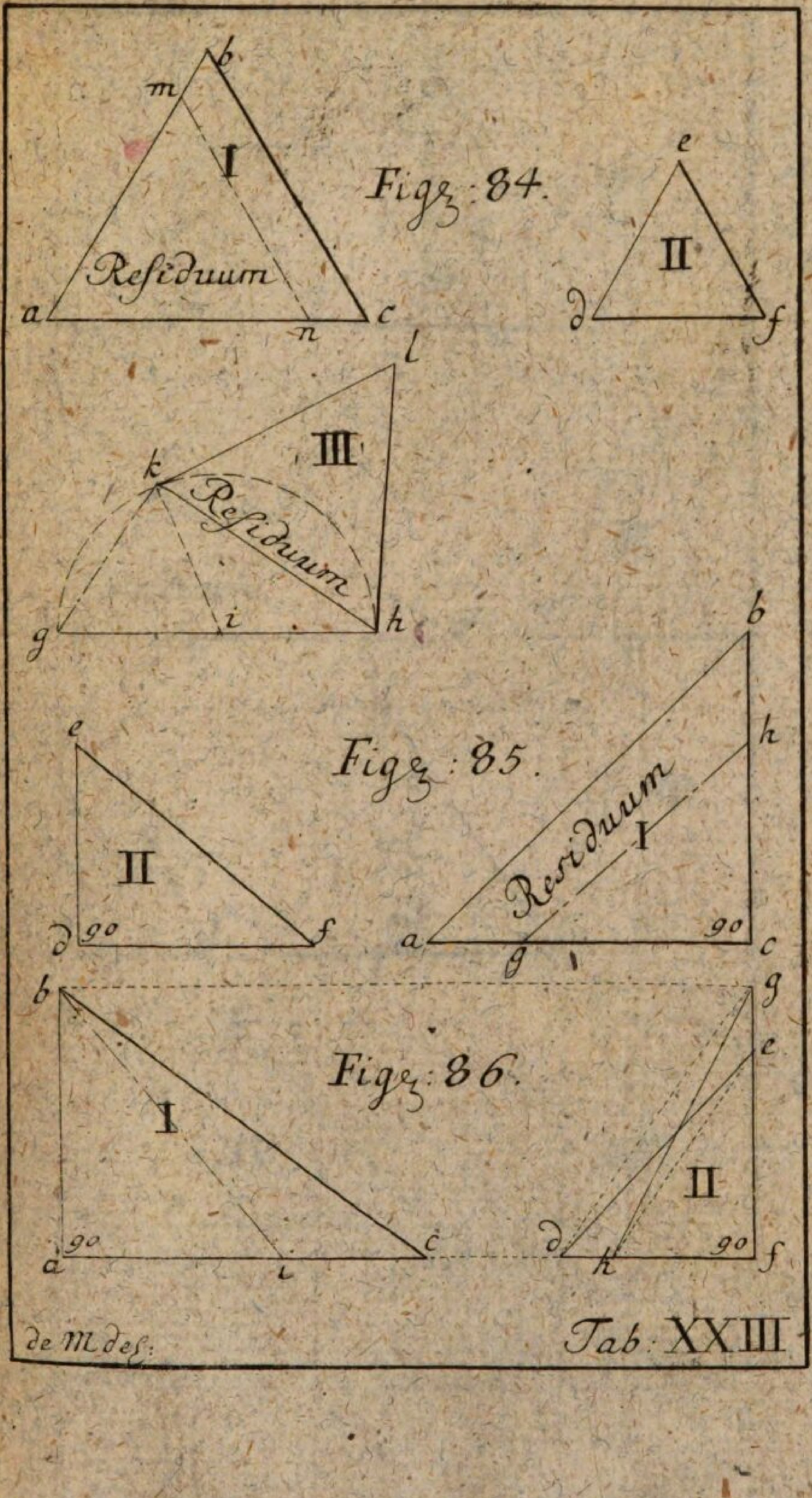
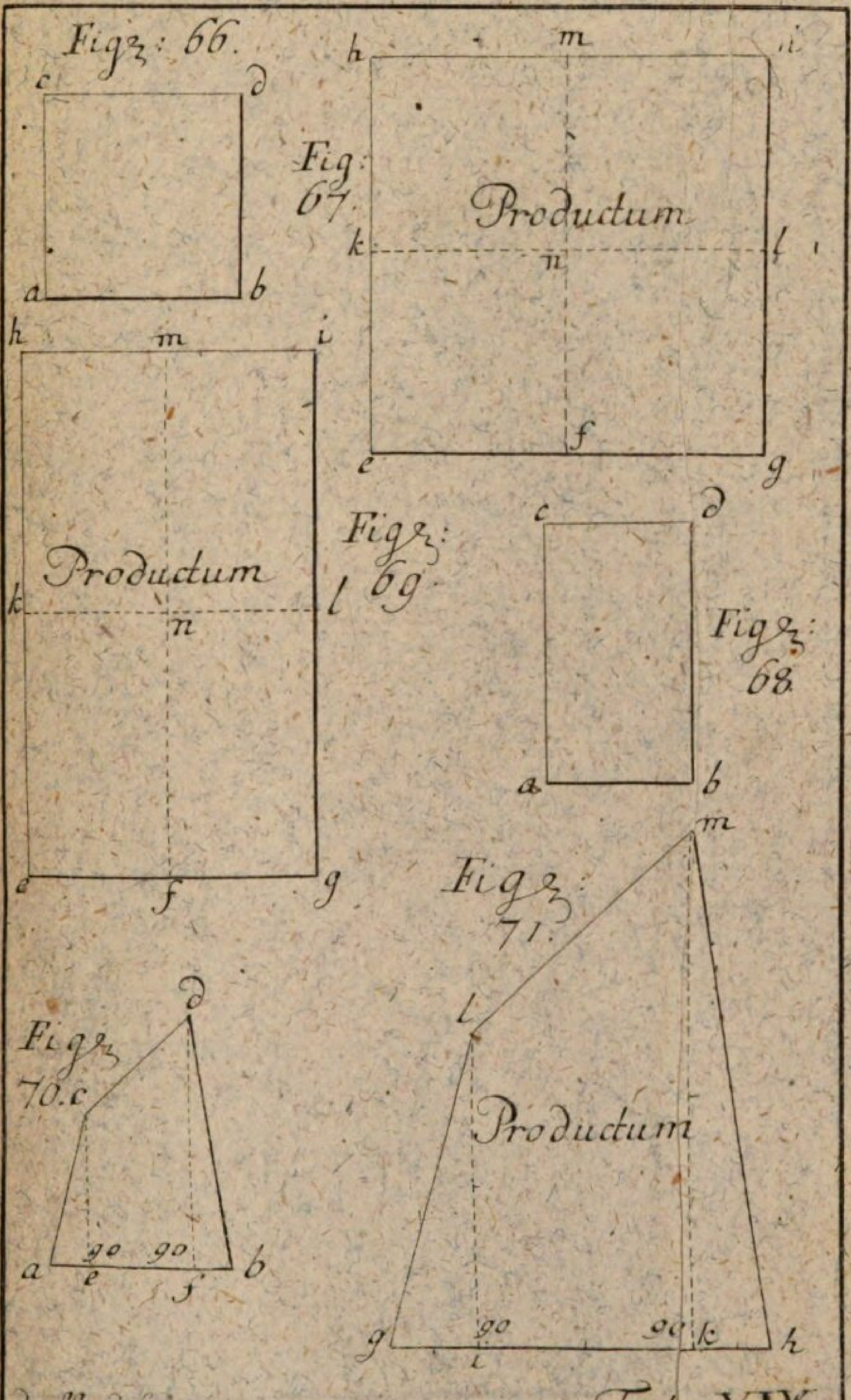


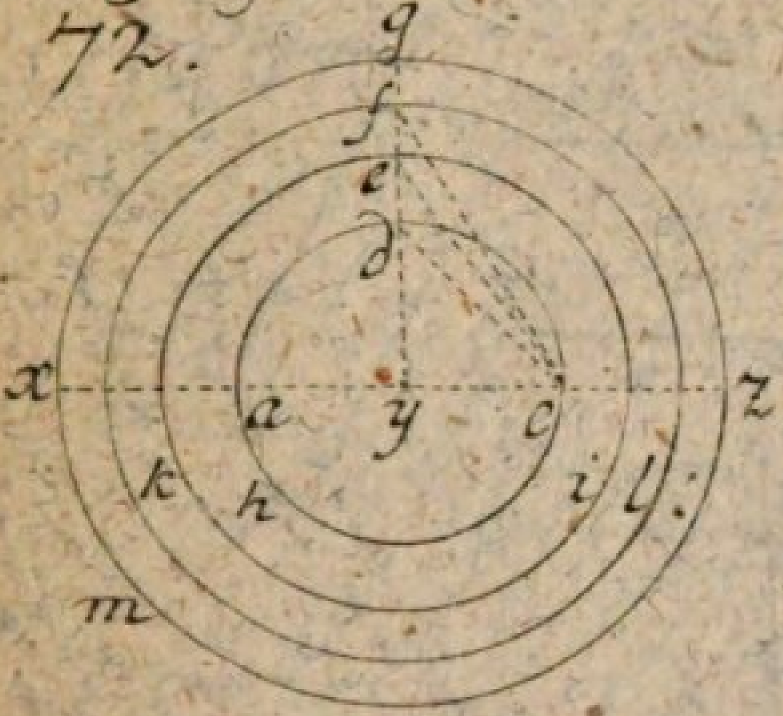
Fig: 84.
Residuum
I
II
a
b
c
m
n
d
e
f
III
Residuum
k
l
g
i
h
Fig: 85.
II
e
d
f
90
Residuum
I
a
b
c
h
g
90
Fig: 86.
I
b
a
i
c
90
II
g
e
d
h
f
90
de M del:
Tab. XXIII



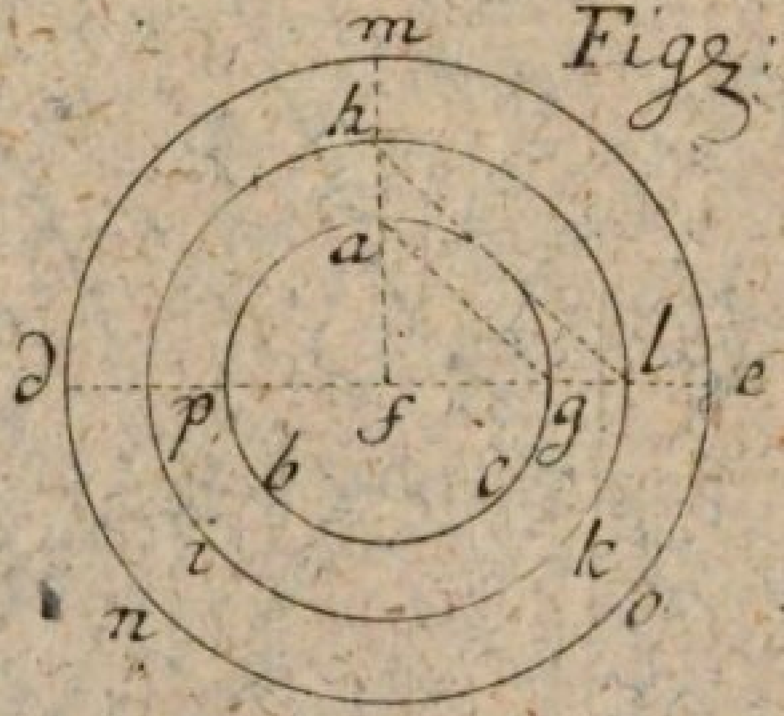
de M. del.

Tab. XIX.

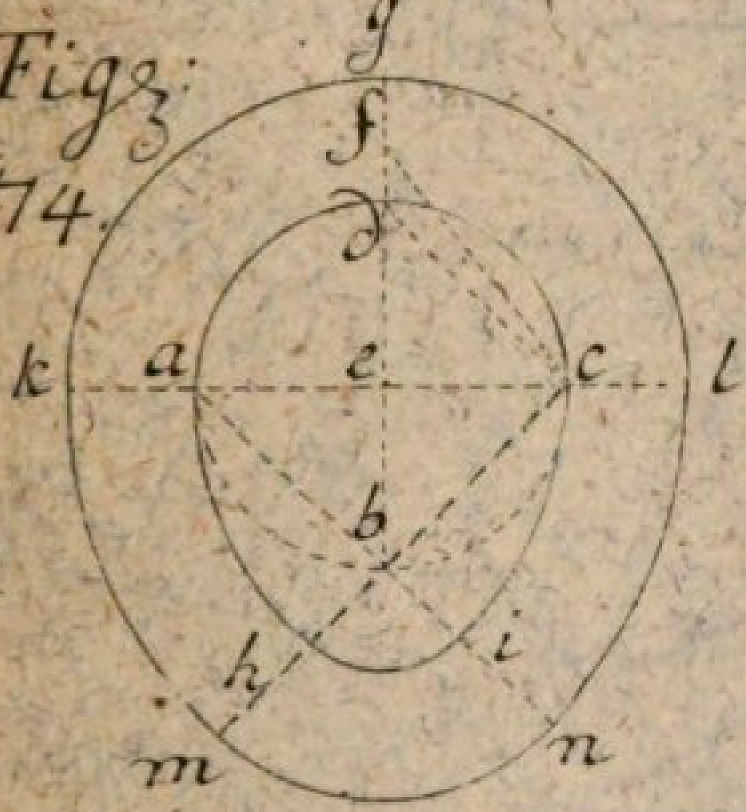
Figz: 72.



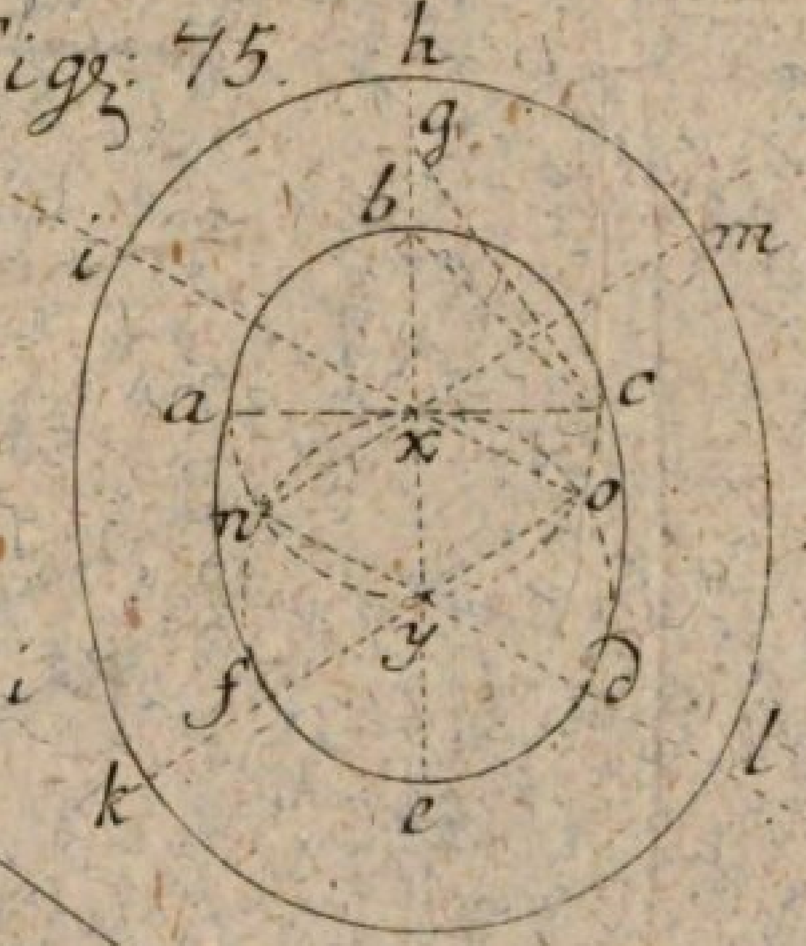
Figz: 73



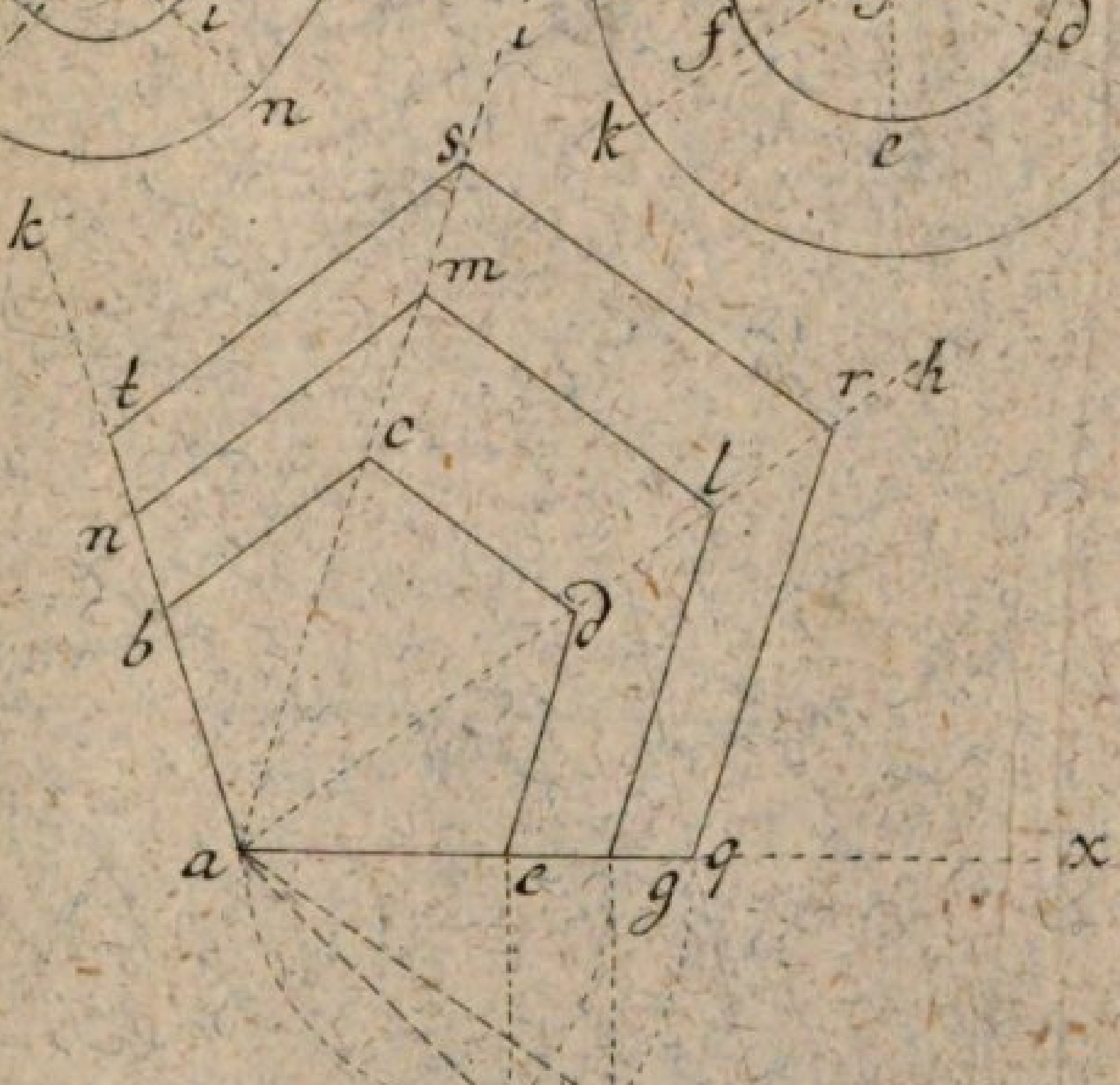
Figz: 74.



Figz: 75



Figz: 76



de M: deſ.

Tab. XX

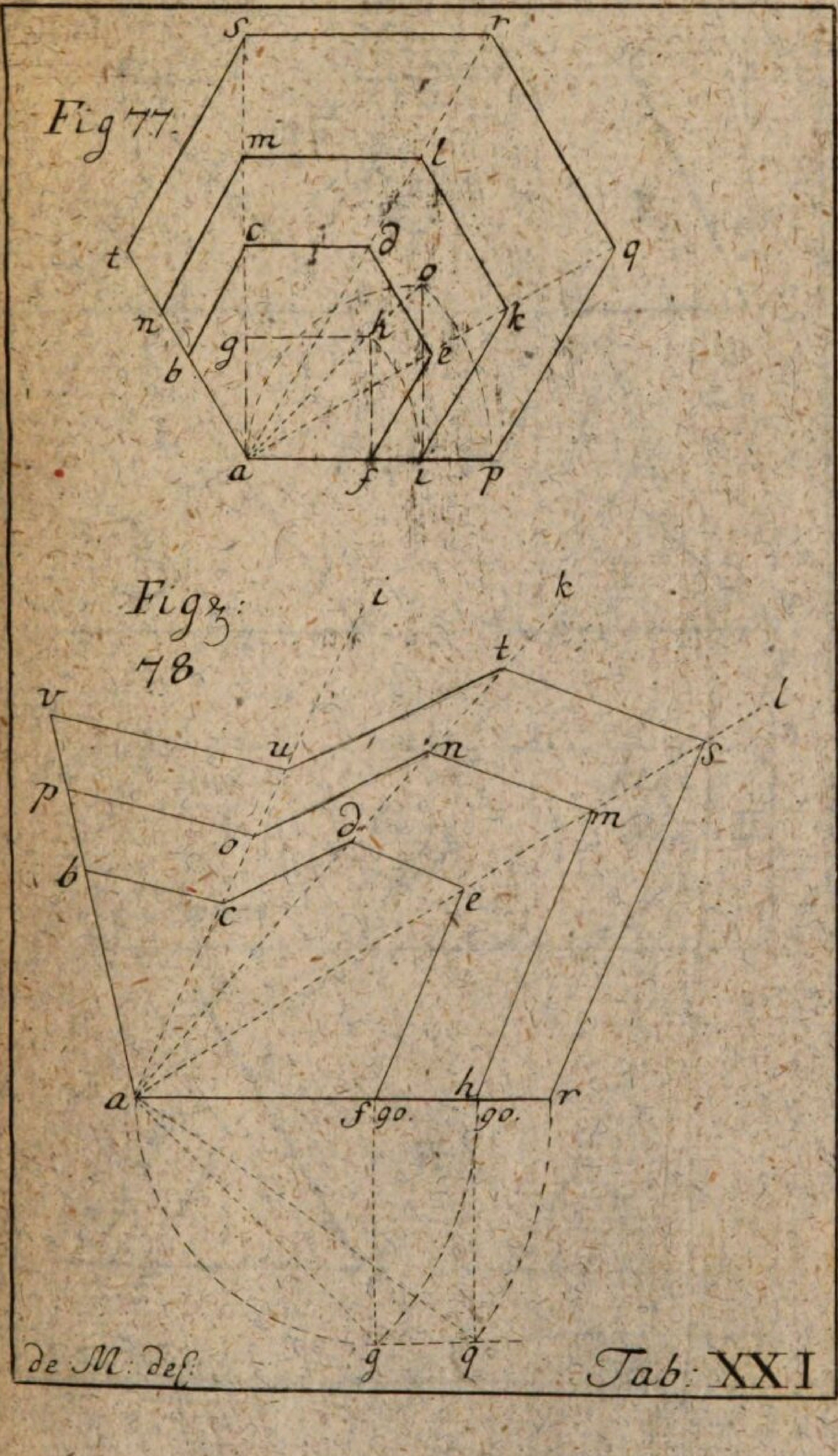
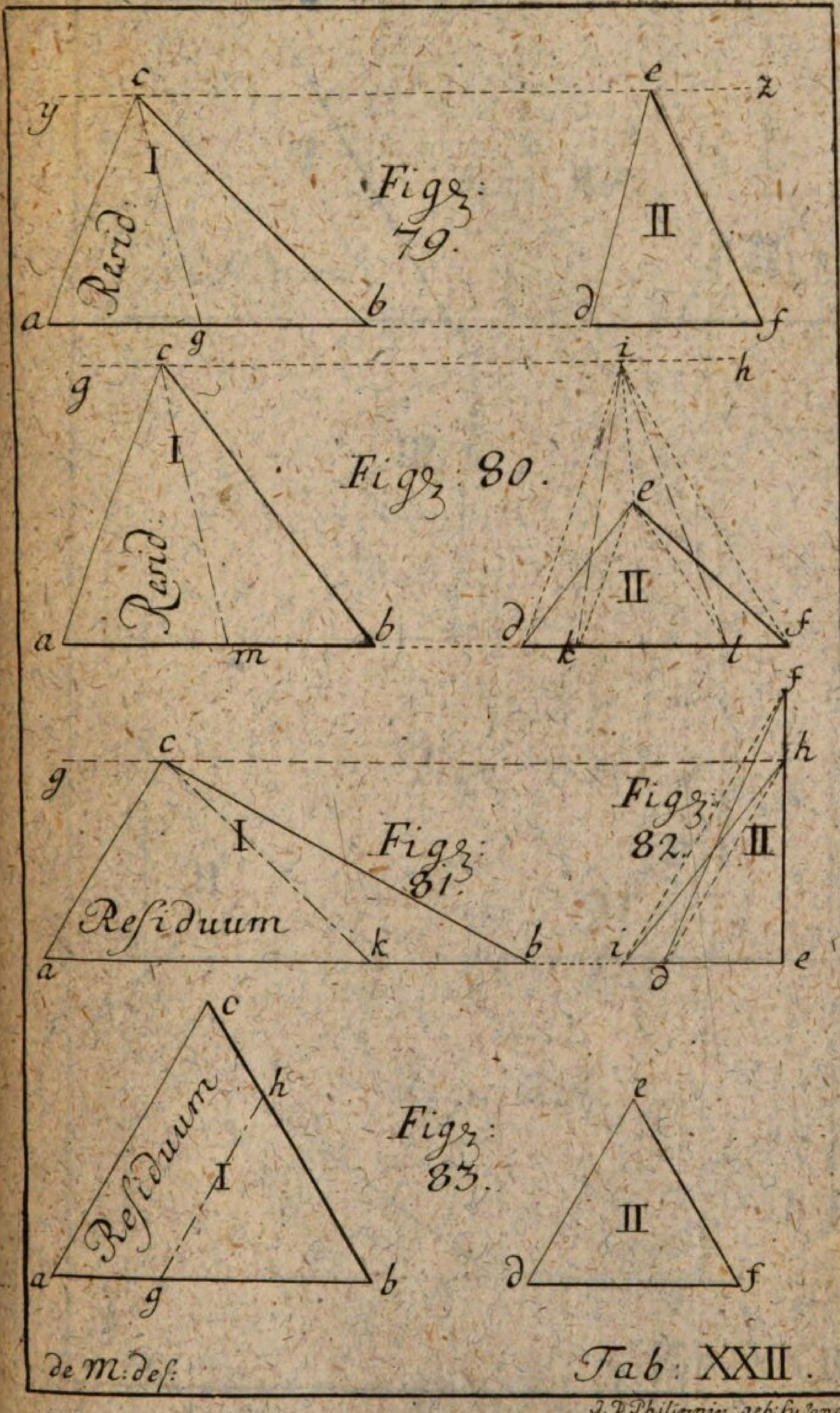


Fig 77.
s r m l c d t q o n k g h e b a f i p
Fig 78
i k t v l u n s p m o d b c e a h r f 90. 90. g q
de M: del.
Tab: XXI



J. D. Philippin geb: Syſang ſc:

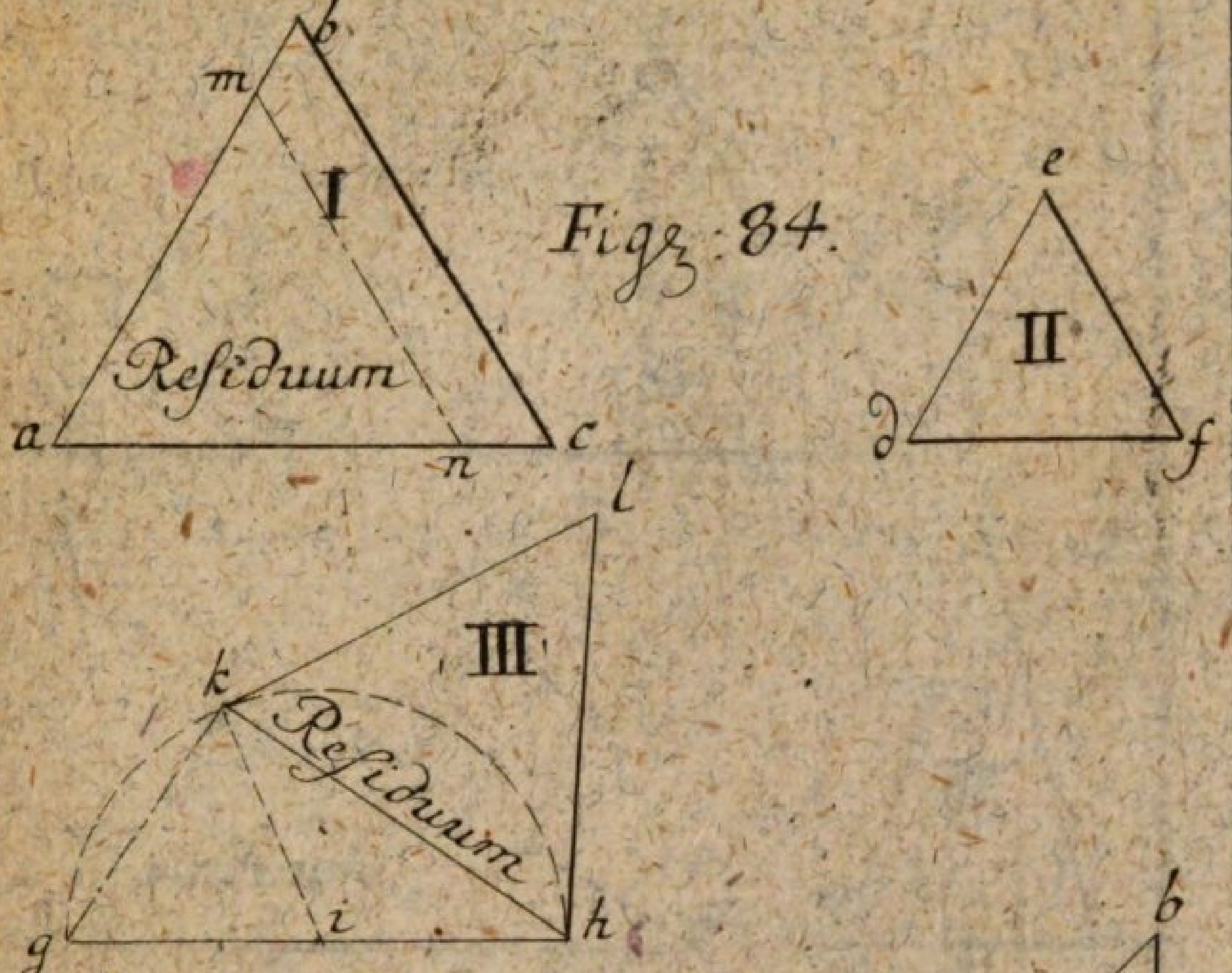


Fig: 84.

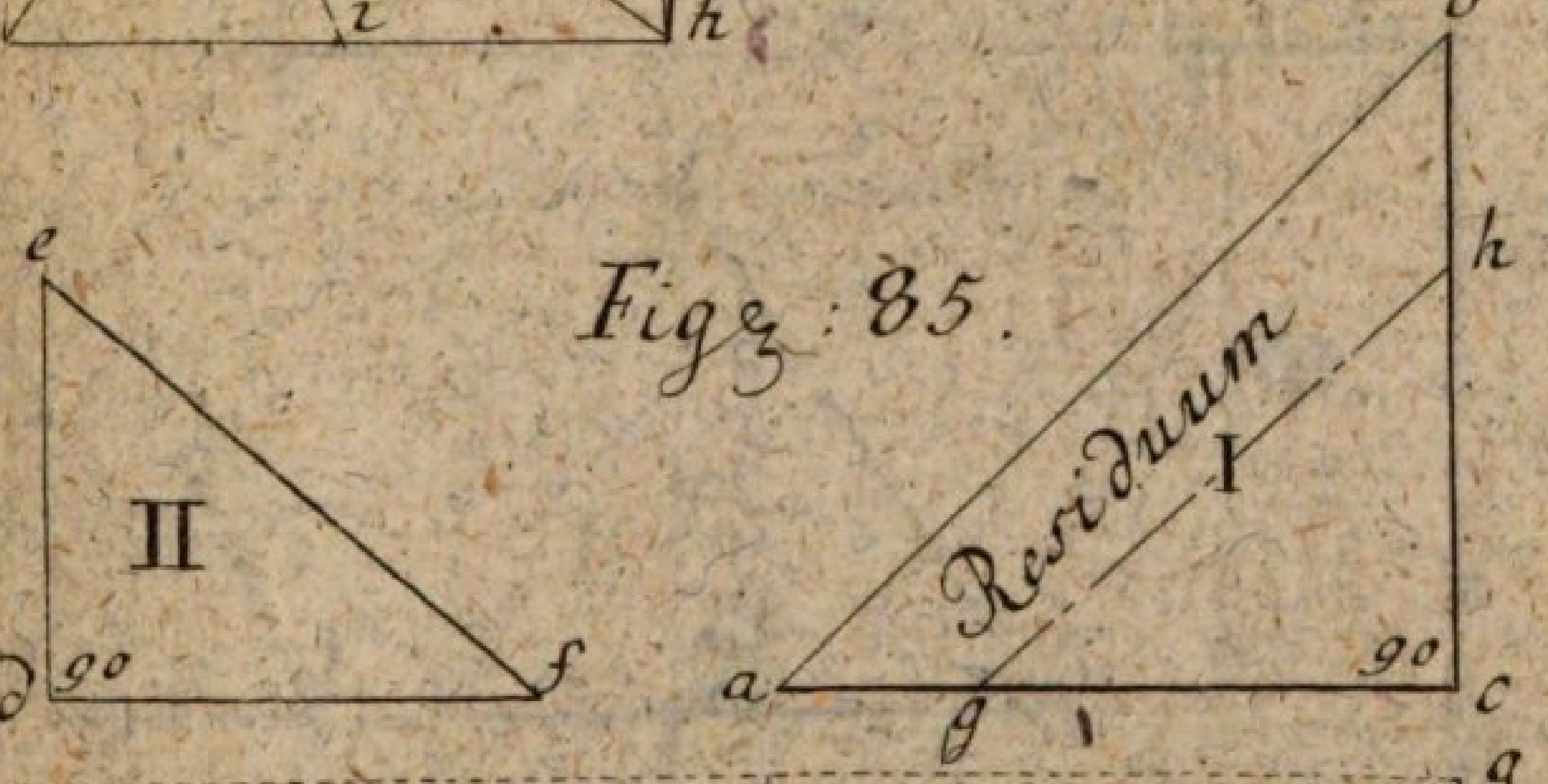


Fig: 85.

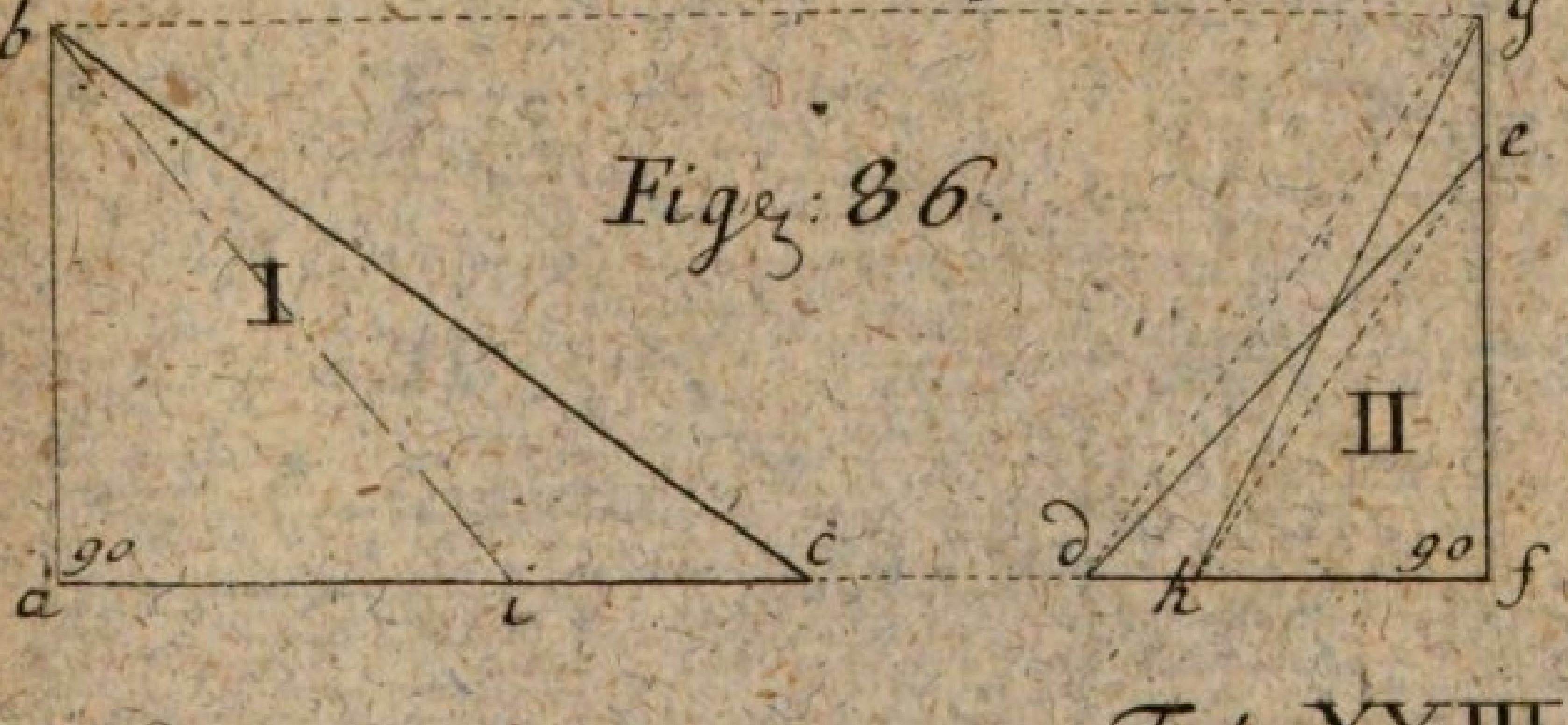
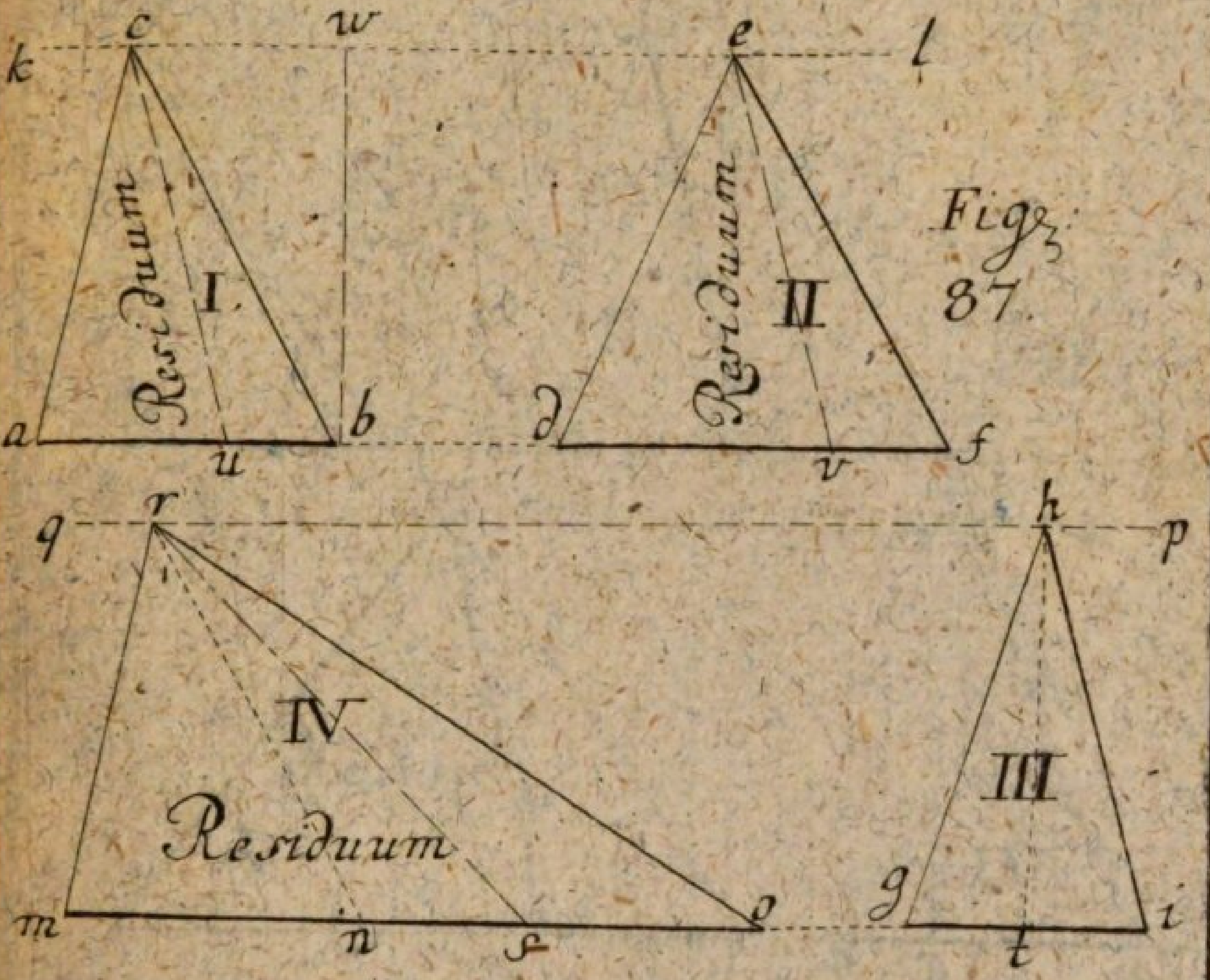


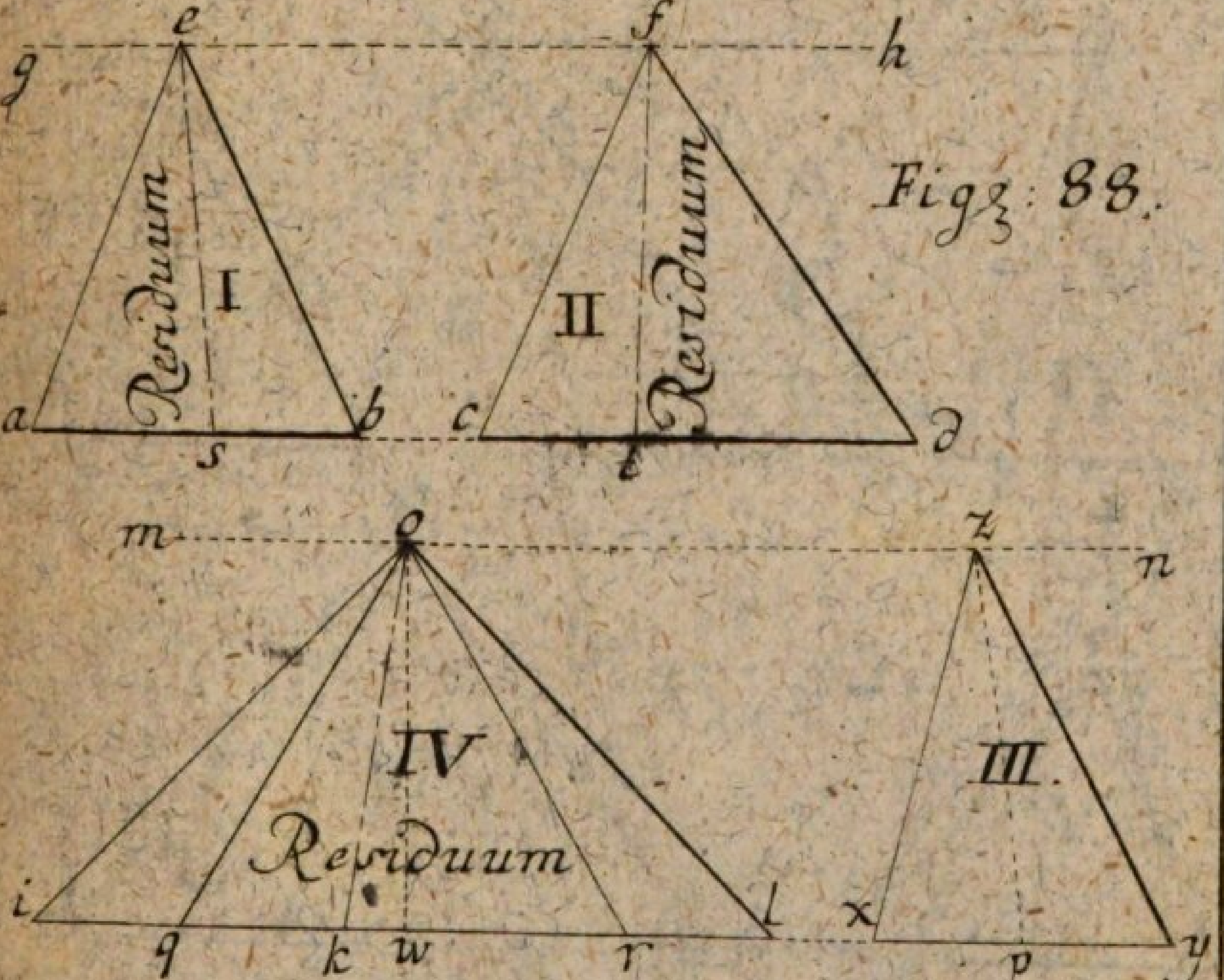
Fig: 86.

de M del:

Tab: XXIII



Figꝫ: 87.



Figꝫ: 88.

de M. del.

Tab: XXIV.

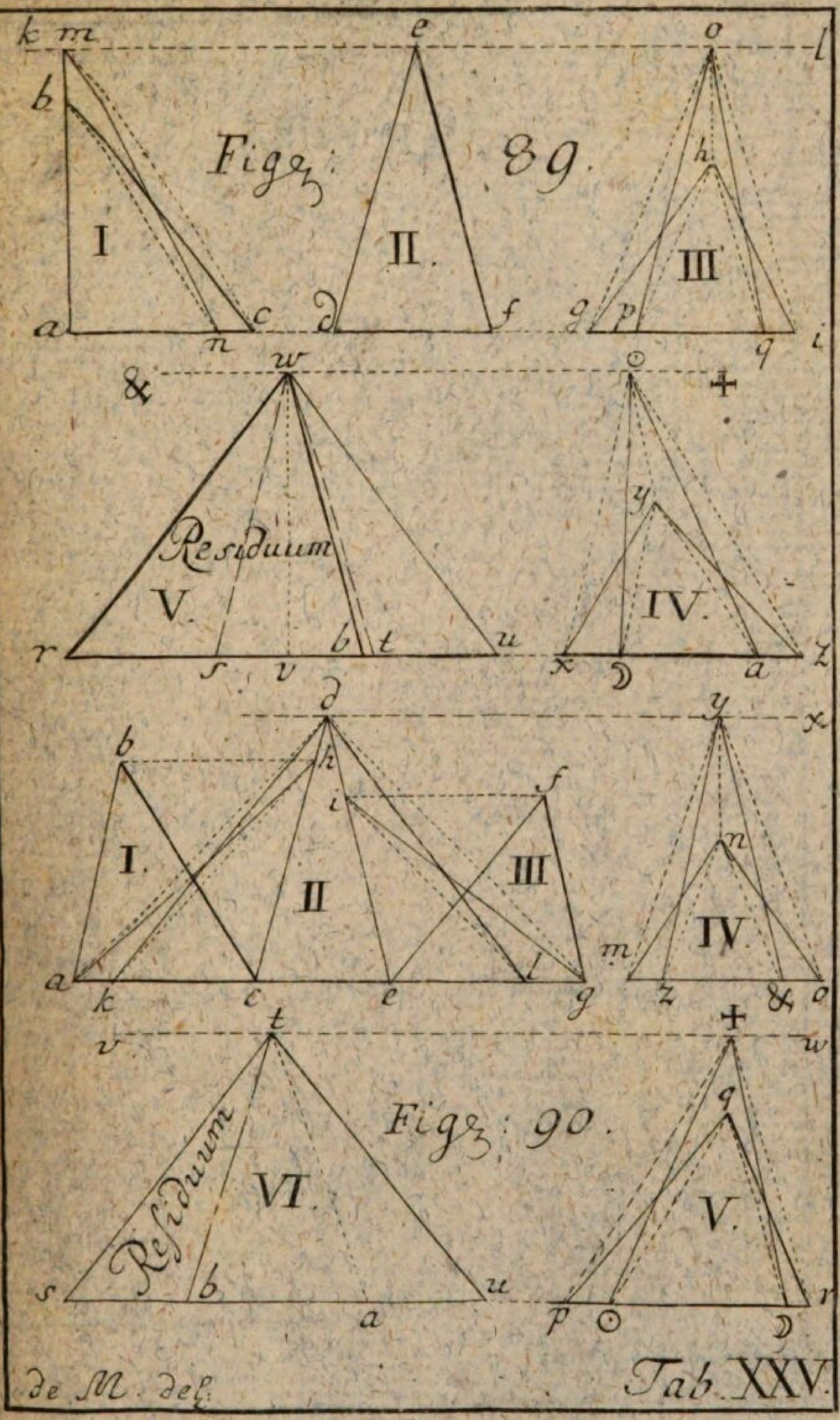
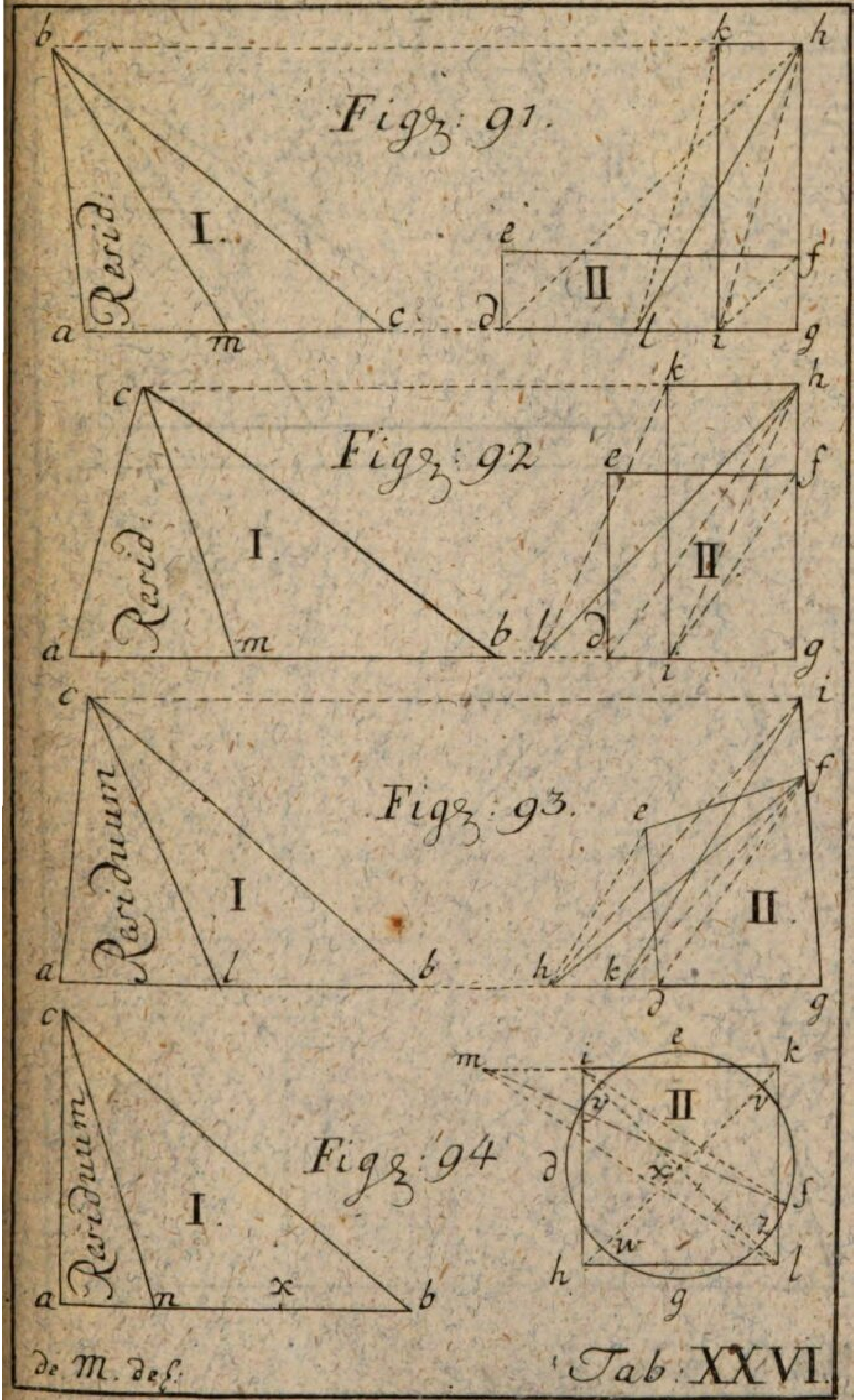
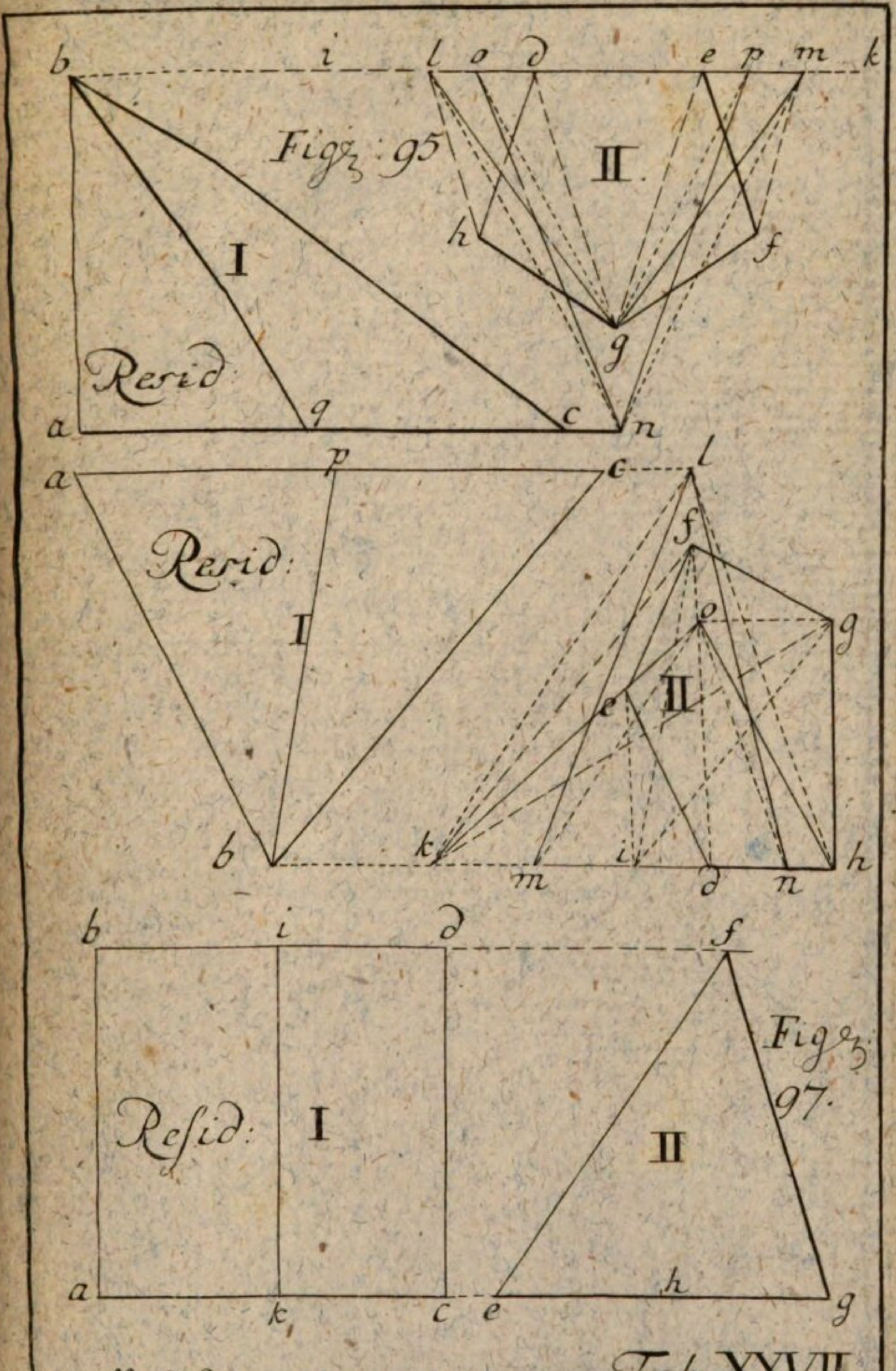


Fig: 89.
I
II.
III
Residuum
V.
IV.
I.
II
III
IV.
Fig: 90.
Residuum
VI.
V.
de M. del.
Tab. XXV.

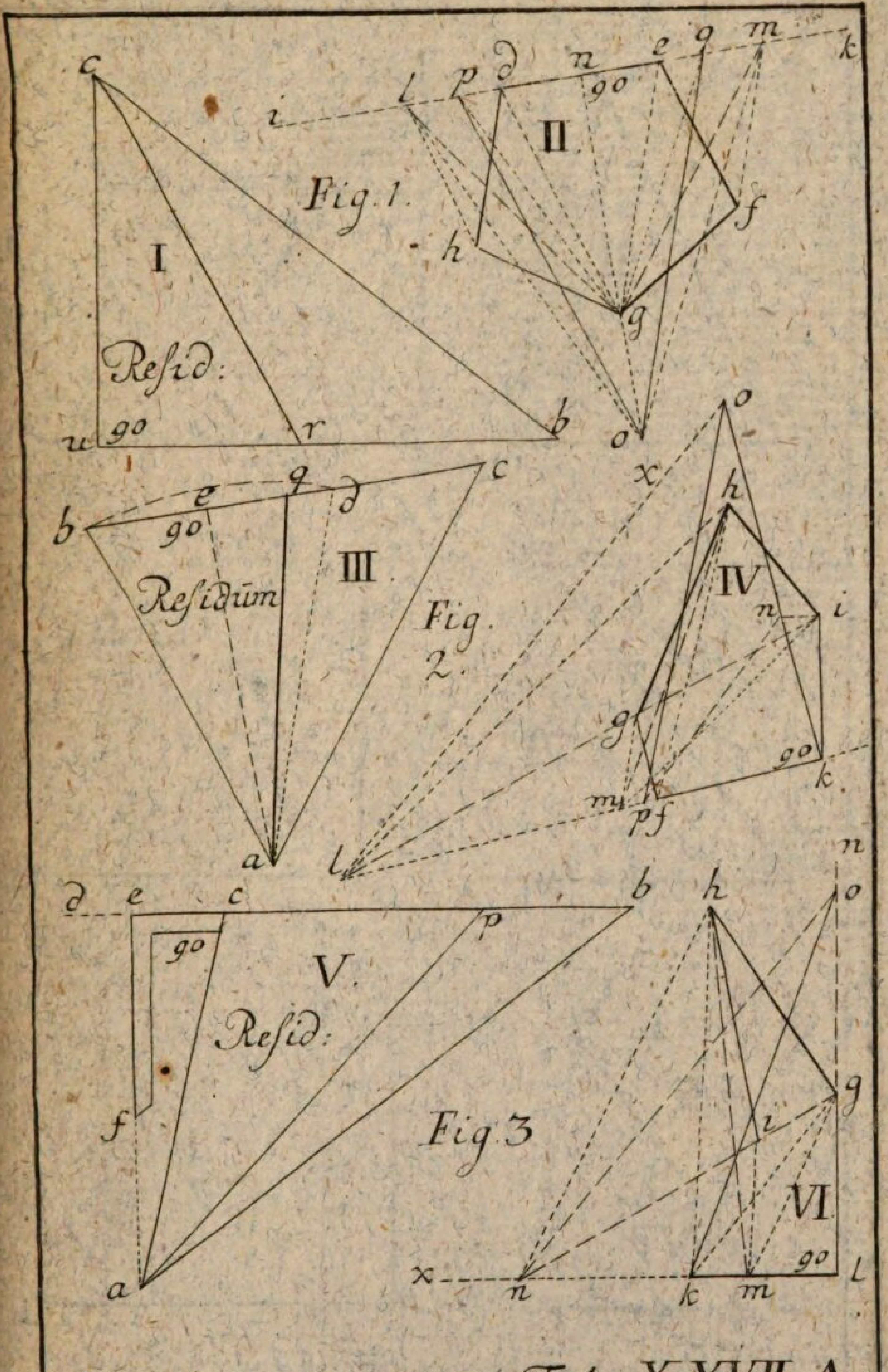
Moller4 - Th:


Figz: 91.
Resid:
I.
II
Figz: 92
Resid:
I.
II
Figz: 93.
Residuum
I
II.
Figz: 94
Residuum
I.
II
de M. del:
Tab: XXVI.

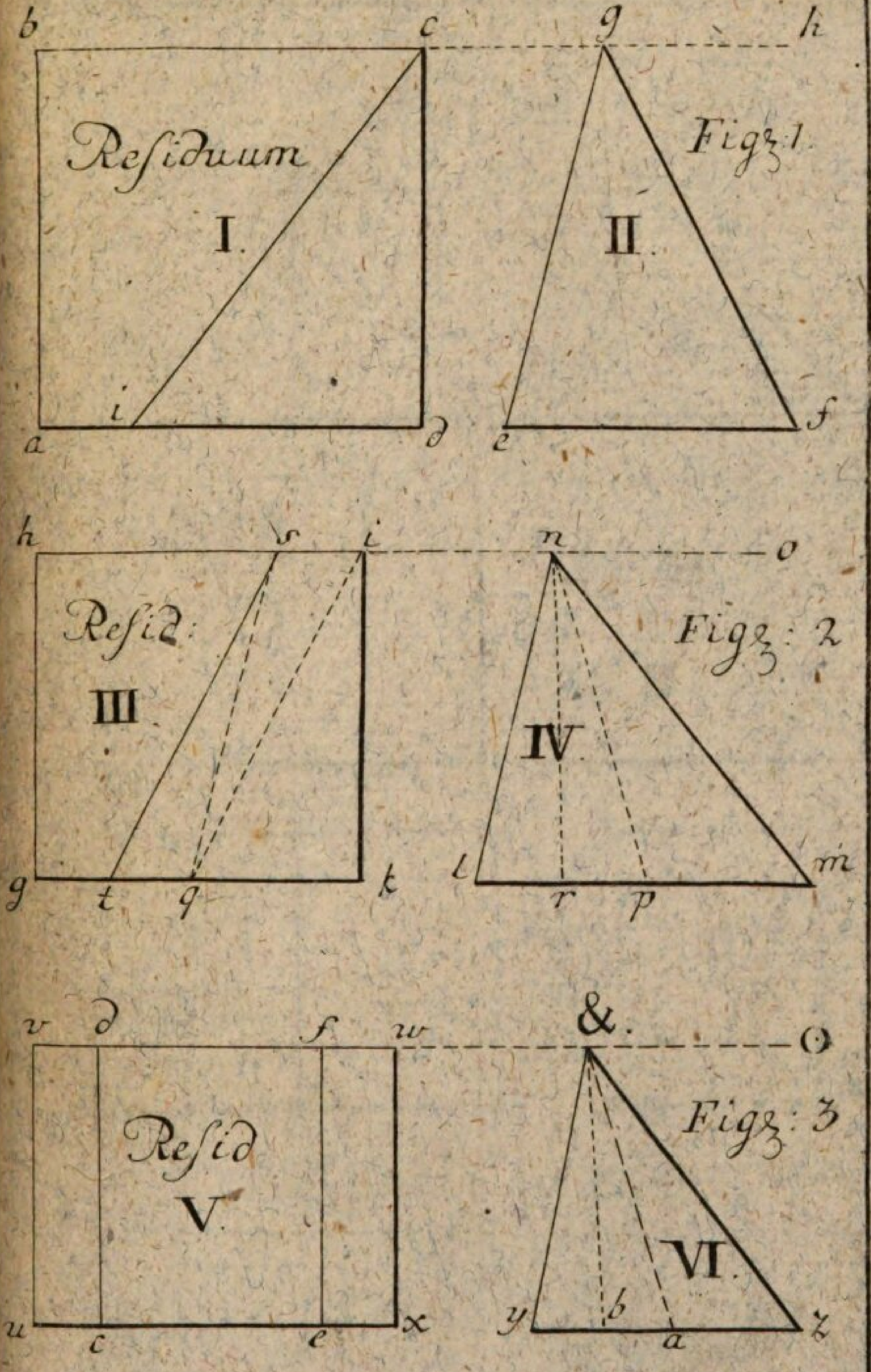


Tab. XXVII.

J. D. Philippin geb. S. sc.



Tab. XXVII. A.


b
c
g
h
Reſiduum
I.
II.
Figꝫ: 1.
i
a
d
e
f
h
s
i
n
o
Reſid:
III
Figꝫ: 2
IV
g
t
q
k
l
r
p
m
v
d
f
w
&.
O
Reſid
V.
Figꝫ: 3
VI.
u
c
e
x
y
b
a
z

Tab. XXVII.B.

Fig: 98.

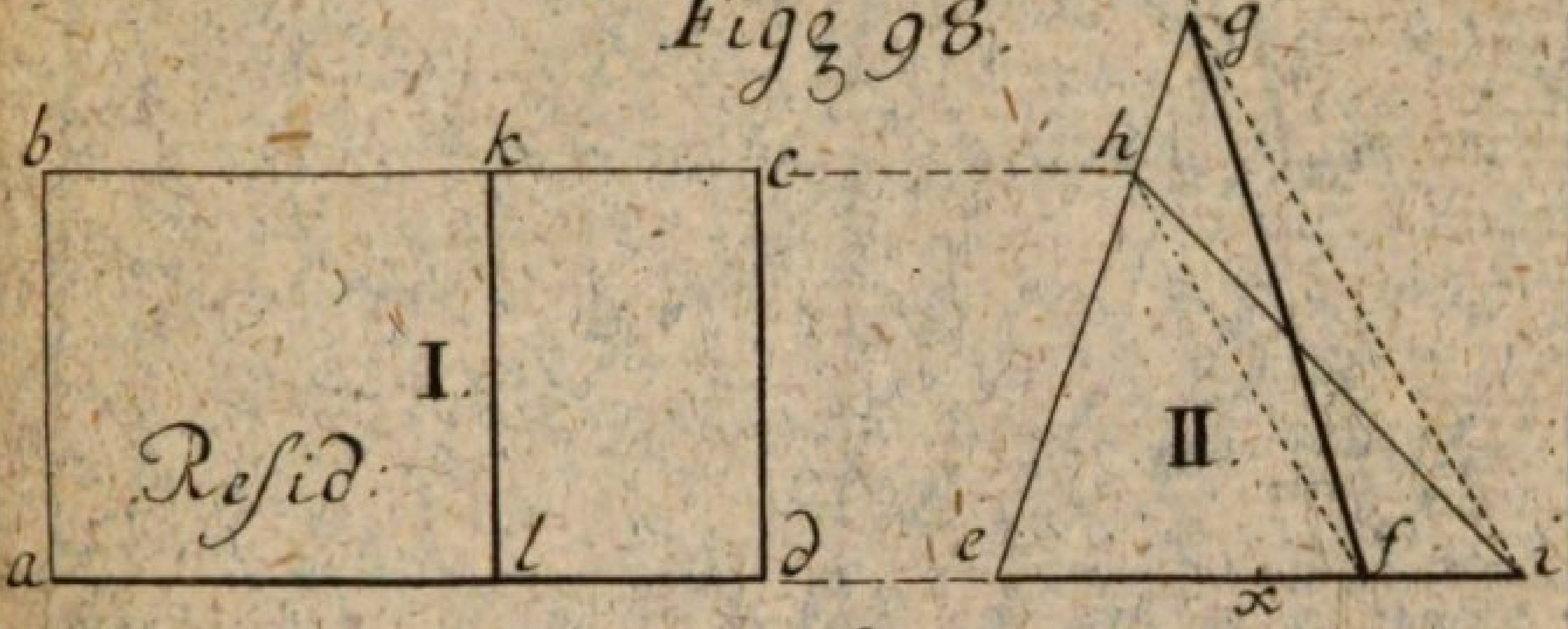


Fig: 99.

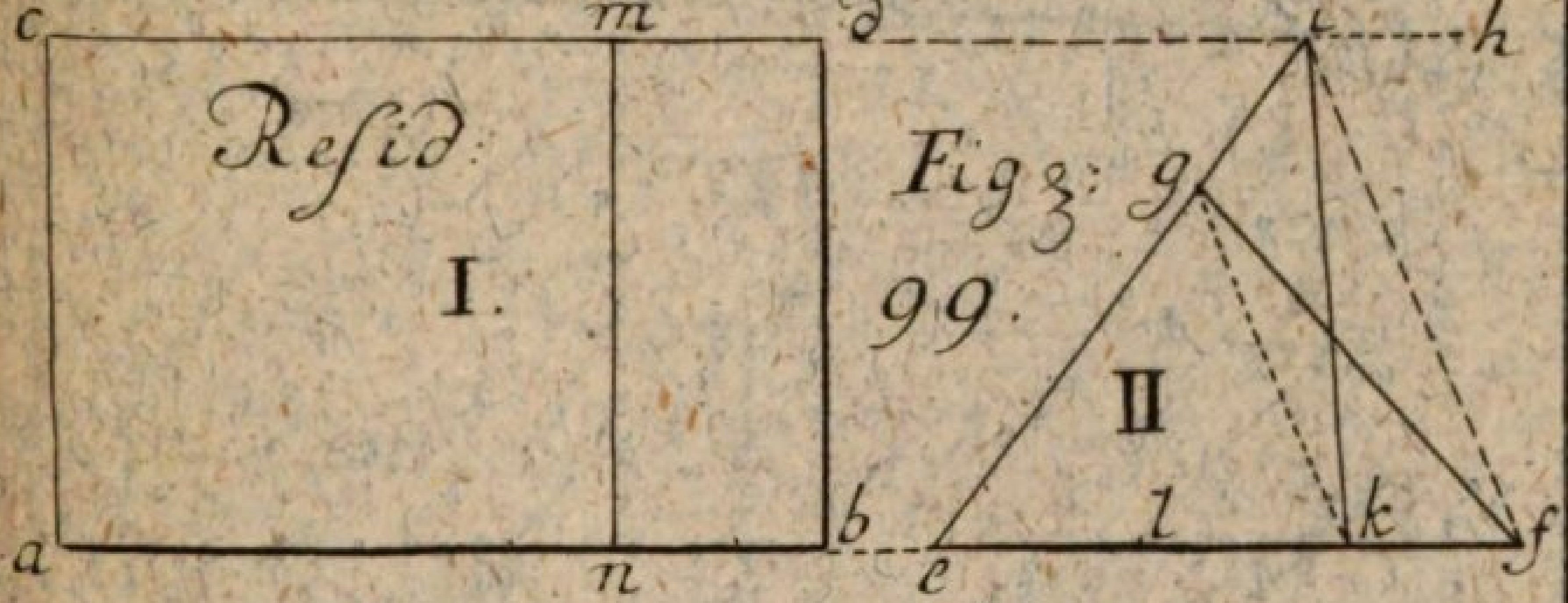


Fig: 100.

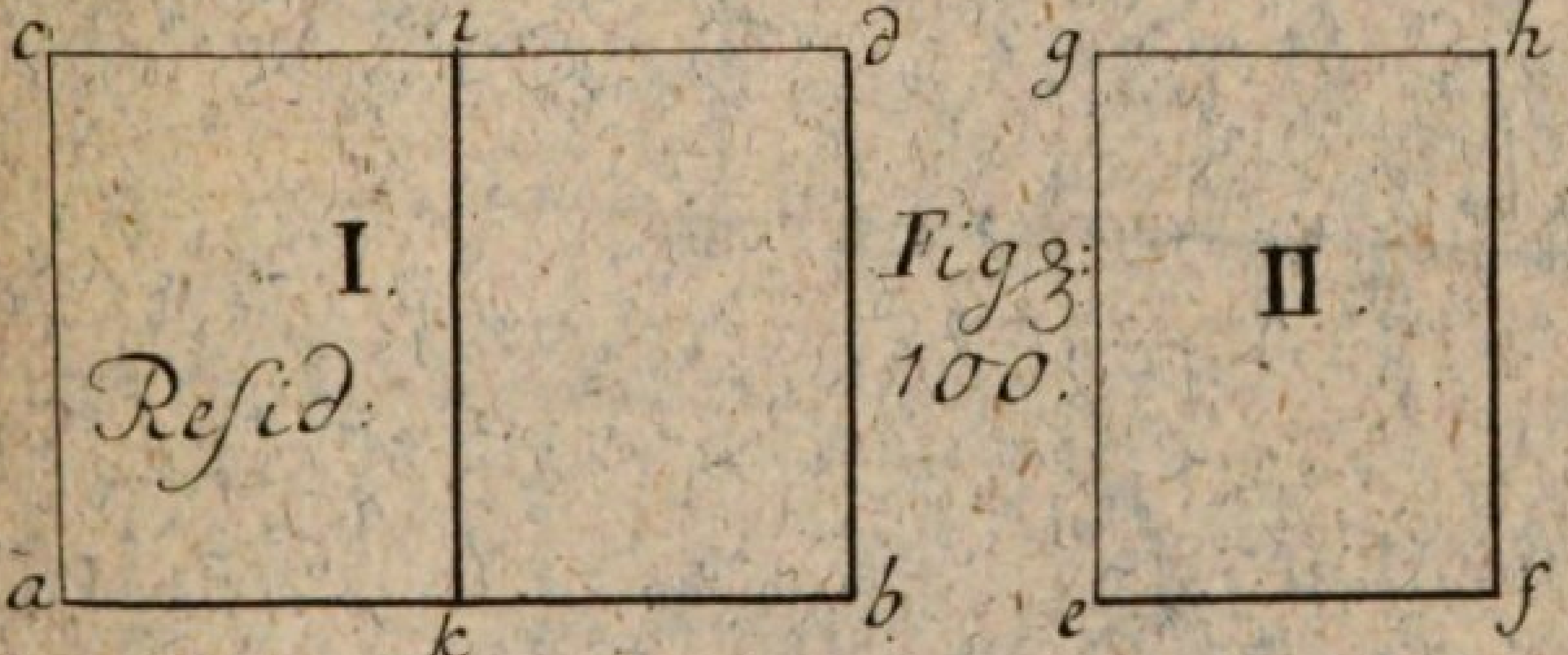
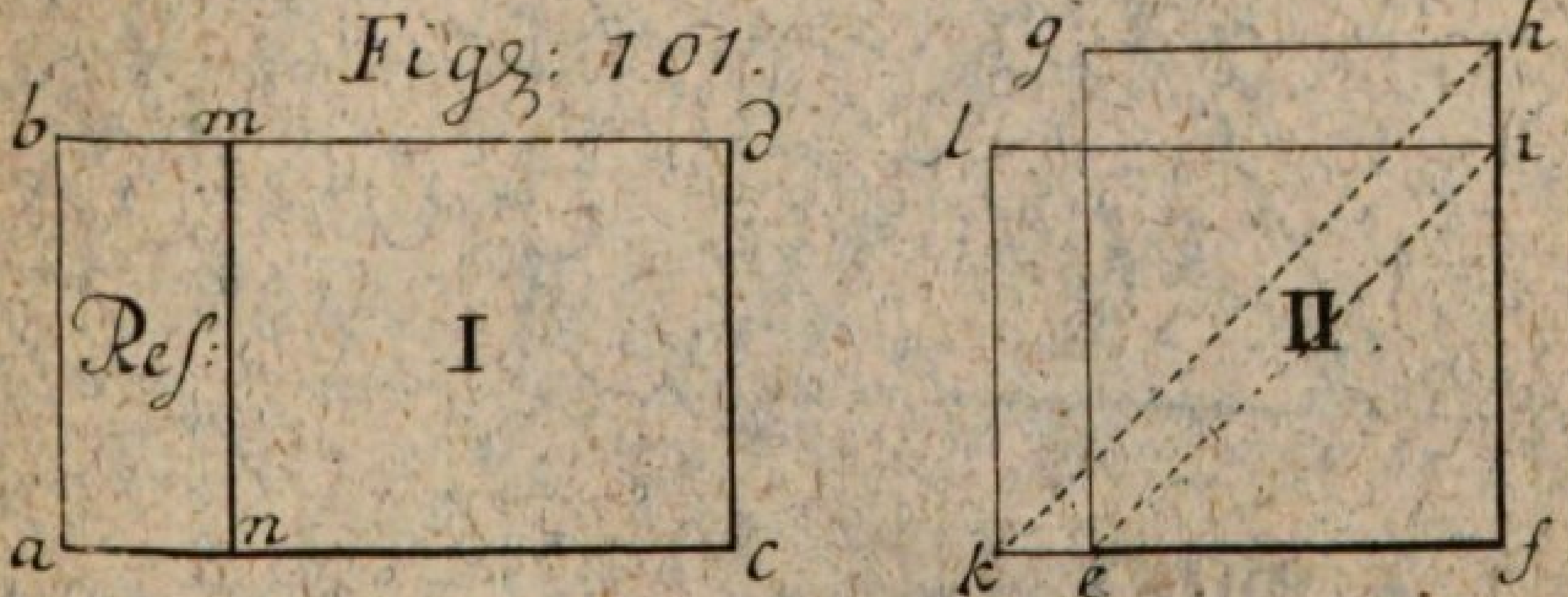


Fig: 101.



Tab: XXVIII.

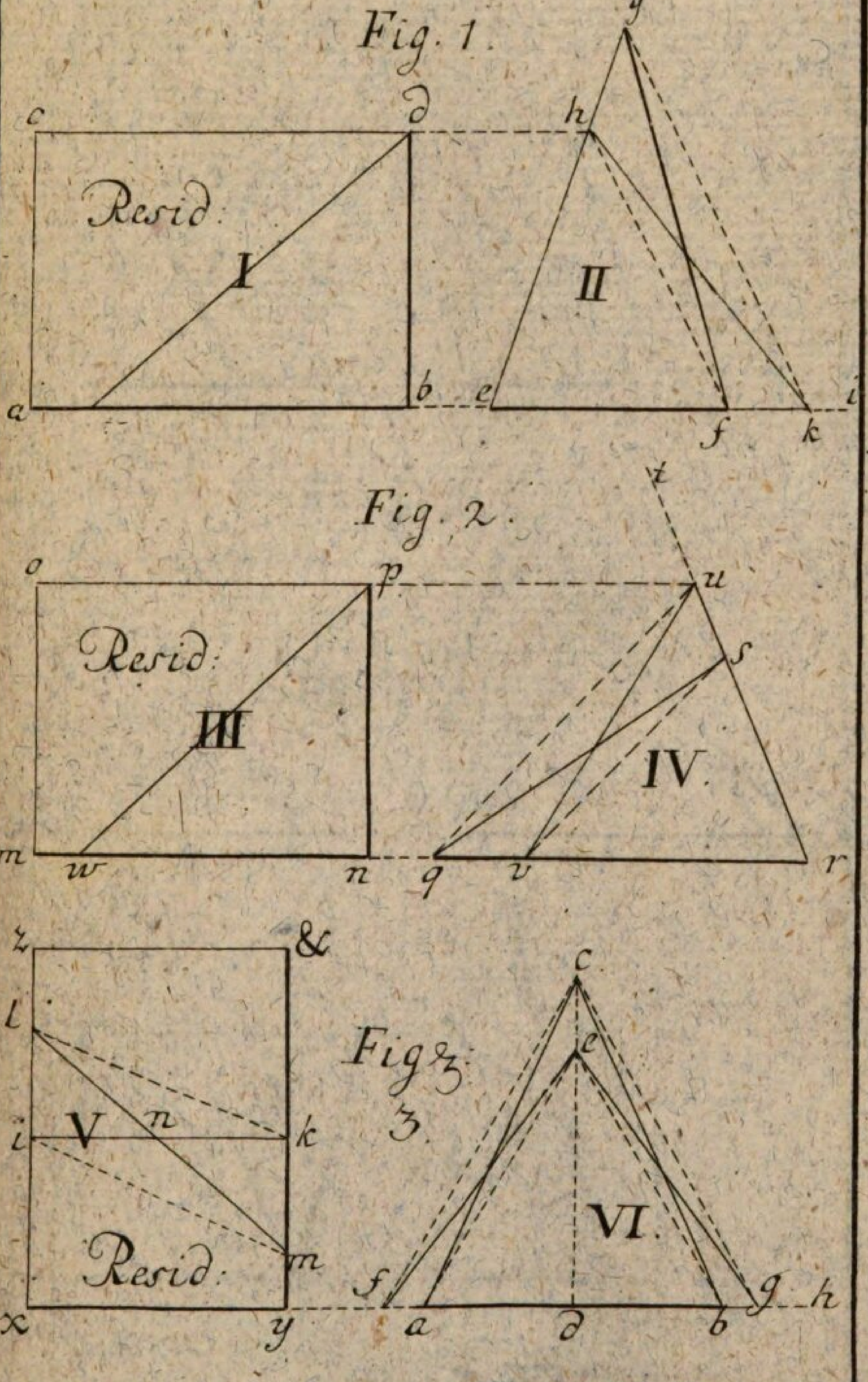


Fig. 1.
c
d
h
g
Resid:
I
II
a
b
e
f
k
i
Fig. 2.
t
o
p
u
s
Resid:
III
IV.
m
w
n
q
v
r
z
&
l
c
Fig. 3.
e
i
V
n
k
VI.
Resid:
m
f
g
h
x
y
a
d
b

Tab: XXVIII. A.

Fig. 1

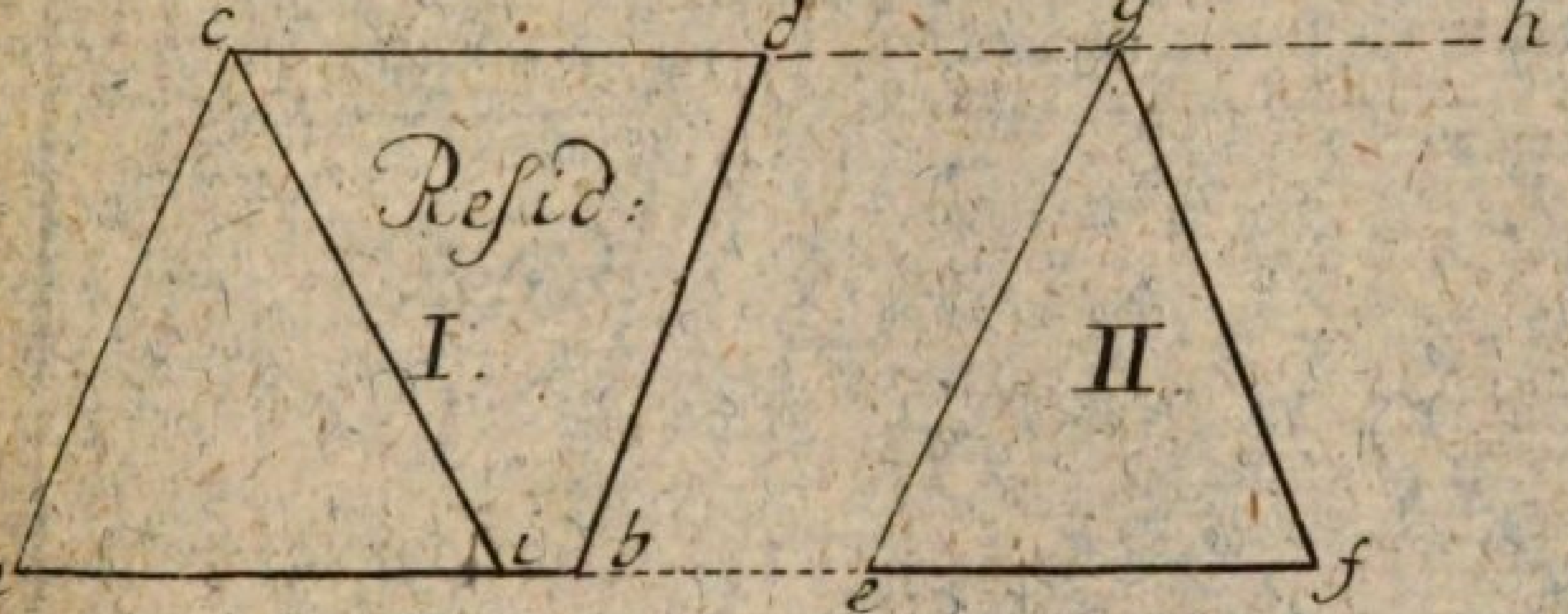


Fig: 2.

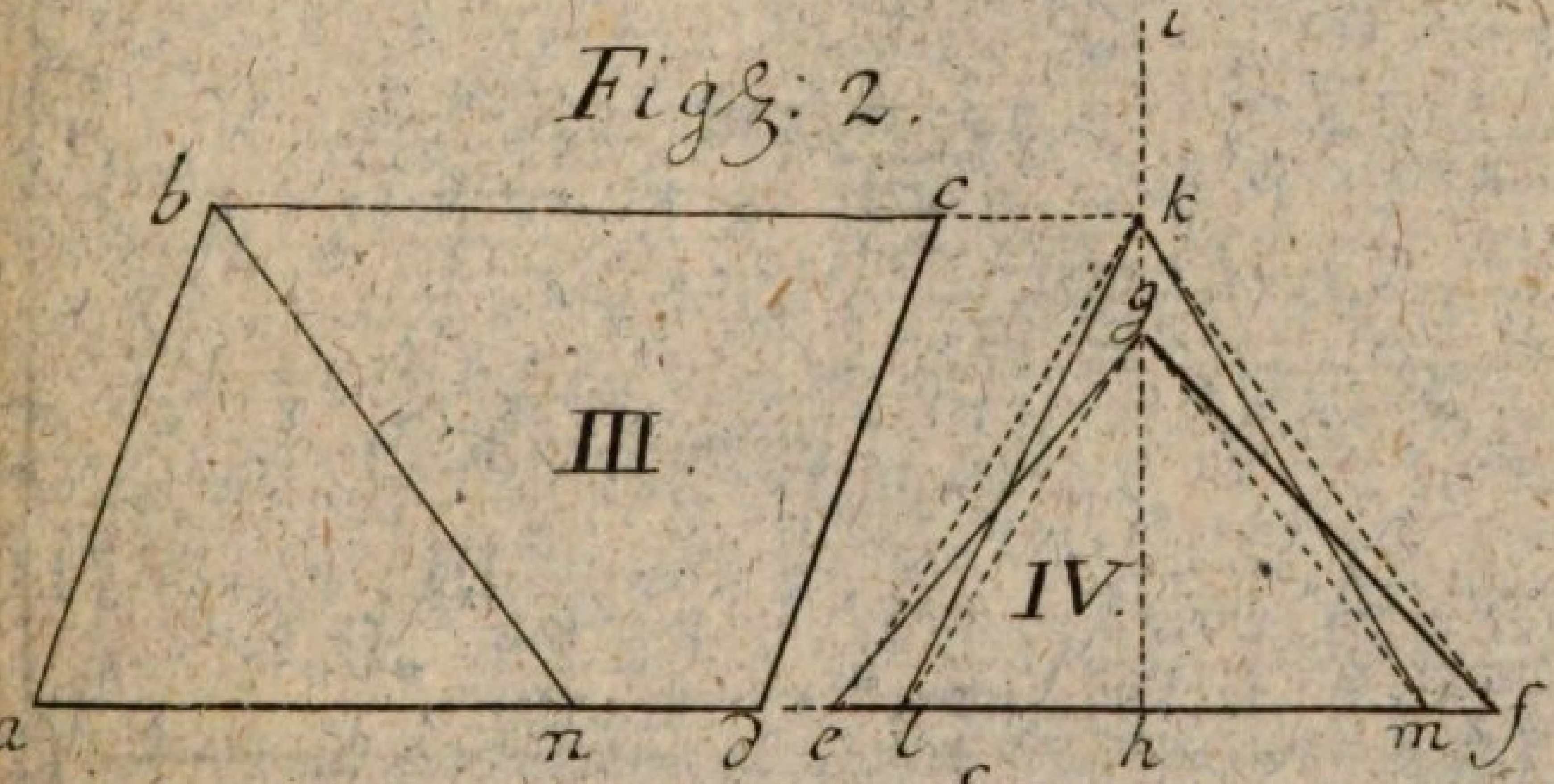
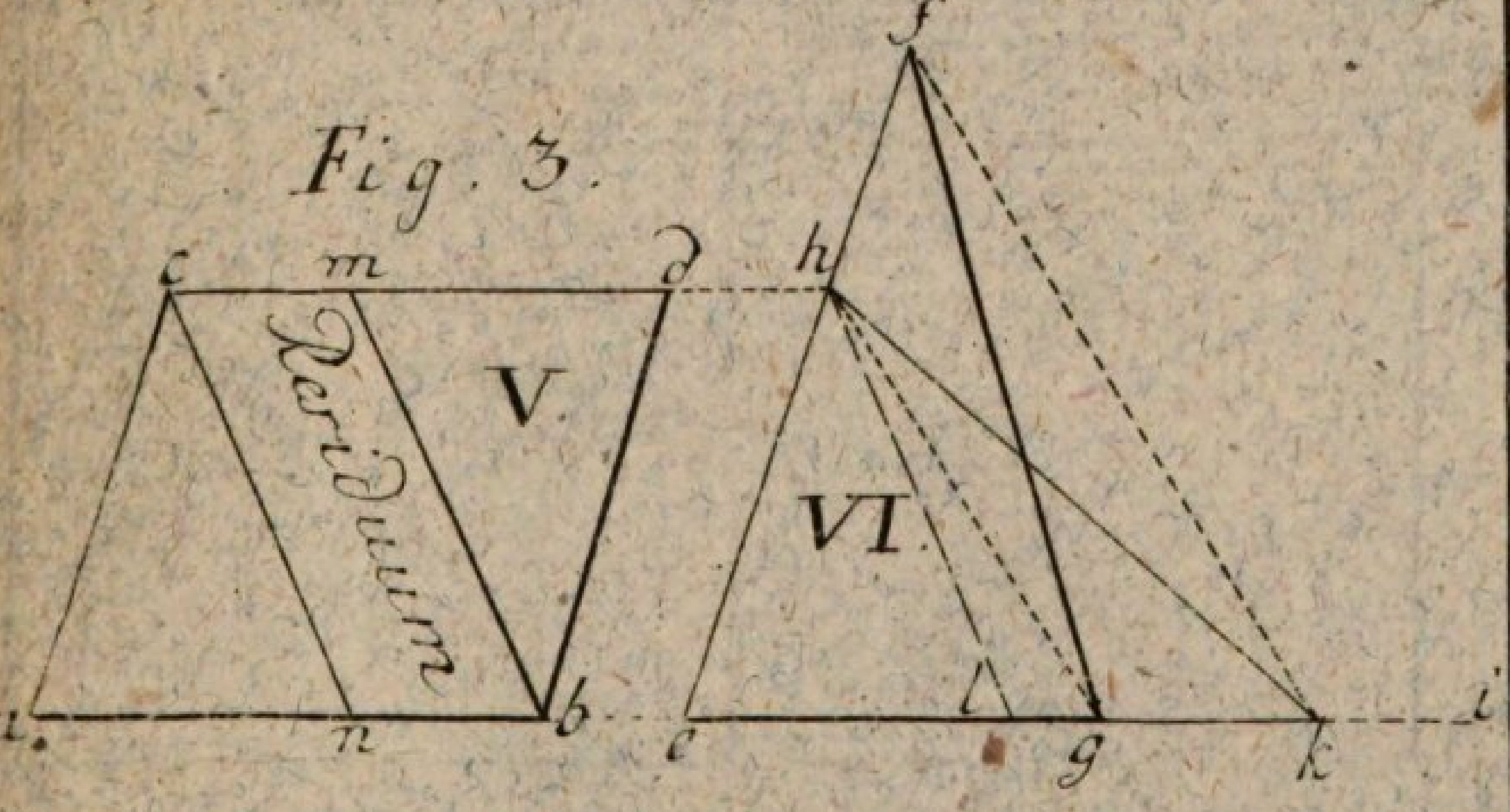


Fig. 3.



Tab: XXVIII. B.

Fig: 1.

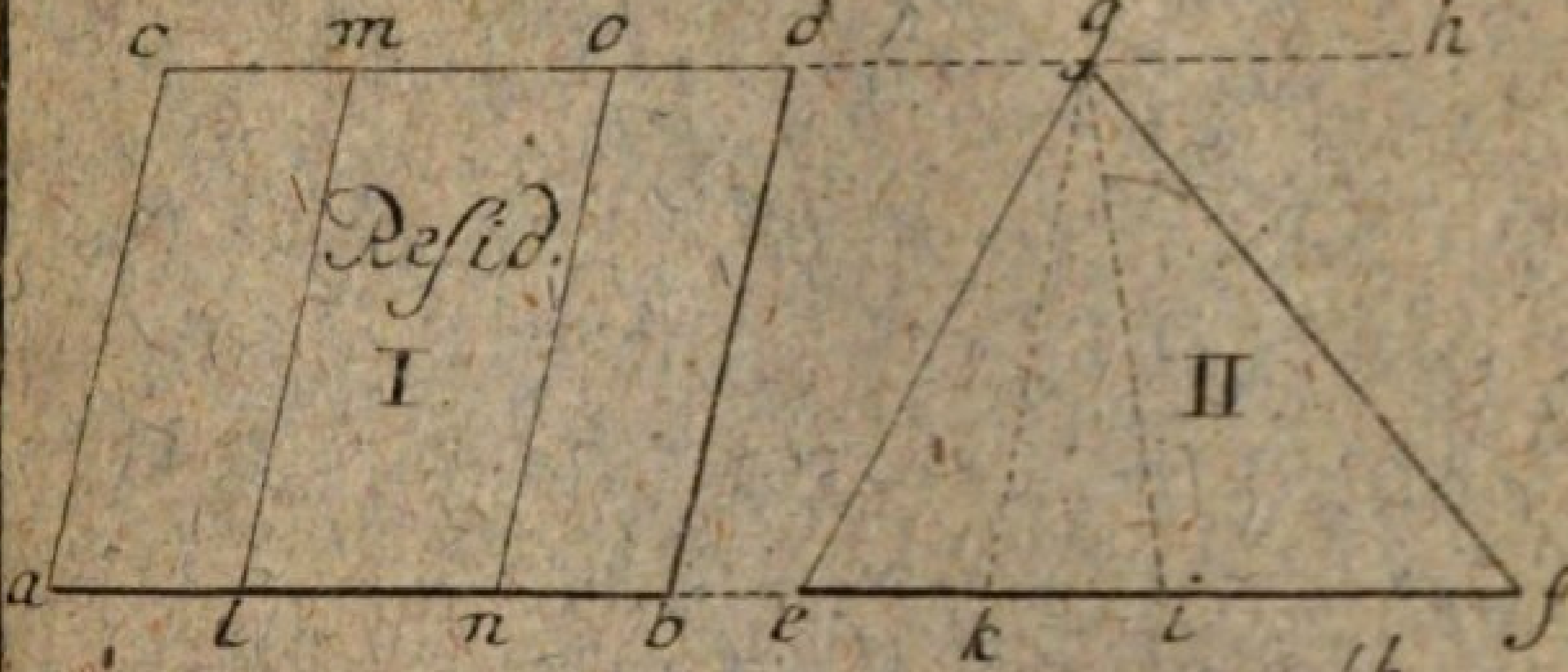


Fig: 2.

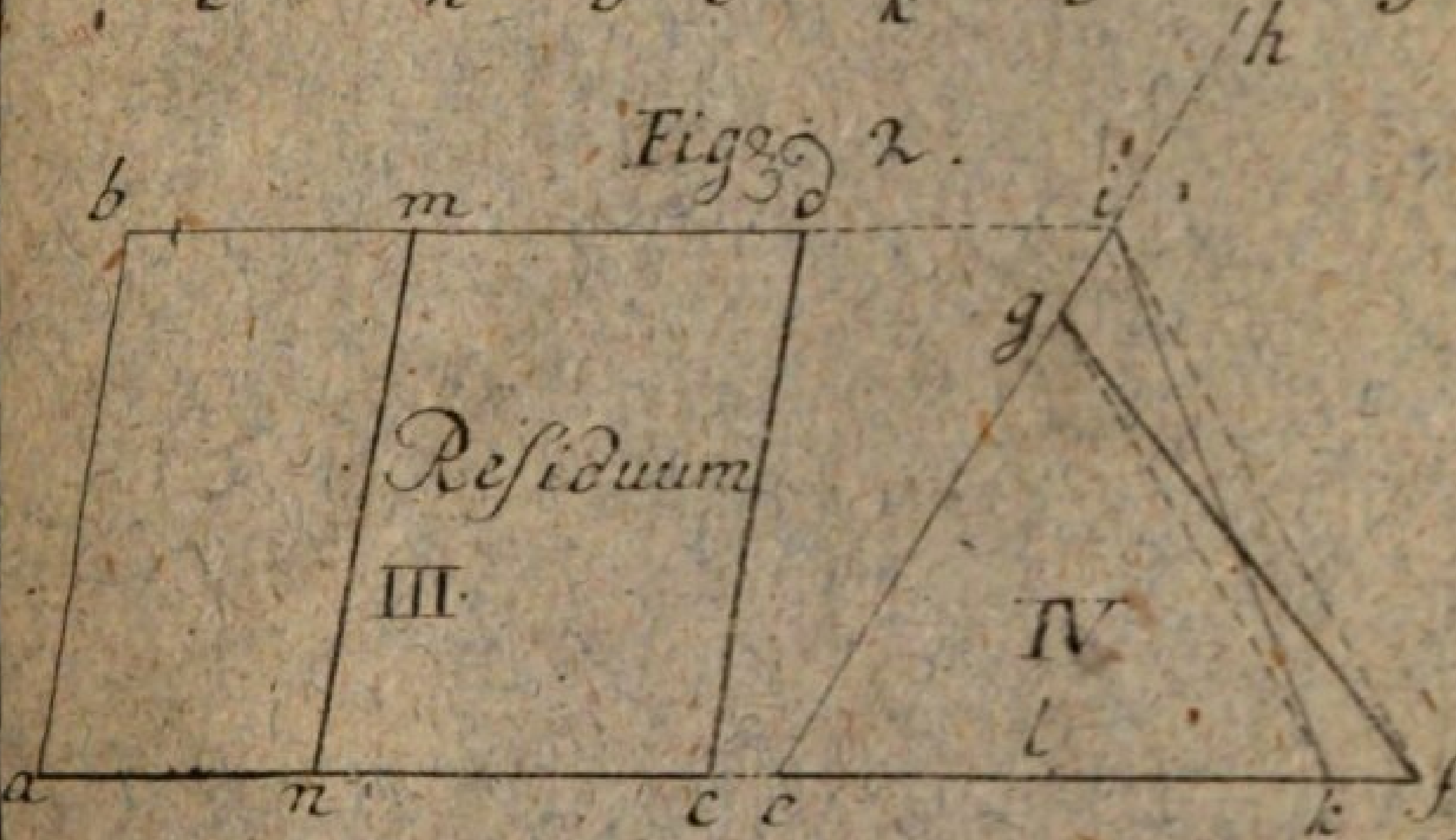
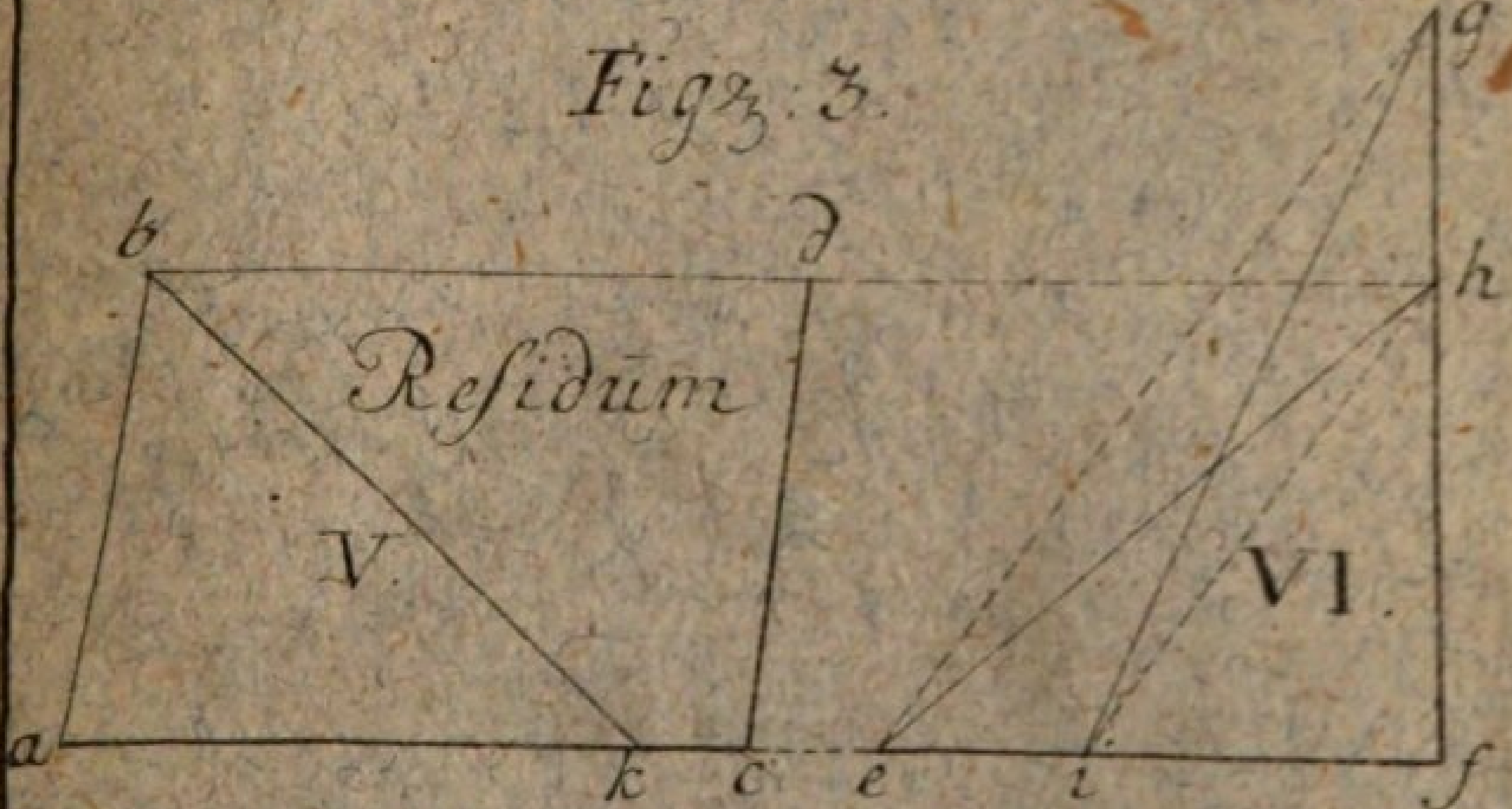
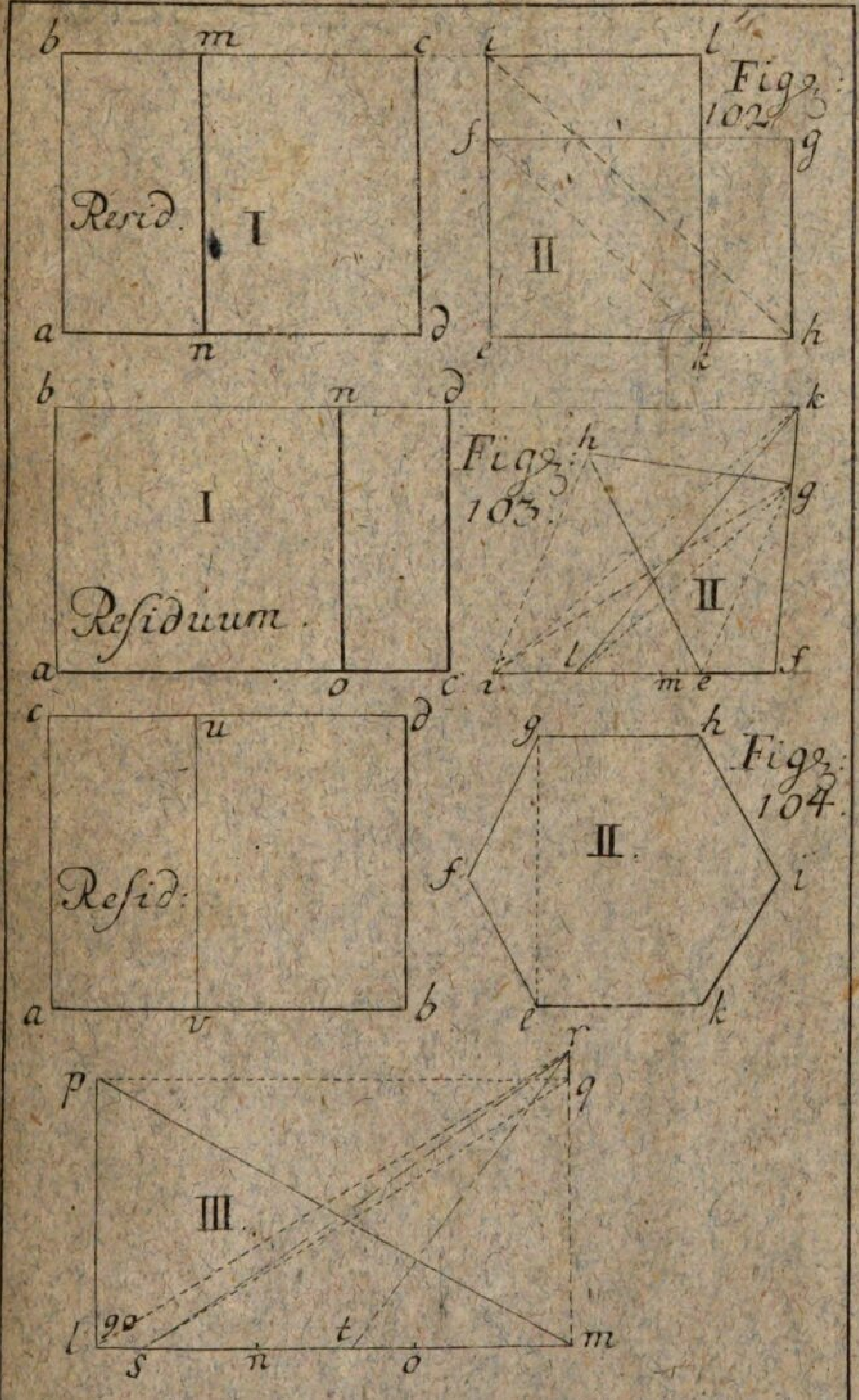


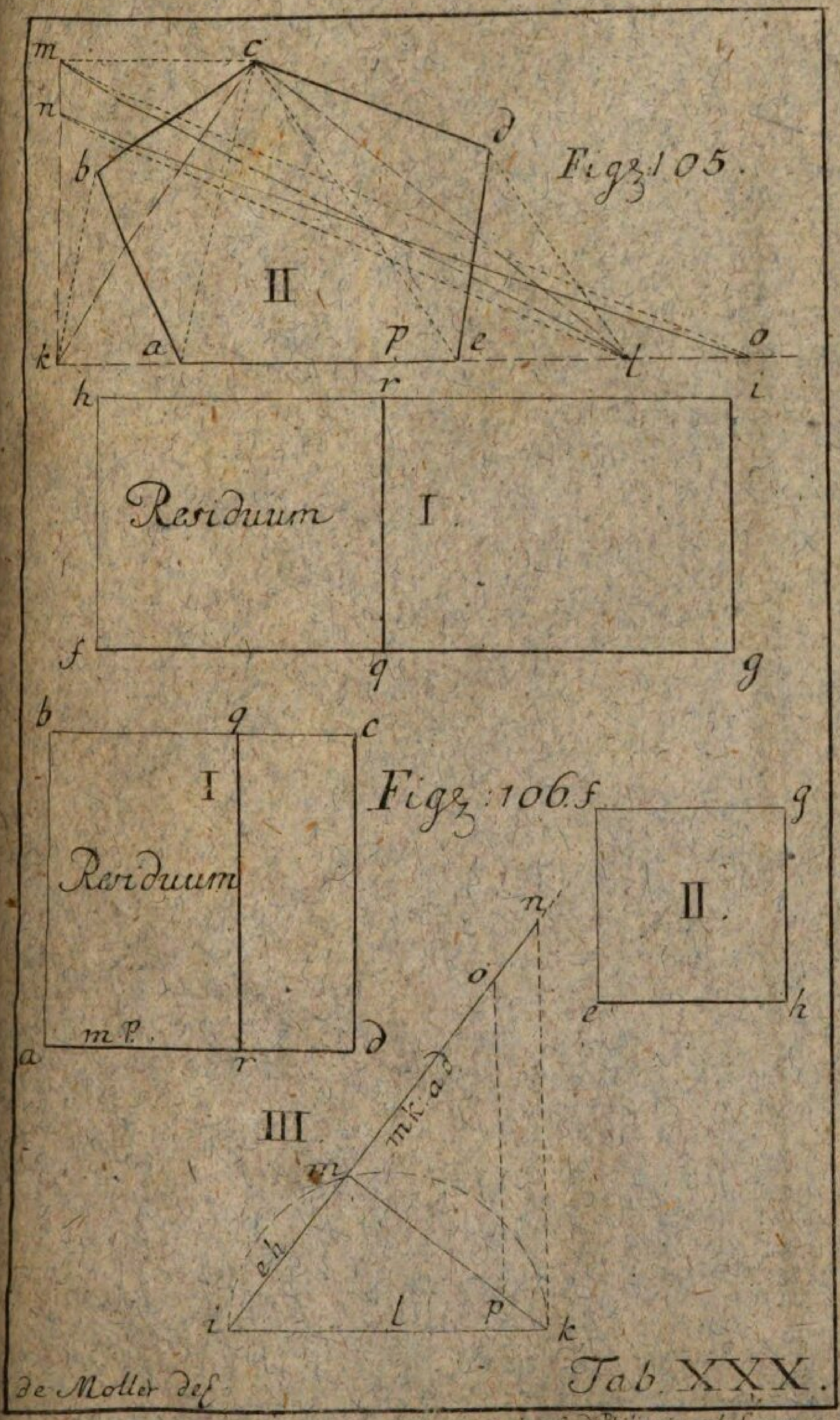
Fig: 3.



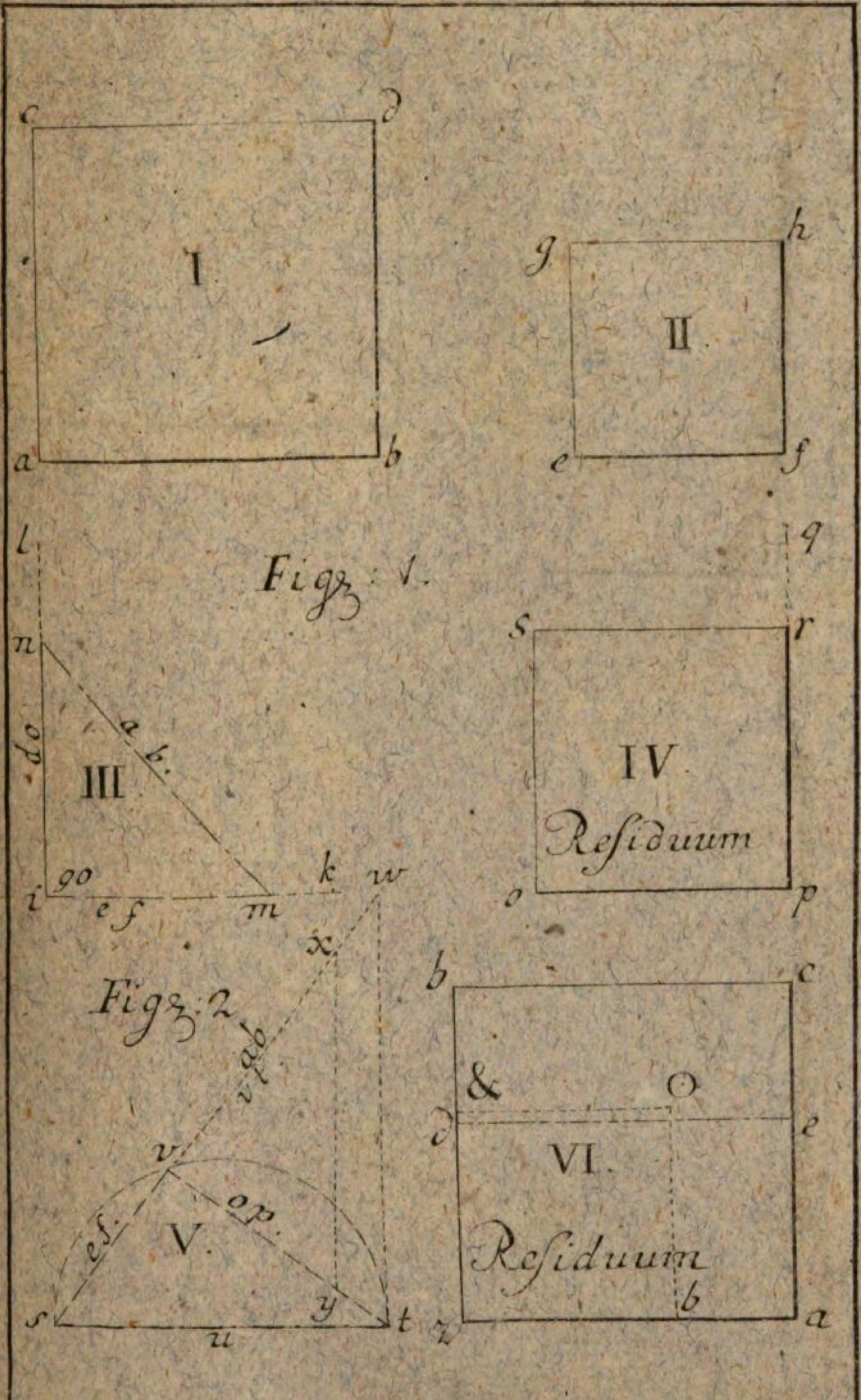
Tab. XXVIII. C.



de M. del. Tab. XXIX.

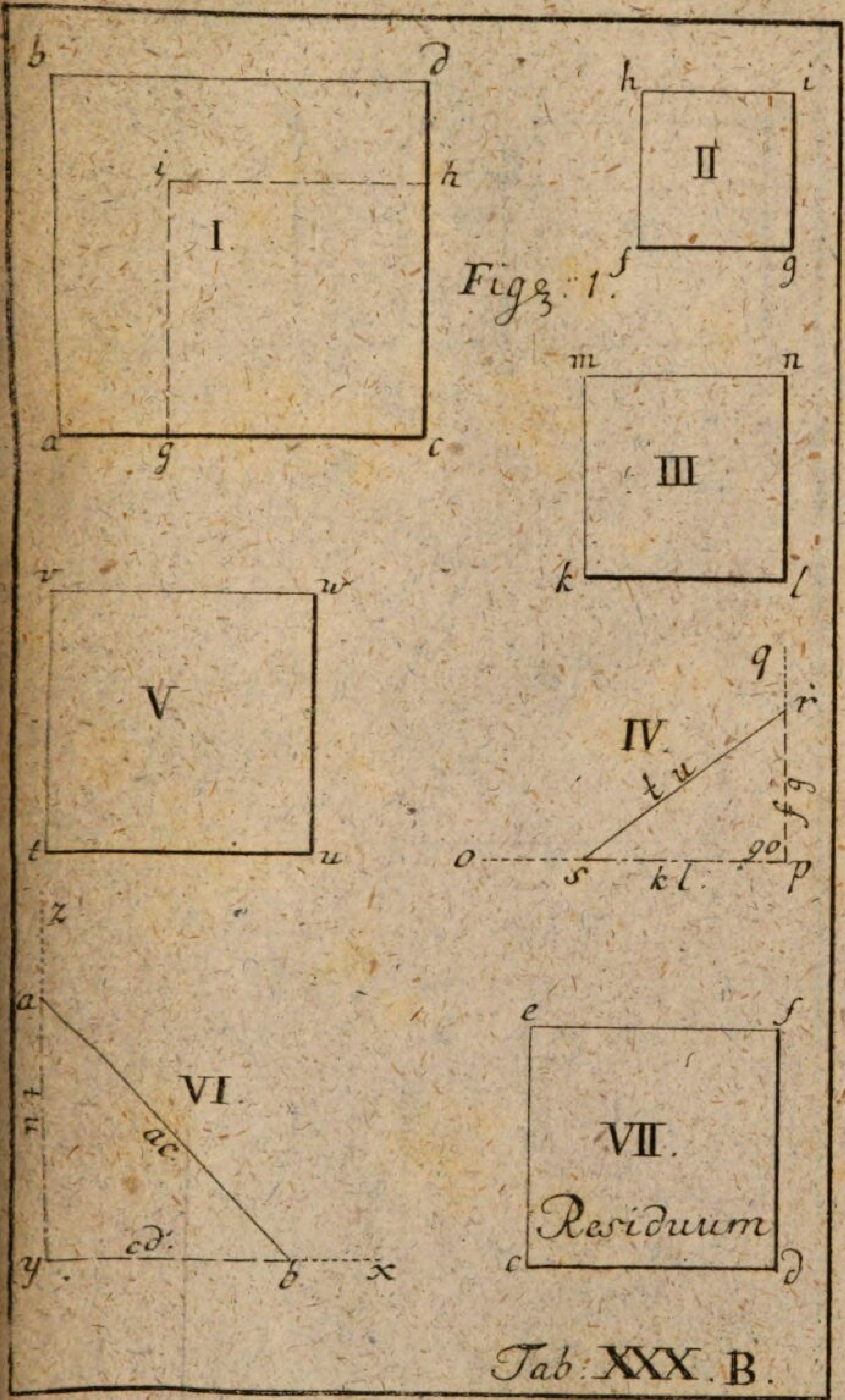


J. D. Philippin geb. Sysang sc.



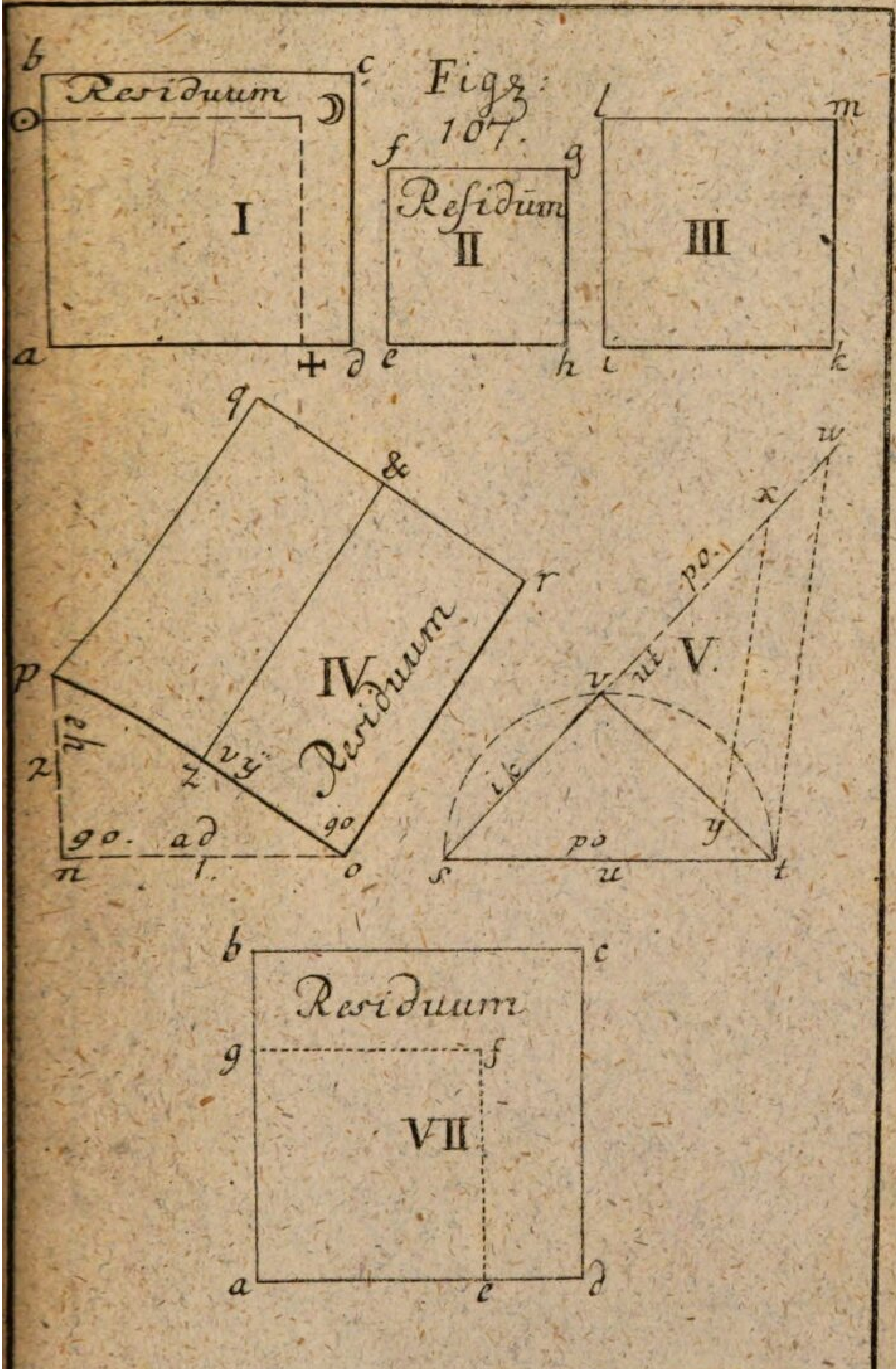
c
d
I
g
h
II
a
b
e
f
l
q
Figz: 1.
s
r
n
do
a b.
III
IV
Reſiduum
go
k
w
i
e f
m
o
p
x.
b
c
Figz: 2
i a b.
&
O
d
e
VI.
v
e f.
op.
V.
Reſiduum
y
b
s
t
z
a
u

Tab. XXX. A.

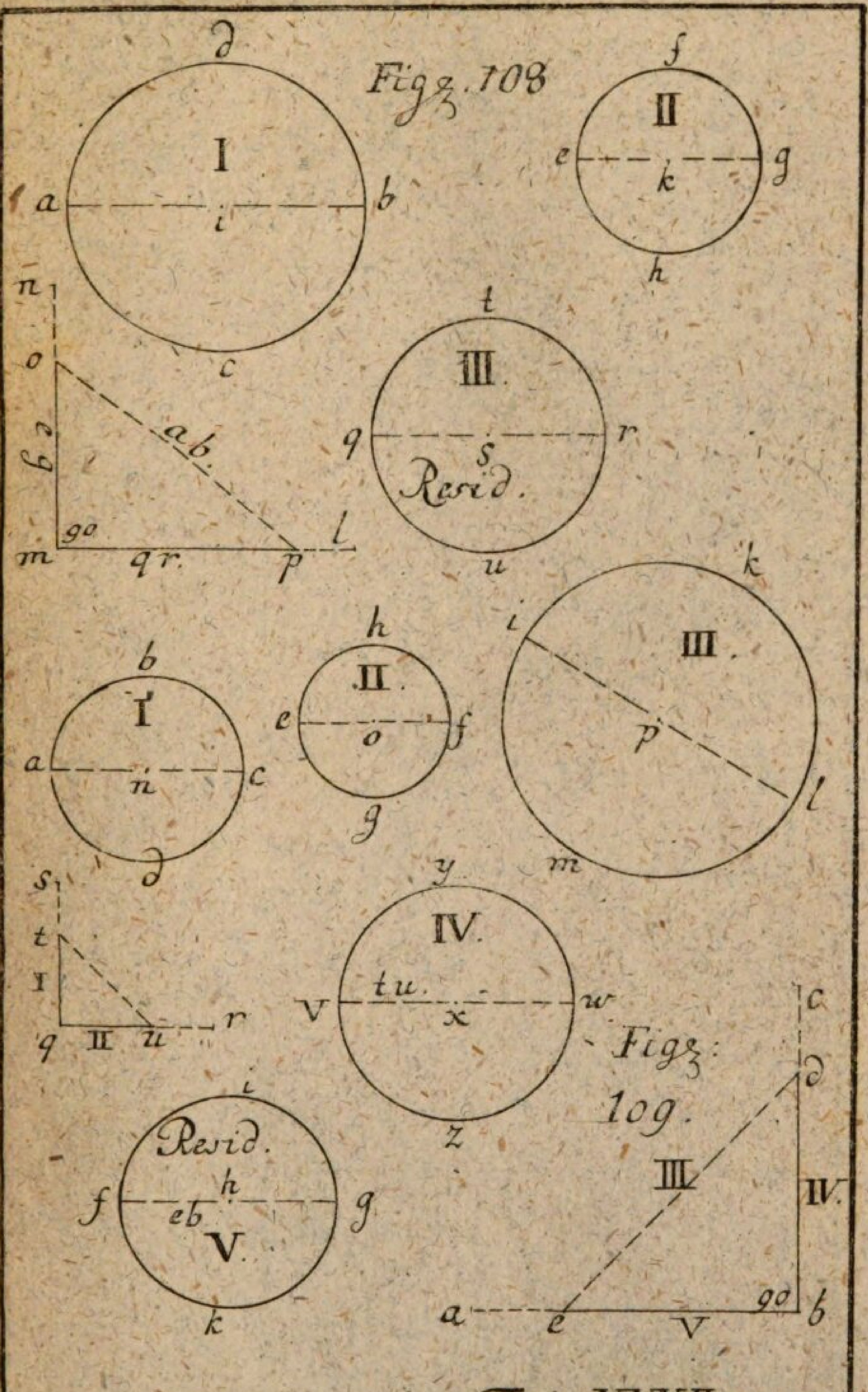


Tab: XXX. B.

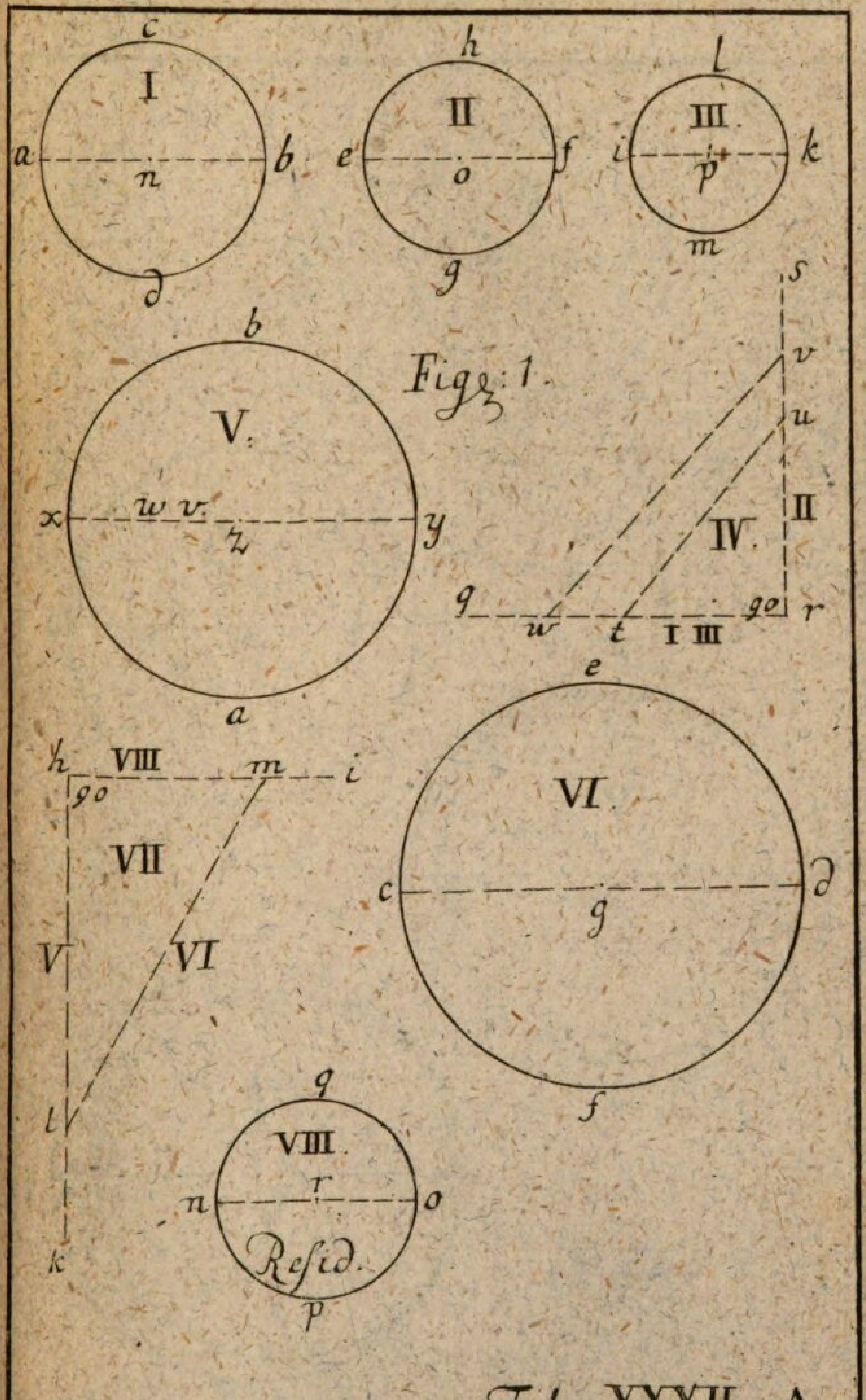
Moller 4 – Sh

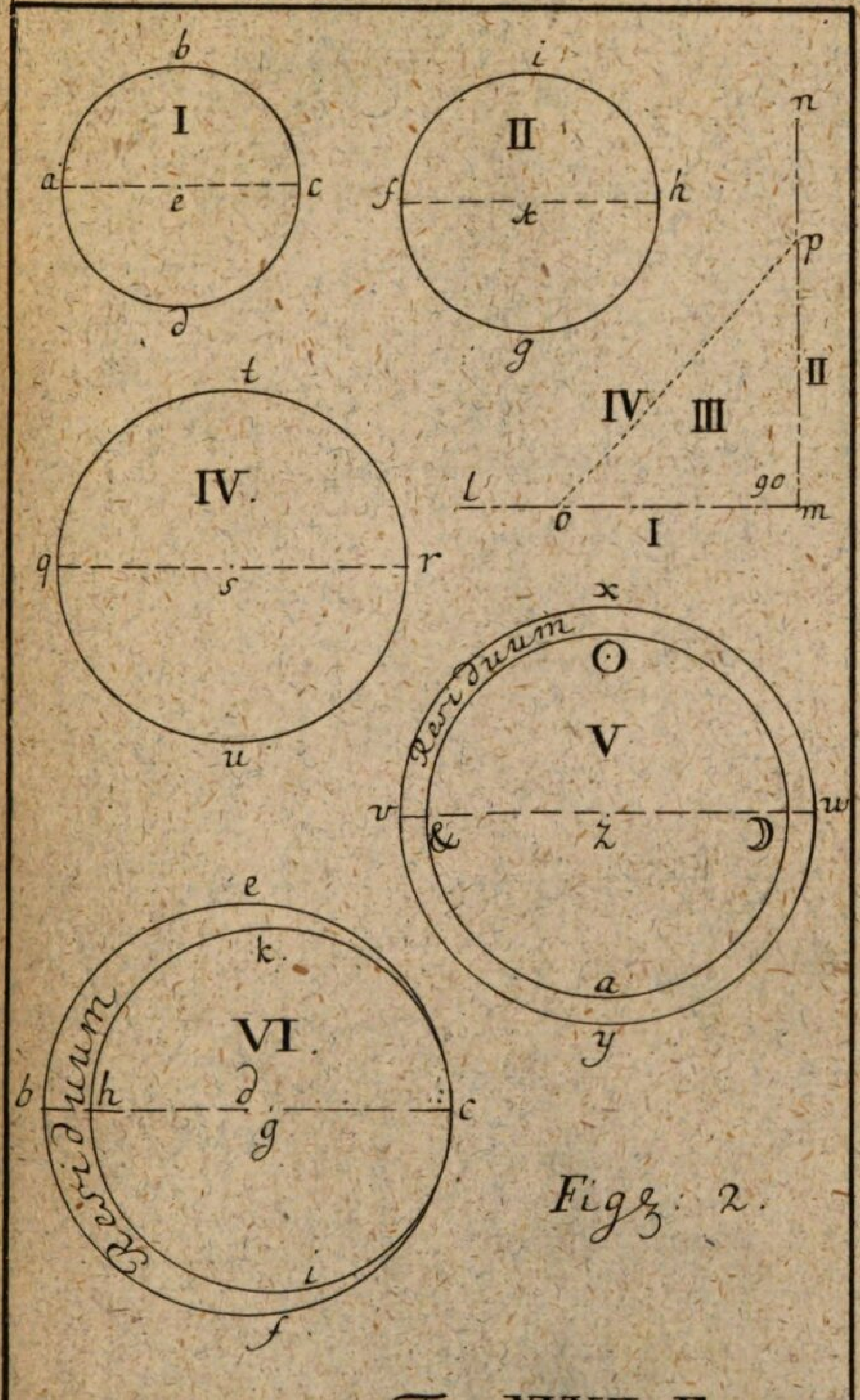


Tab XXXI.

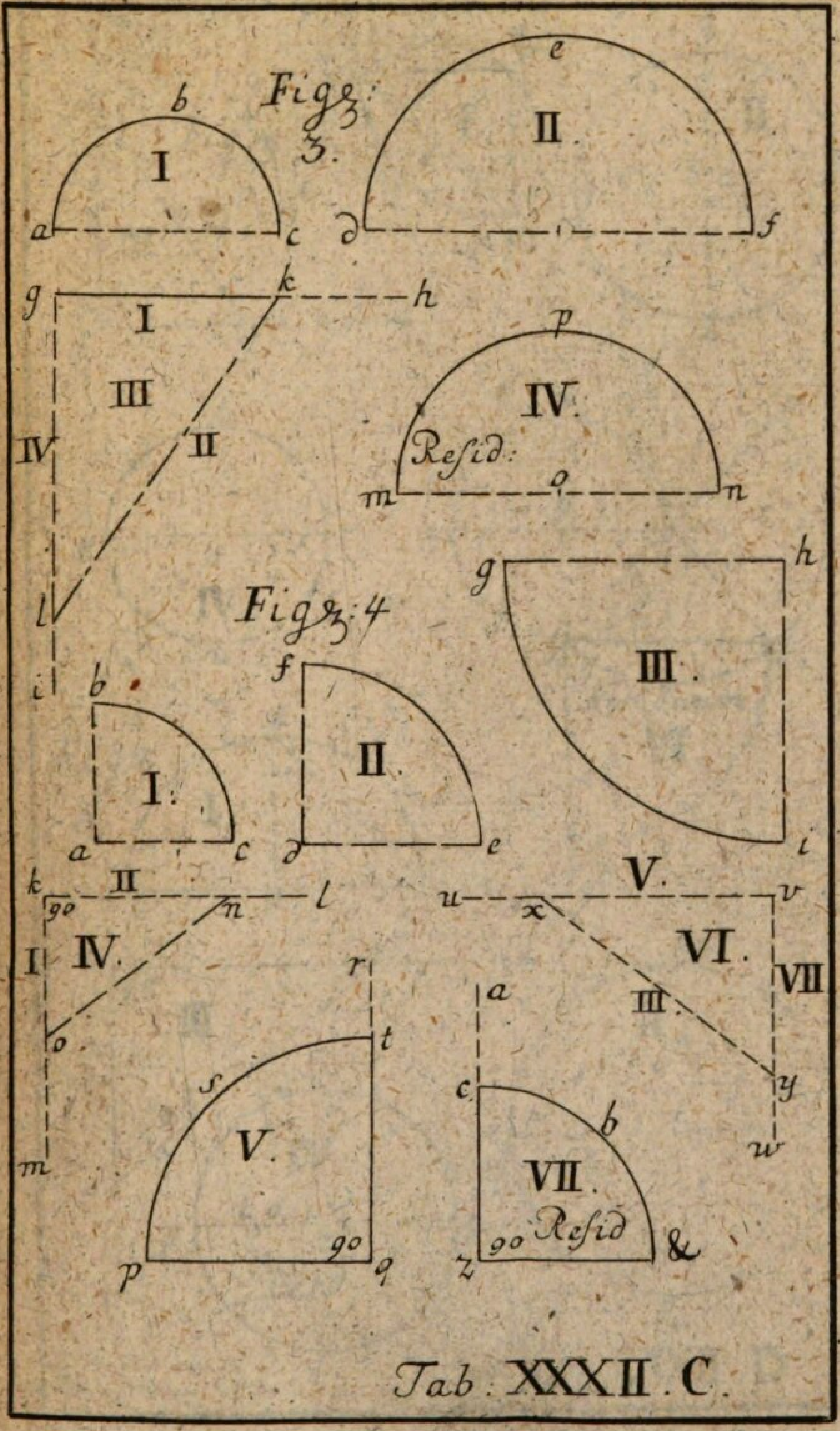


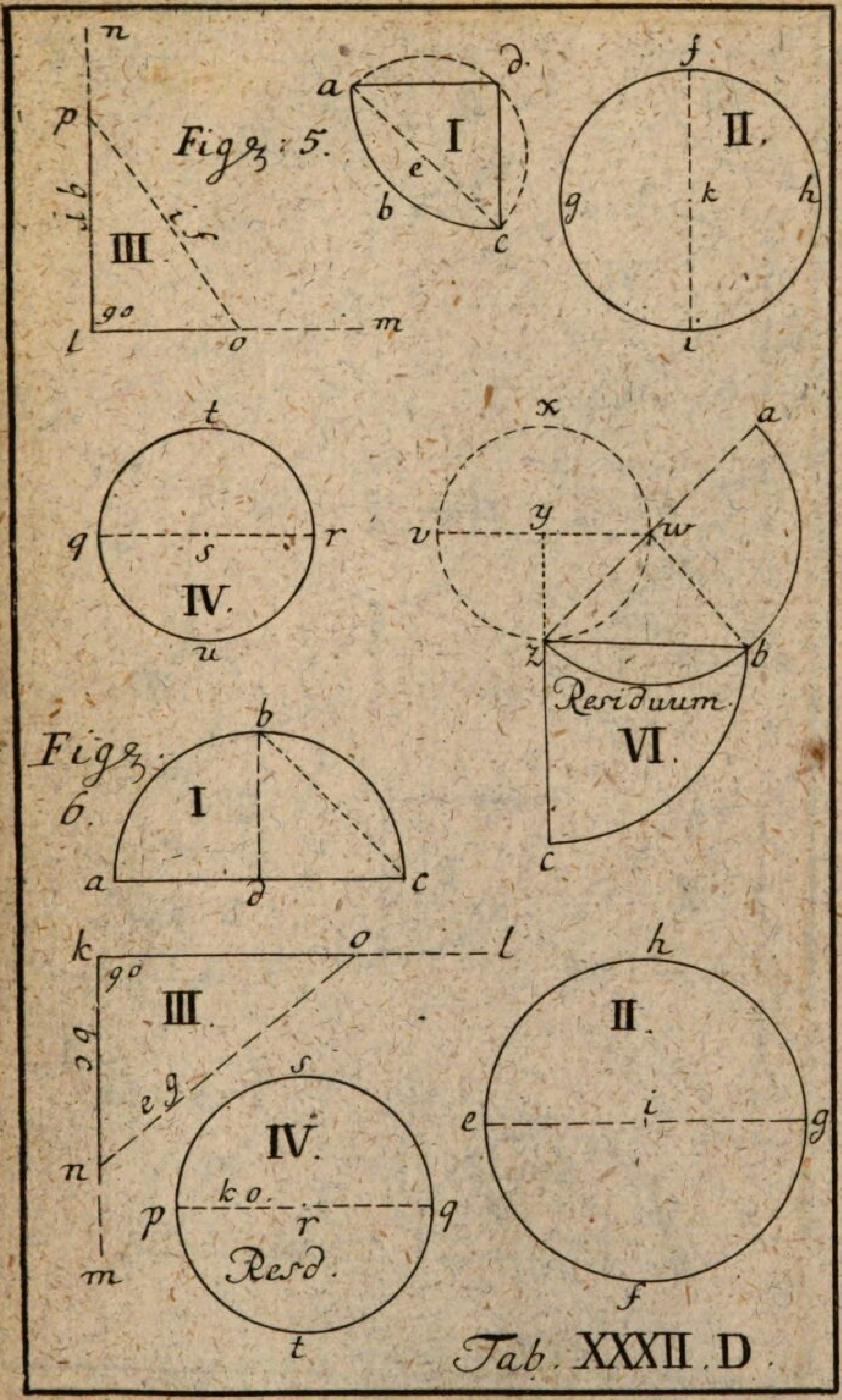
Tab. XXXII.


I
II
III
a
b
c
d
n
e
f
h
g
o
i
k
l
m
p
Fig: 1.
V.
IV.
VI.
VII
VIII
Resid.
Tab XXXII. A.



Tab: XXXII. B.


Figz: 3.
Figz: 4
Reſid:
Reſid
Tab: XXXII. C.



Tab. XXXII. D.

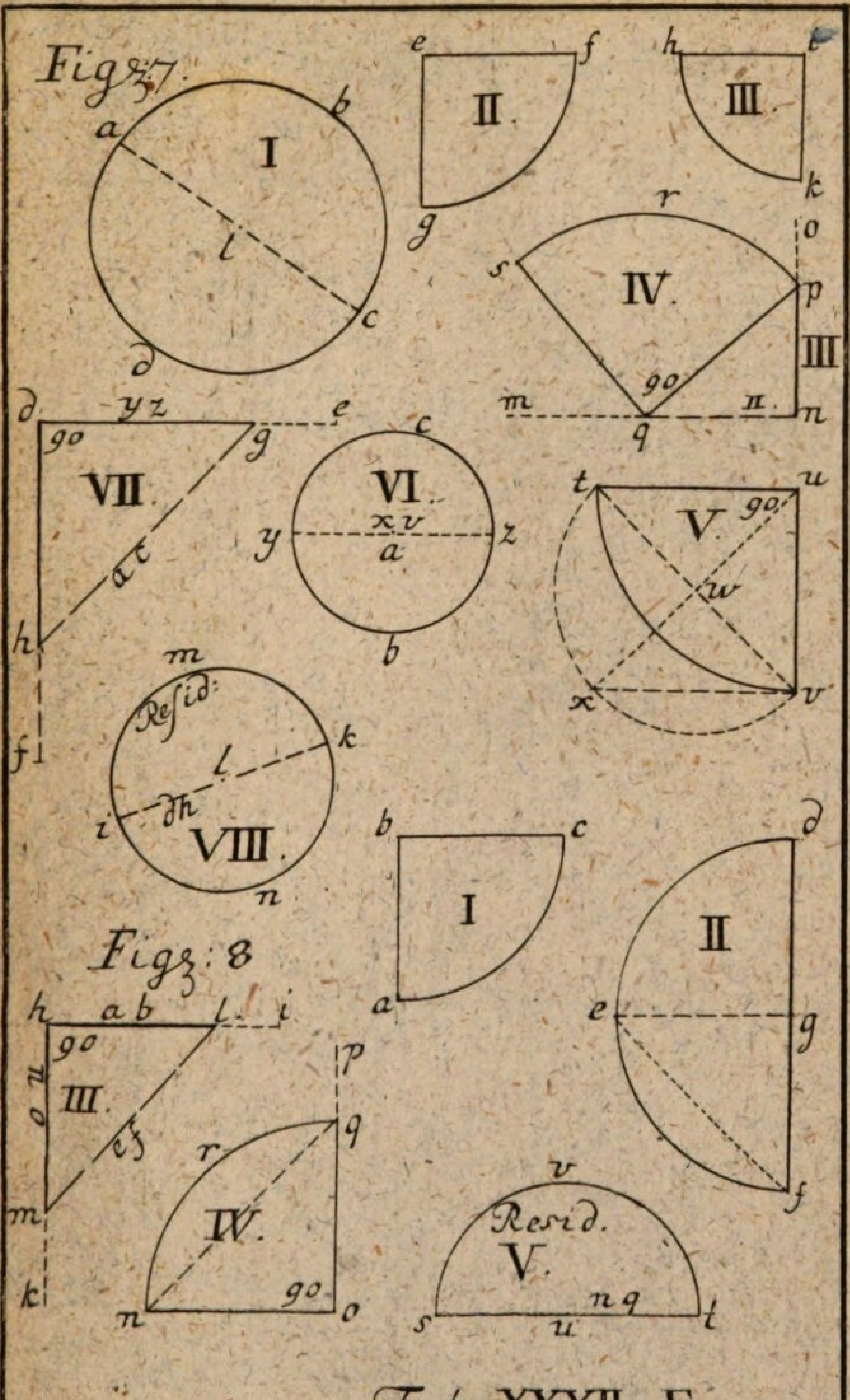
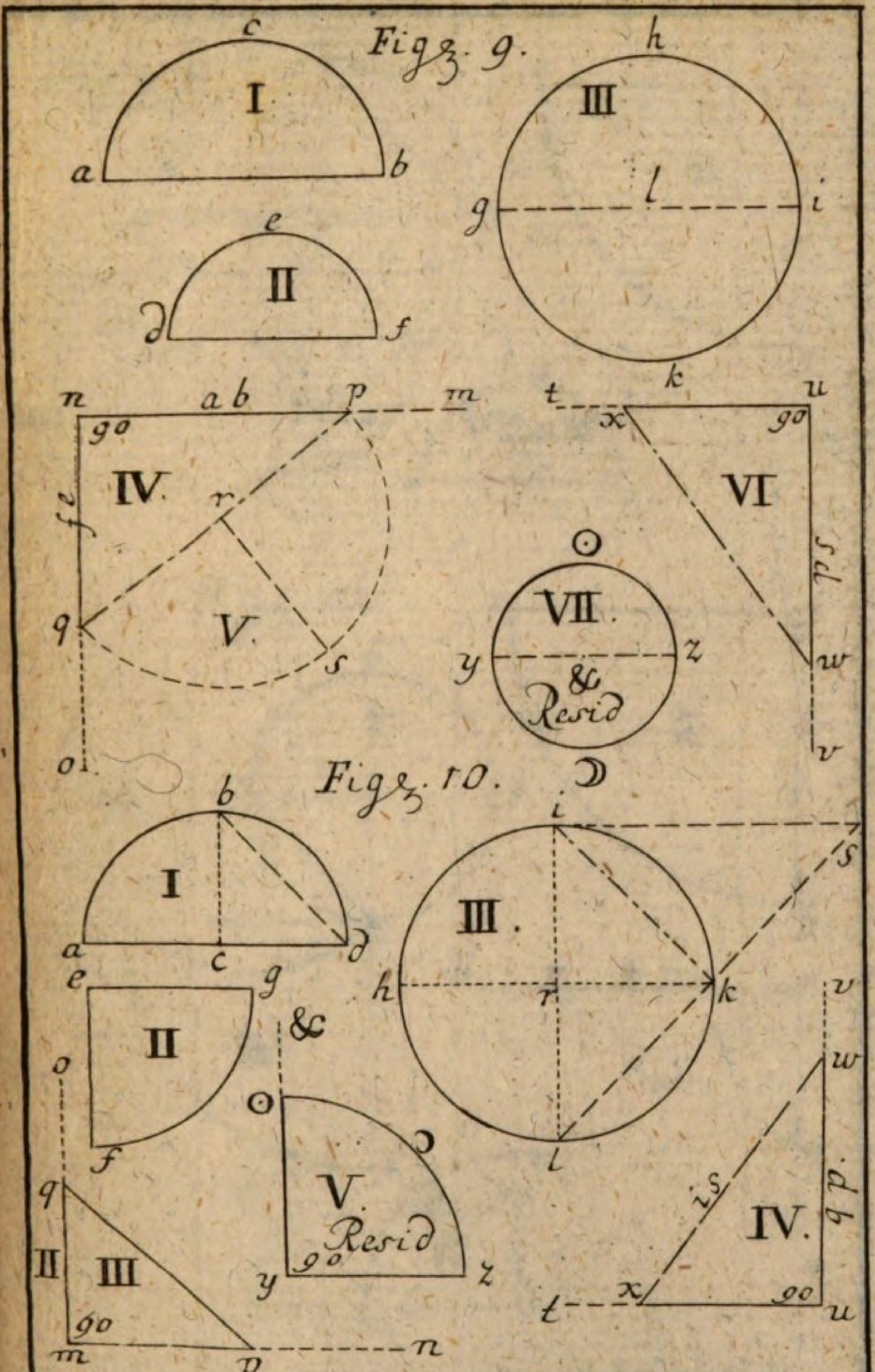


Fig. 7.
I
II.
III.
IV.
90
III
V.
90
VI.
VII.
90
VIII.
Resid:
Fig. 8
I
II
III.
90
IV.
90
Resid.
V.

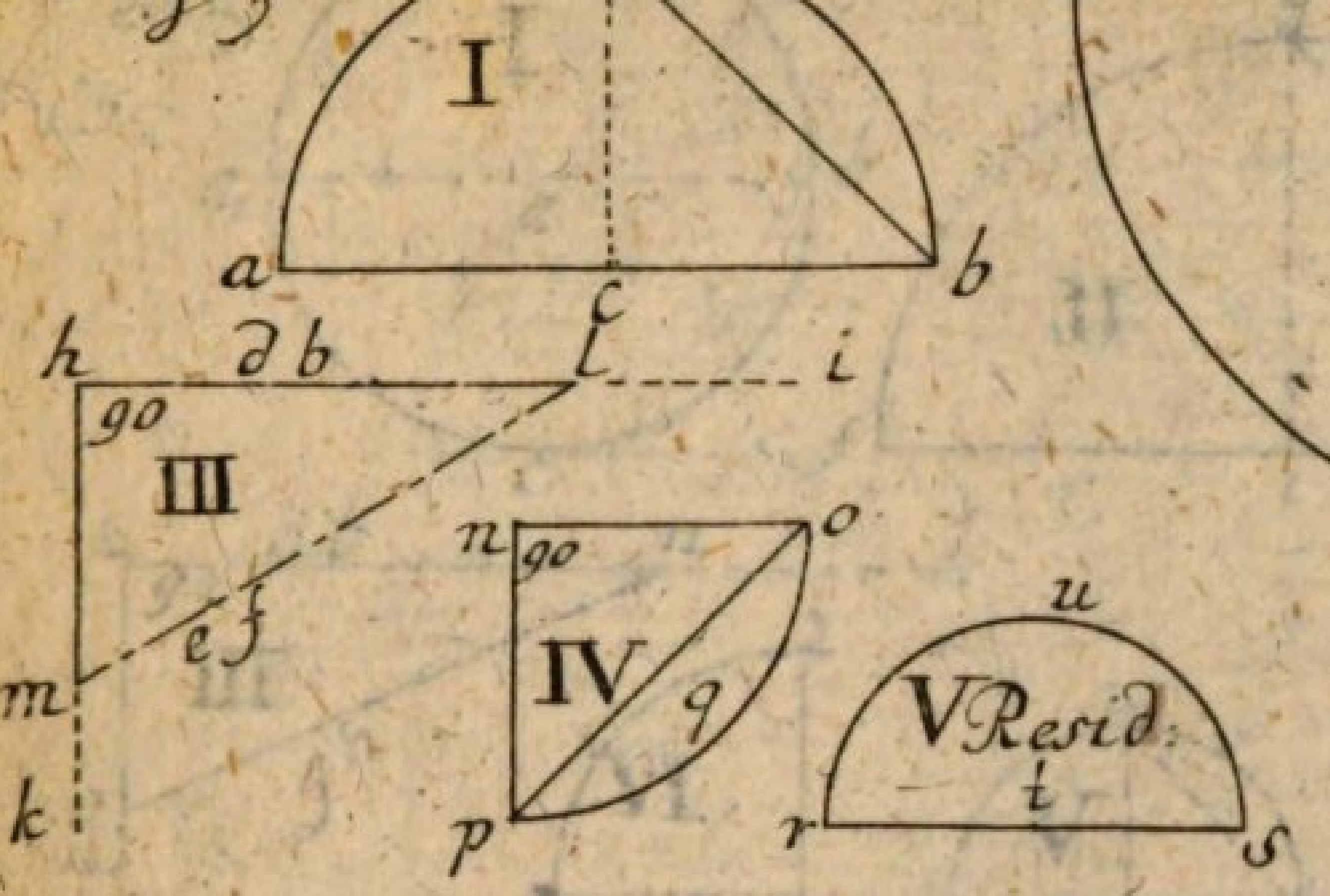
Tab. XXXII. E.



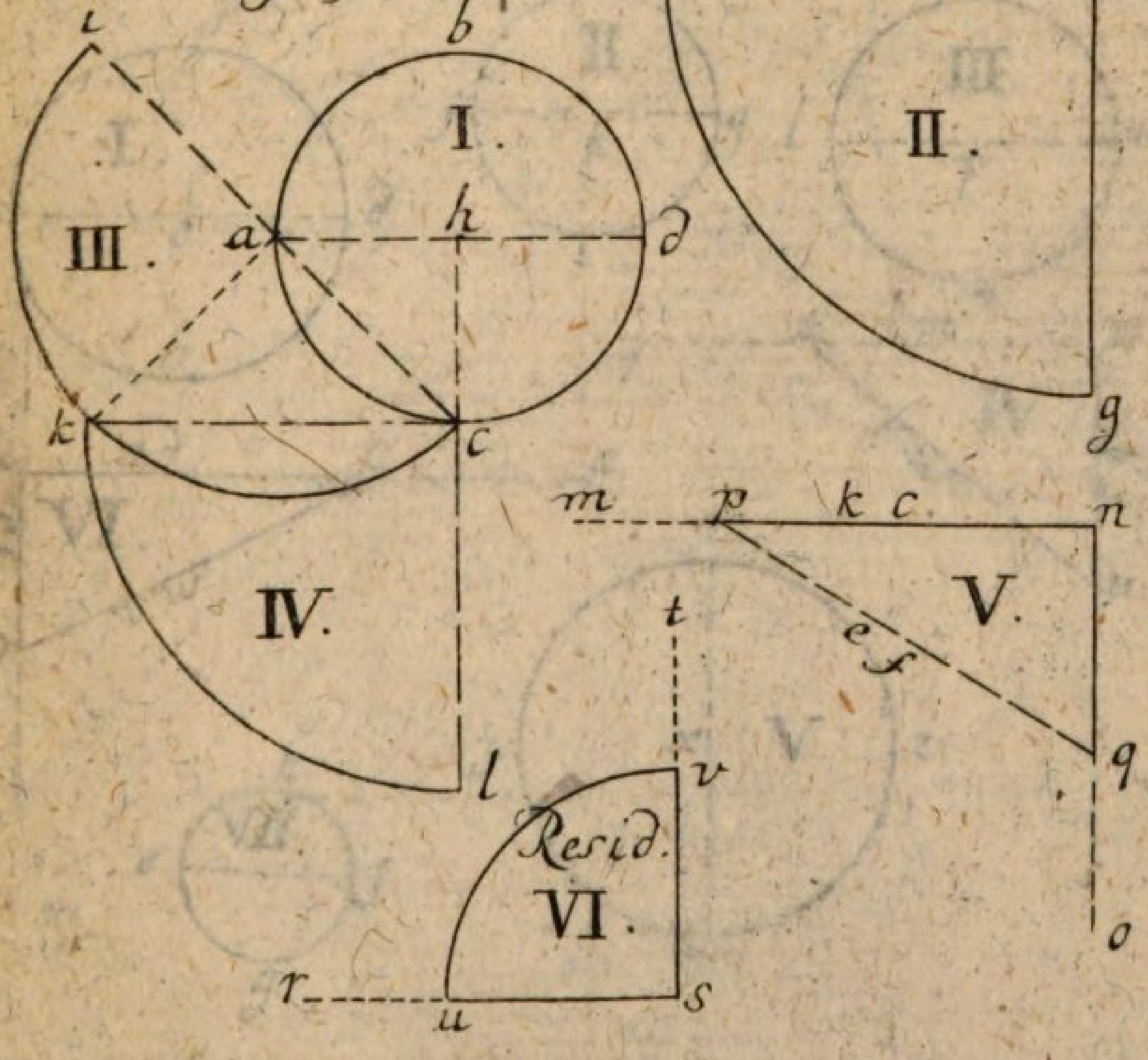
Tab. XXXII. F.

Moller 4ma Sh.

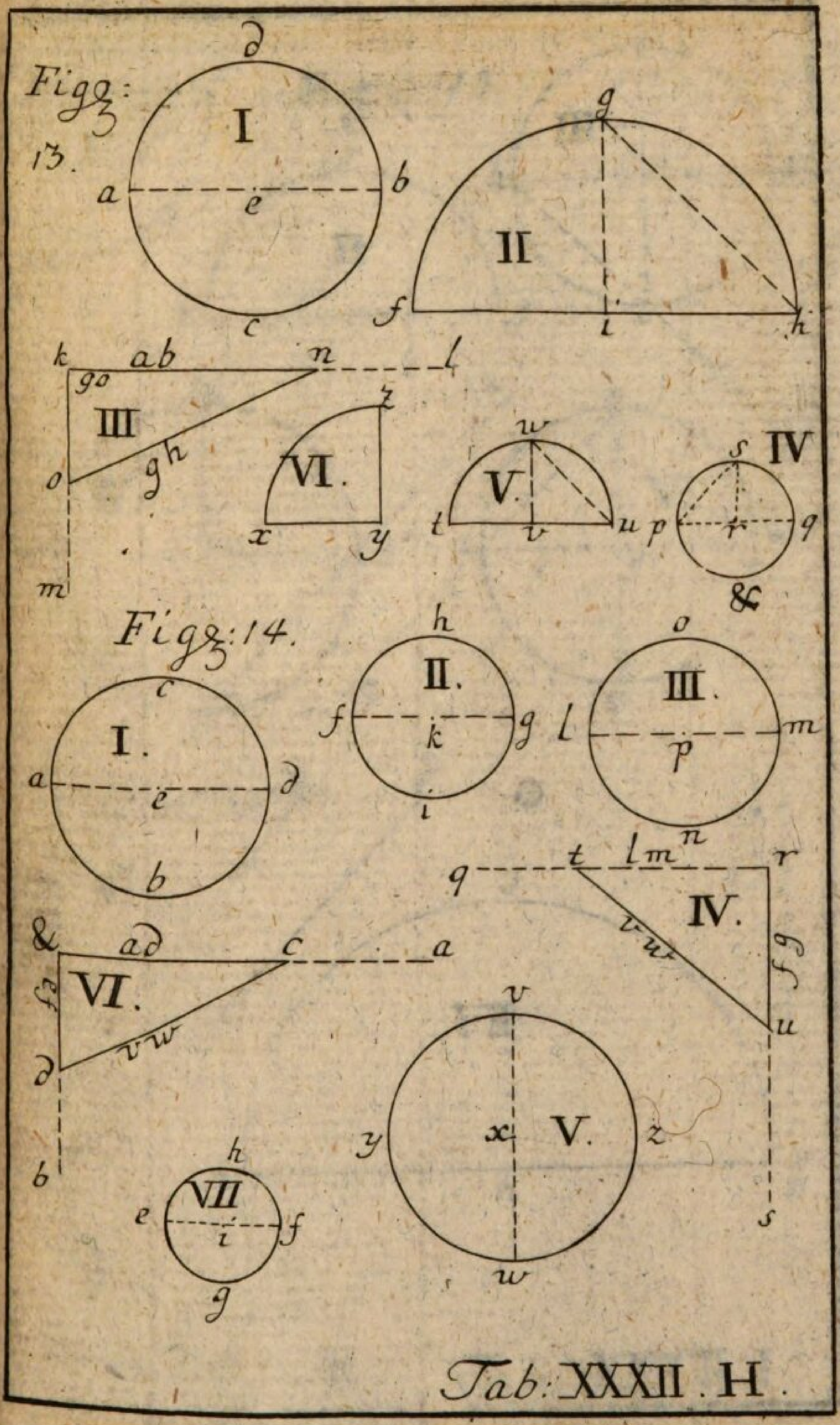
Figg. 11



Figg. 12



Tab. XXXII. G.


Figg: 13.
I
II
III
IV
V.
VI.
Figg: 14.
I.
II.
III.
IV.
V.
VI.
VII
Tab: XXXII. H.

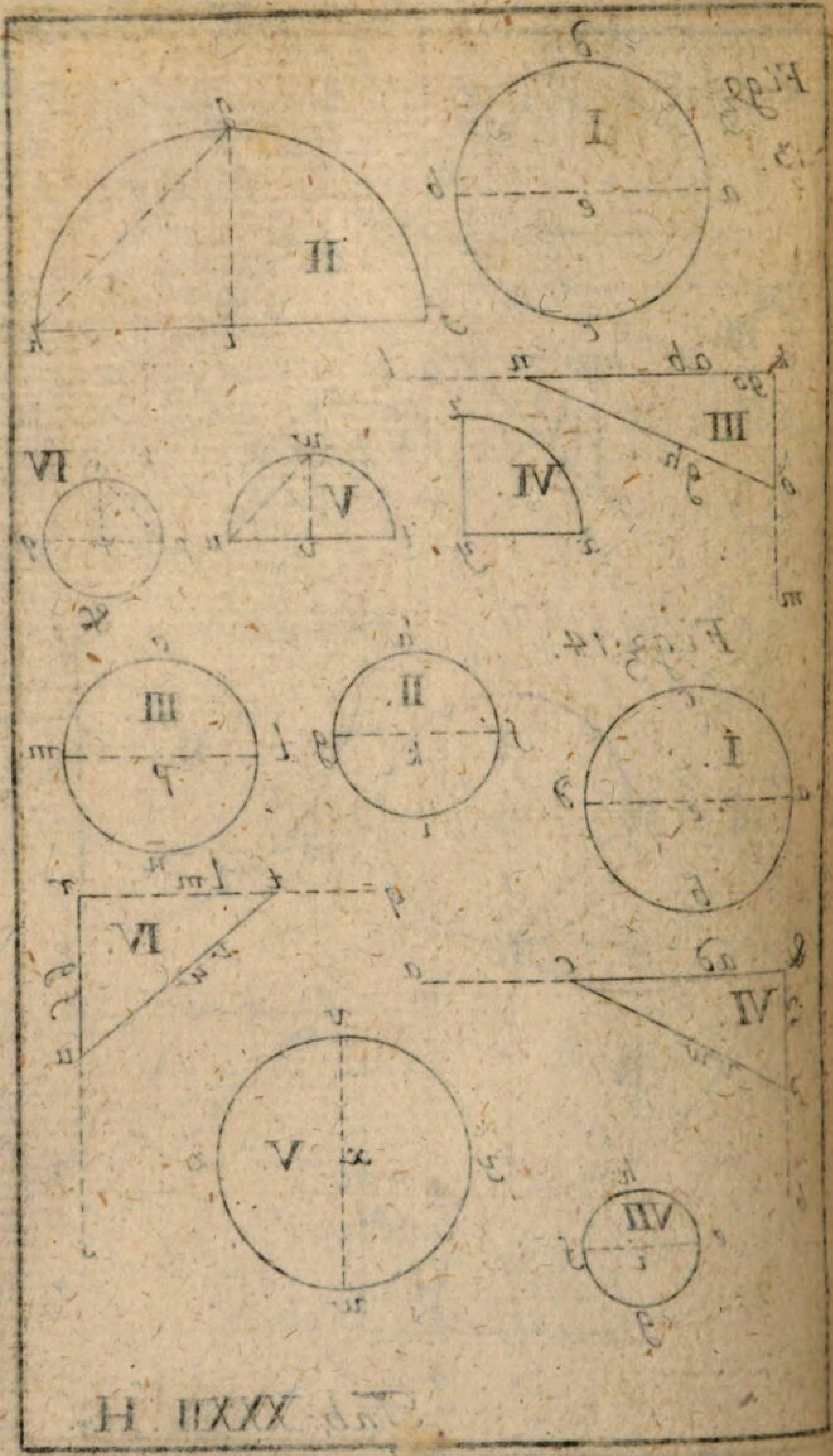
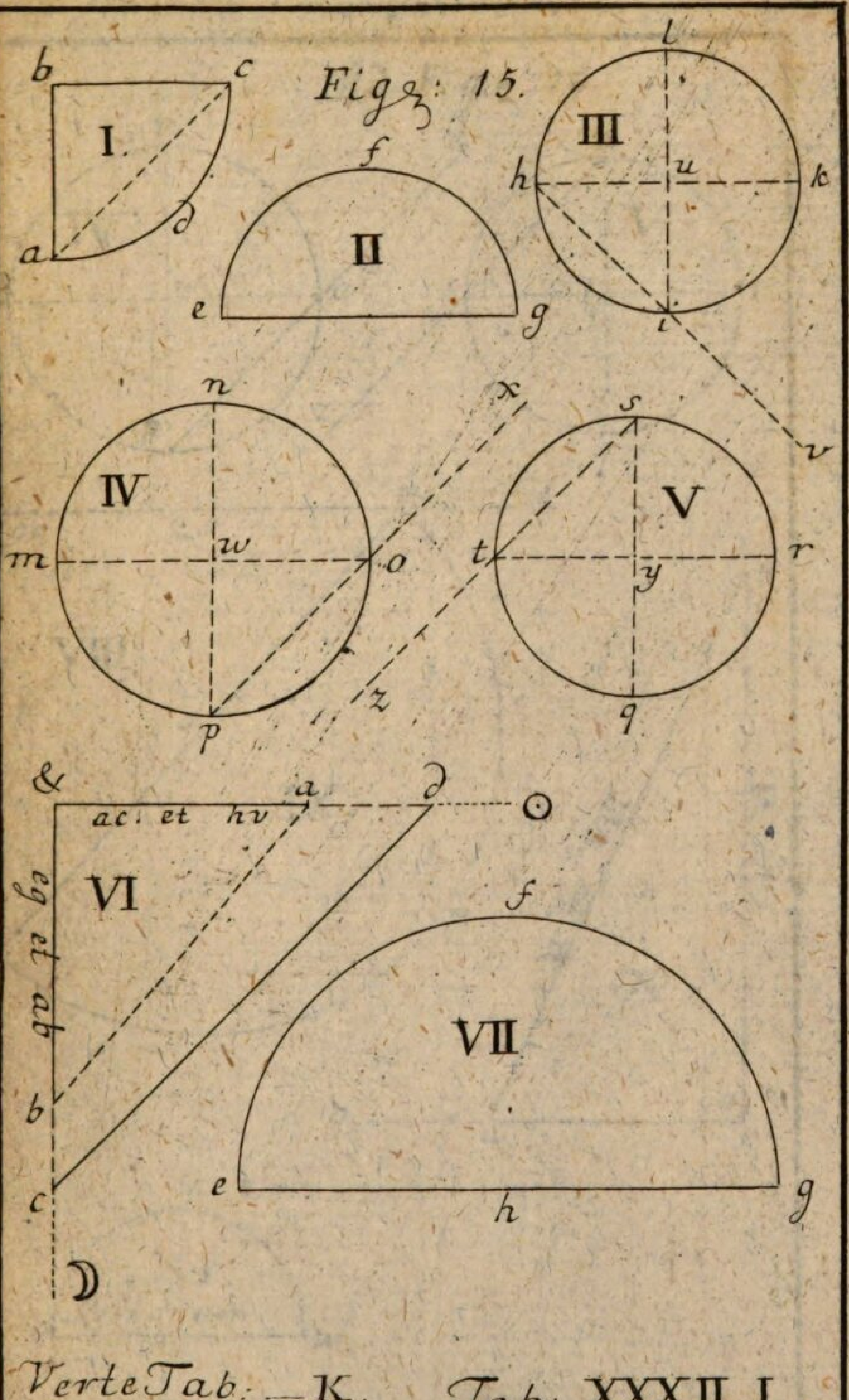
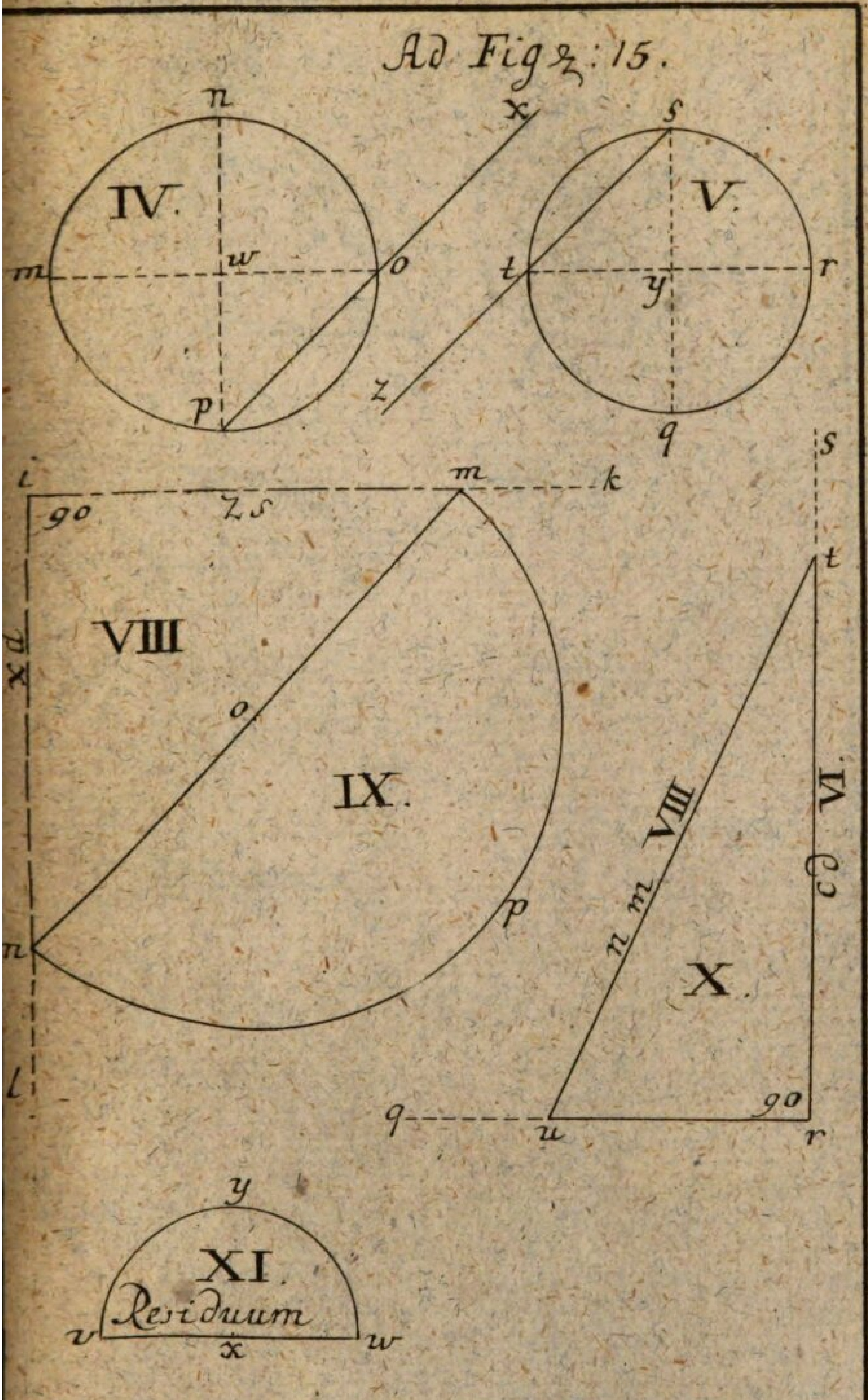


Fig. 13.
Fig. 14.
I
II
III
IV
V
VI
VII
Tab. XXXII. H.



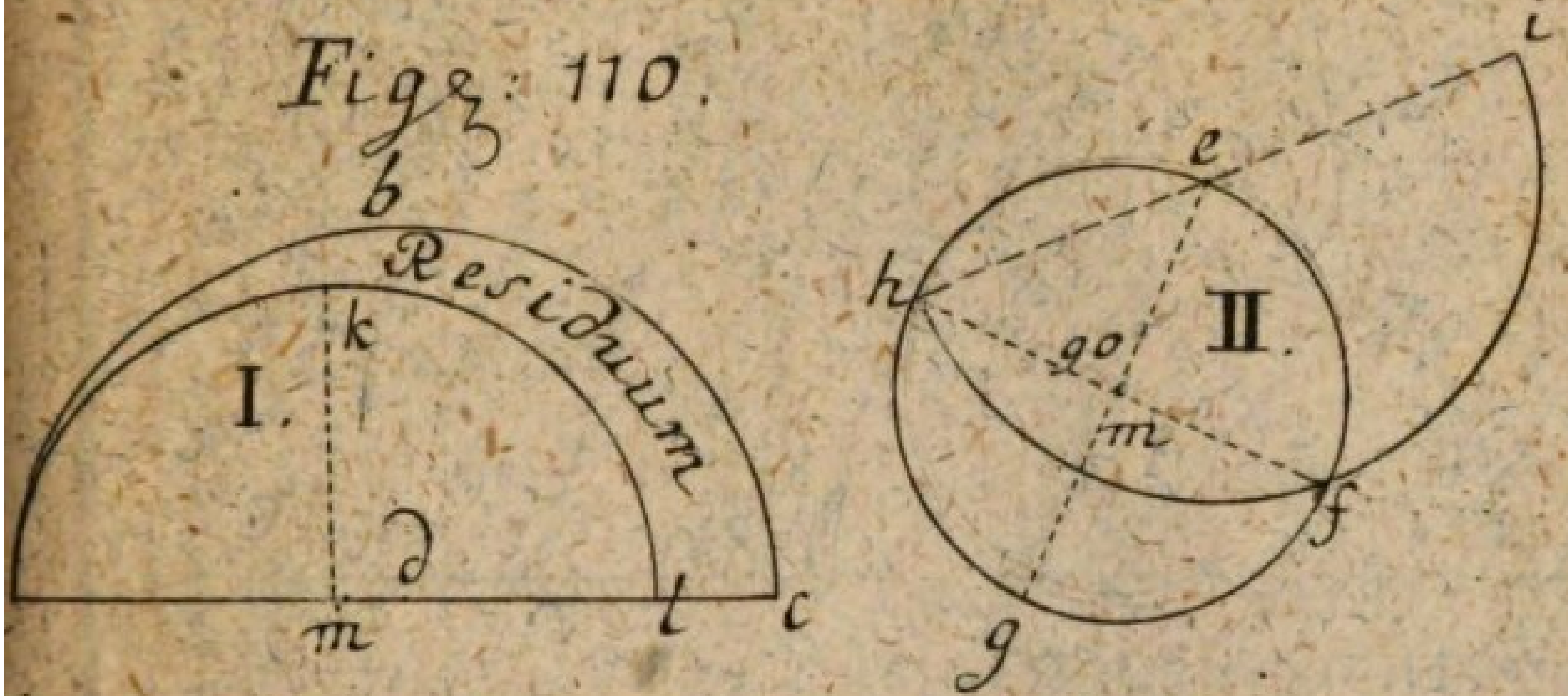
Verte Tab. — K.

Tab: XXXII. I.

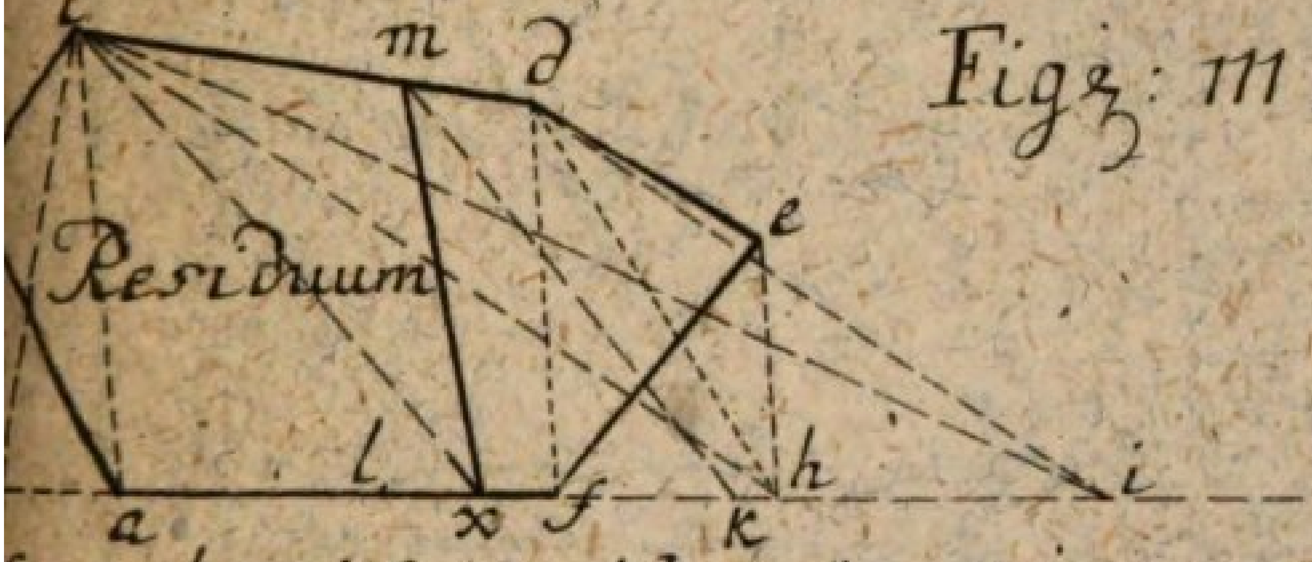


Tab. XXXII. K.

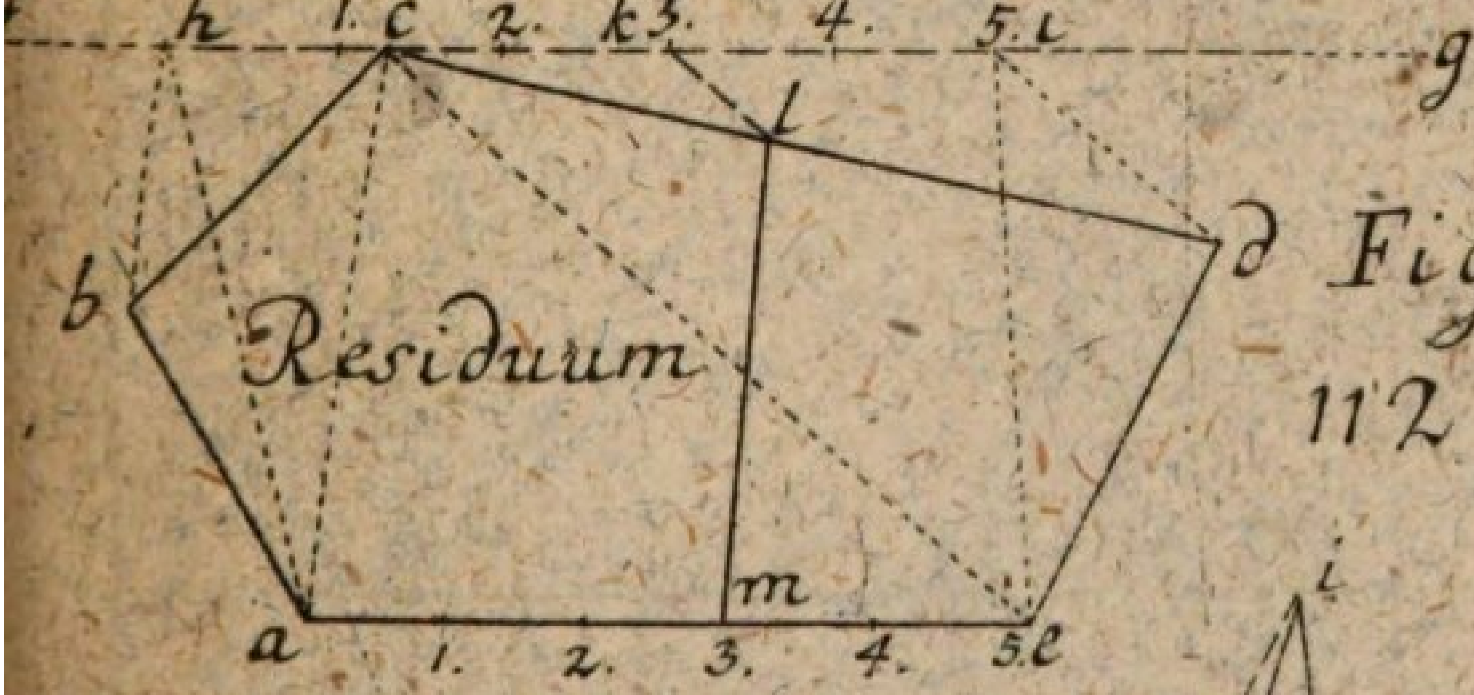
Figg: 110.



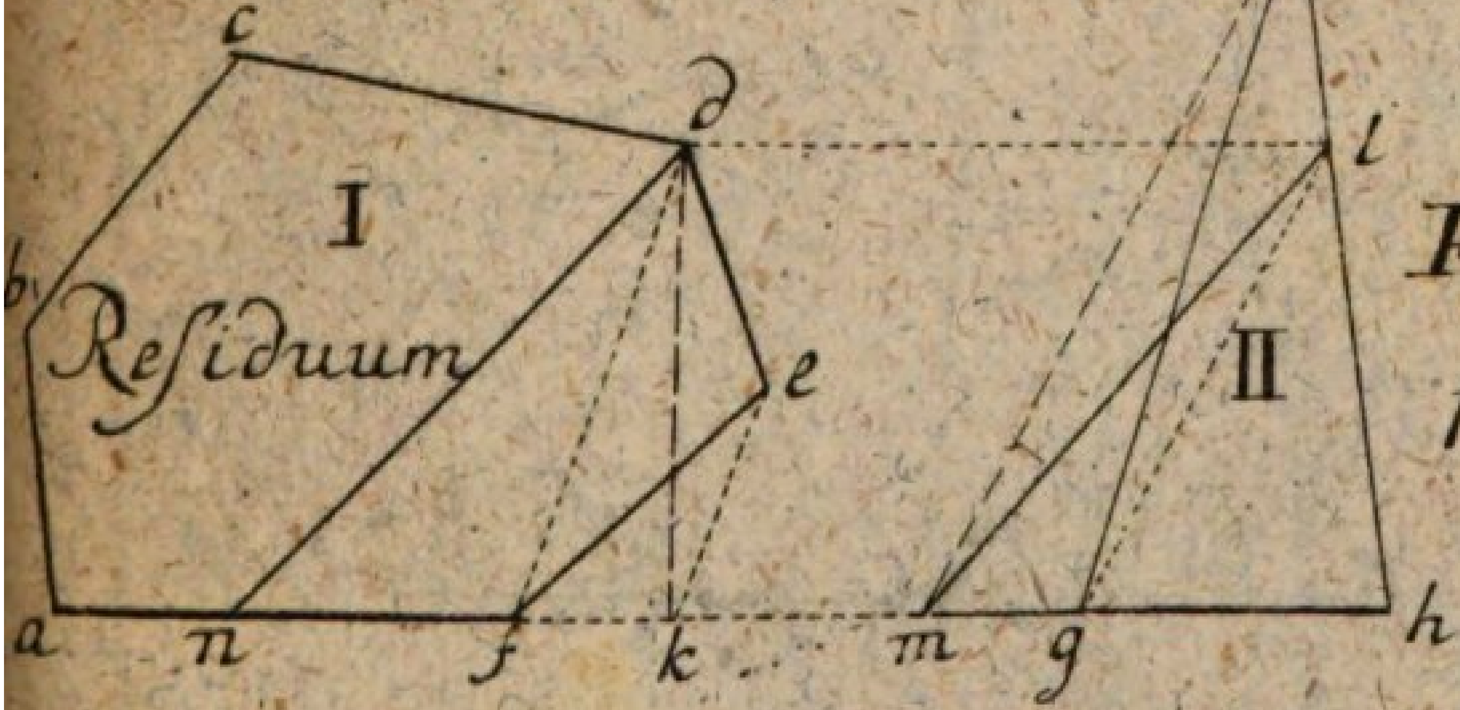
Figg: 111.



Figg: 112.

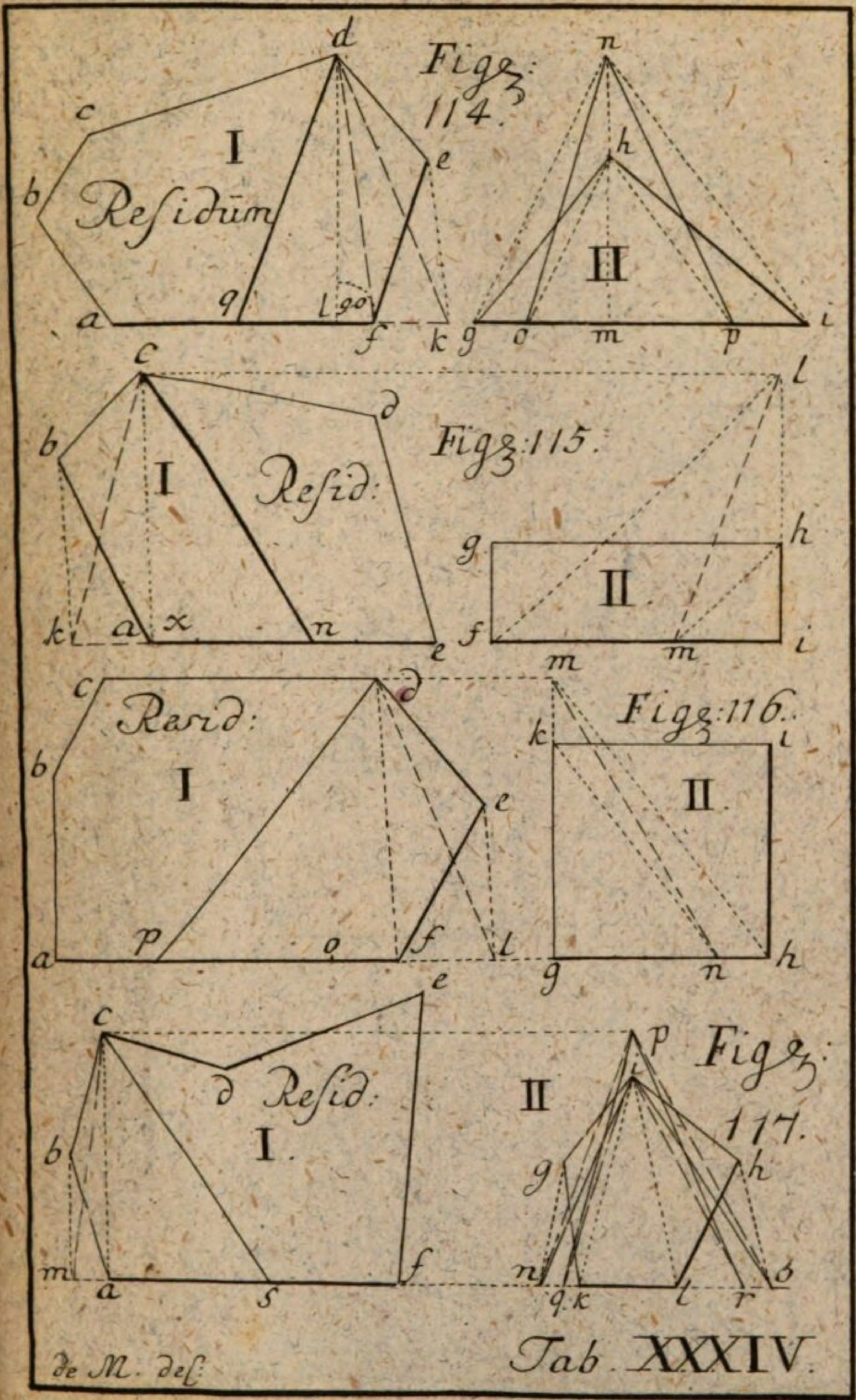


Figg: 113.

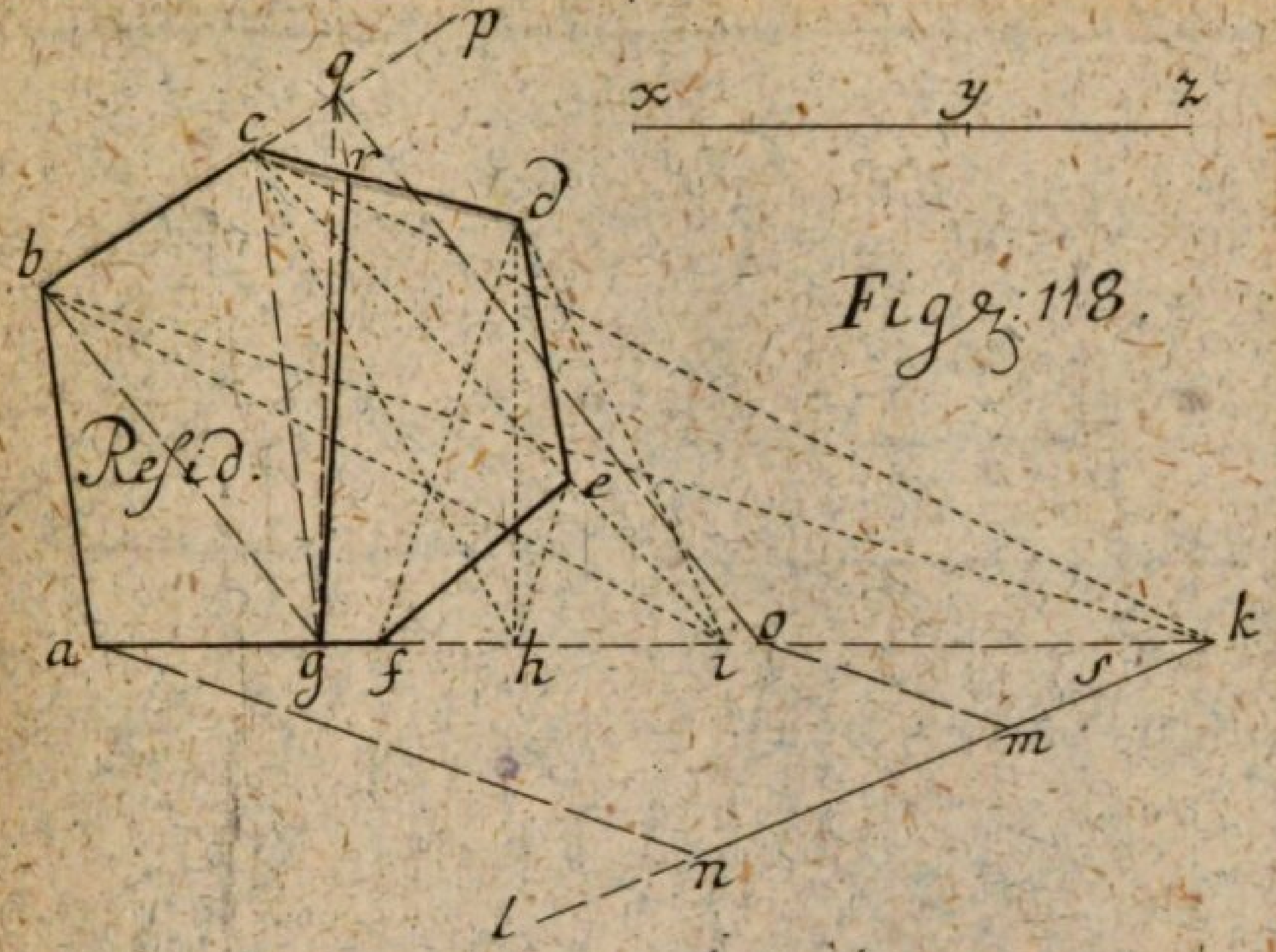


de Moller del:

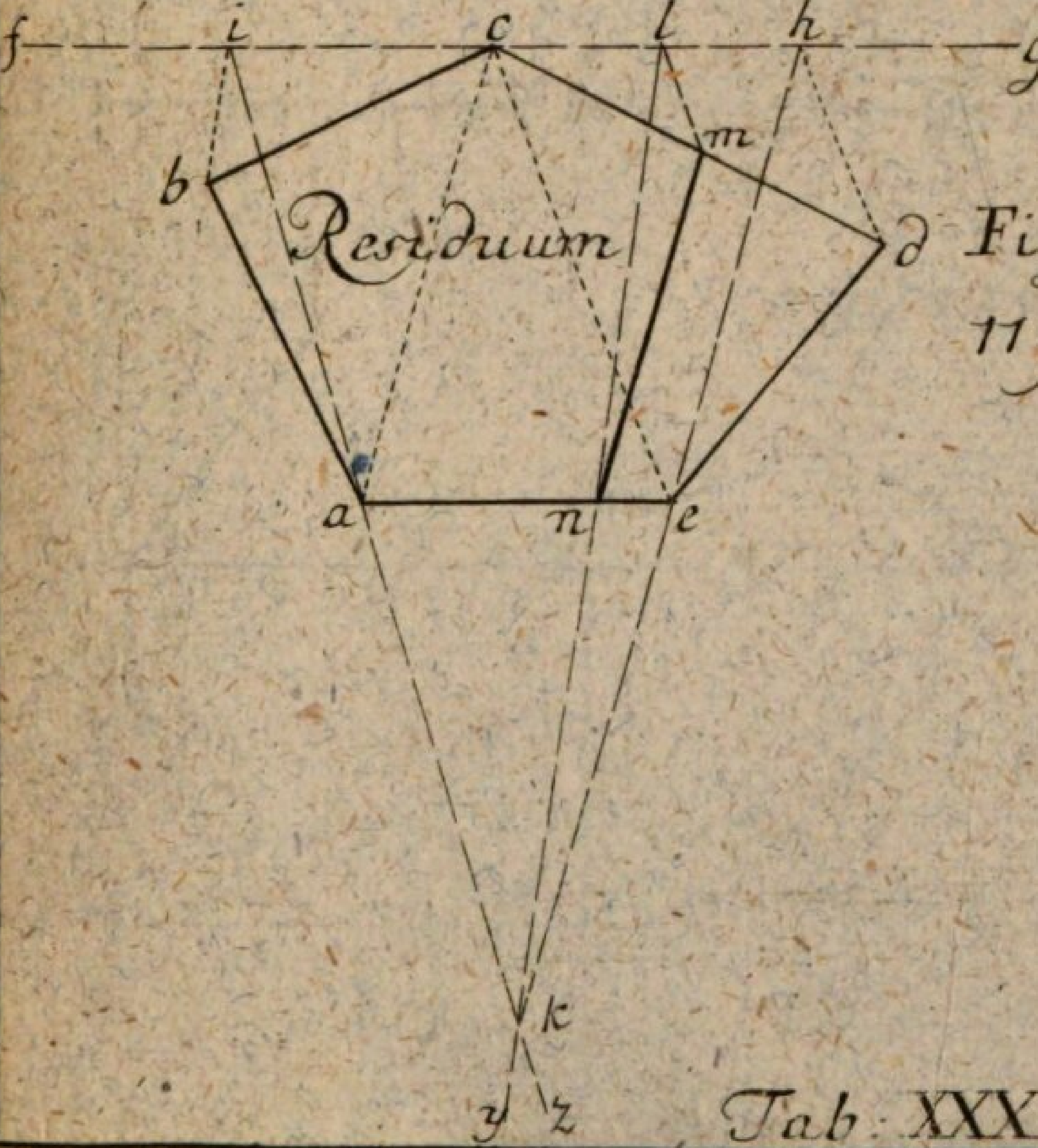
Tab. XXXIII.



J. D. Philippen gel. Sysang sc:



Figȝ: 118.



Figȝ: 119.

Tab: XXXV.

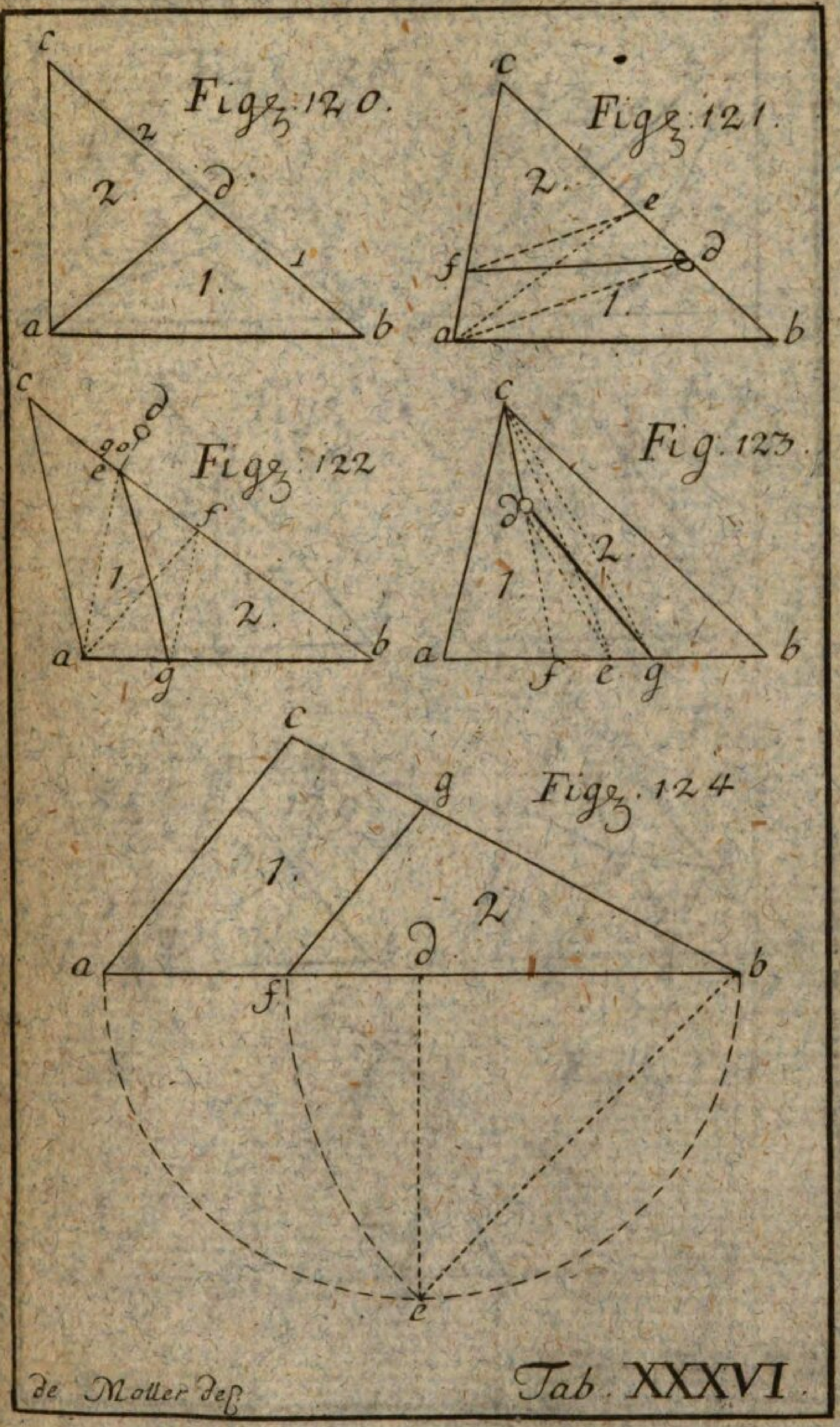
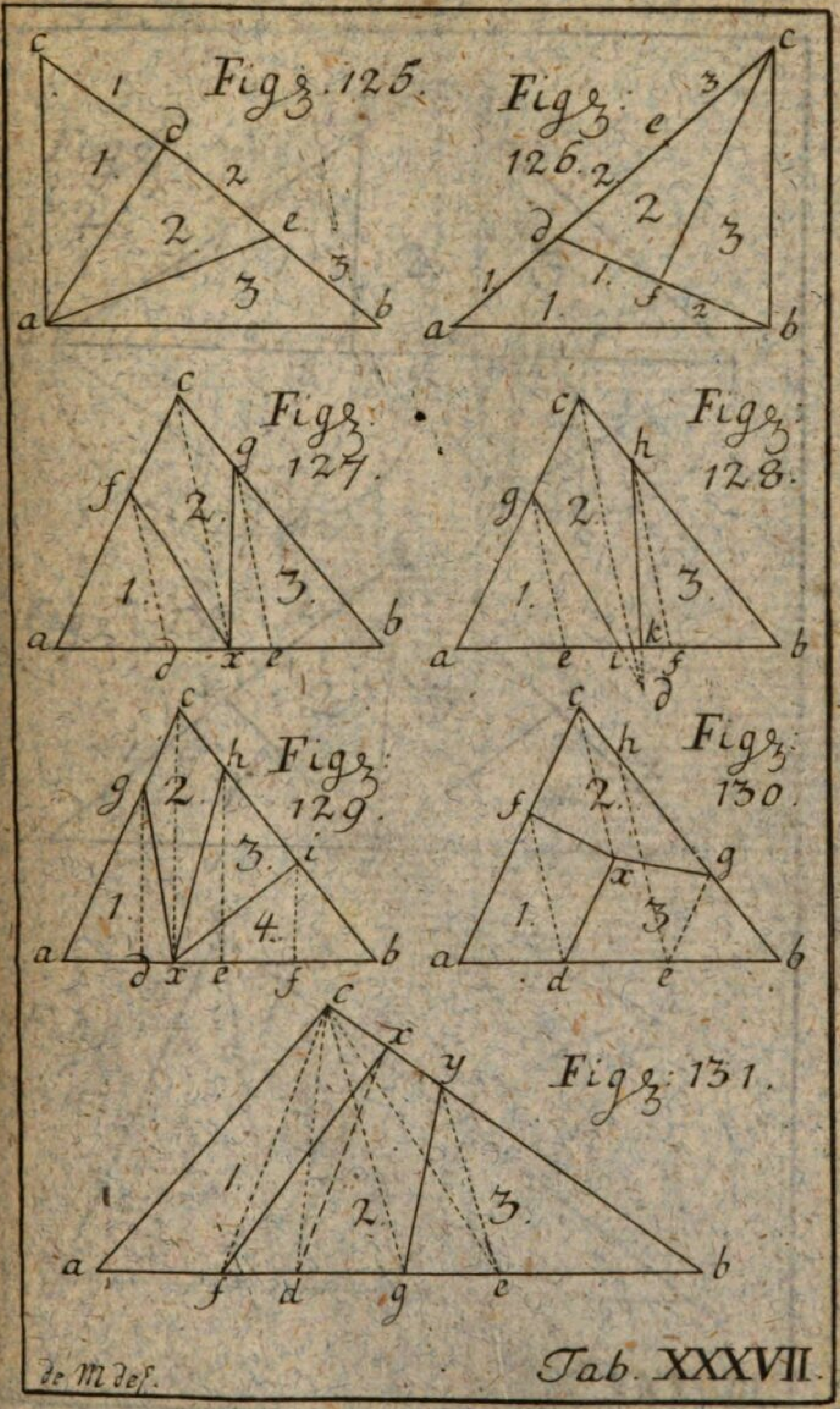


Fig. 120.
Fig. 121.
Fig. 122
Fig. 123.
Fig. 124
de Moller deſ.
Tab. XXXVI.


Figz. 125.
Figz: 126.
Figz: 127.
Figz: 128.
Figz: 129.
Figz: 130.
Figz: 131.
de M del.

Tab. XXXVII.

Fig: 132.

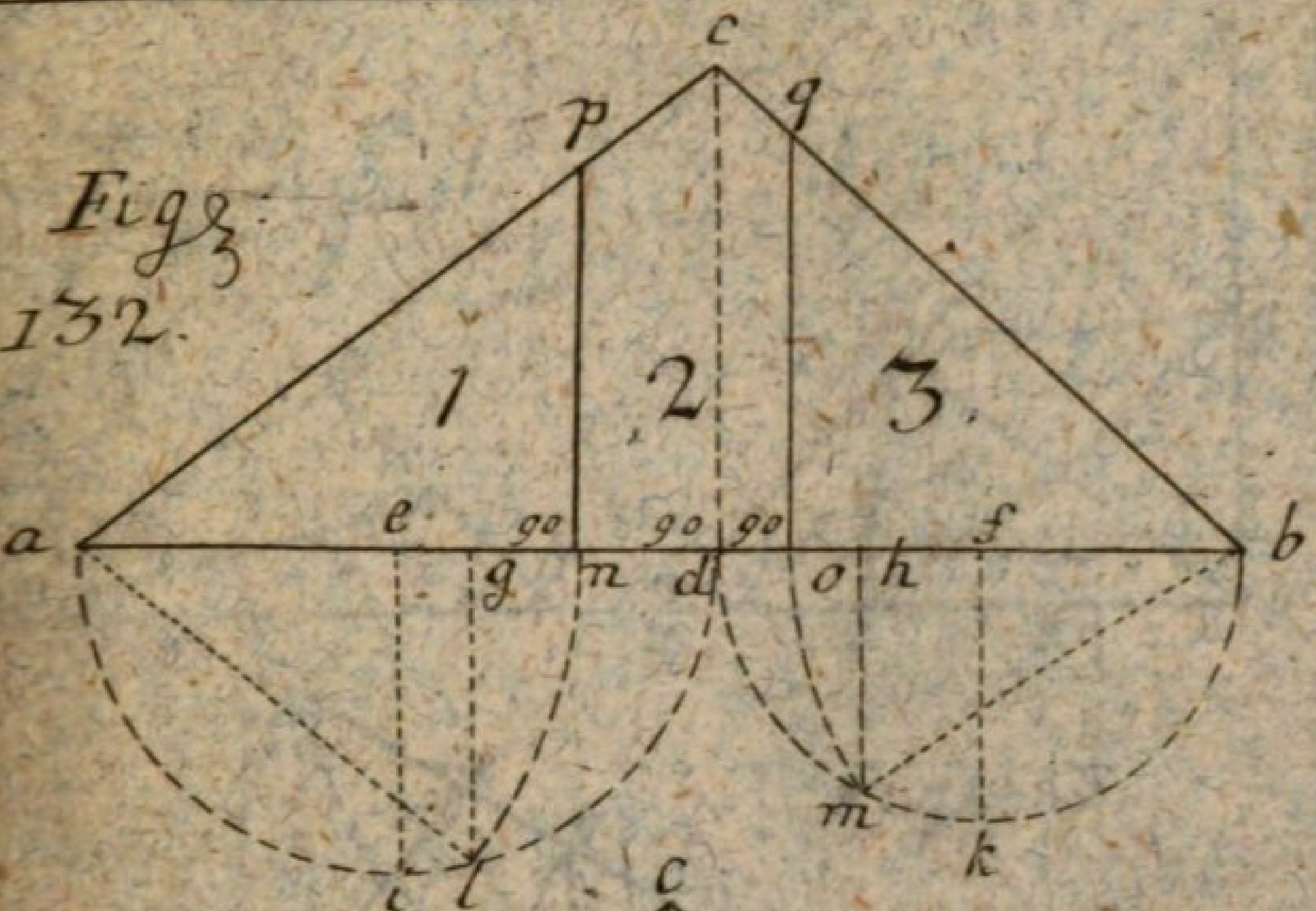


Fig. 133.

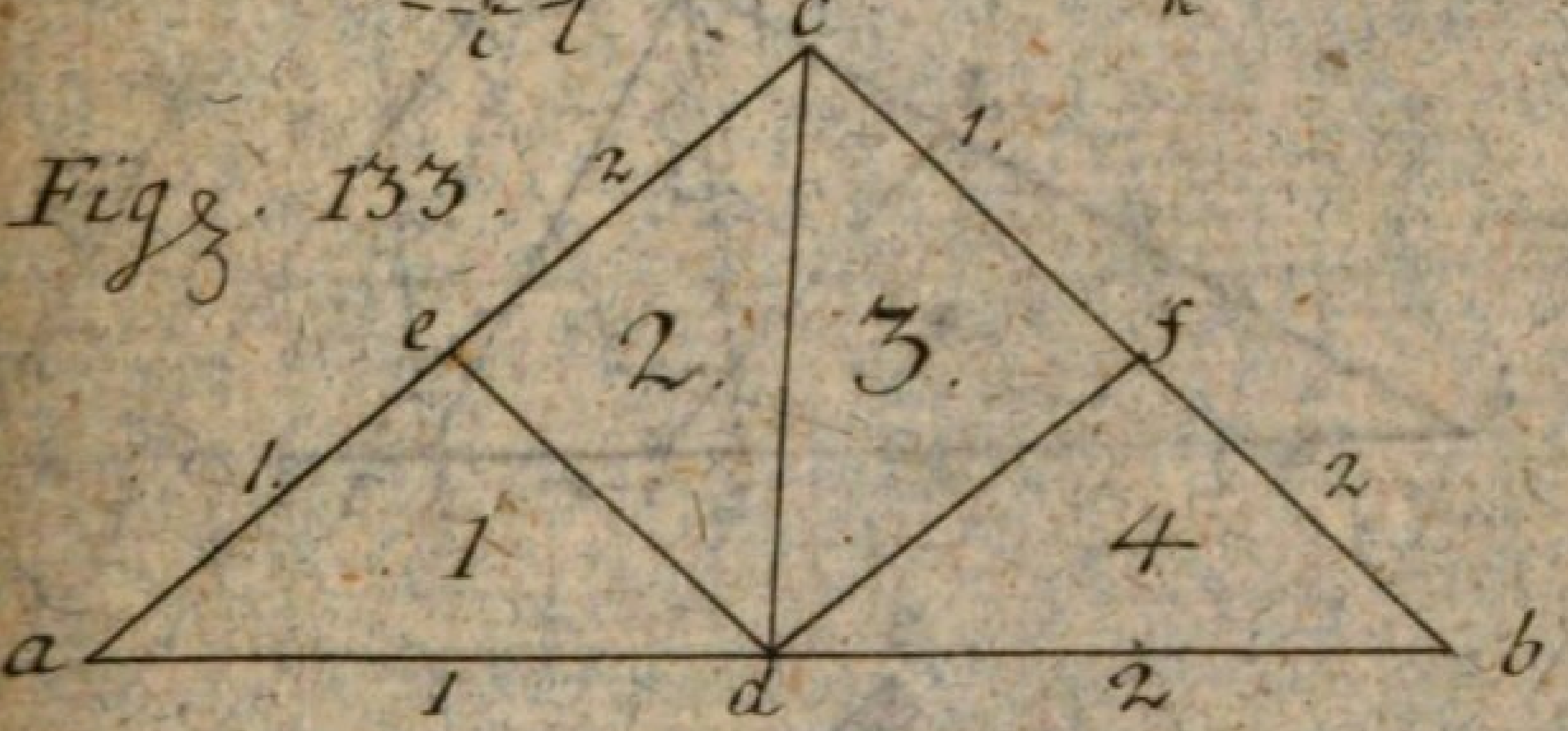
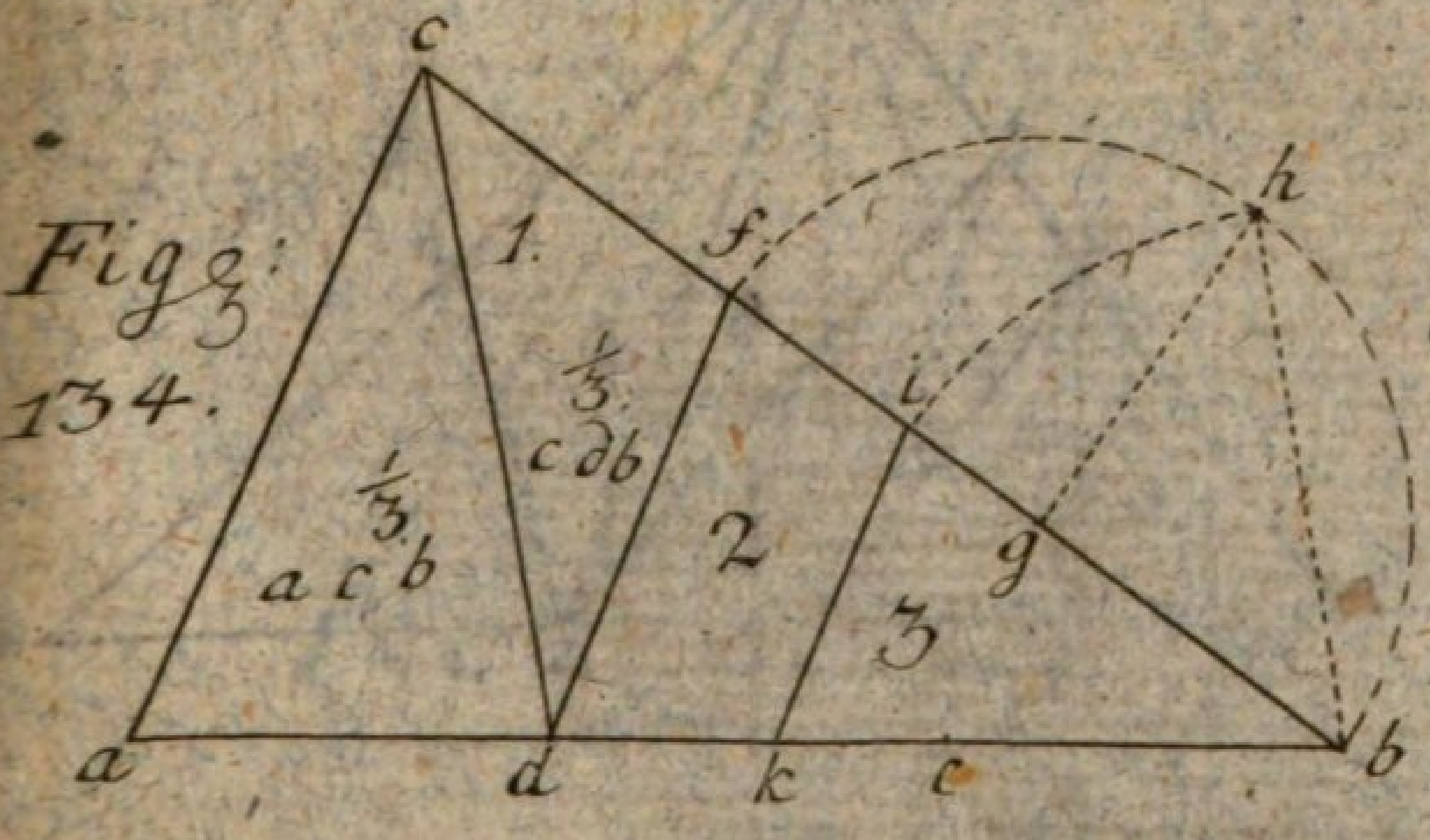
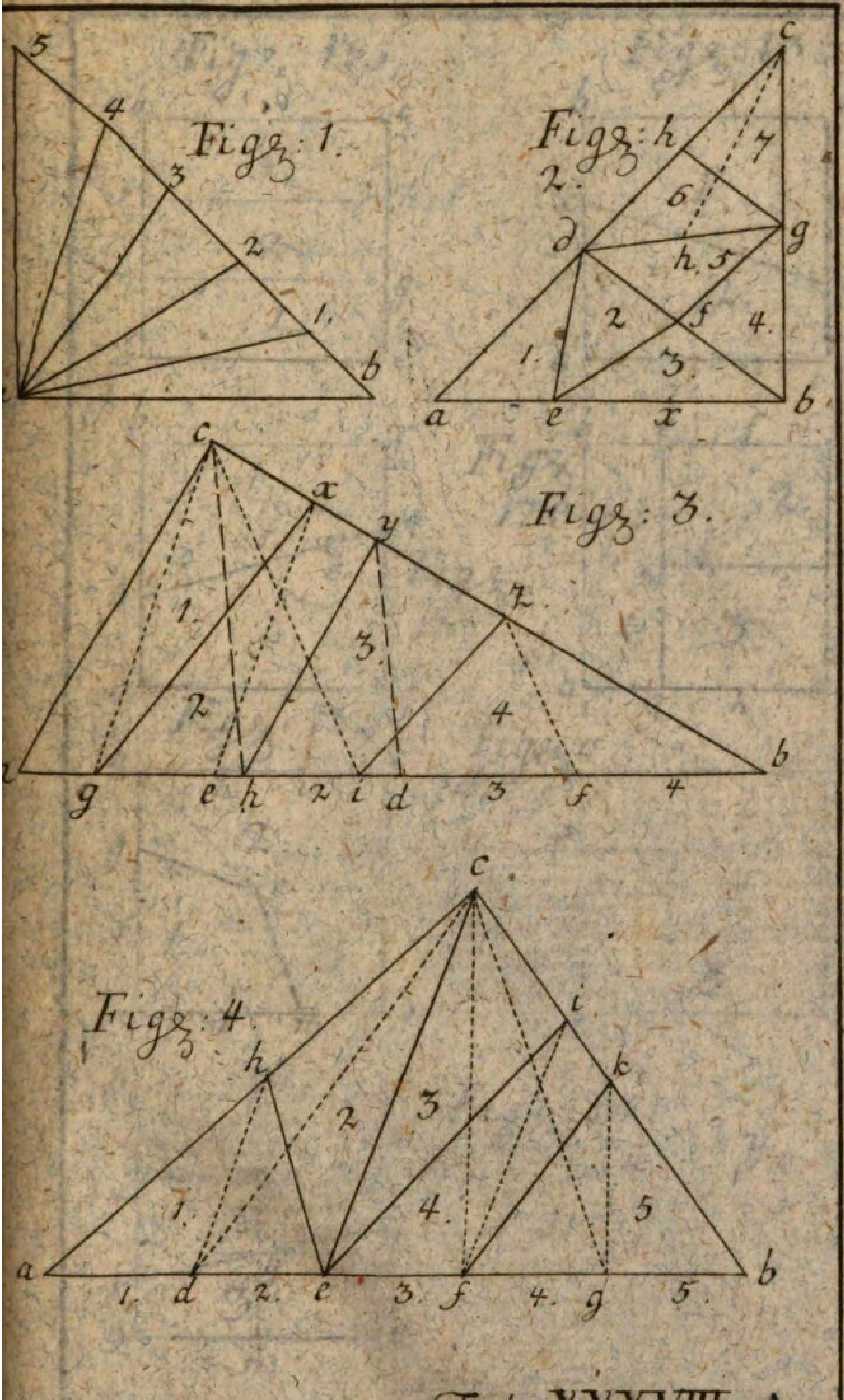


Fig: 134.

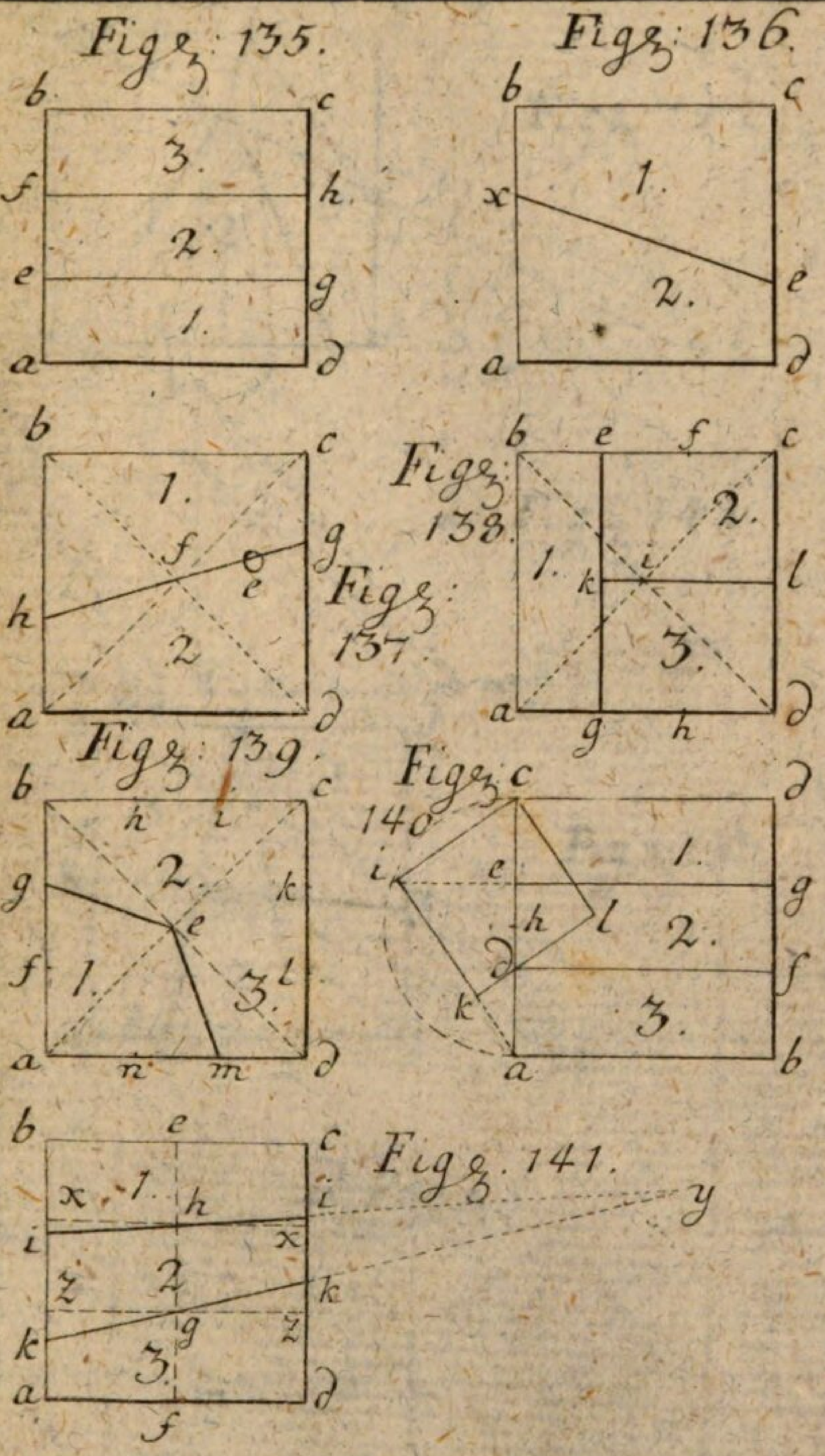


de M. del.

Tab. XXXVIII.

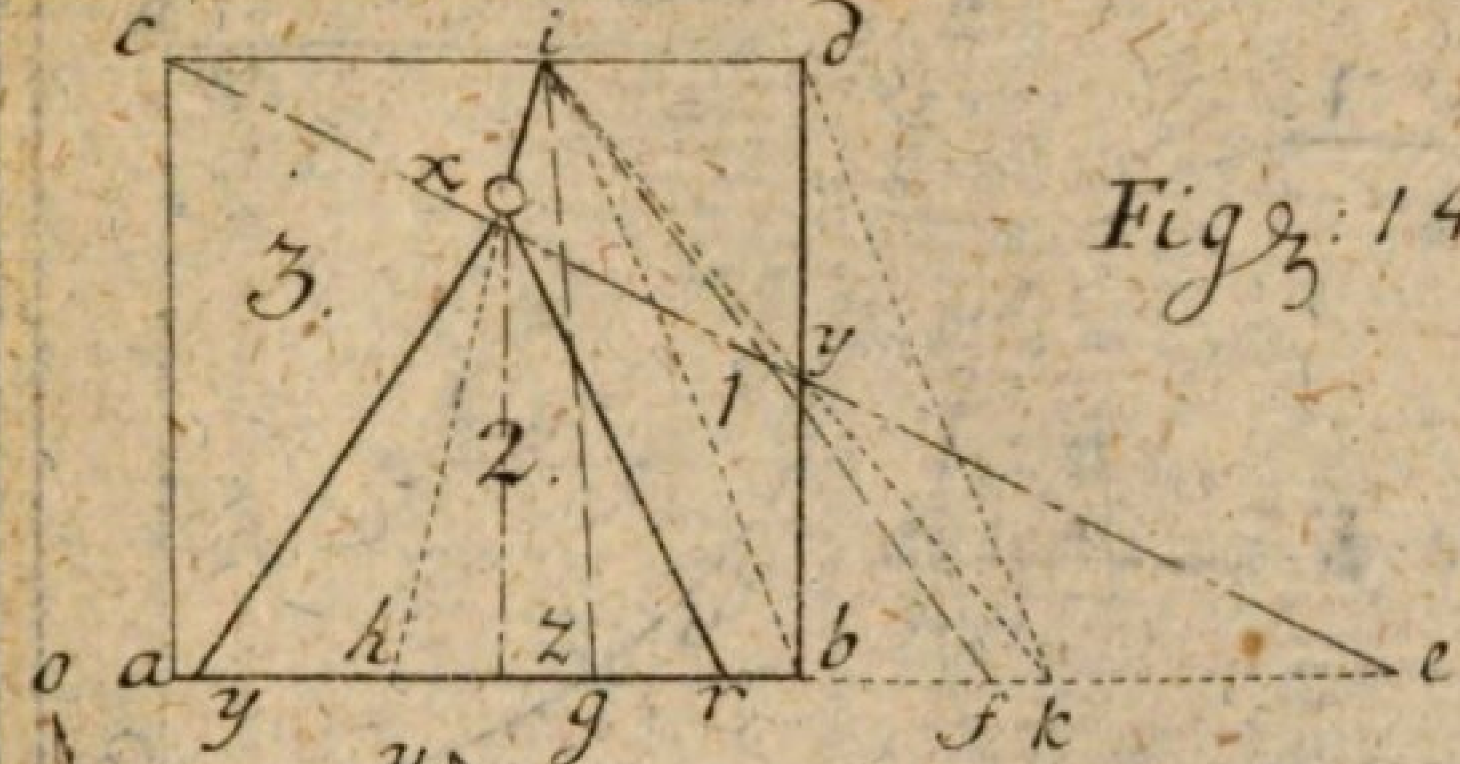


Tab. XXXVIII. A.

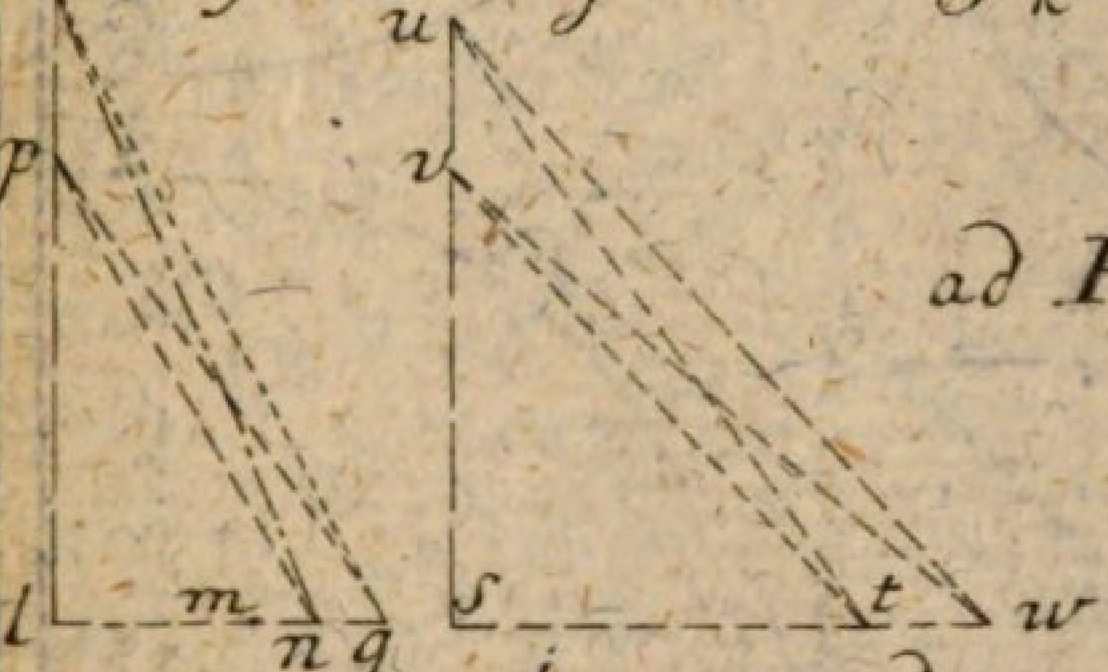


de M. del.

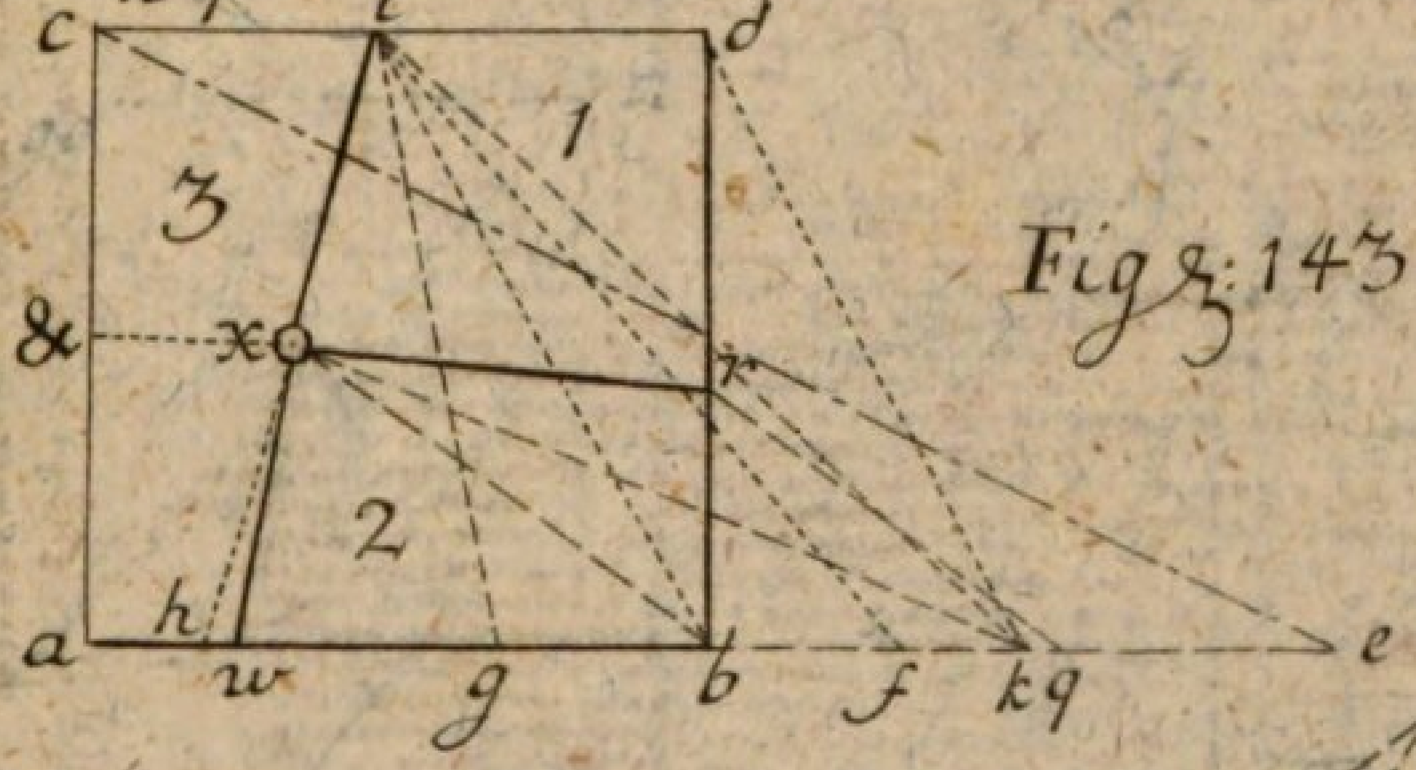
Tab: XXXIX



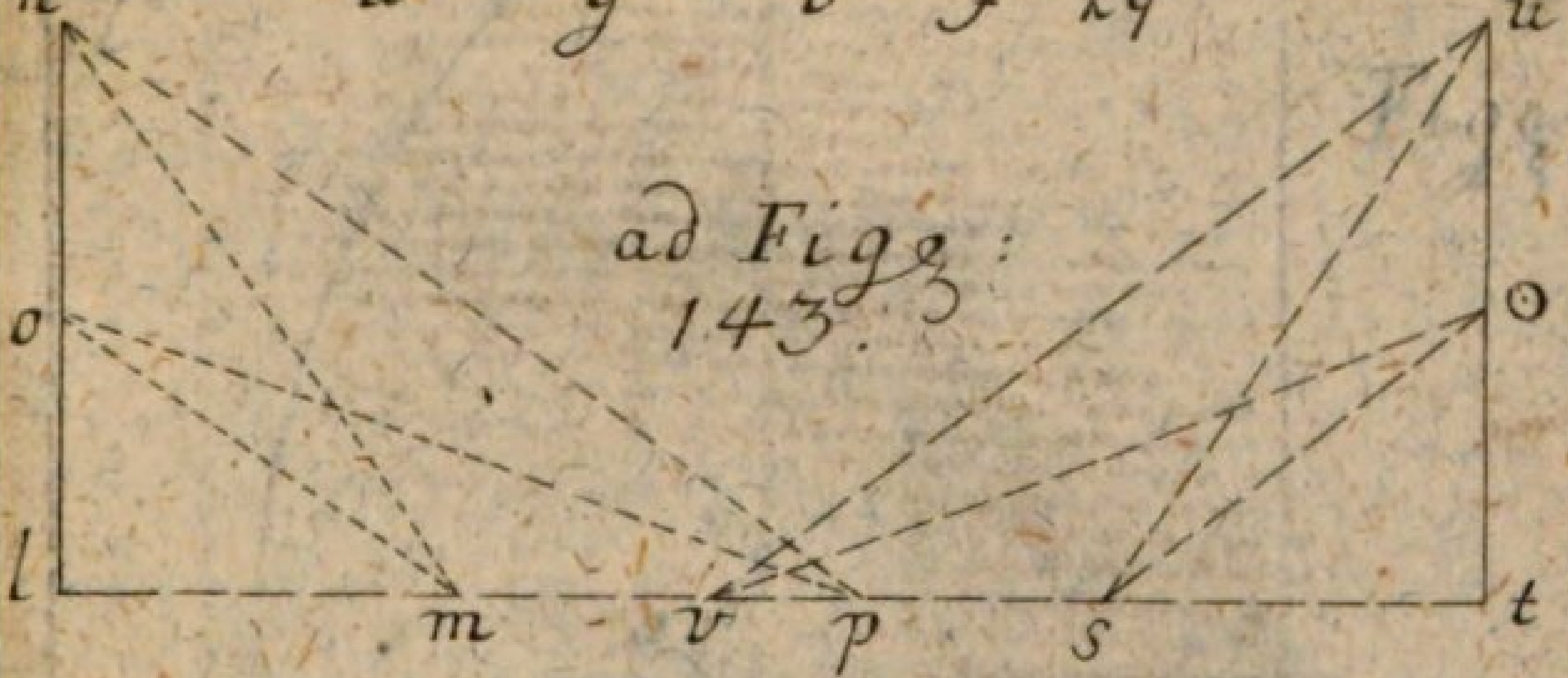
Figz: 142.



ad Figz 142



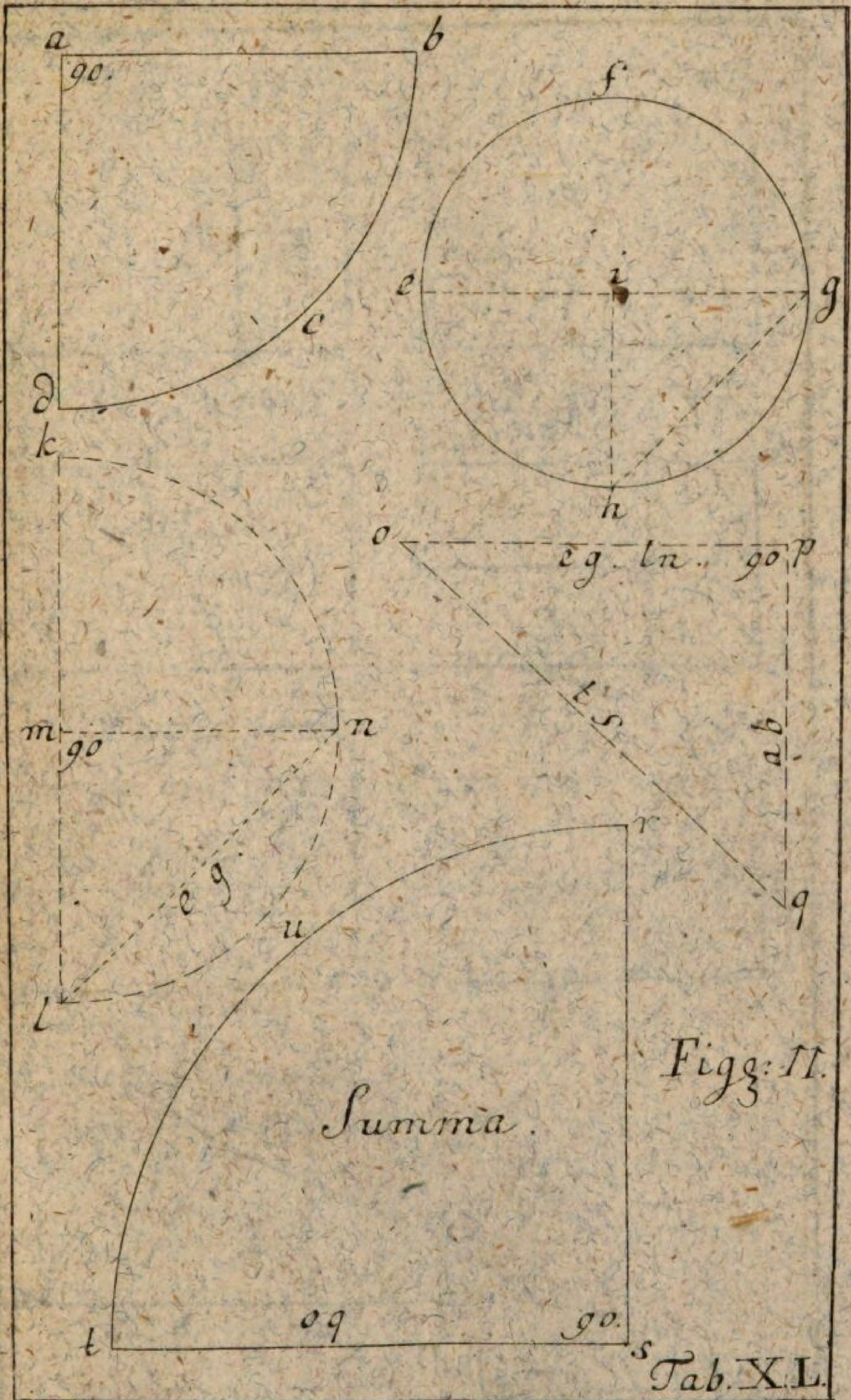
Figz: 143.



ad Figz: 143.

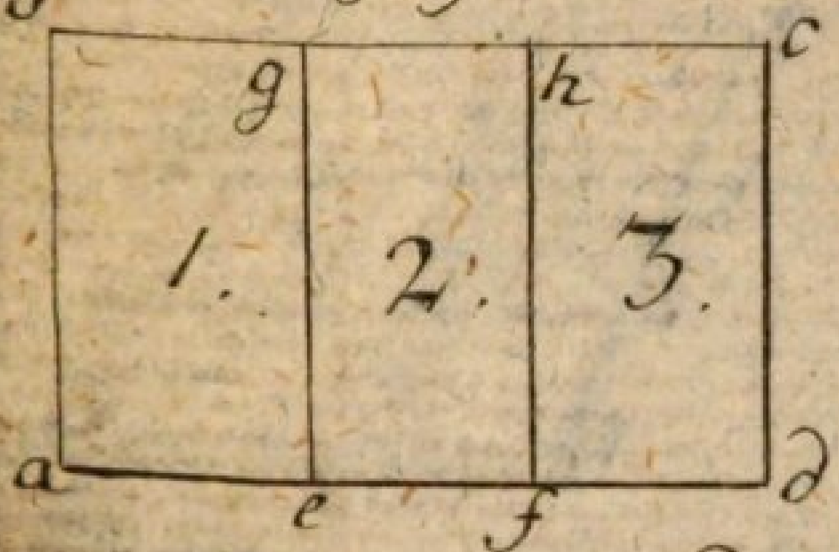
de M. del:

Tab. XL.

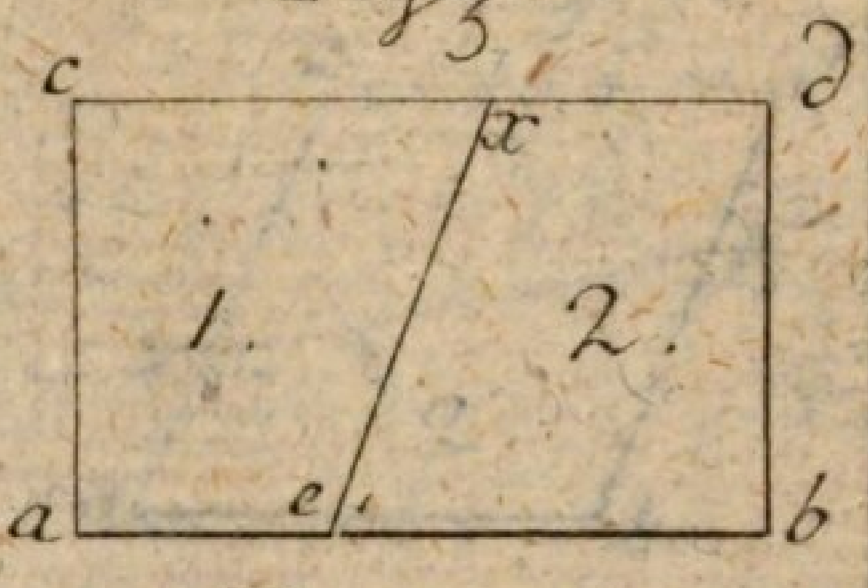


Figg: II.
Tab. XL.

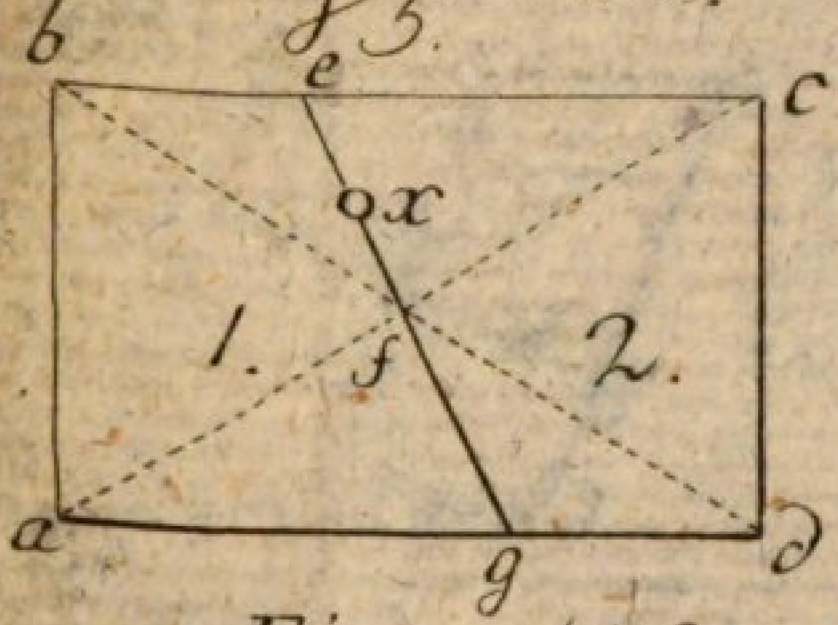
Figz: 144



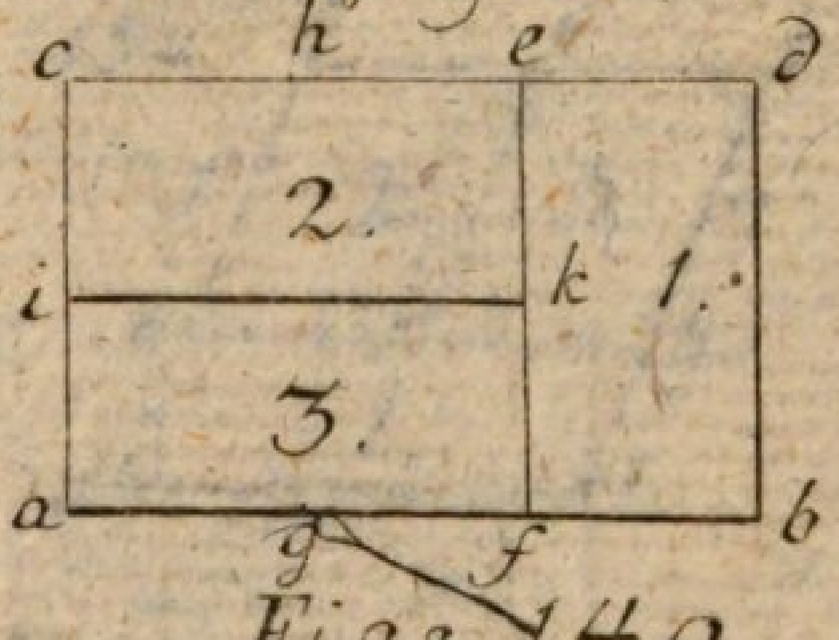
Figz: 145



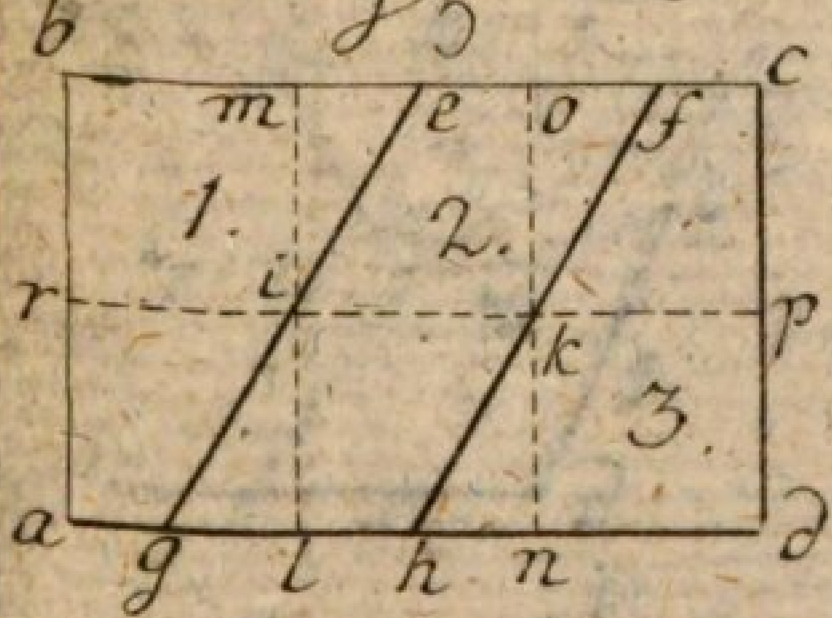
Figz: 146.



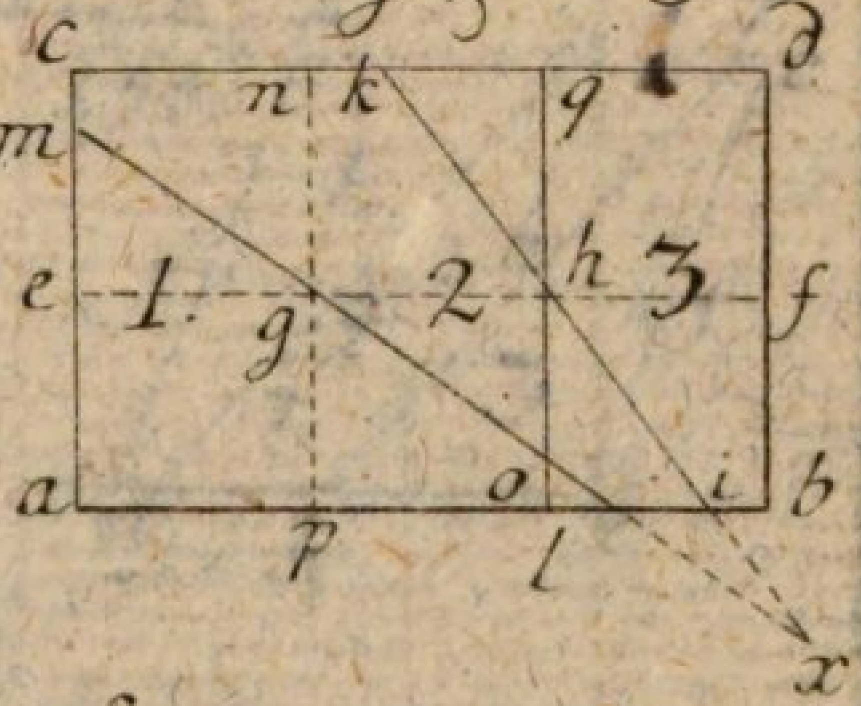
Figz: 147.

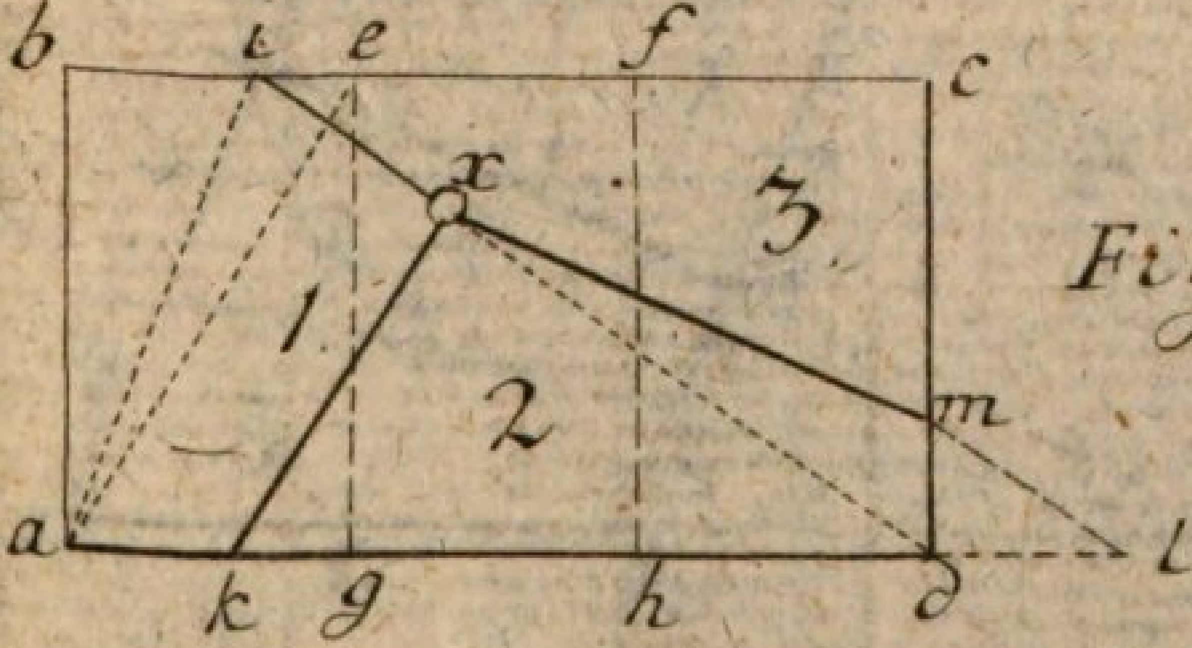


Figz: 148.



Figz 149.





Figz 150.

Tab: XLI

Fig: 151.

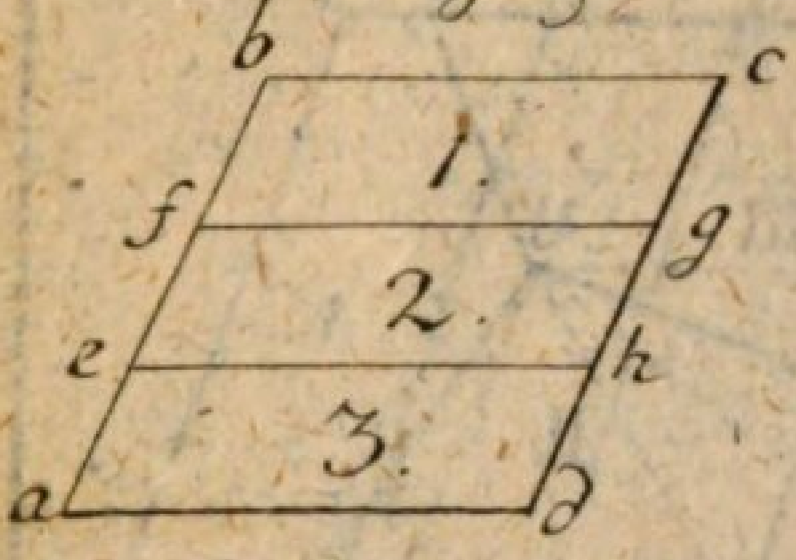


Fig: 152

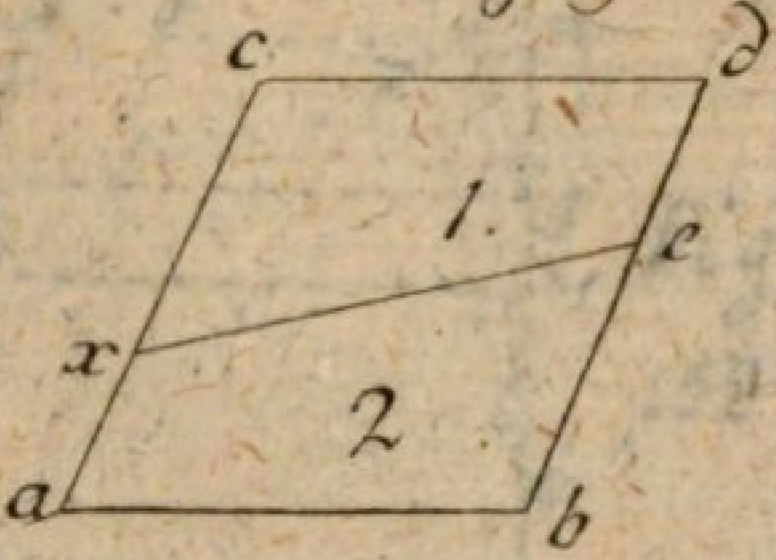


Fig: 153.

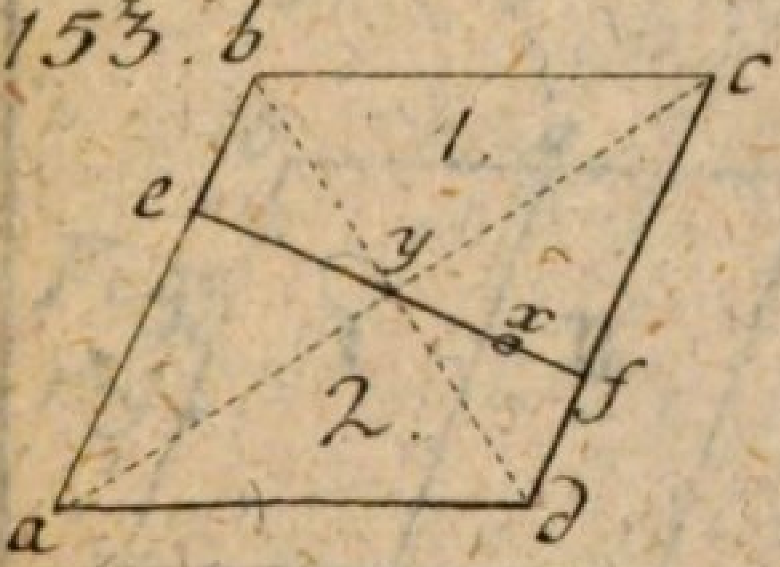


Fig: 154.

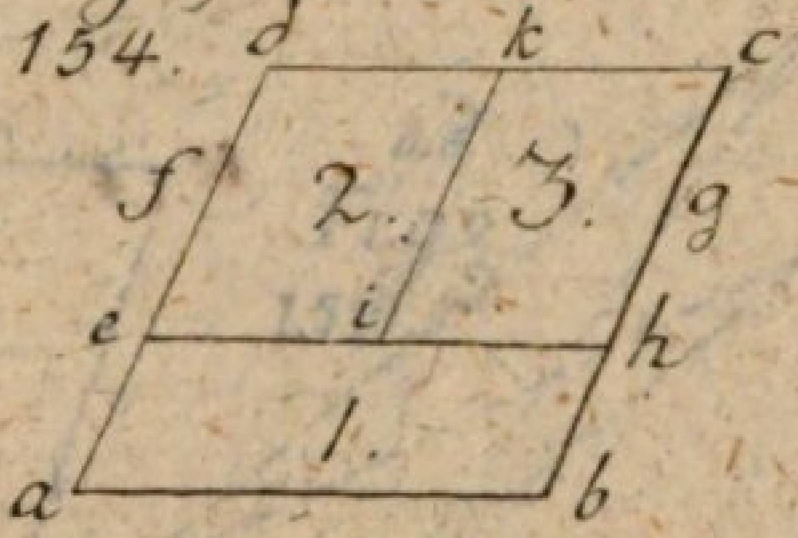


Fig: 155.

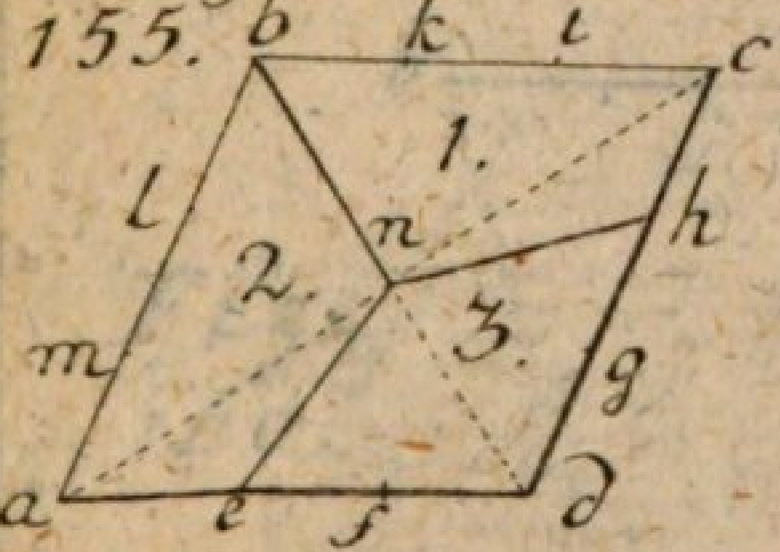


Fig: 156.

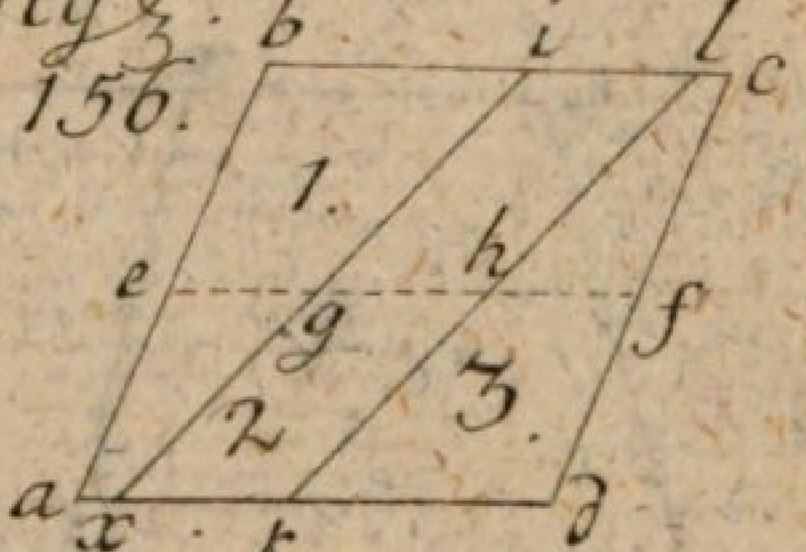
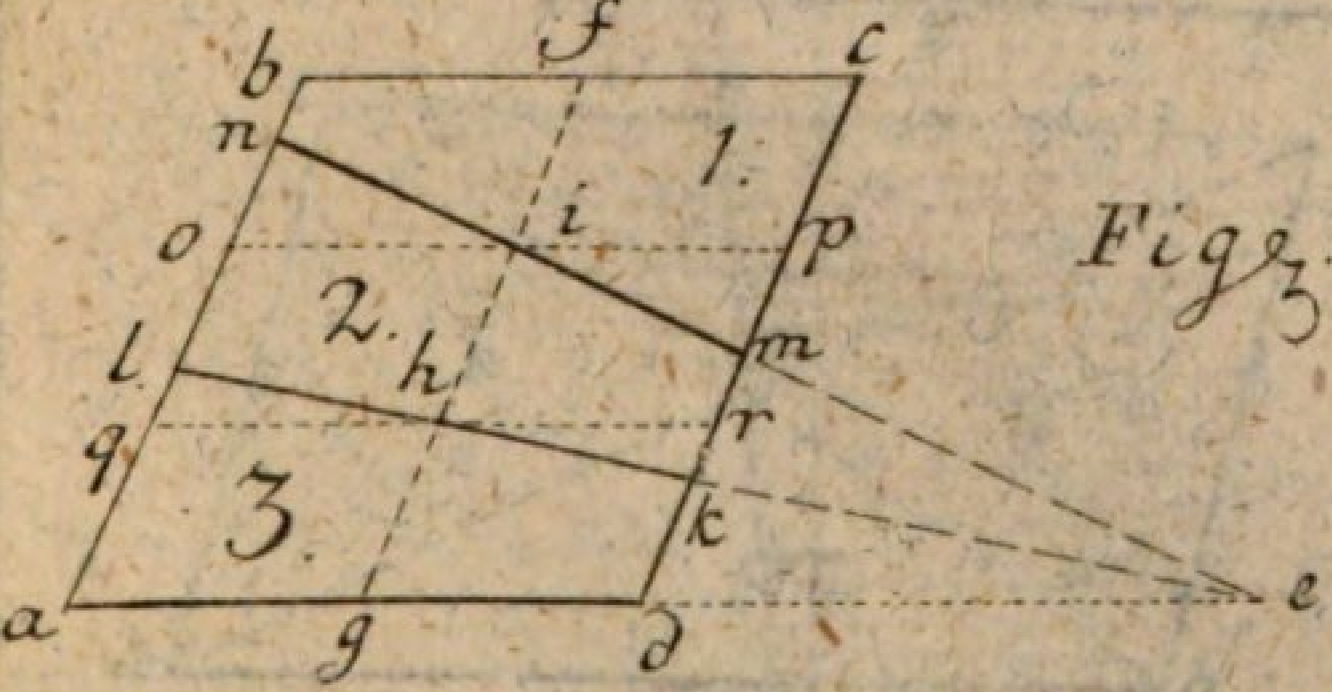
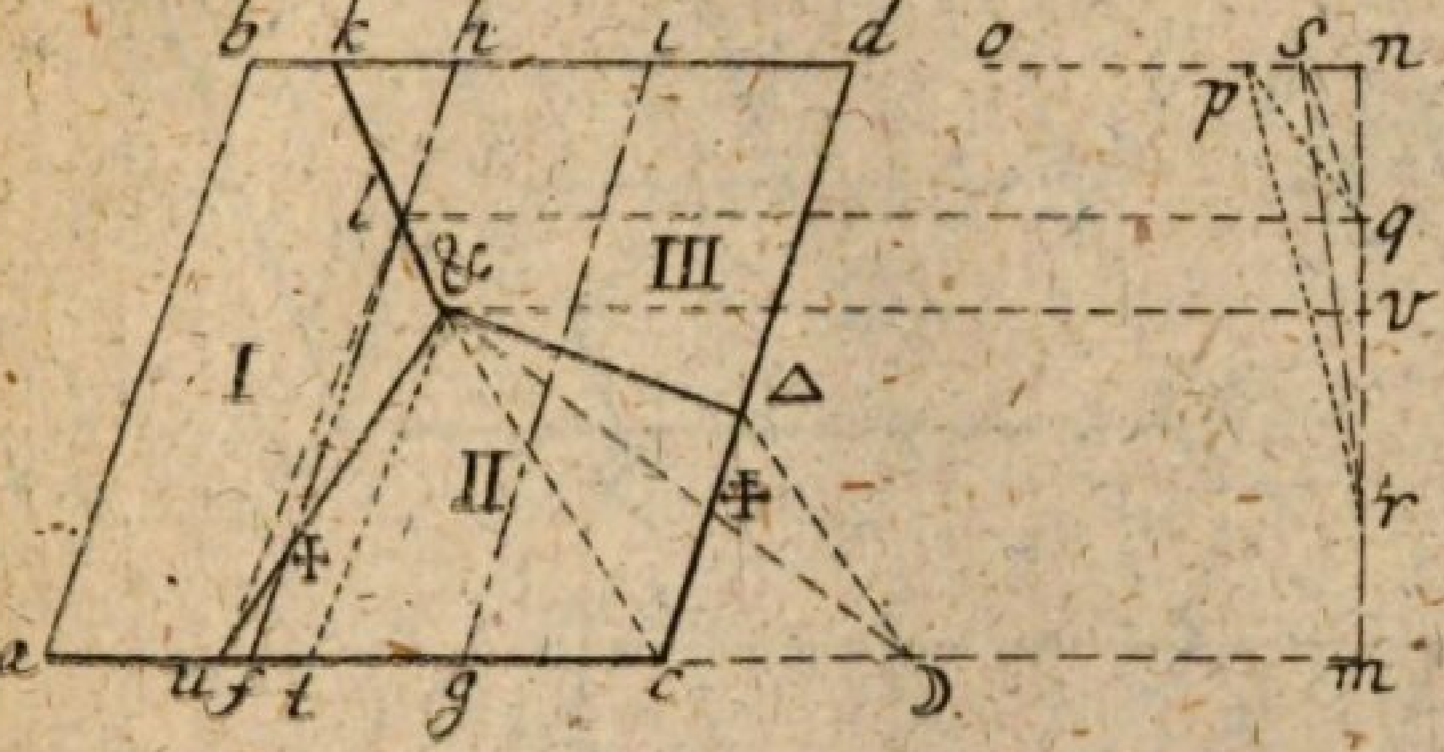


Fig: 157.

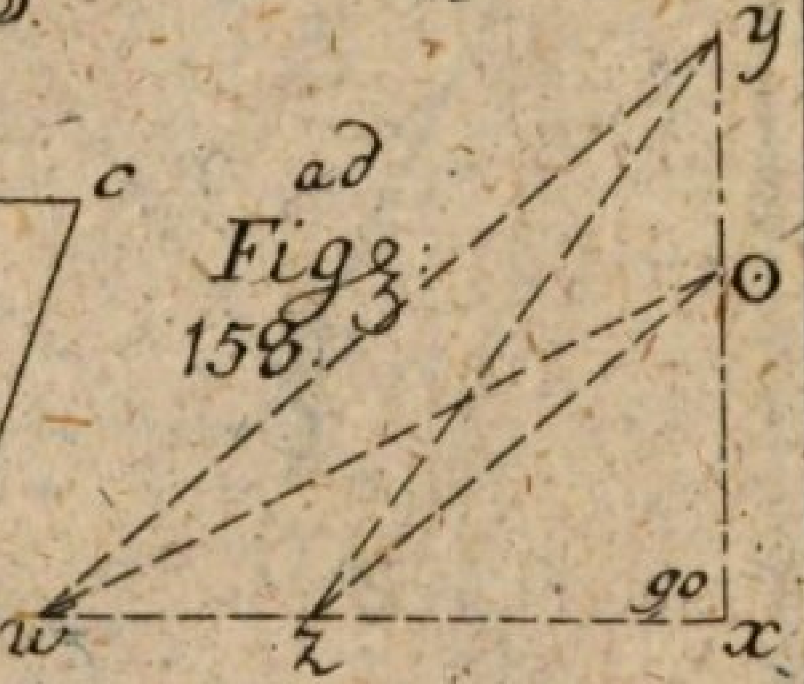


de M: del:

Tab: XLII.

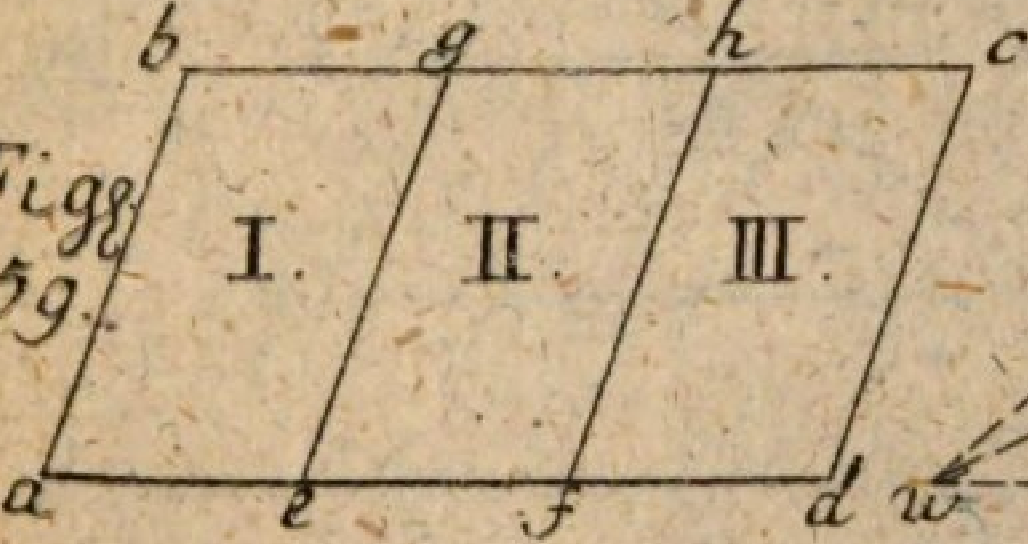


Figg: 158

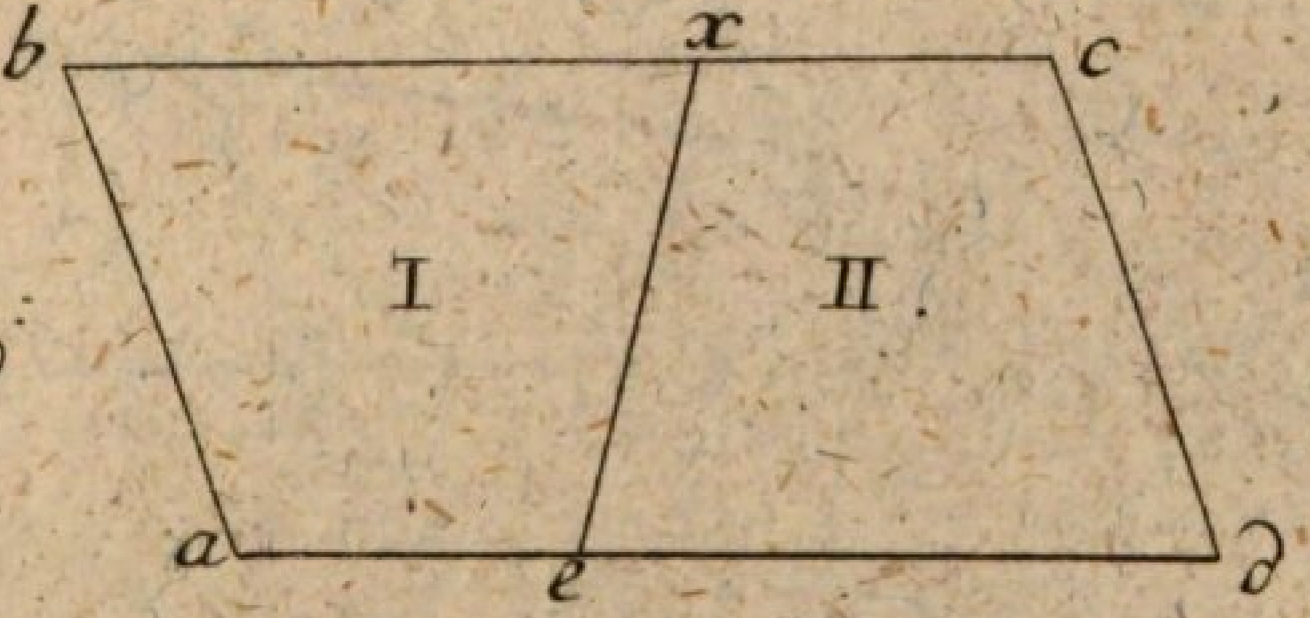


ad Figg: 158.

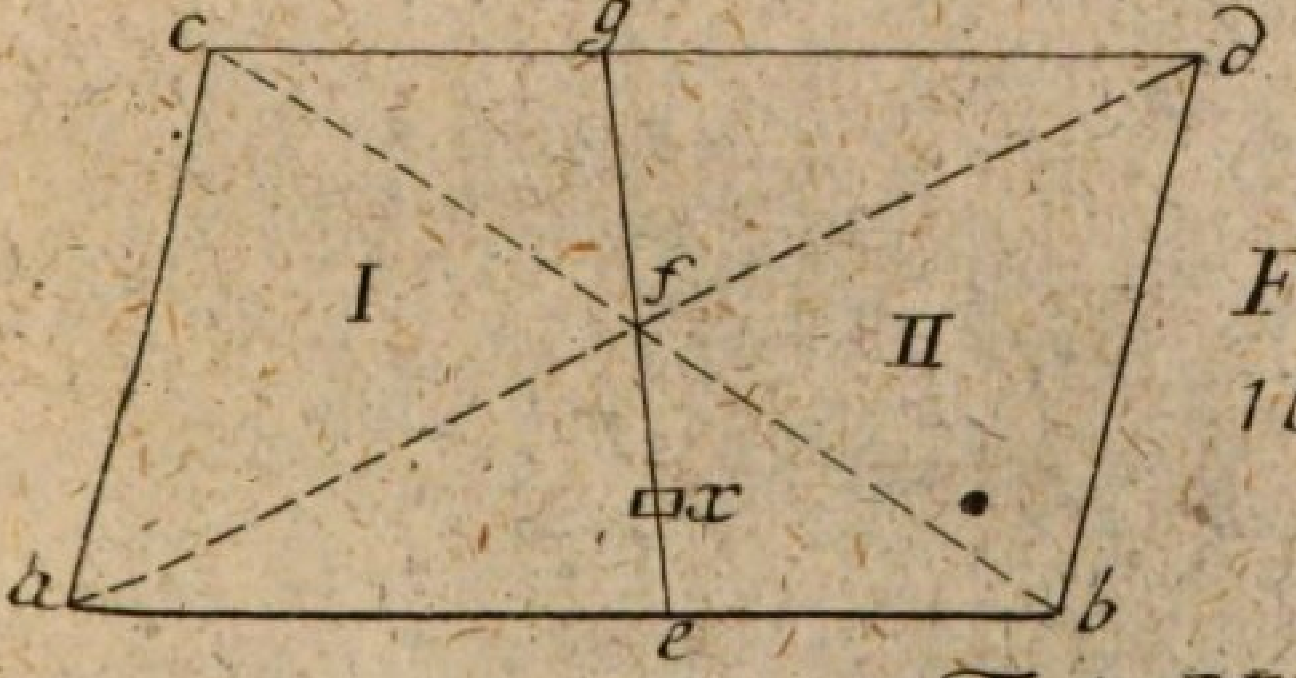
Figg: 159.



Figg: 160.



Figg: 161.



Tab: XLIII.

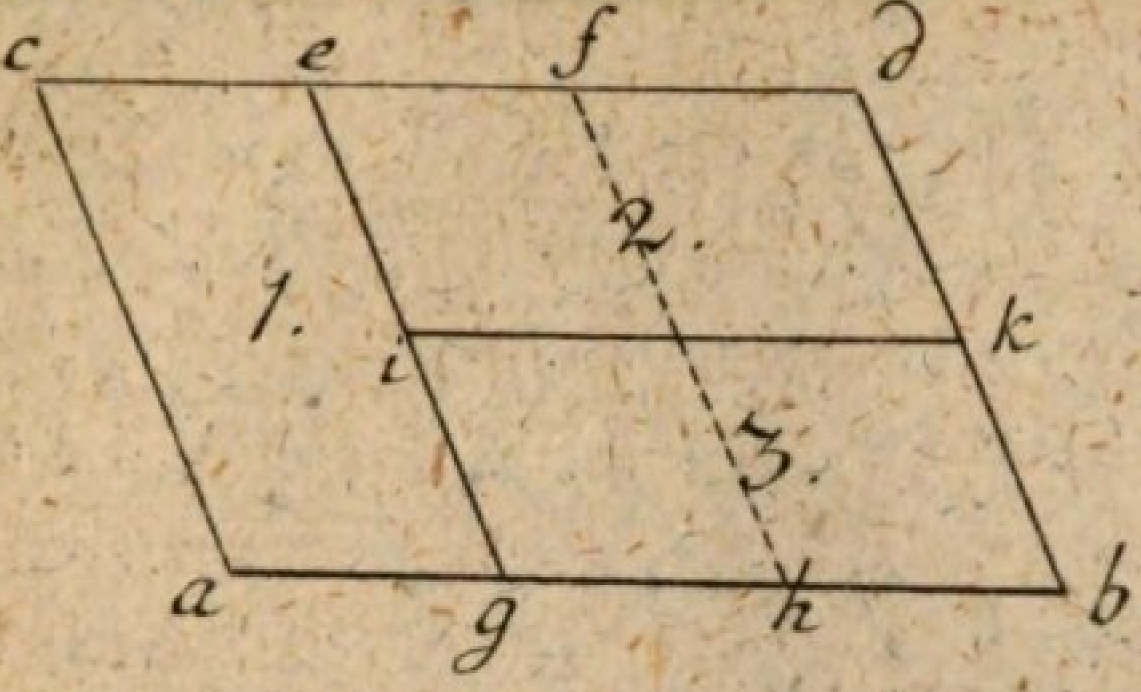


Fig. 162.

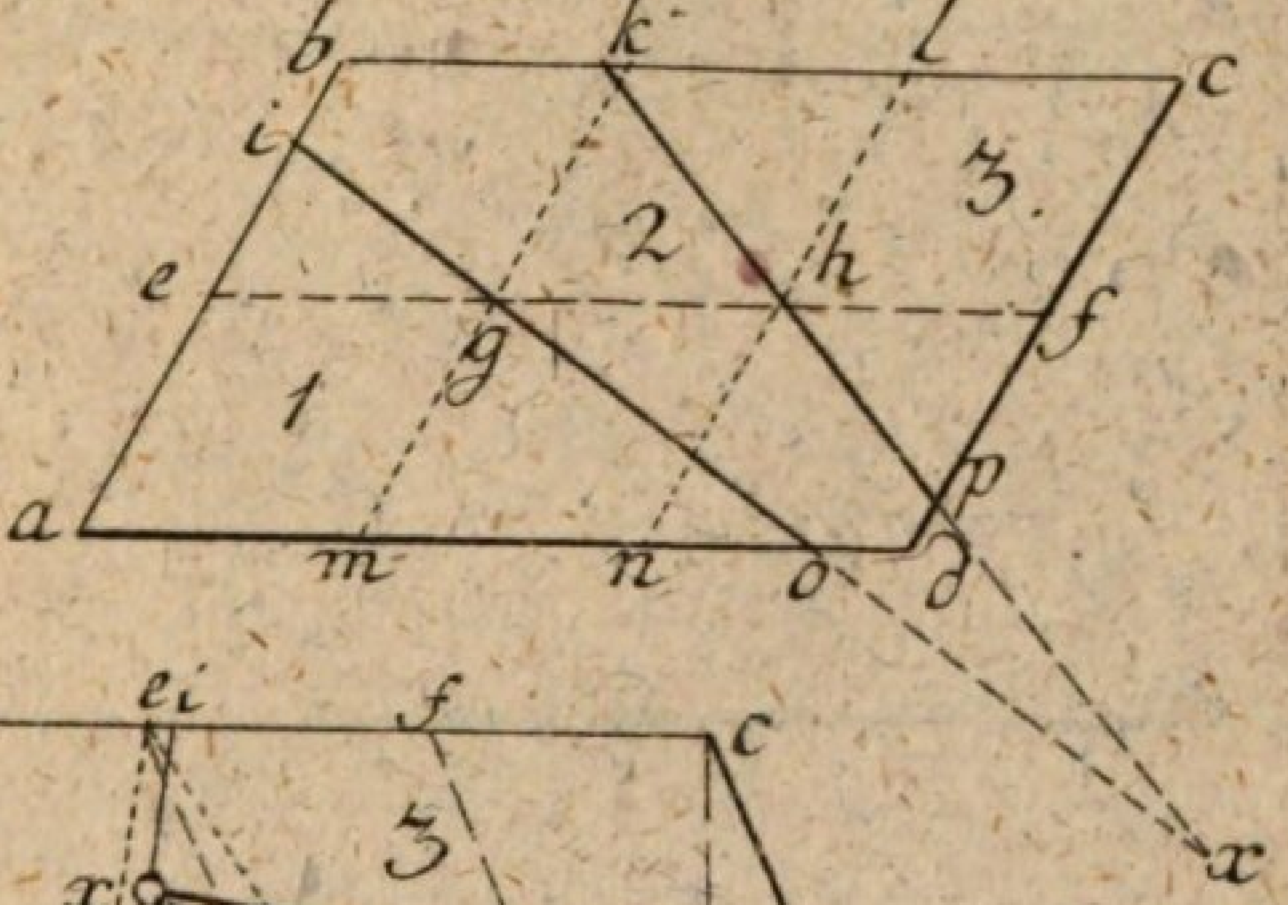


Fig. 163.

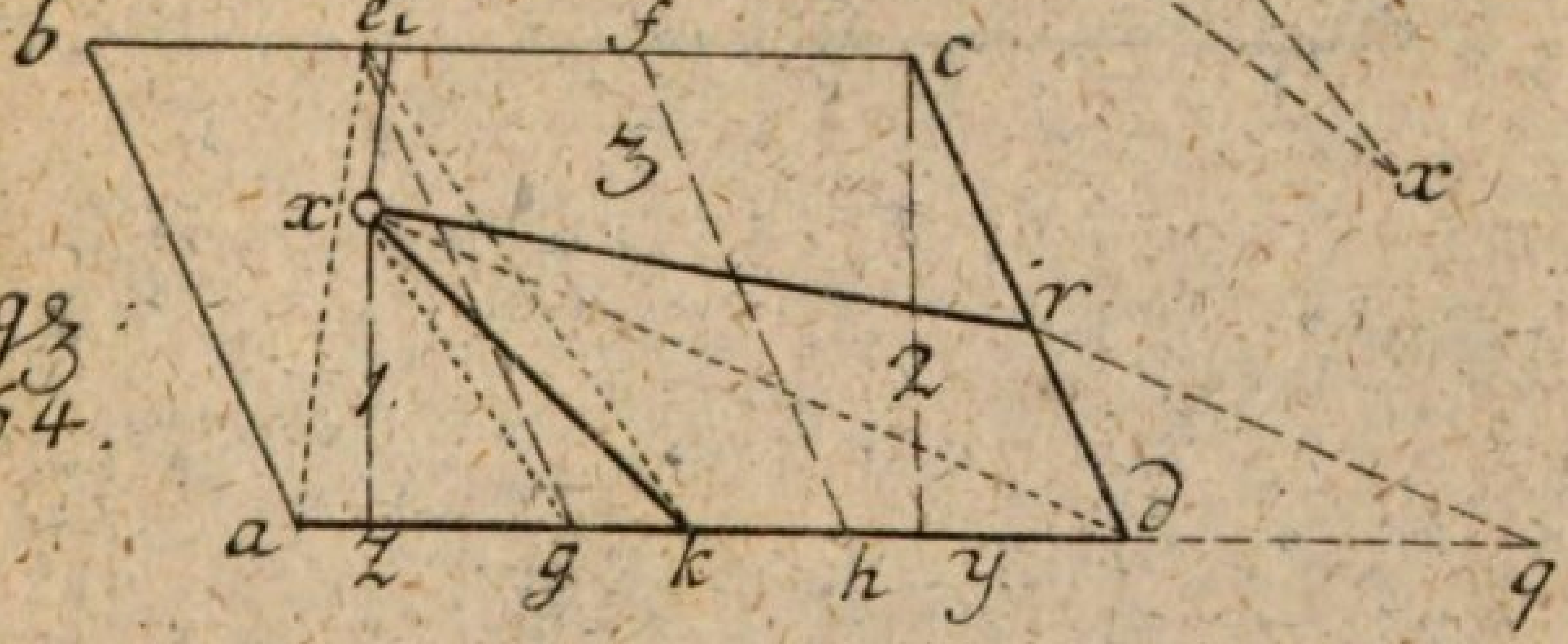
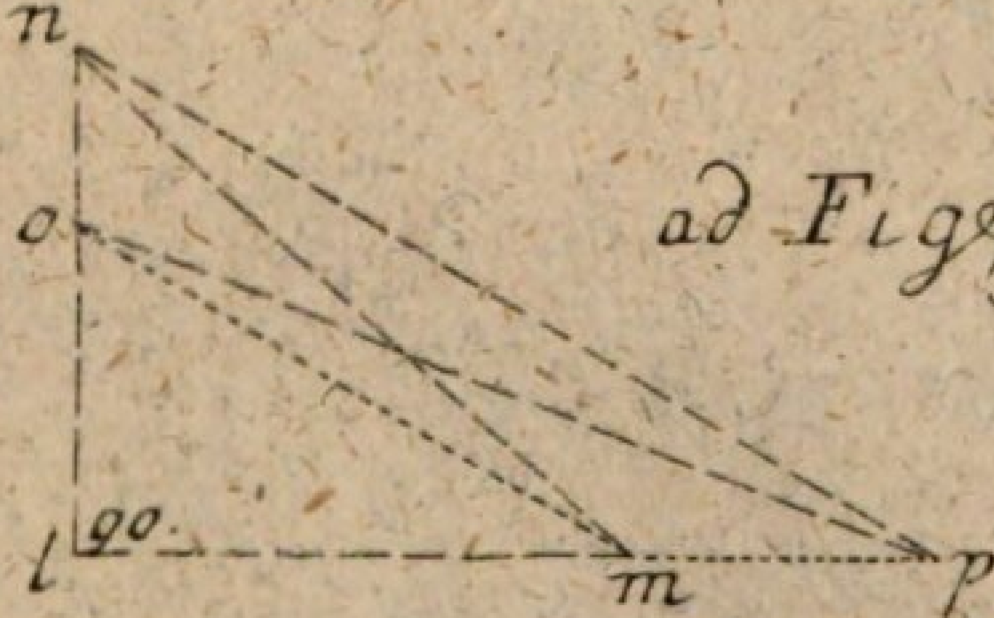


Fig. 164.

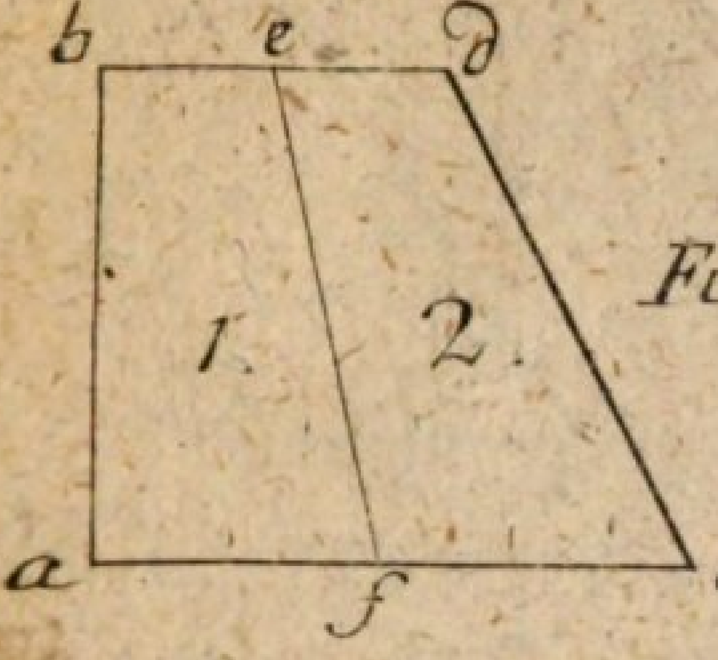


ad Fig. 164.

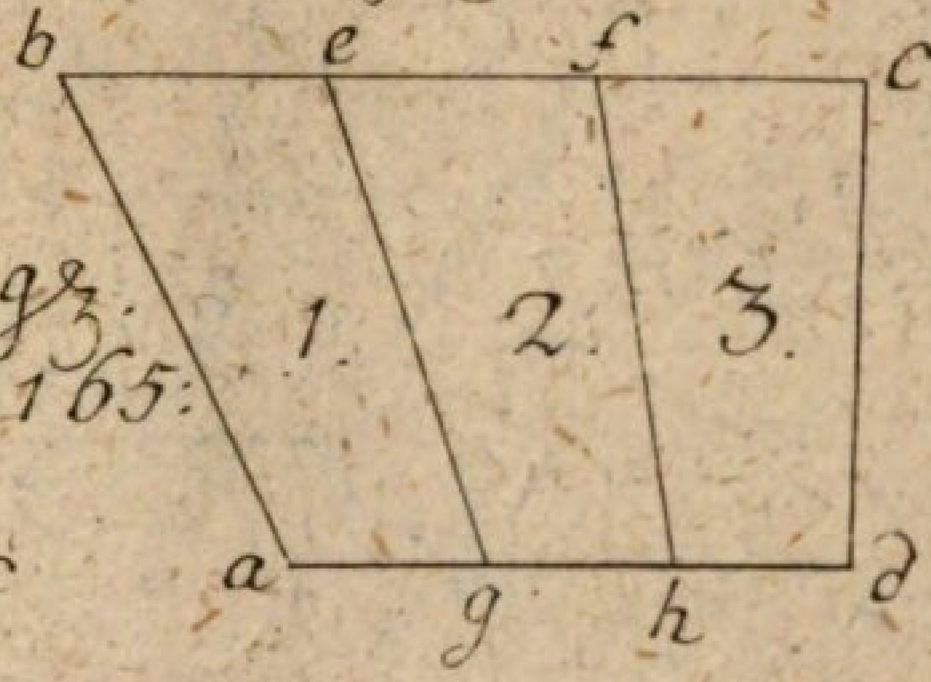
de M: del.

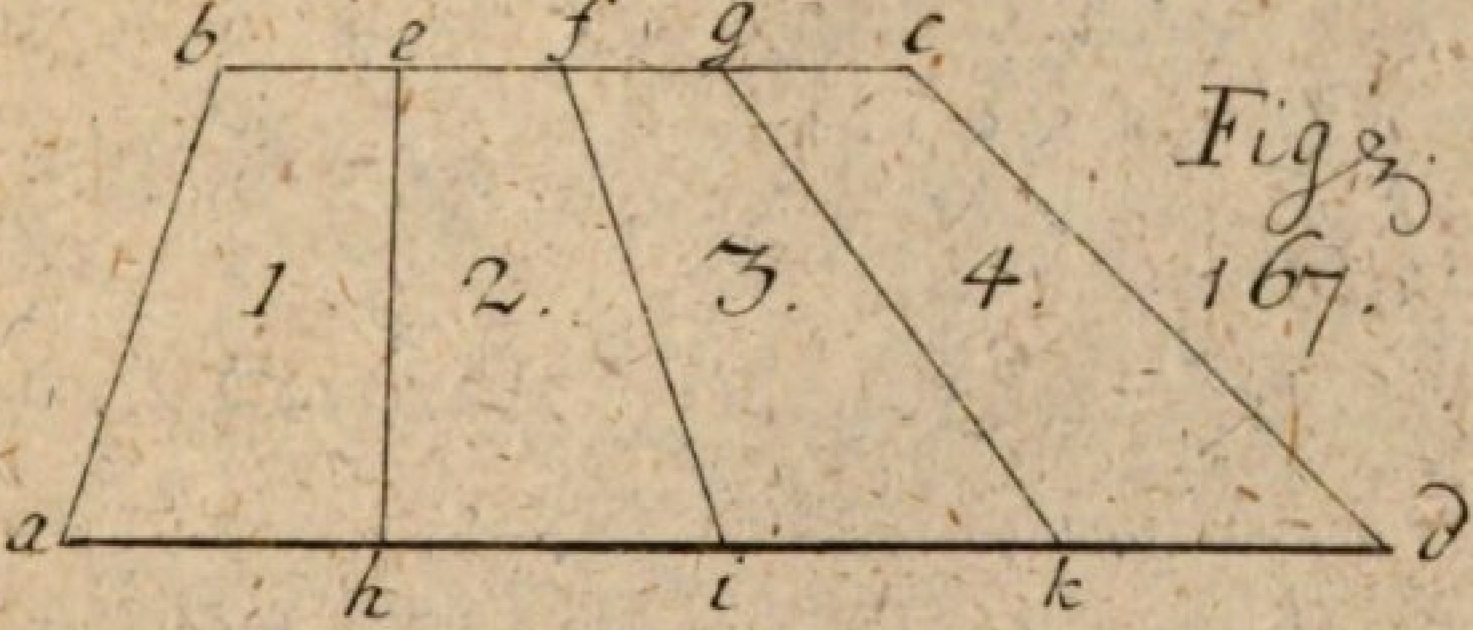
Tab: XLIV.

Figg. 166.

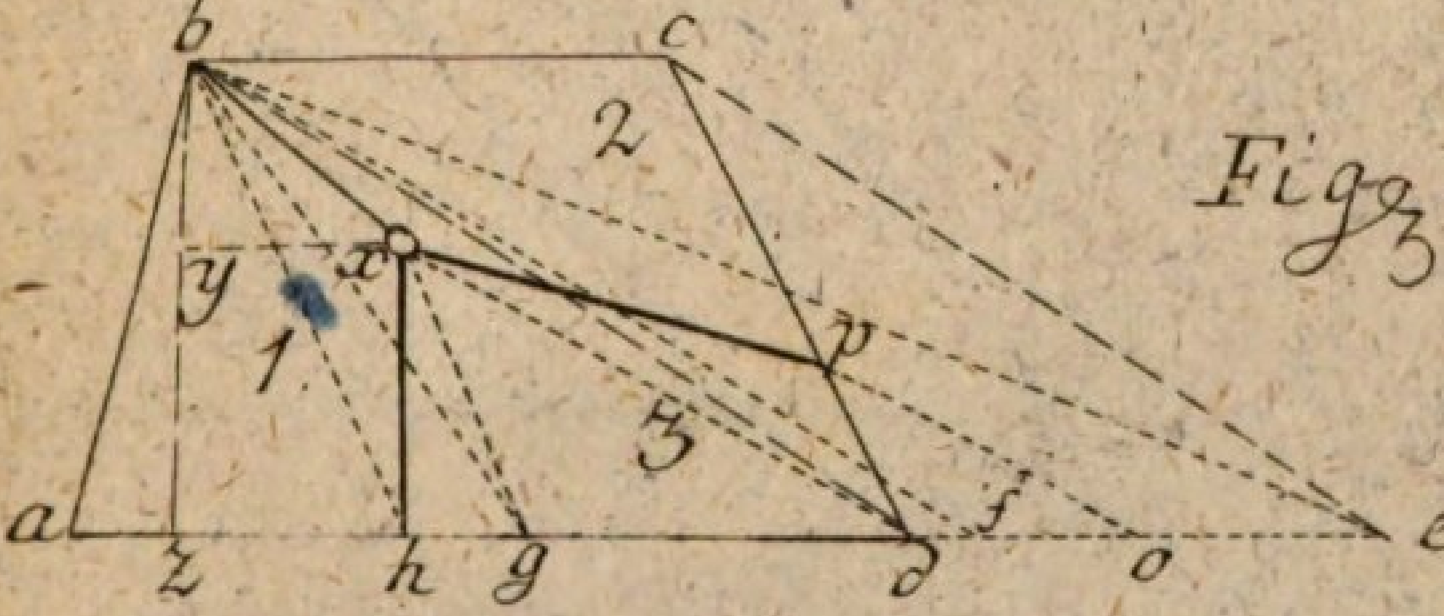


Figg. 165:

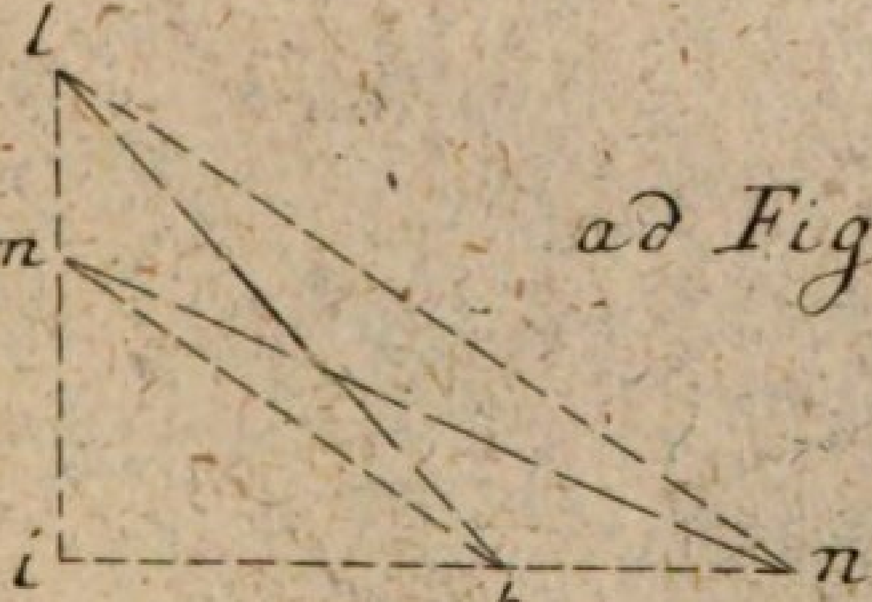




Figg. 167.



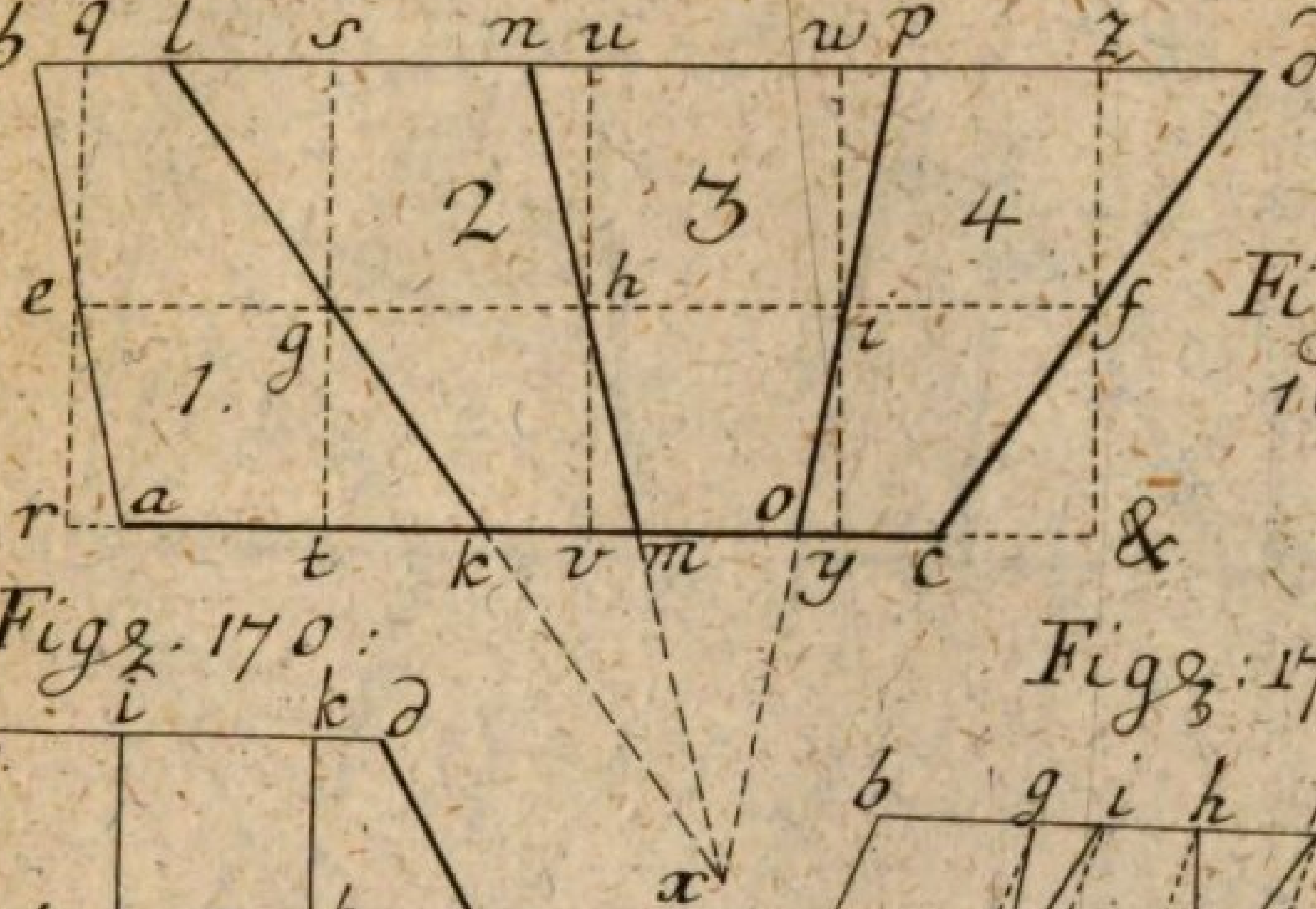
Figg: 168.



ad Figg. 168.

Tab. X LV.

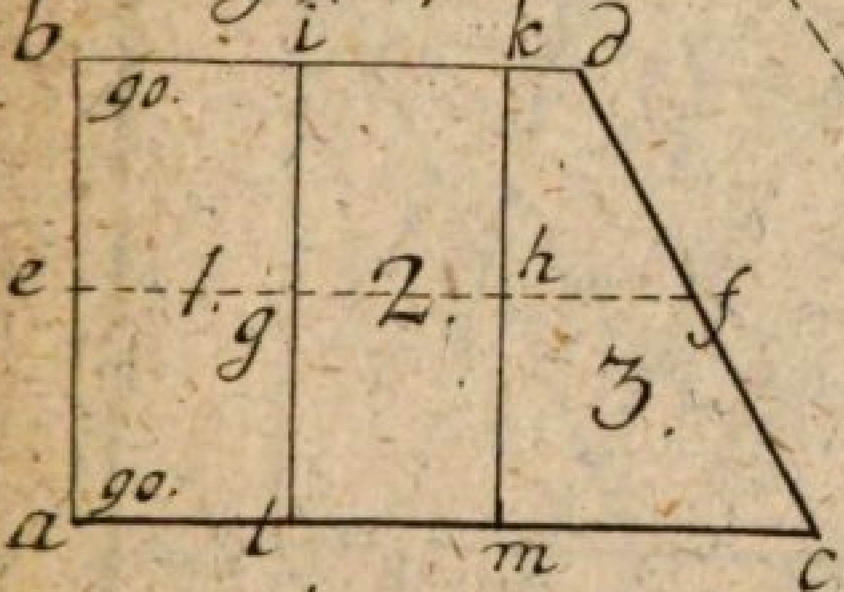
Moller 4 ... Th



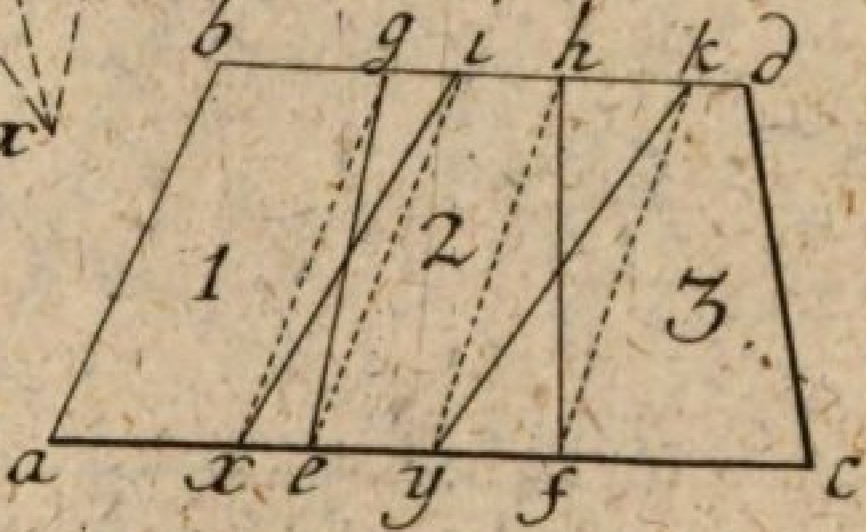
Figg: 169.

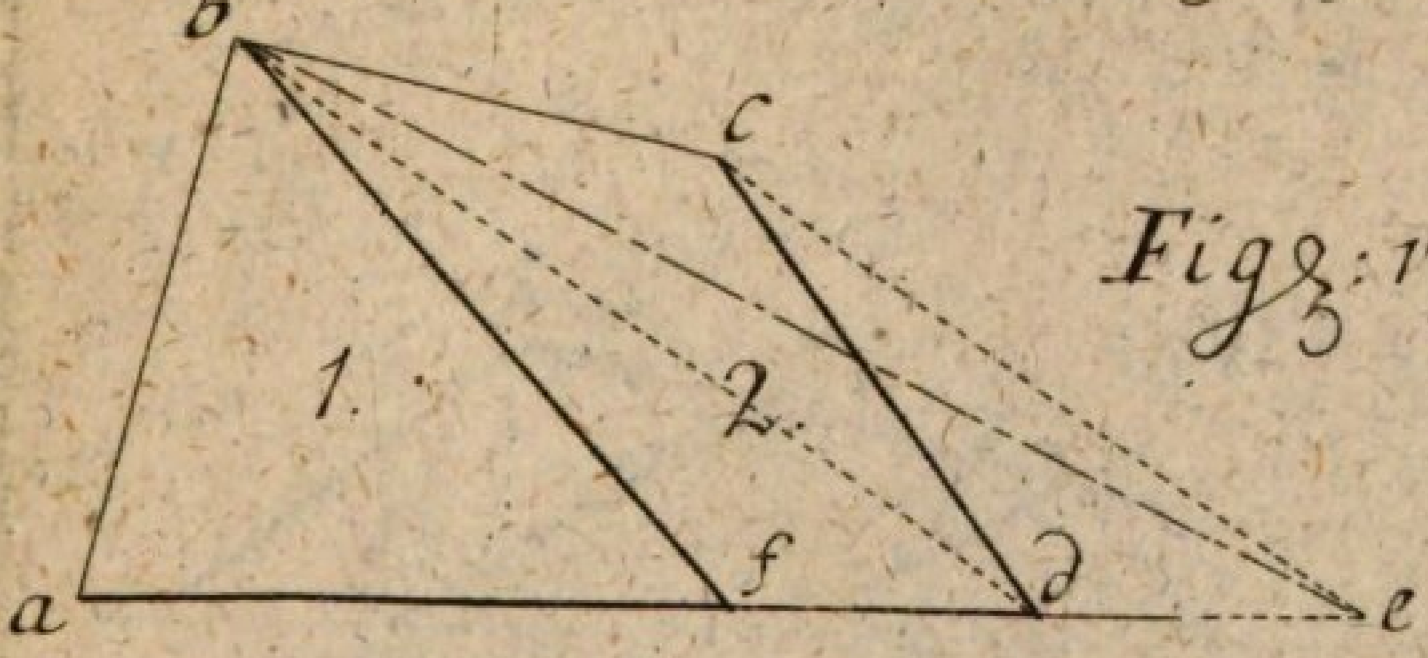
&

Figg. 170:

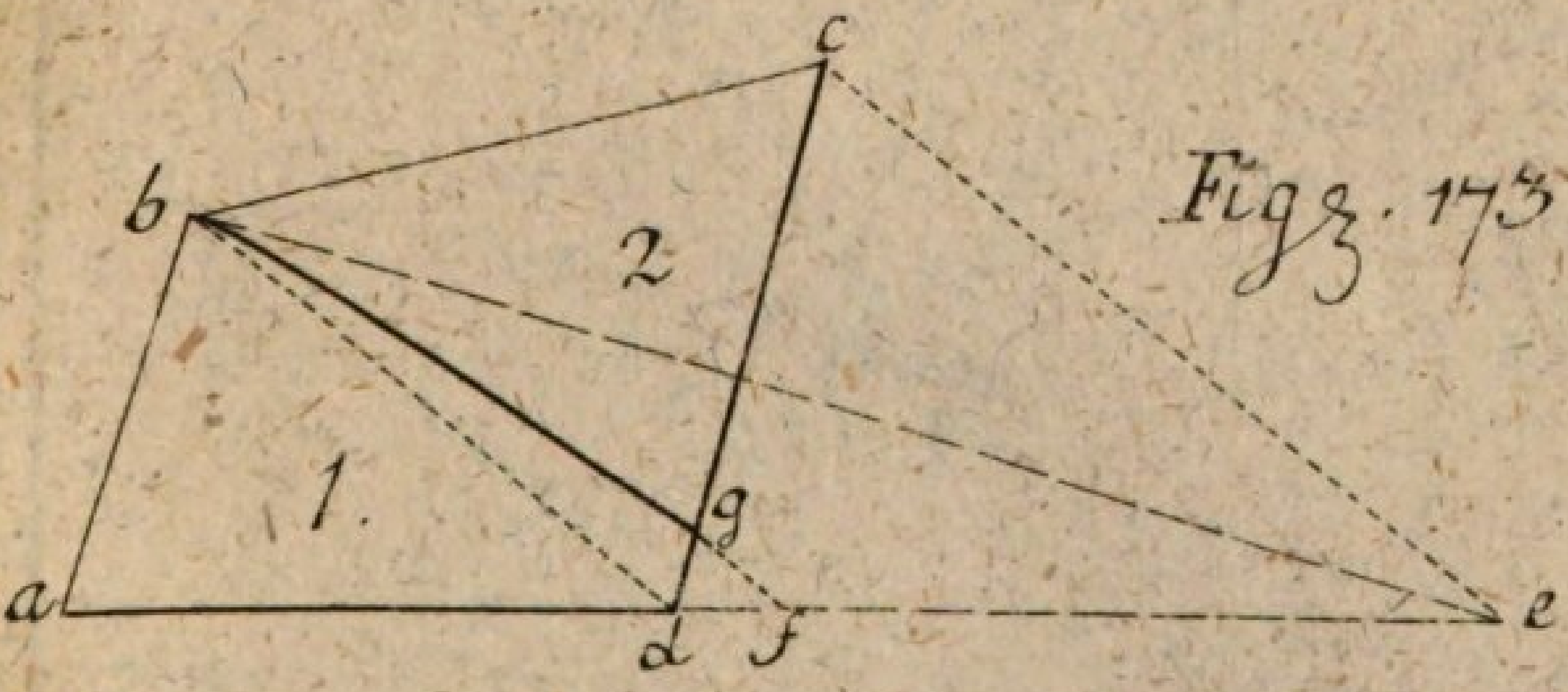


Figg: 171.





Figg: 172.

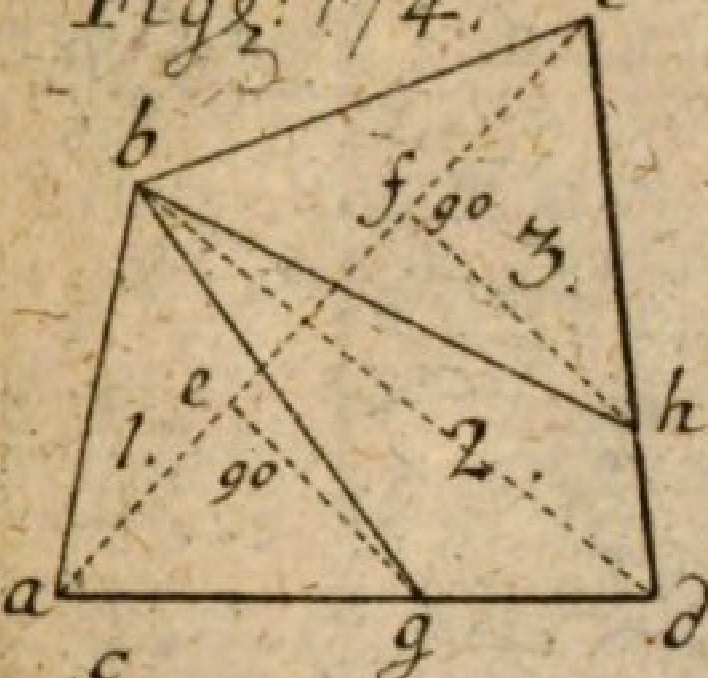


Figg. 173.

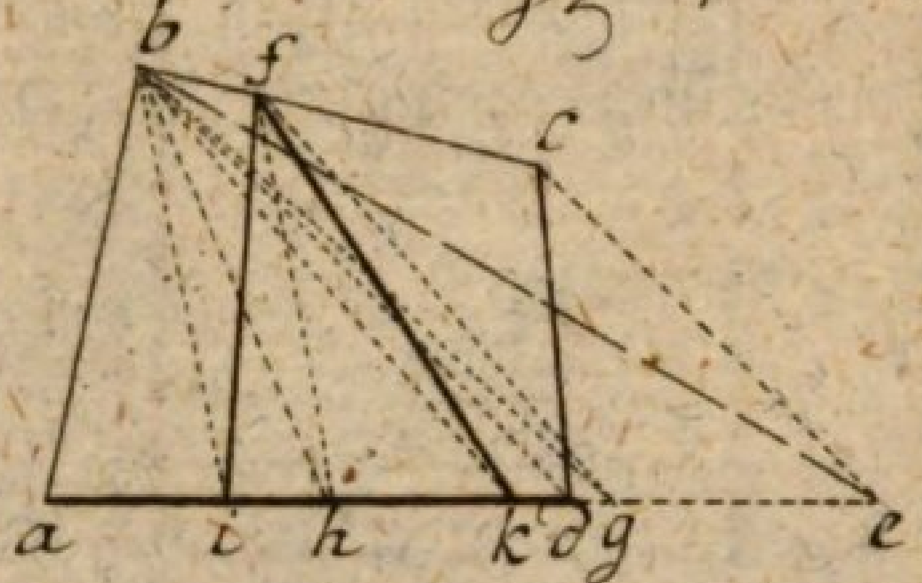
de M del.

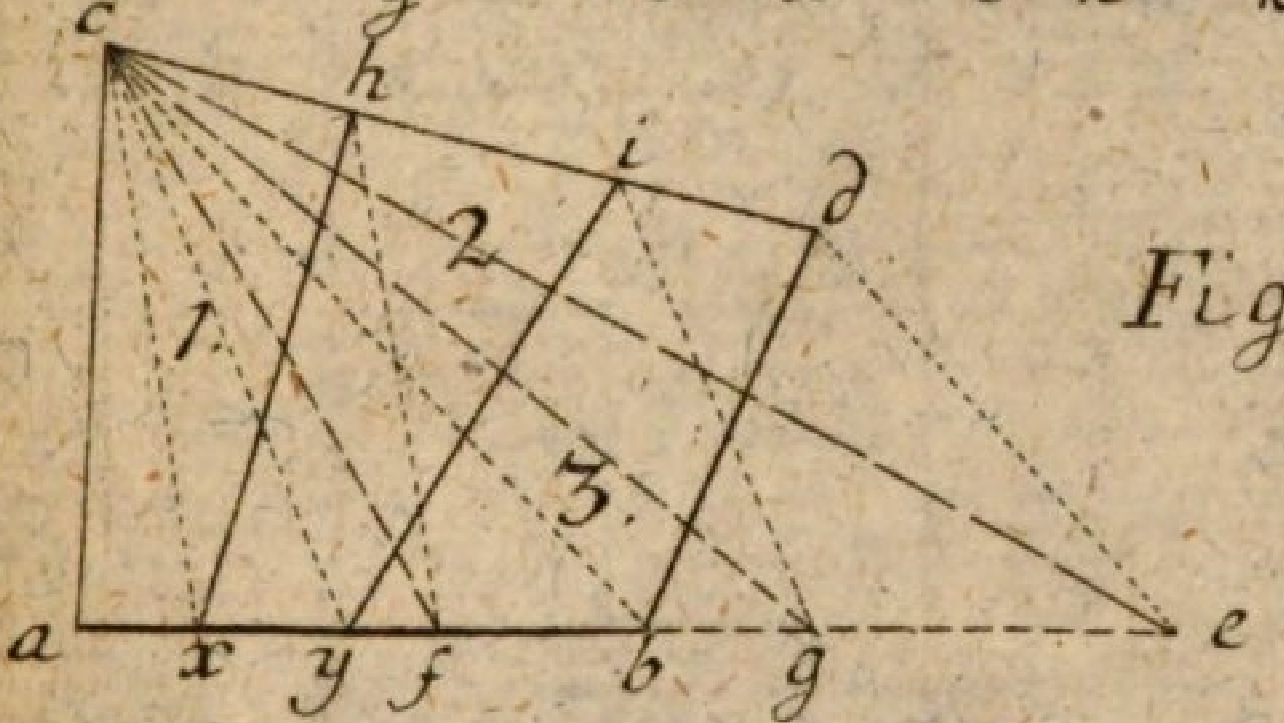
Tab. X LVI.

Figg: 174.



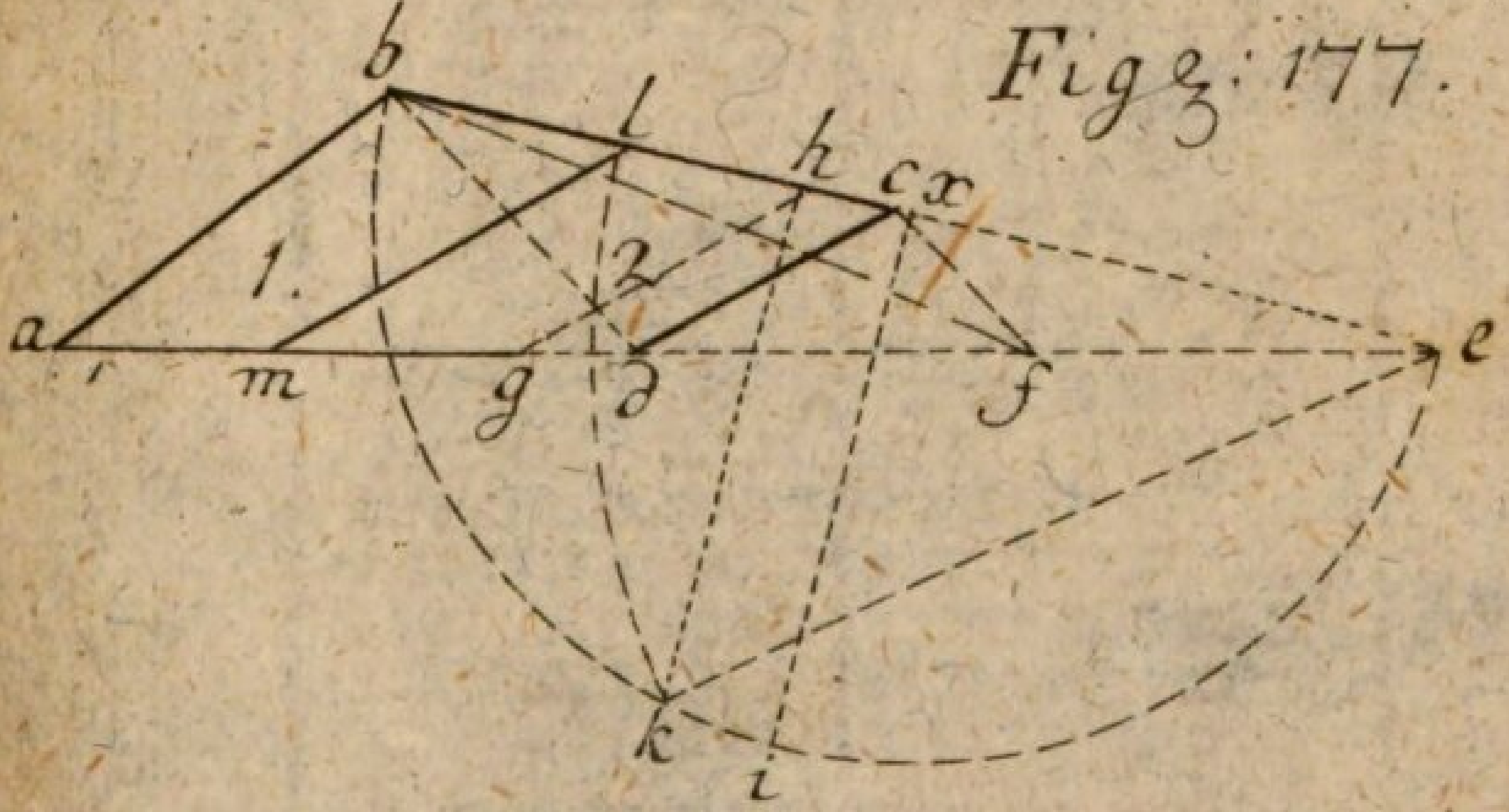
Figg: 175.





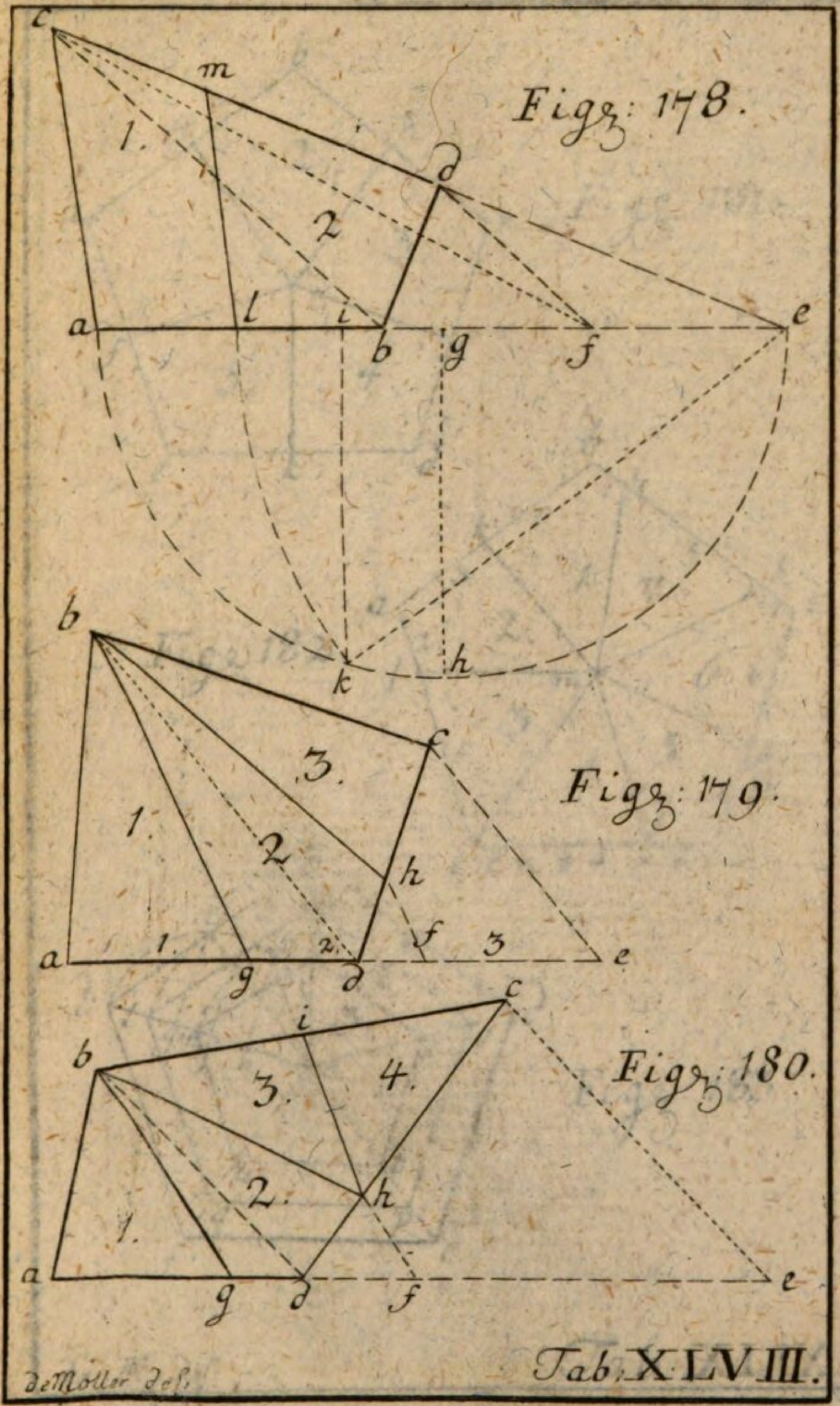
Figg: 176.

Figg: 177.



de M. del.

Tab. XLVII.



Figg: 178.

Figg: 179.

Figg: 180.

Tab: XLVIII.

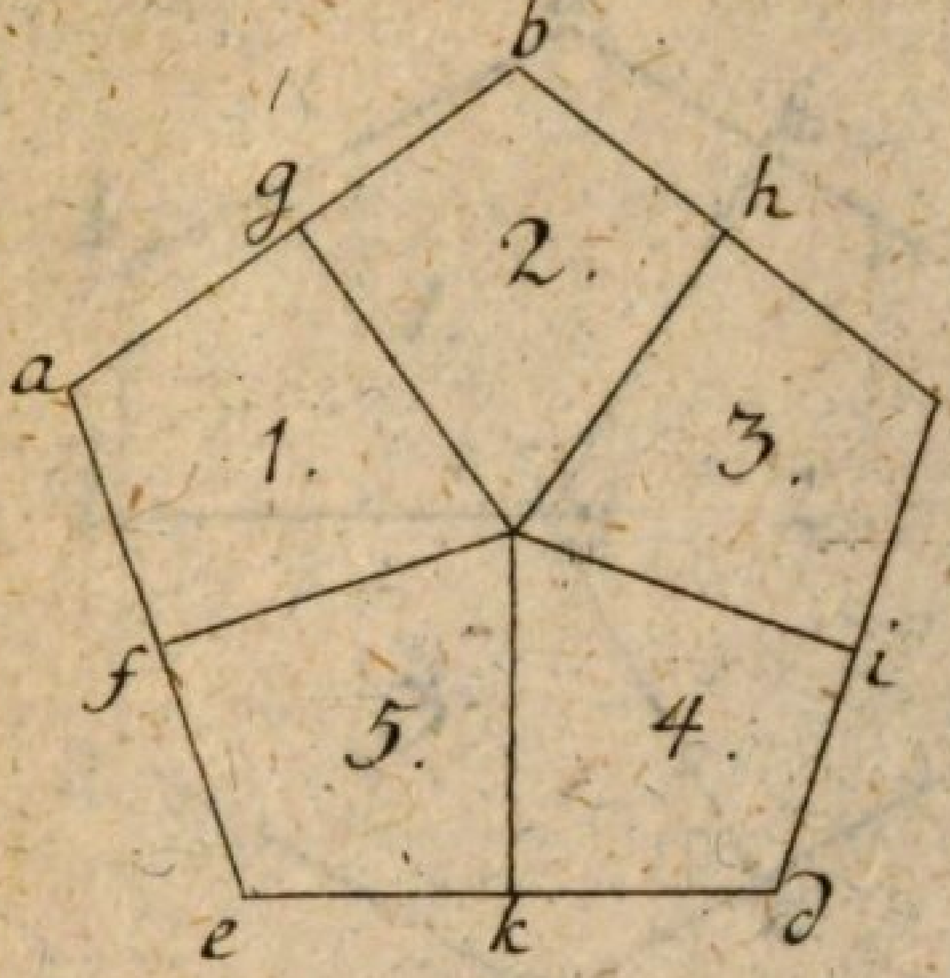


Fig: 181.

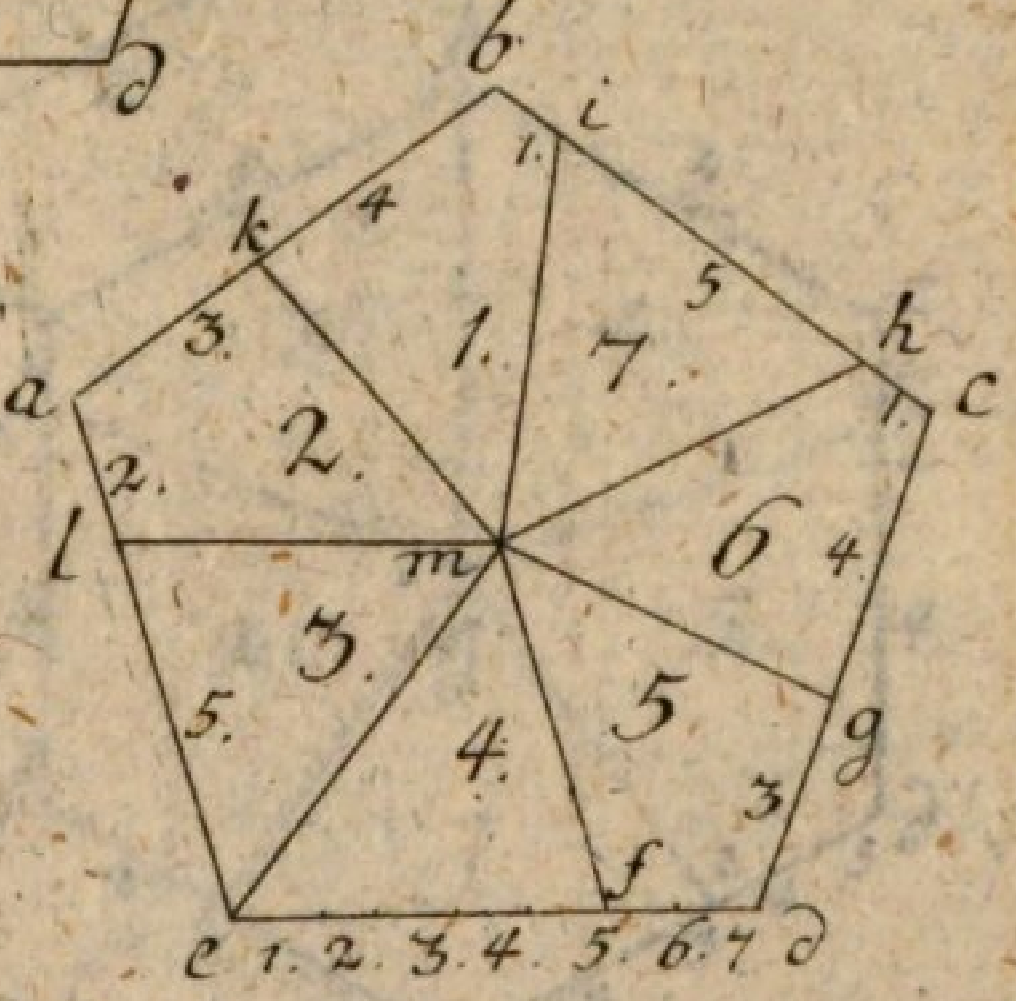


Fig: 182.

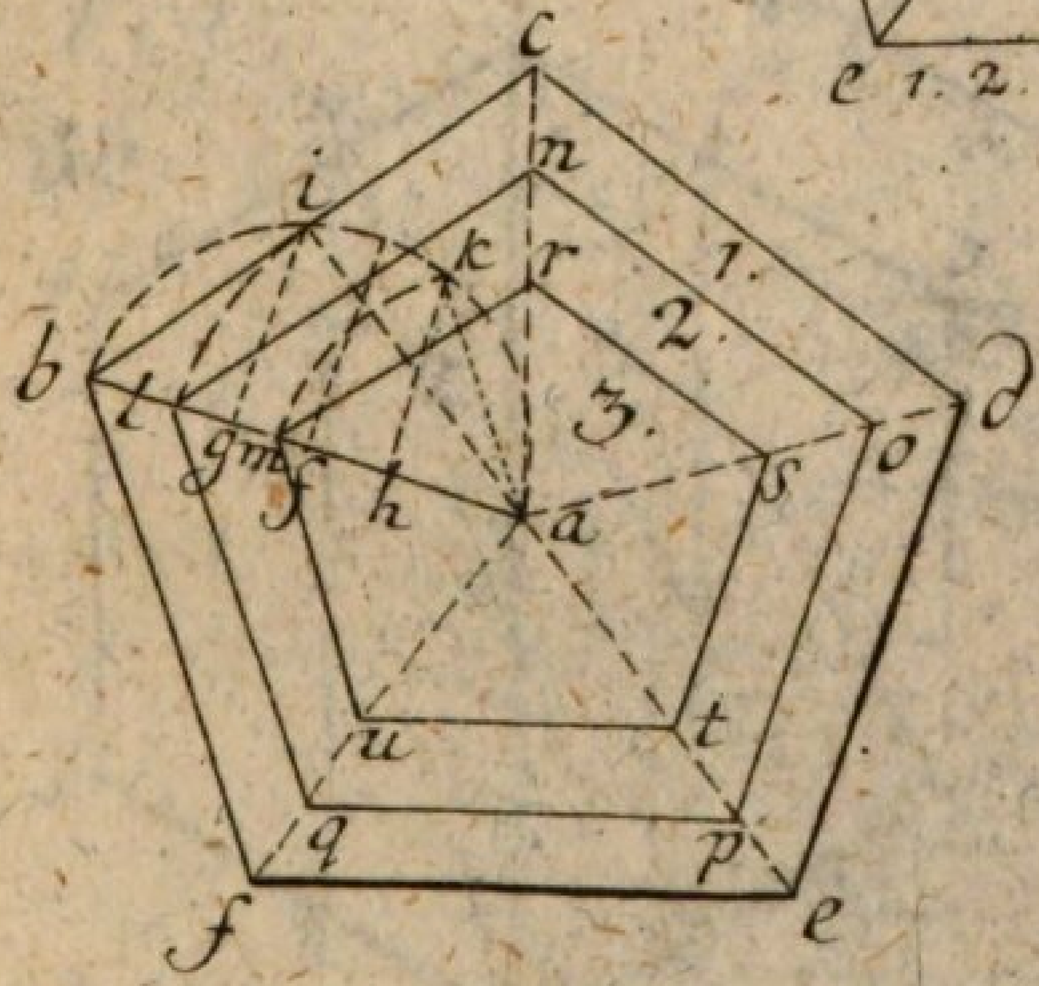
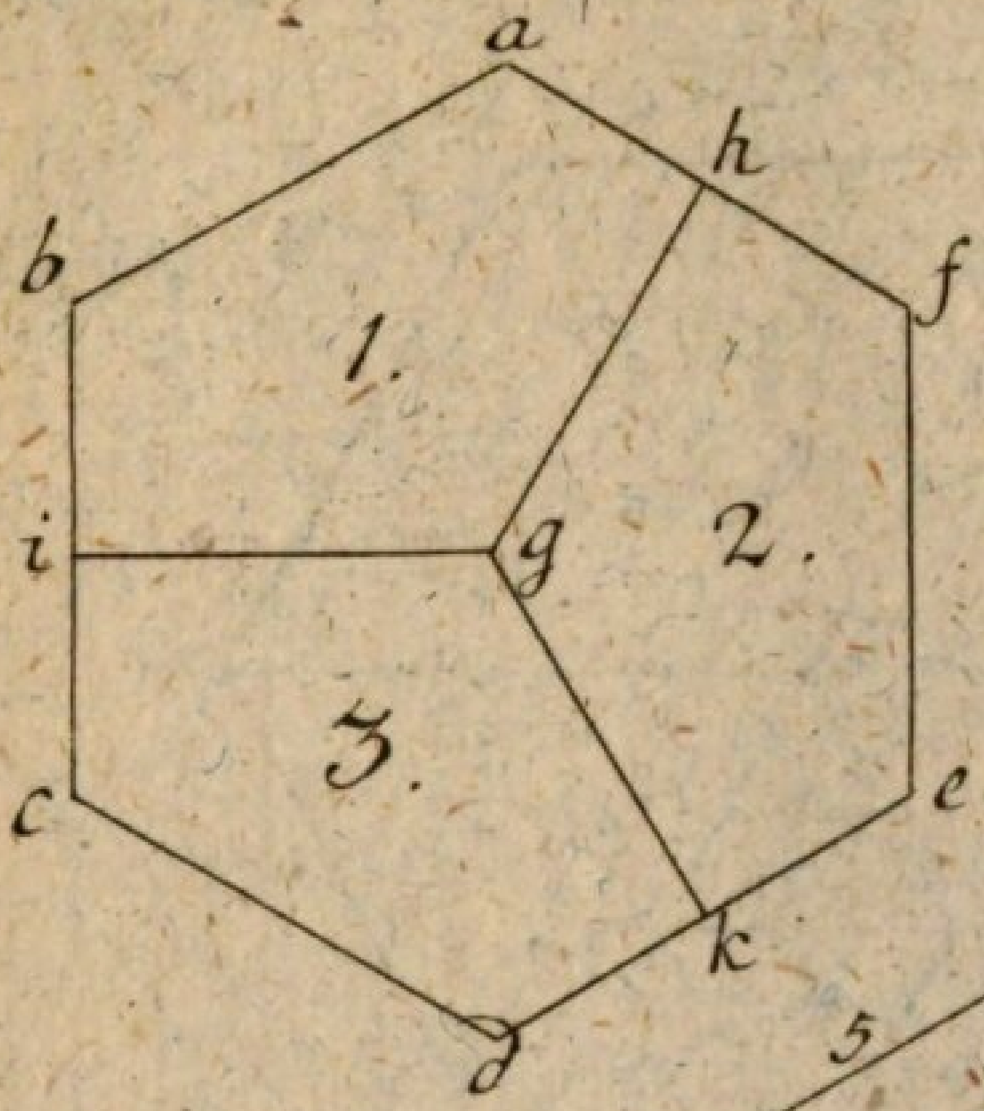


Fig: 183.

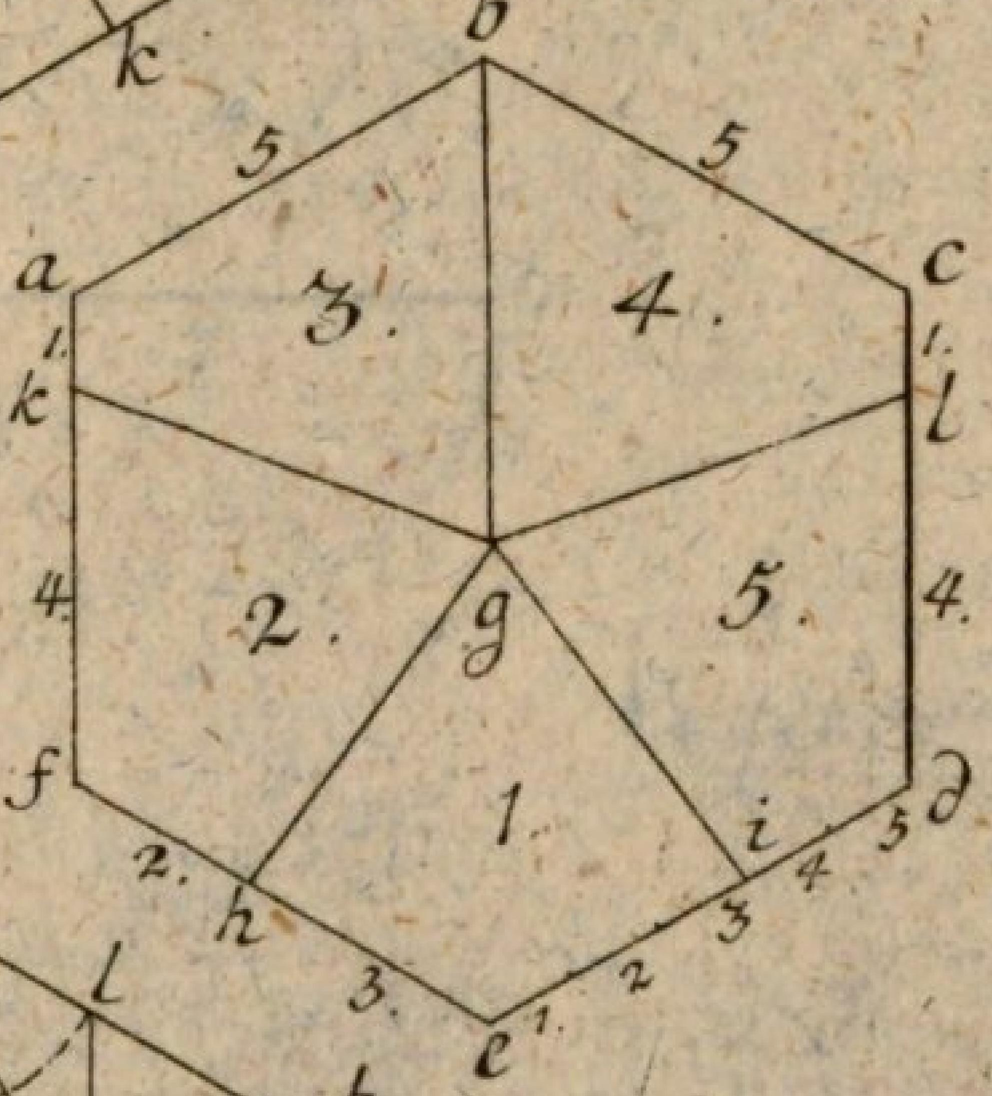
de M: del.

Tab: XLIX.

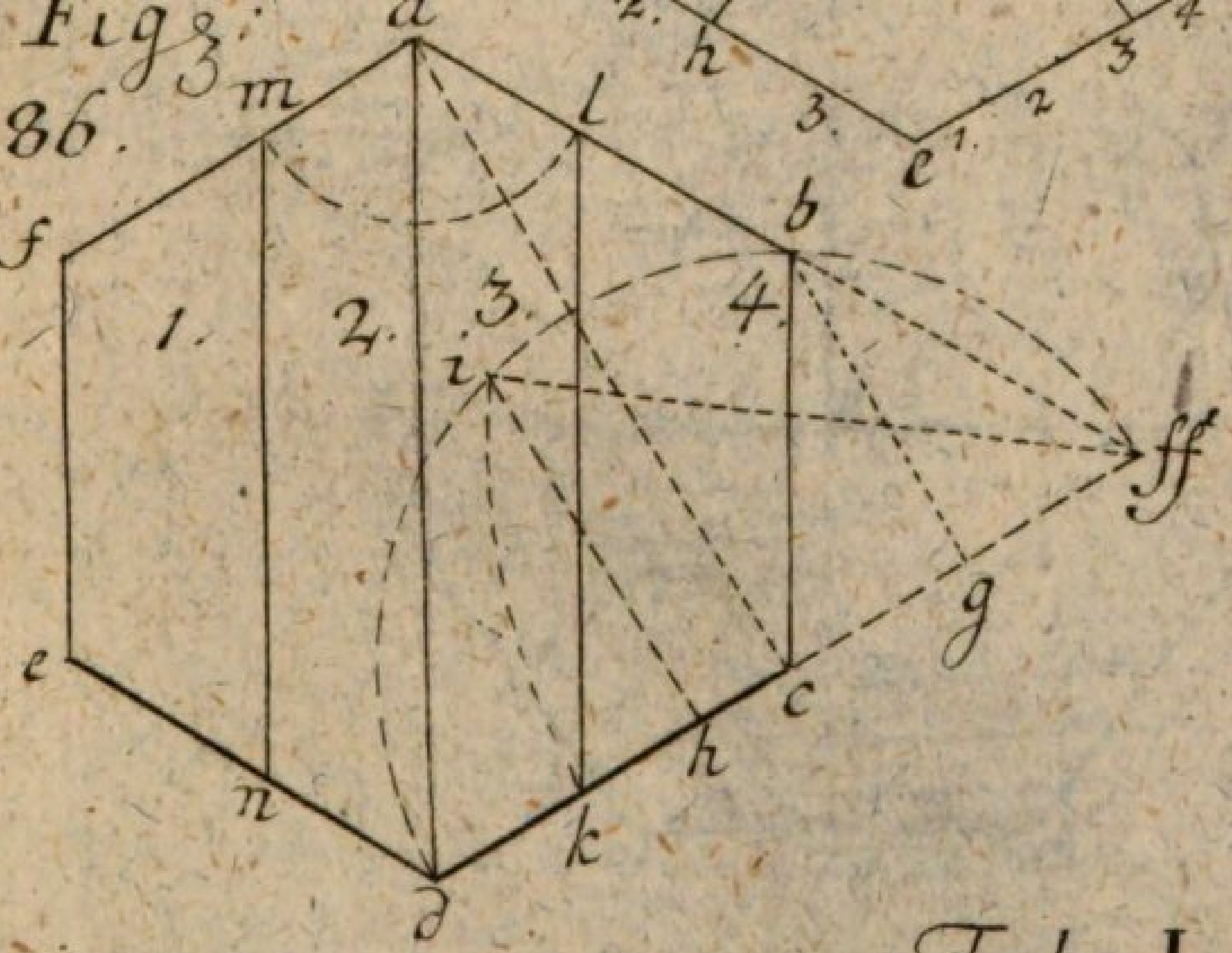
Figg: 184.



Figg: 185.



Figg: 186.



Tab: L.

Fig. 187

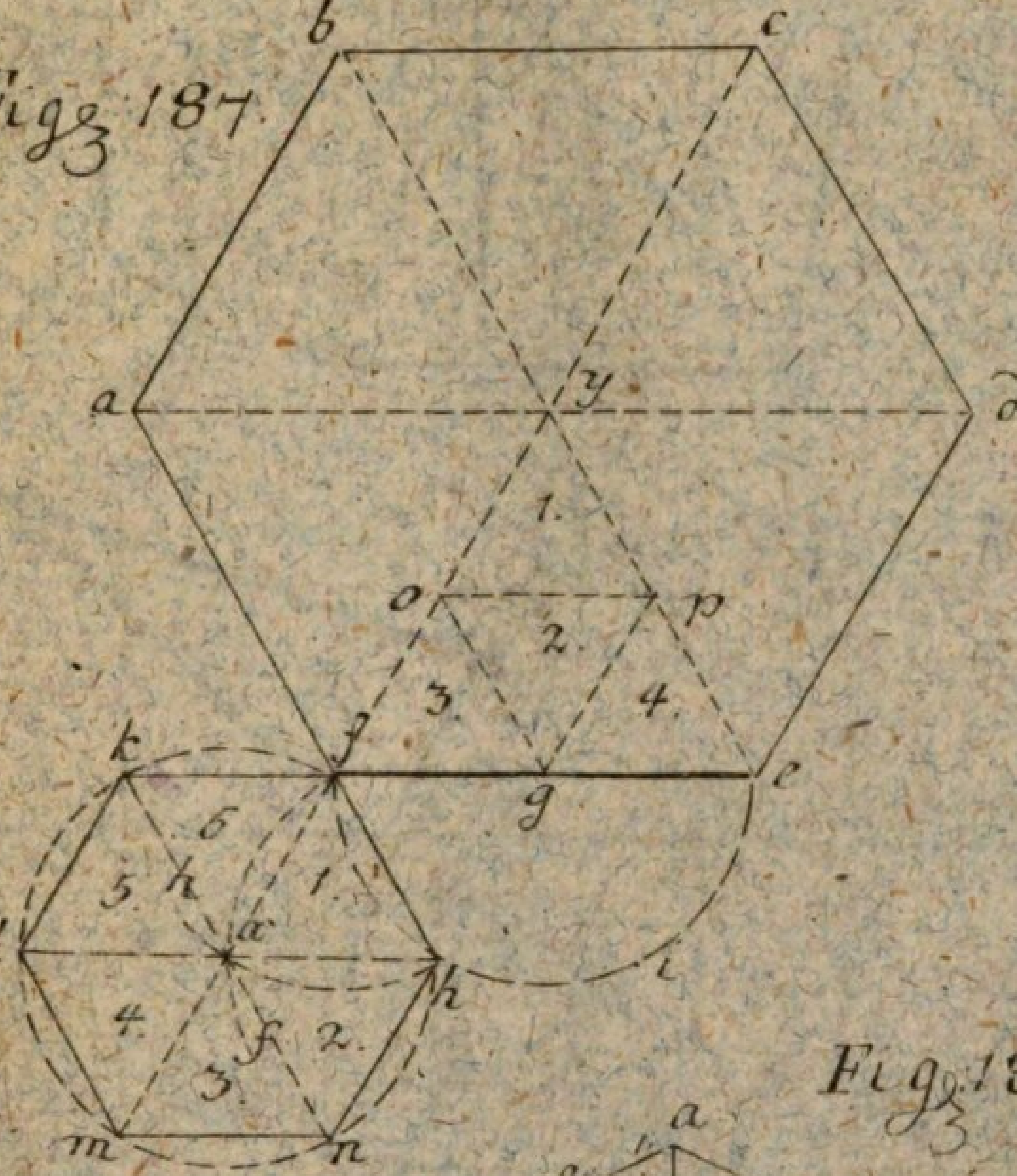
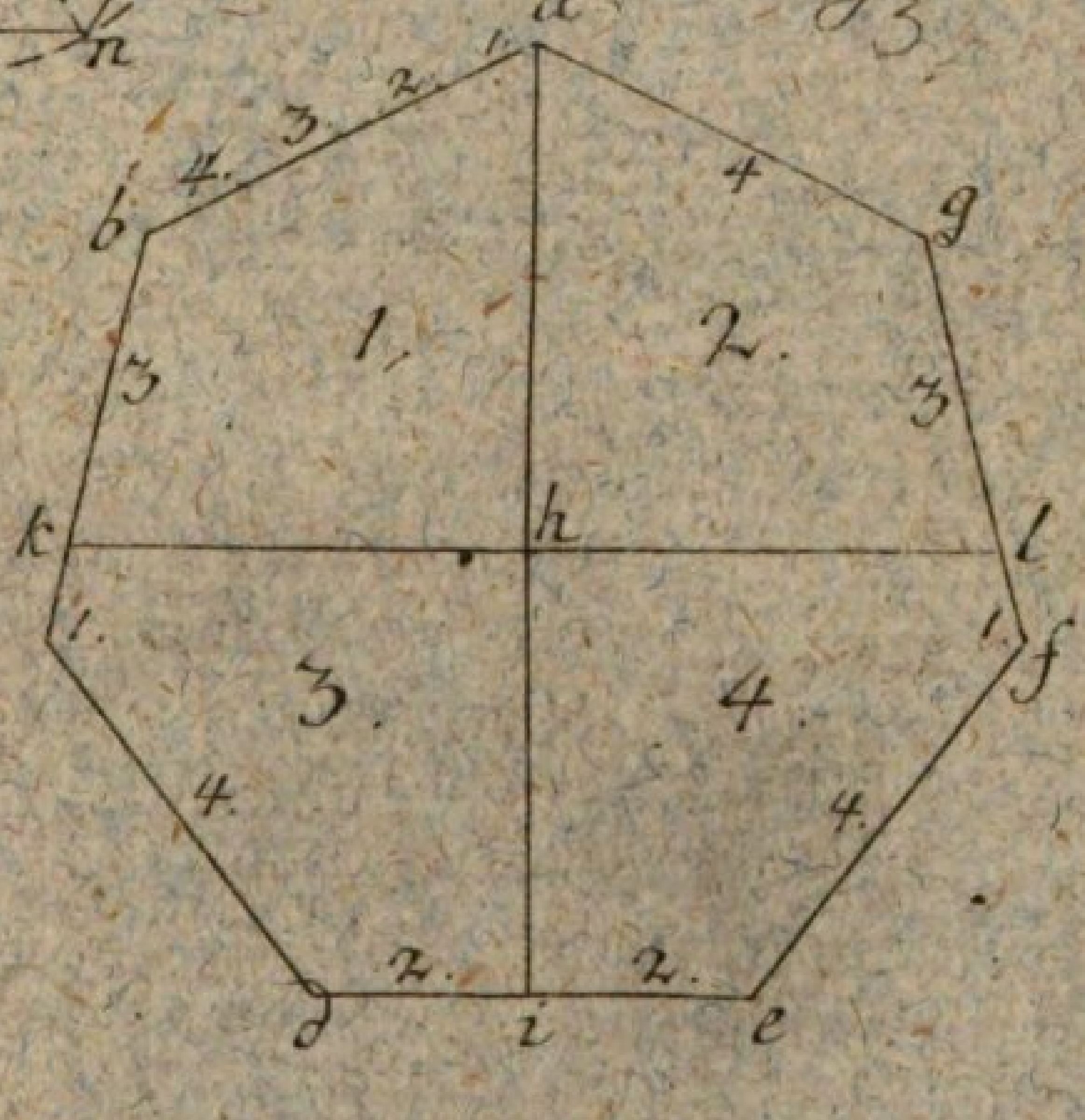
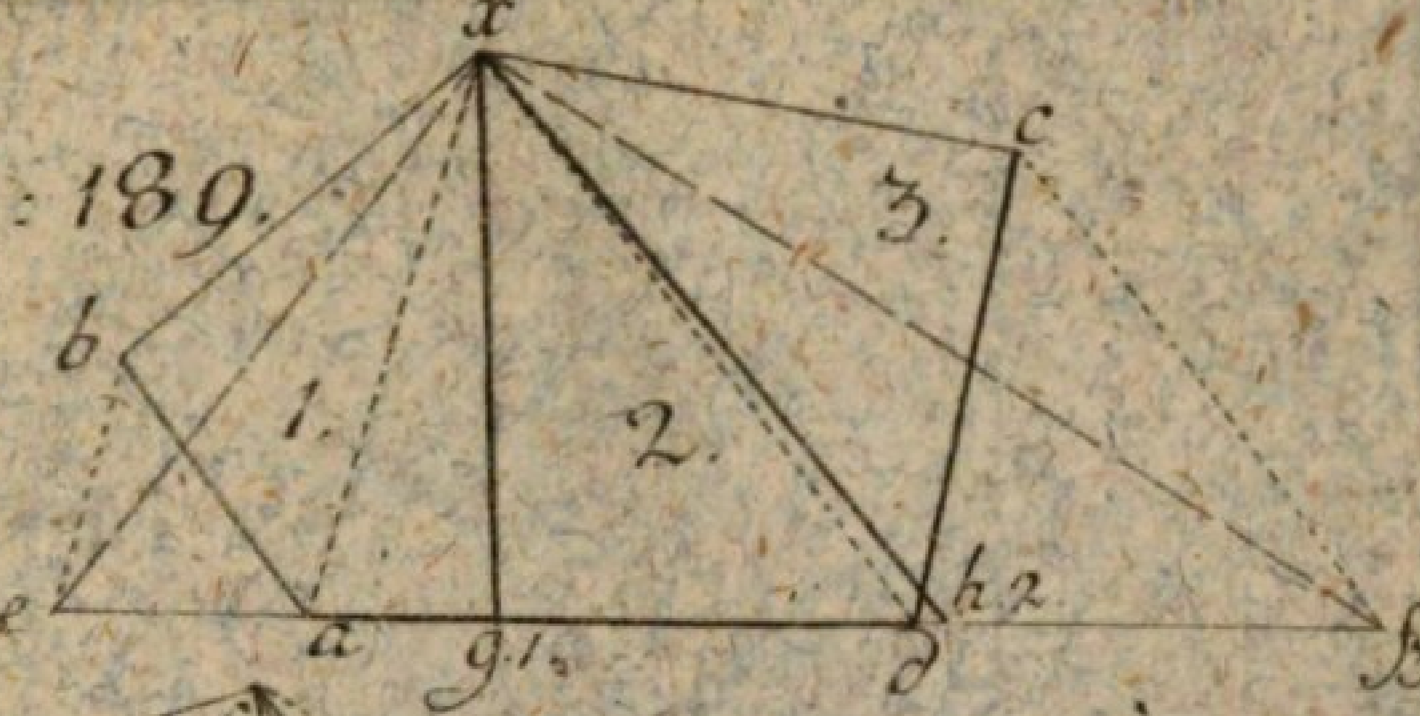


Fig. 188

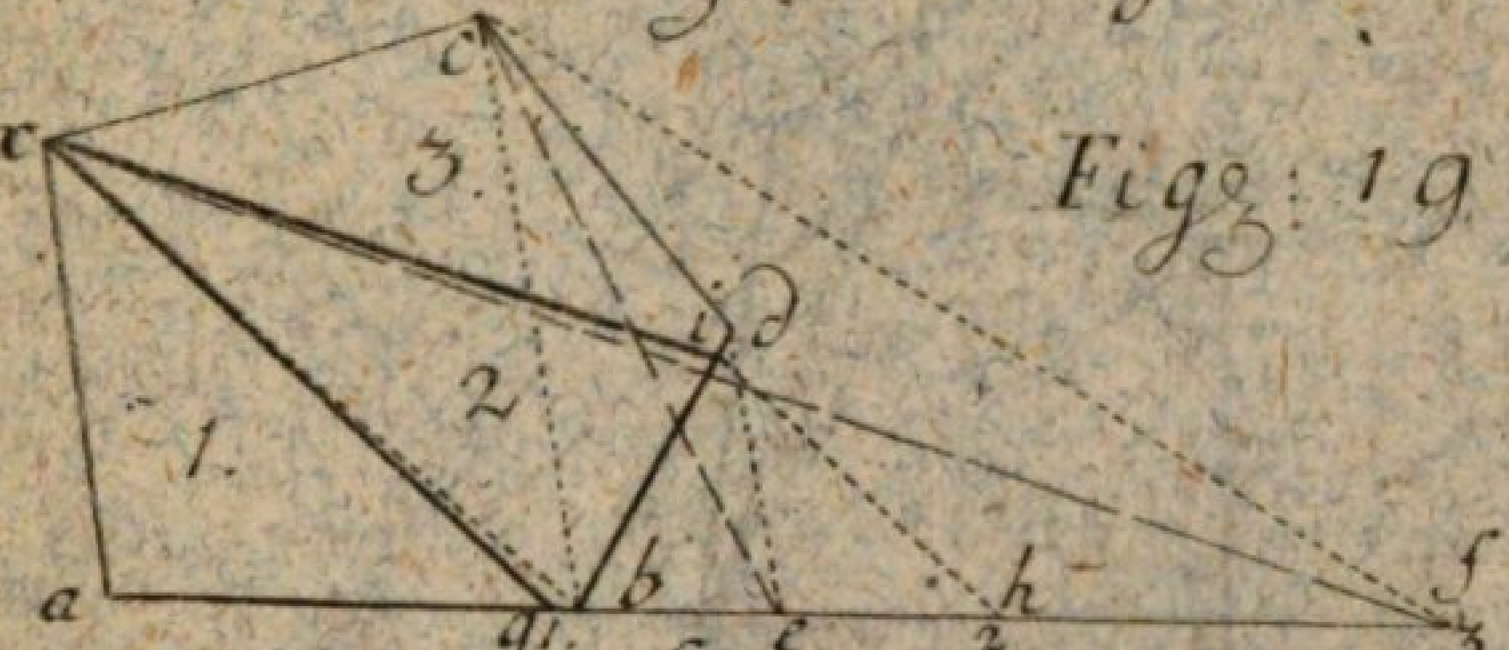


Tab. LI.

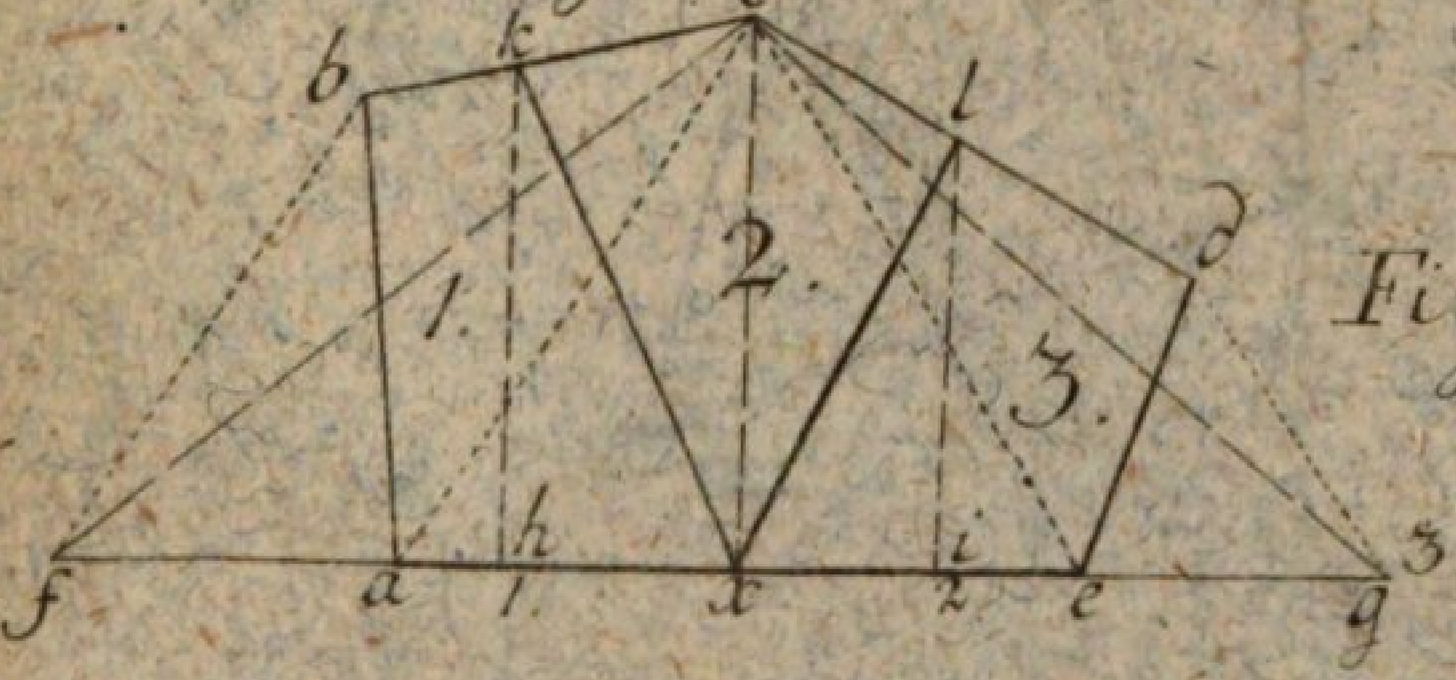
Figg: 189.



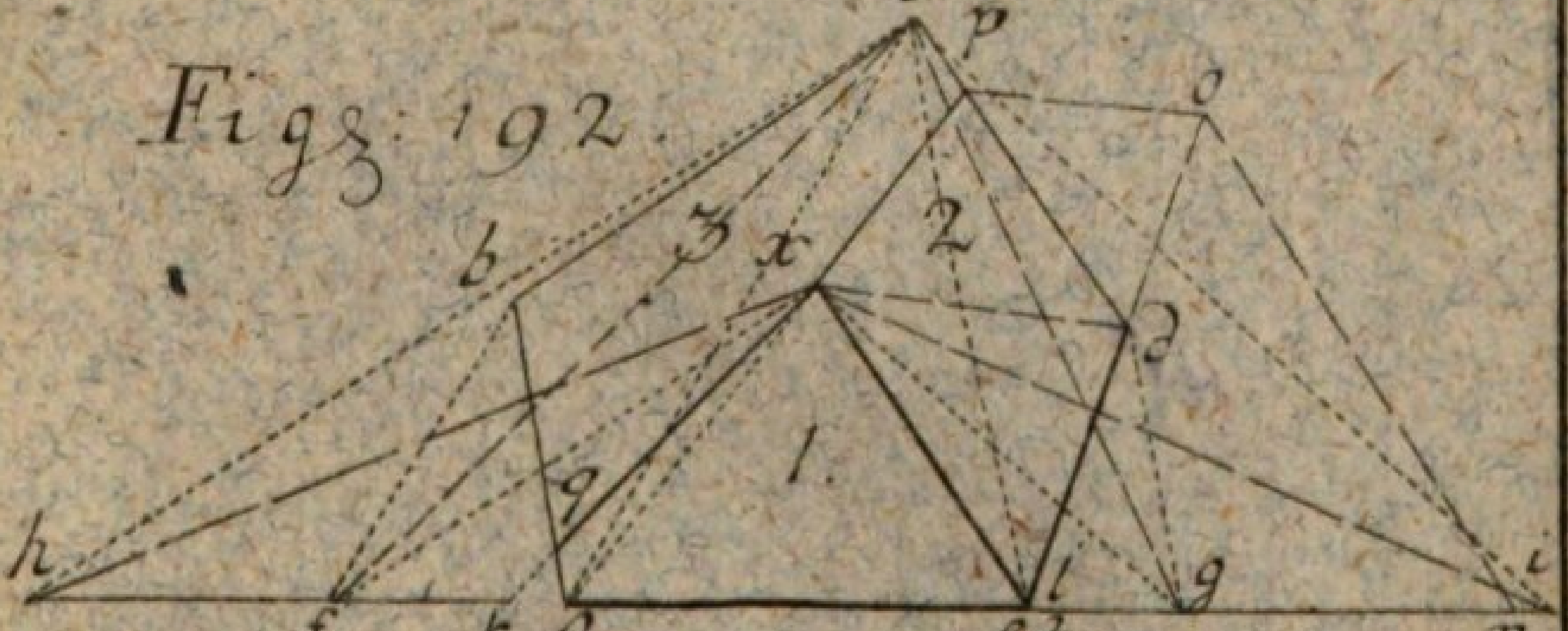
Figg: 190.



Figg: 191.



Figg: 192.

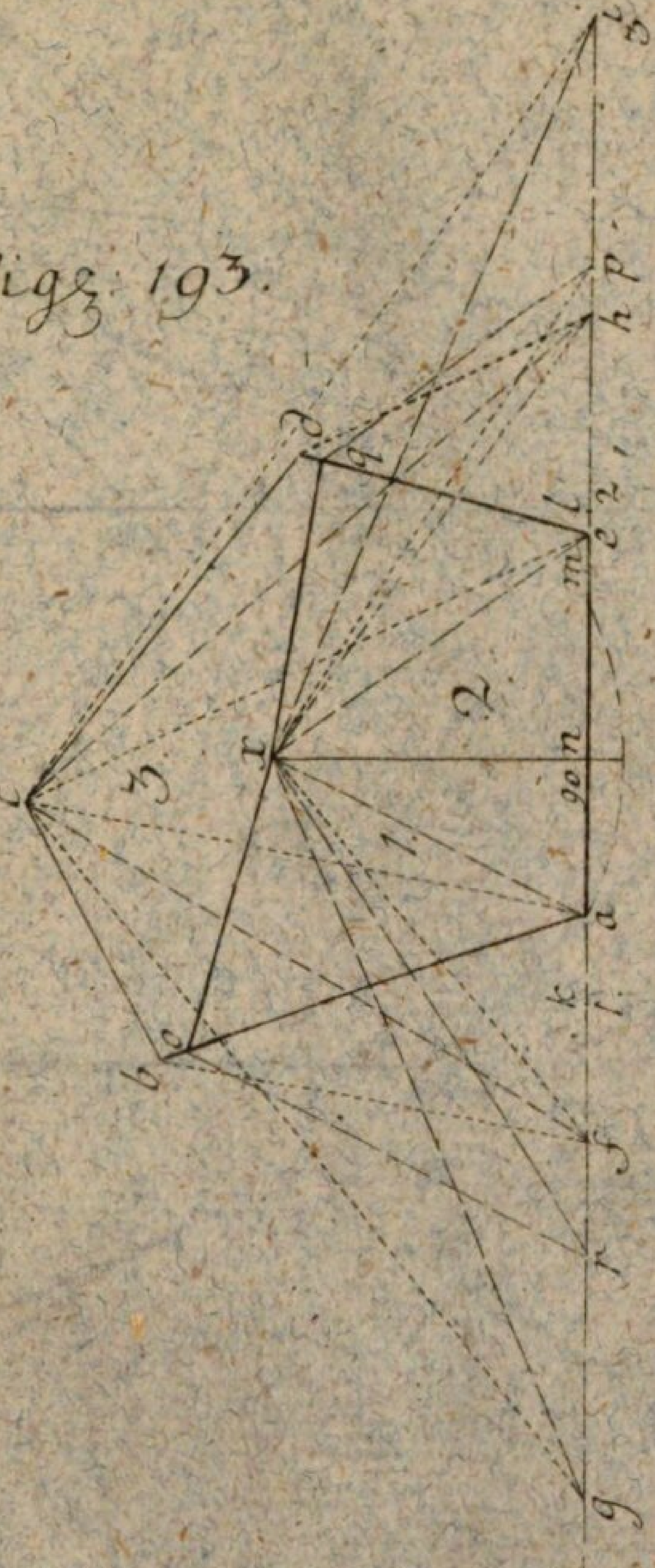


de M. del.

Tab. LII.

J. D. P. sc.

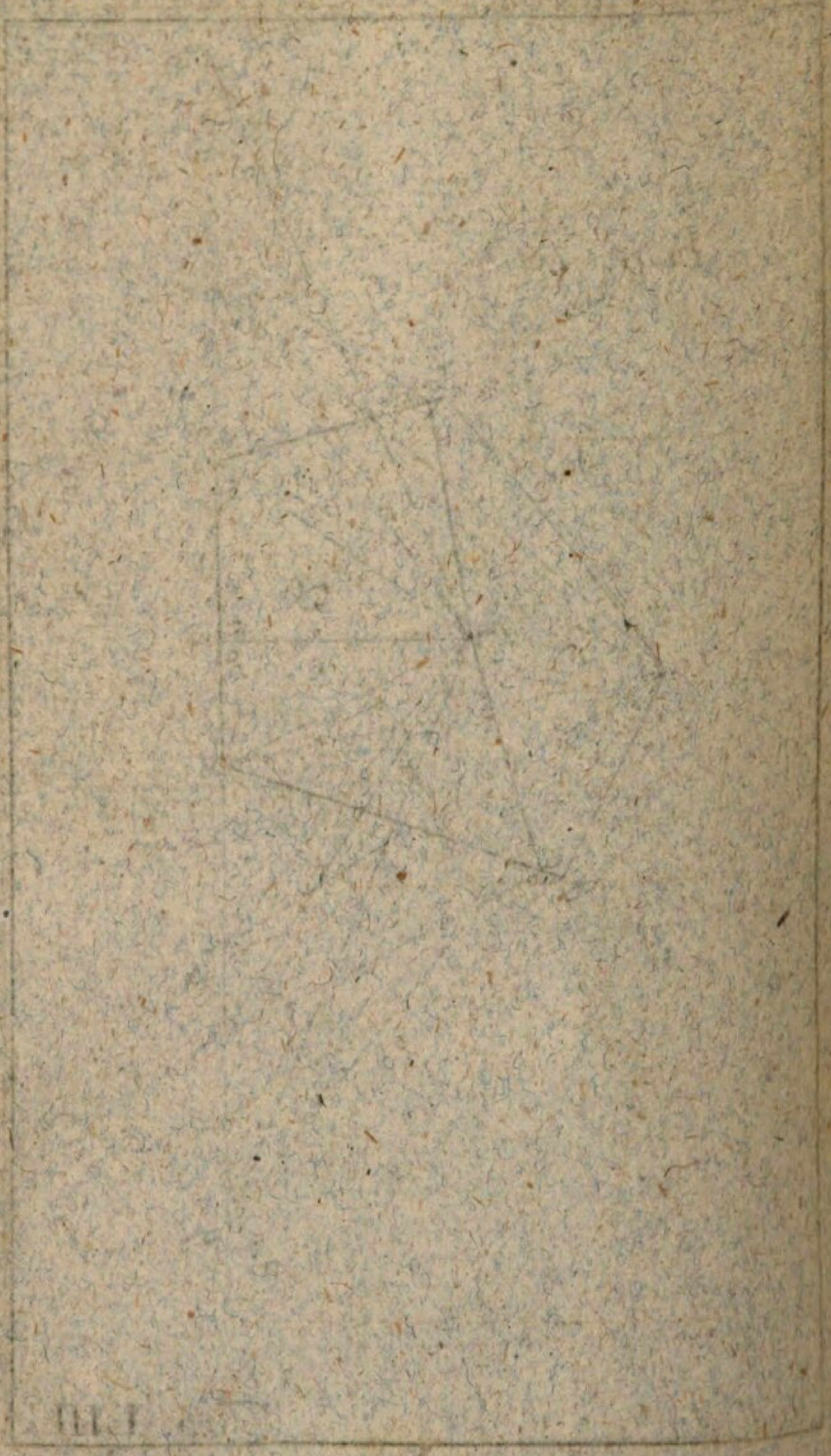
Figg: 193.

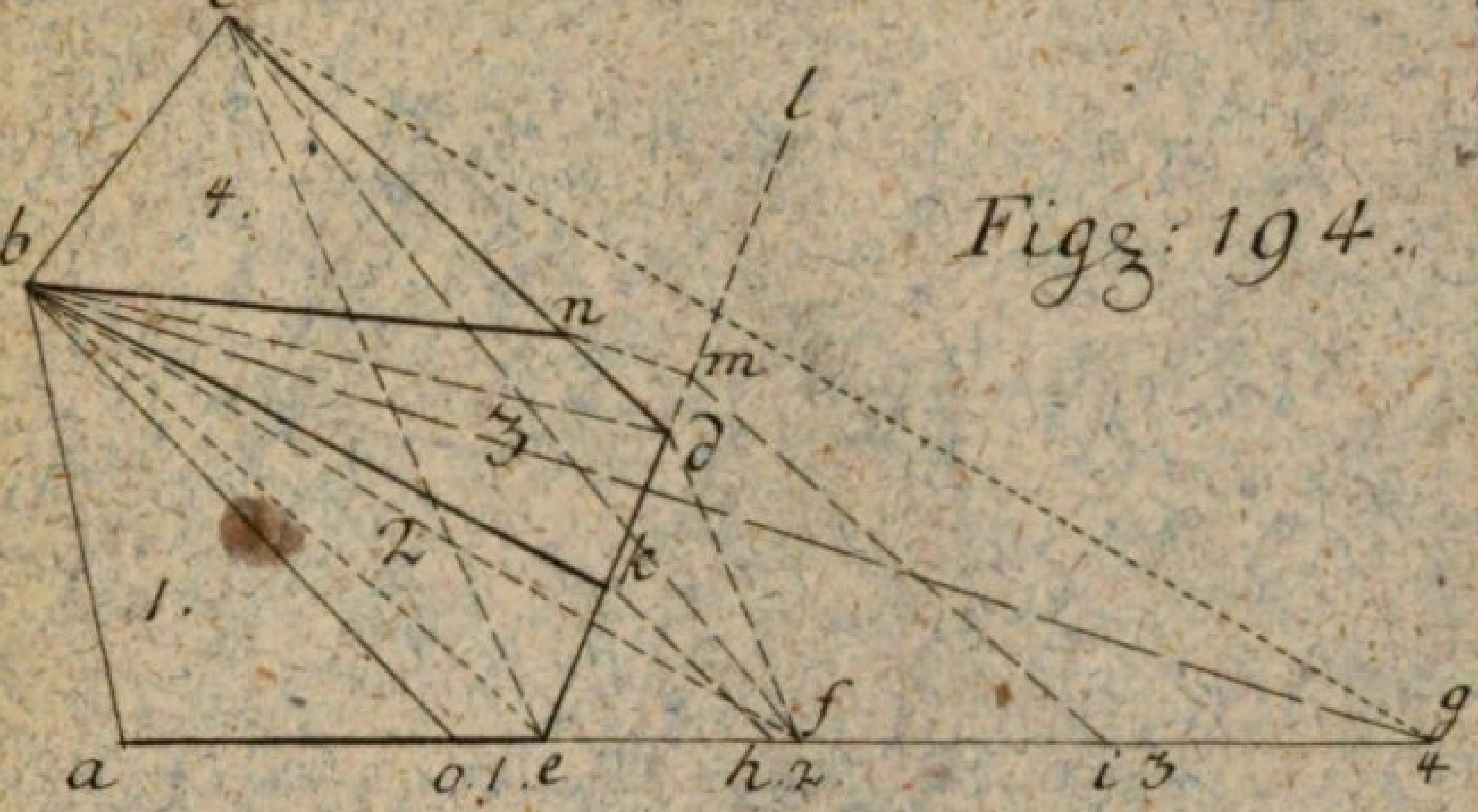


de M. del.

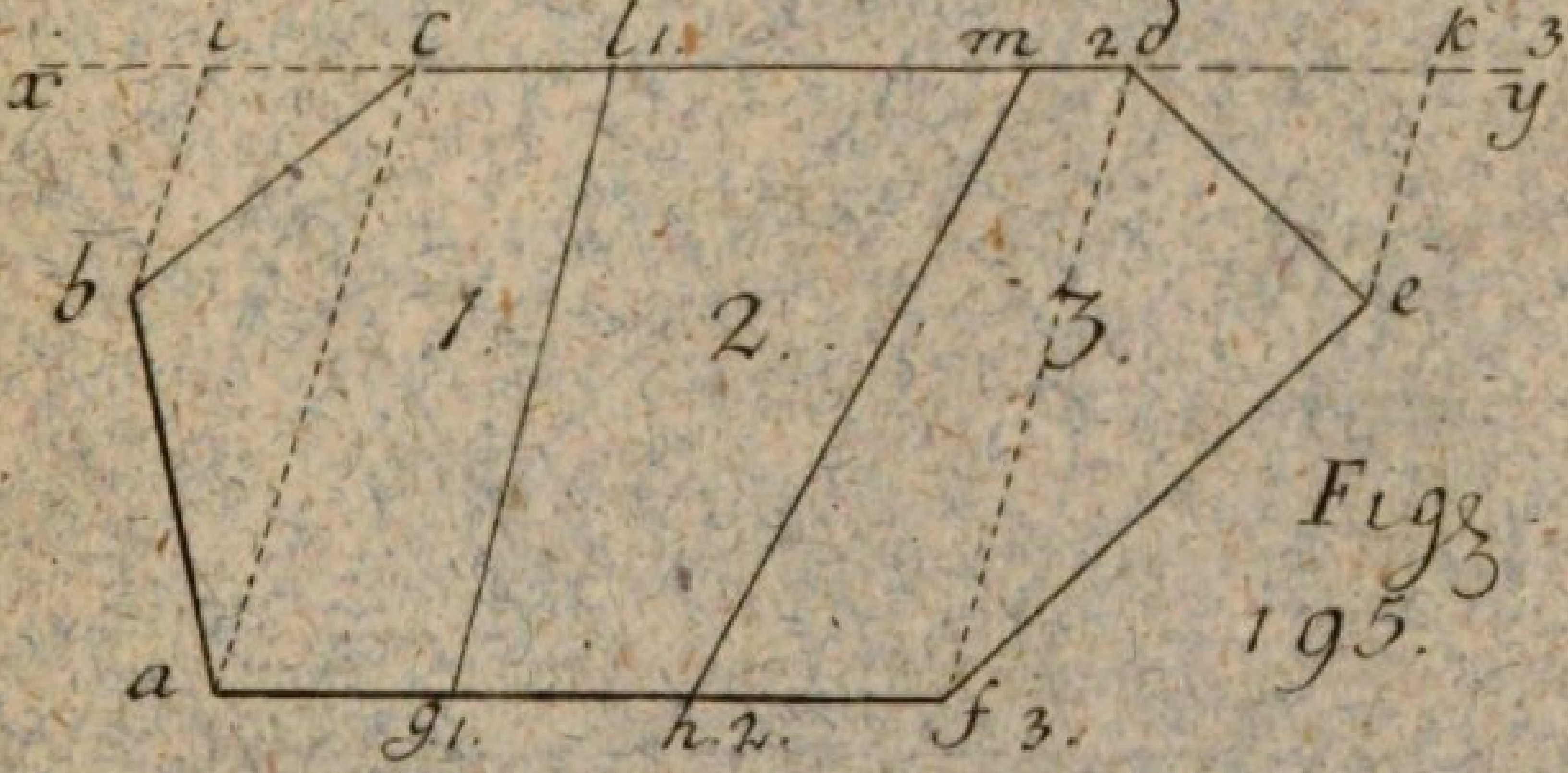
Tab. LIII.

J. D. P. sc.

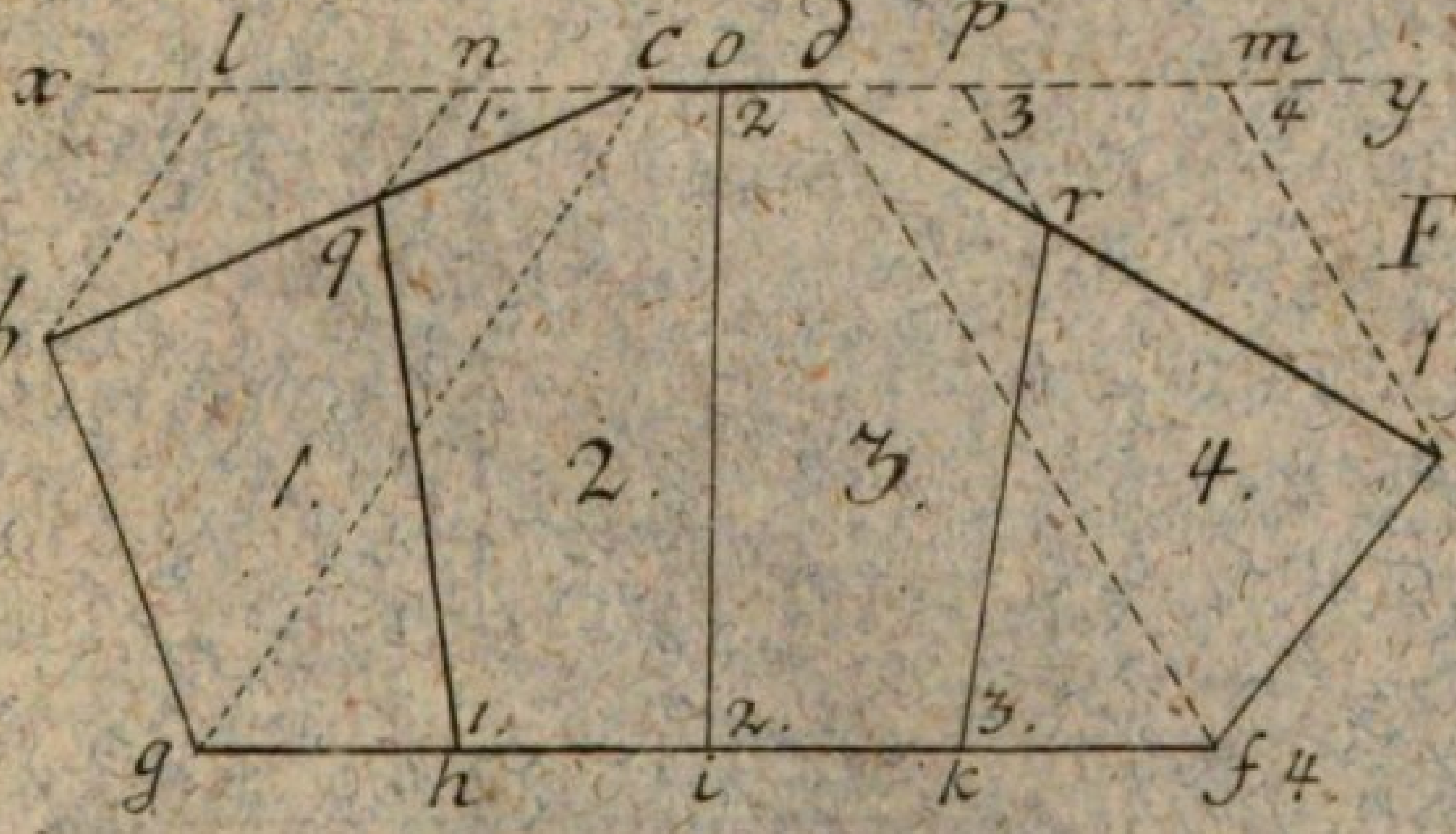




Figg: 194.



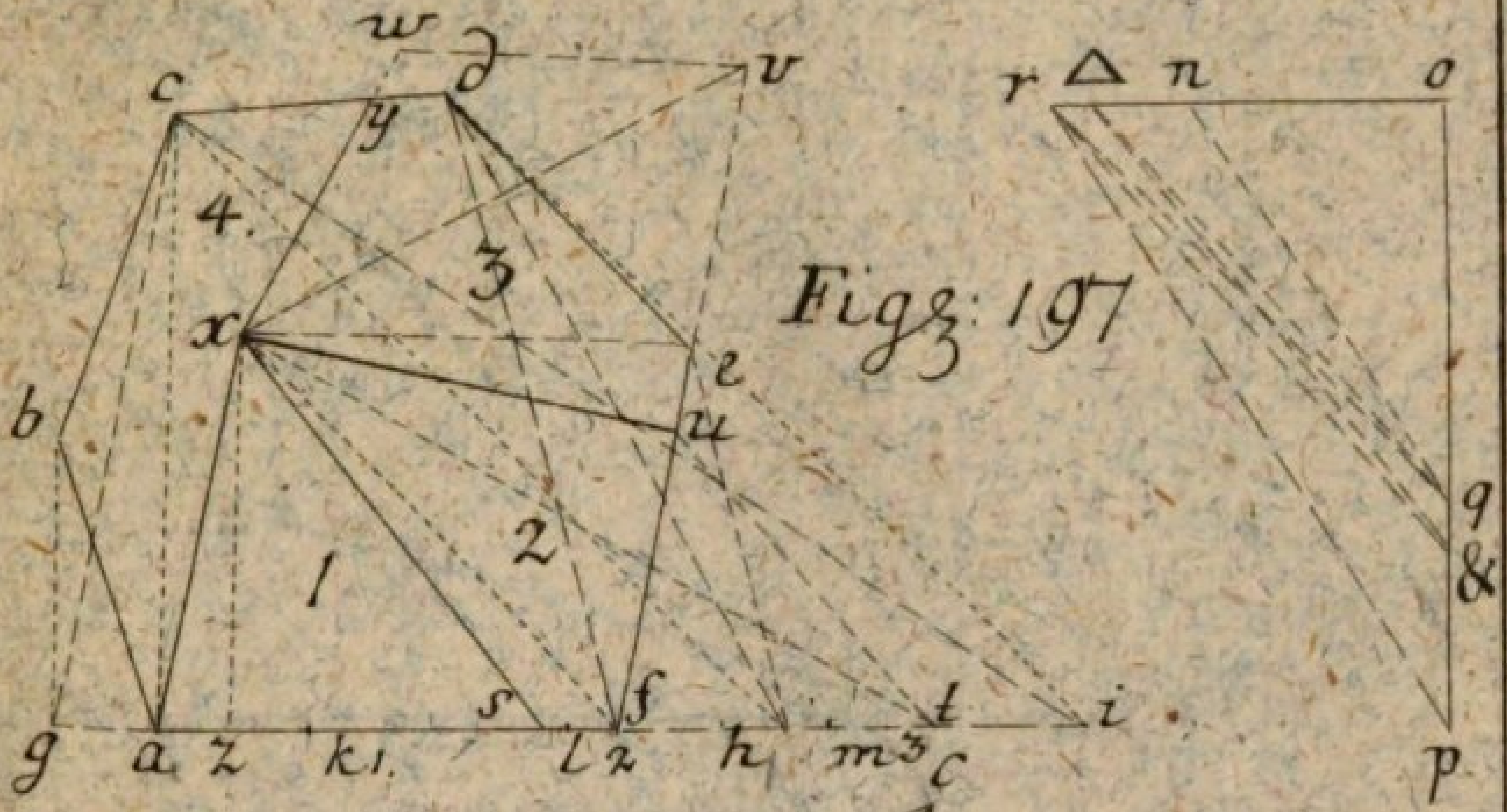
Figg 195.



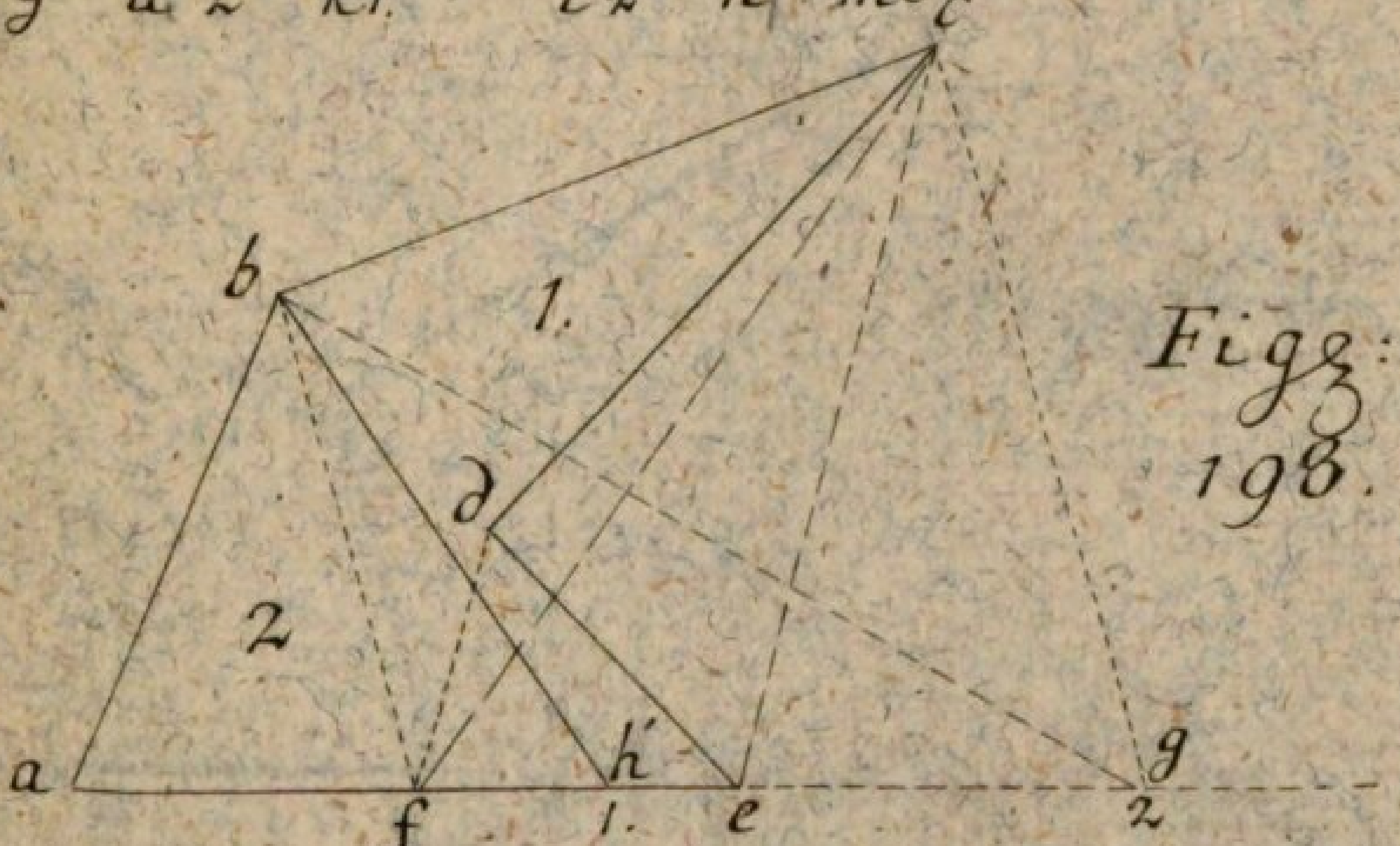
Figg. 196.

de M. del.

Tab. LIV.

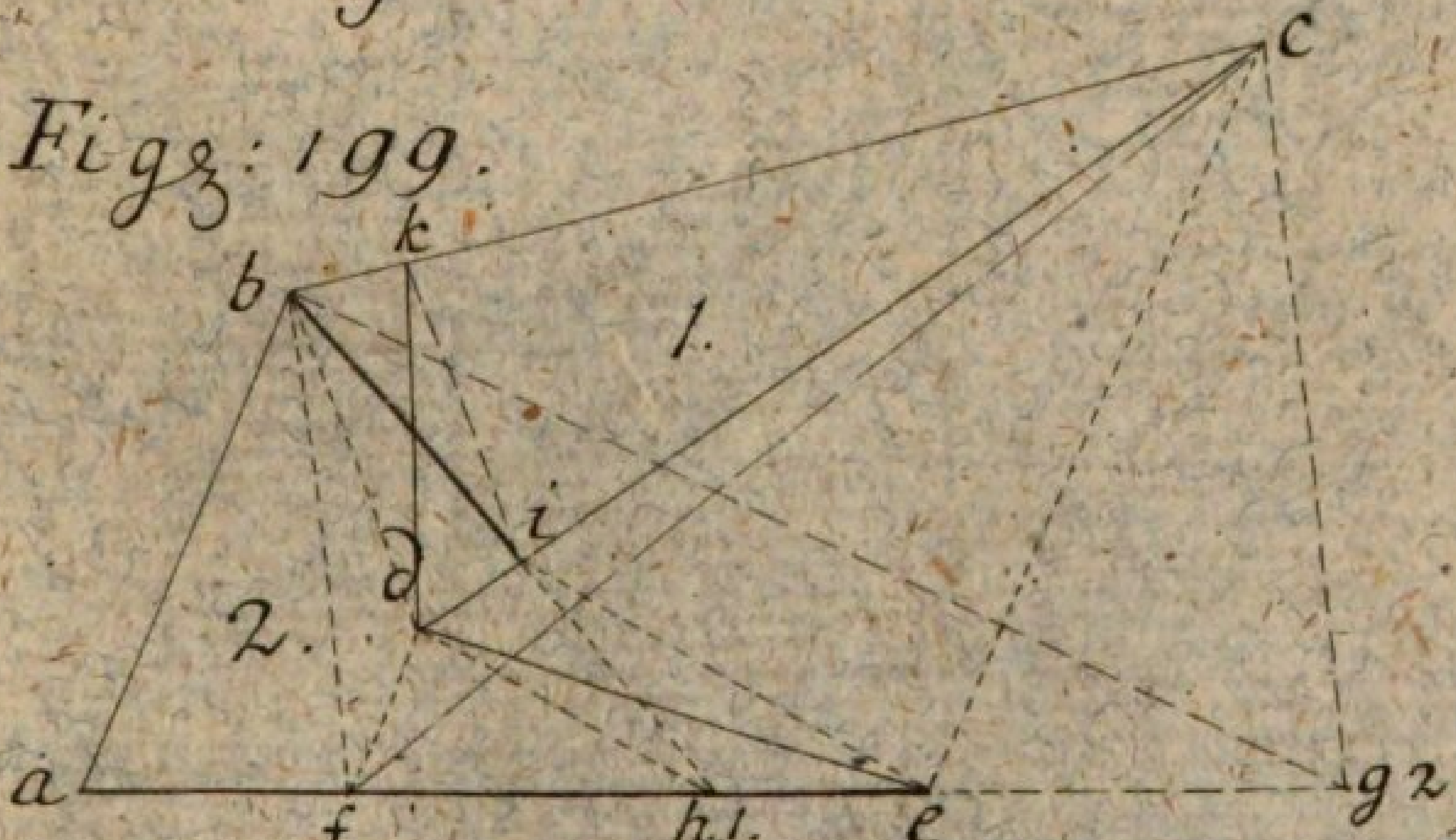


Figg: 197



Figg: 198.

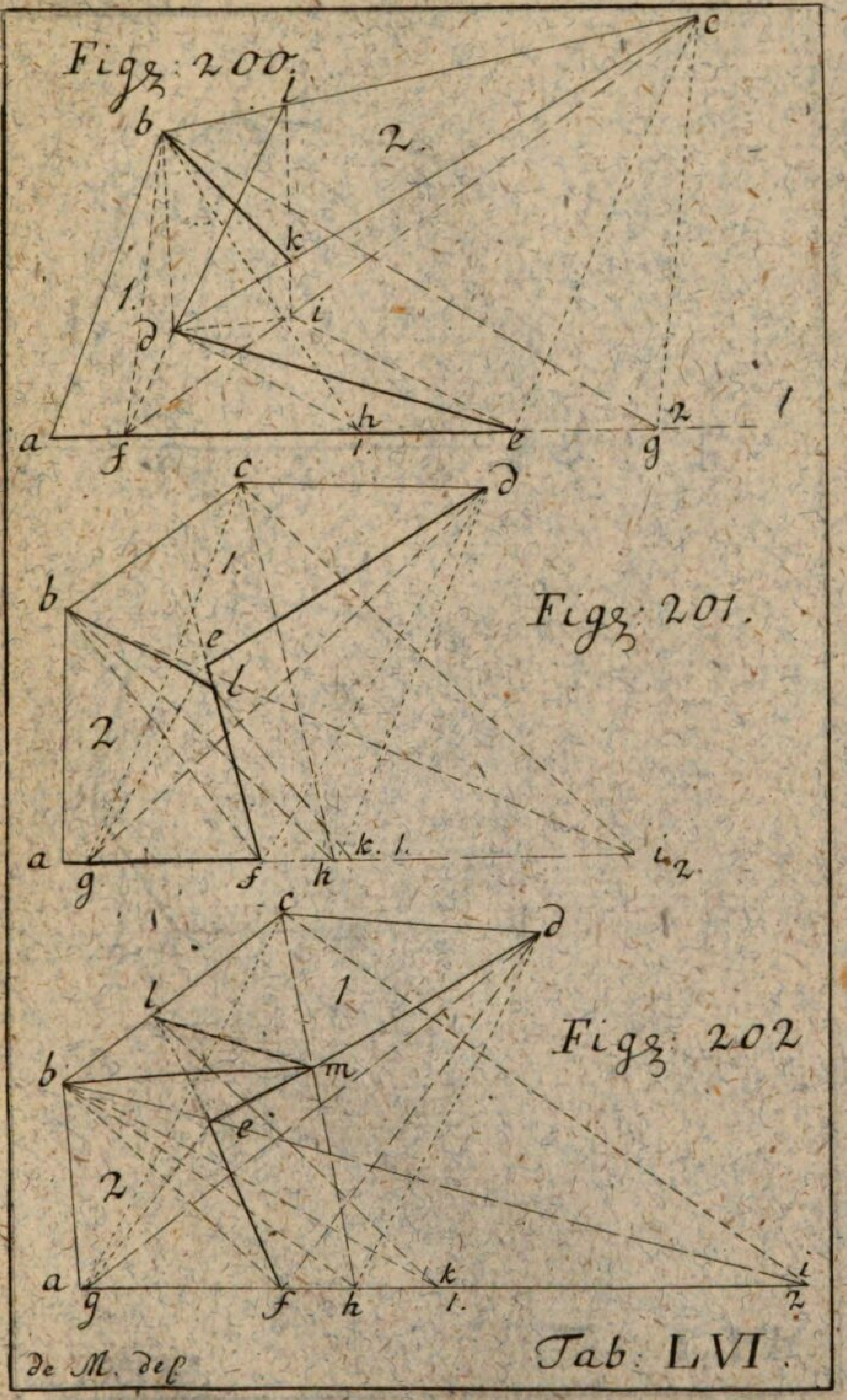
Figg: 199.

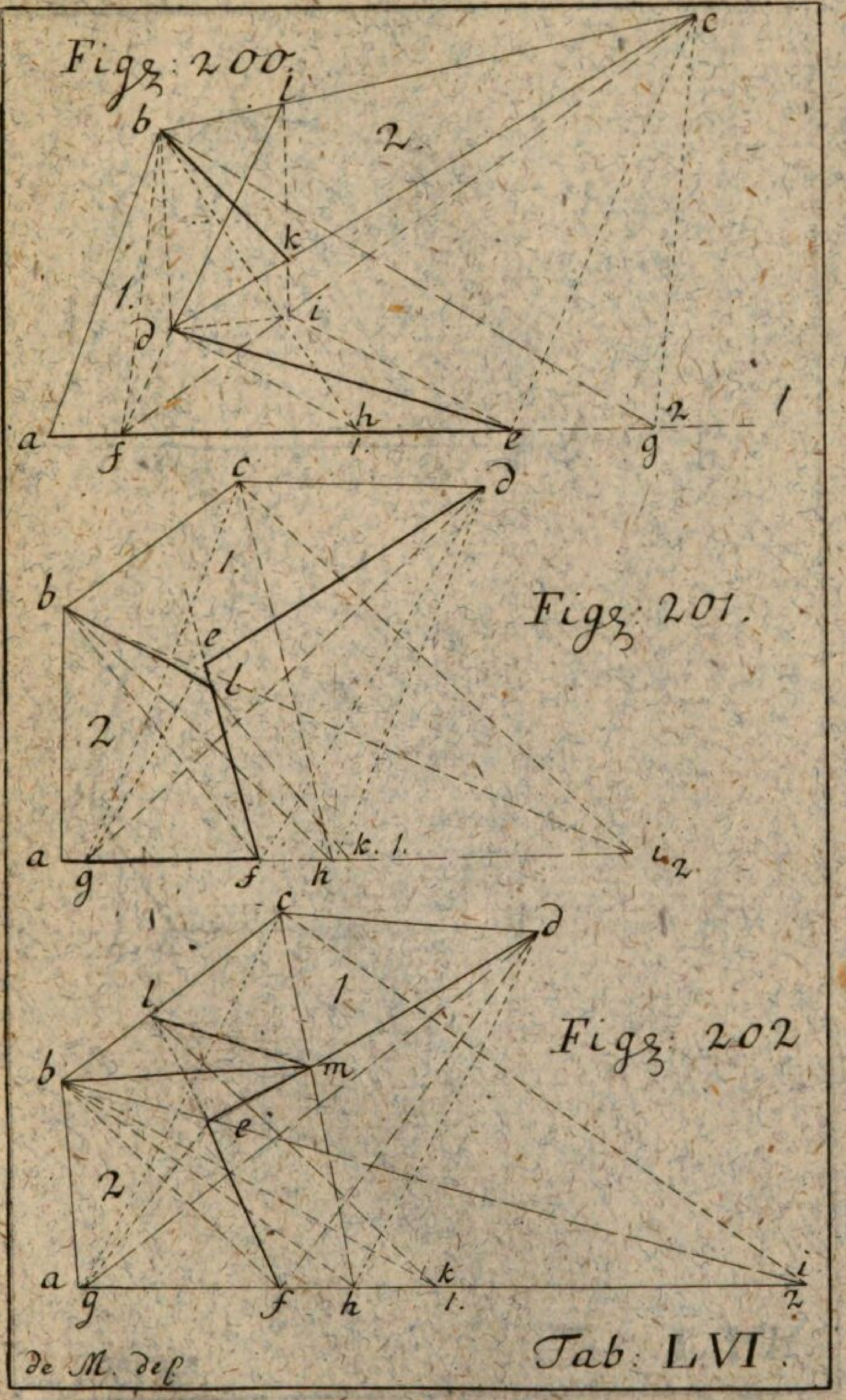


de M del

Tab: LV.

I. D. P. sc.


Figz: 200.
Figz: 201.
Figz: 202
de M. del.
Tab: LVI.



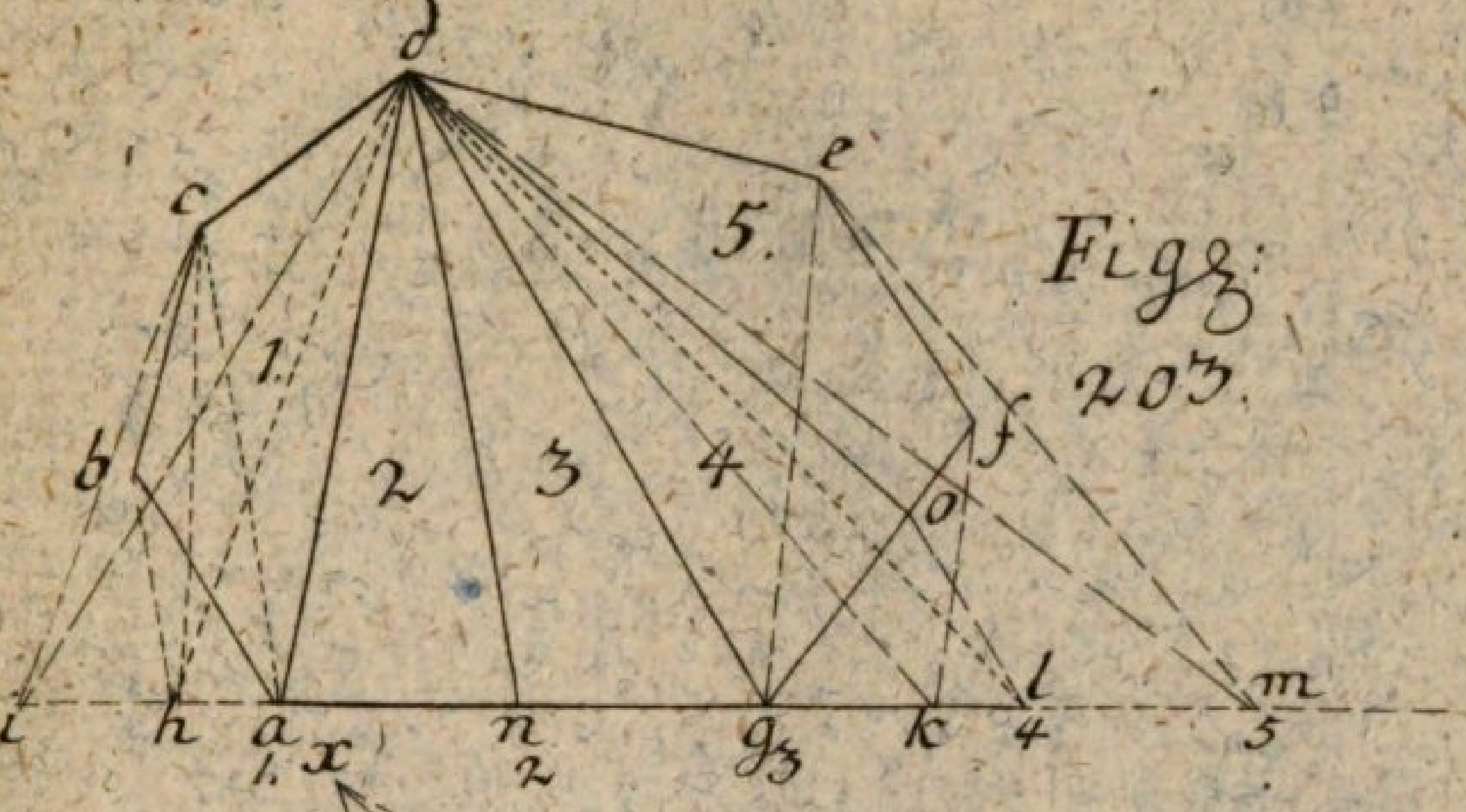
Figz: 200.

Figz: 201.

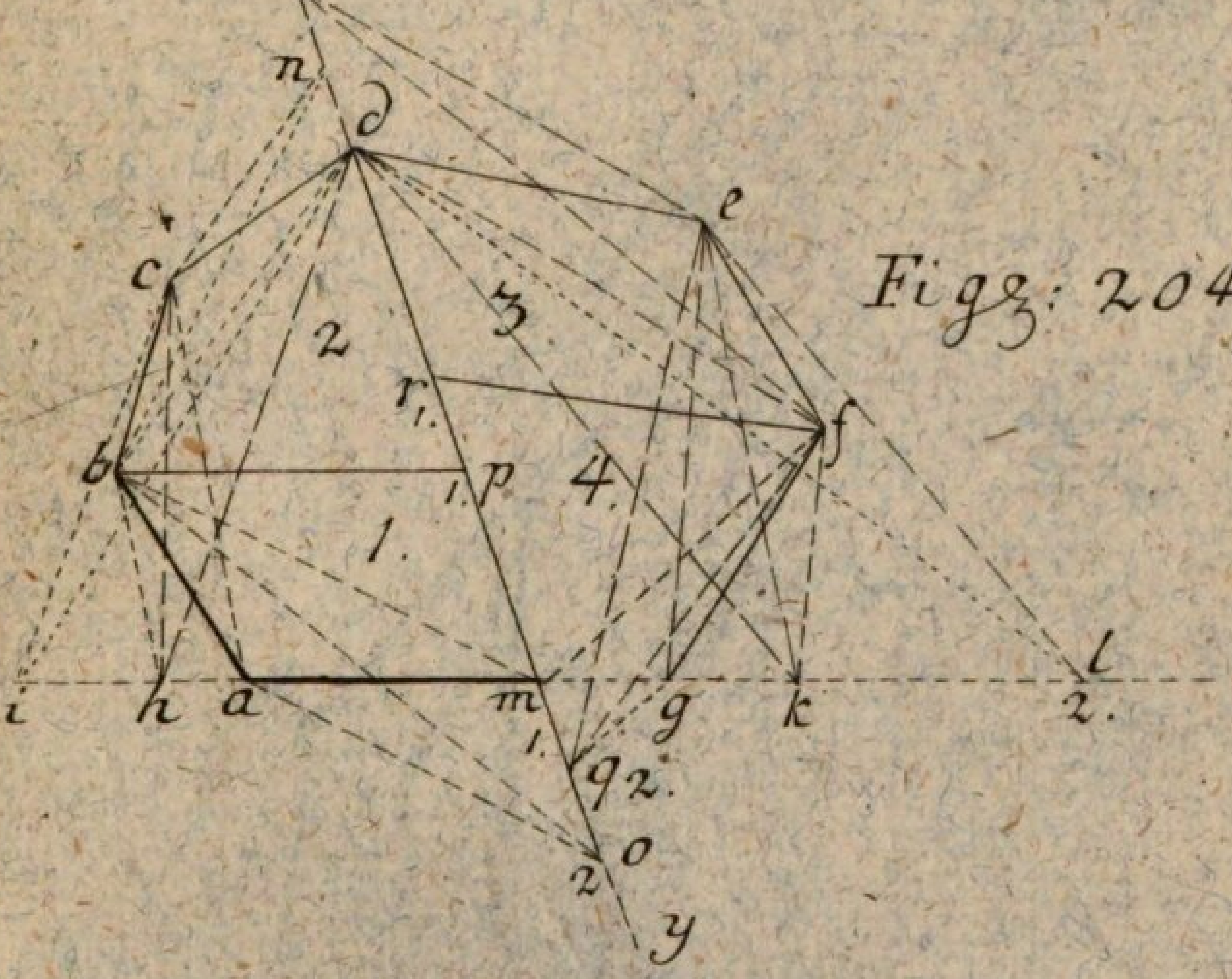
Figz: 202

de M. del.

Tab: LVI.



Figg: 203.



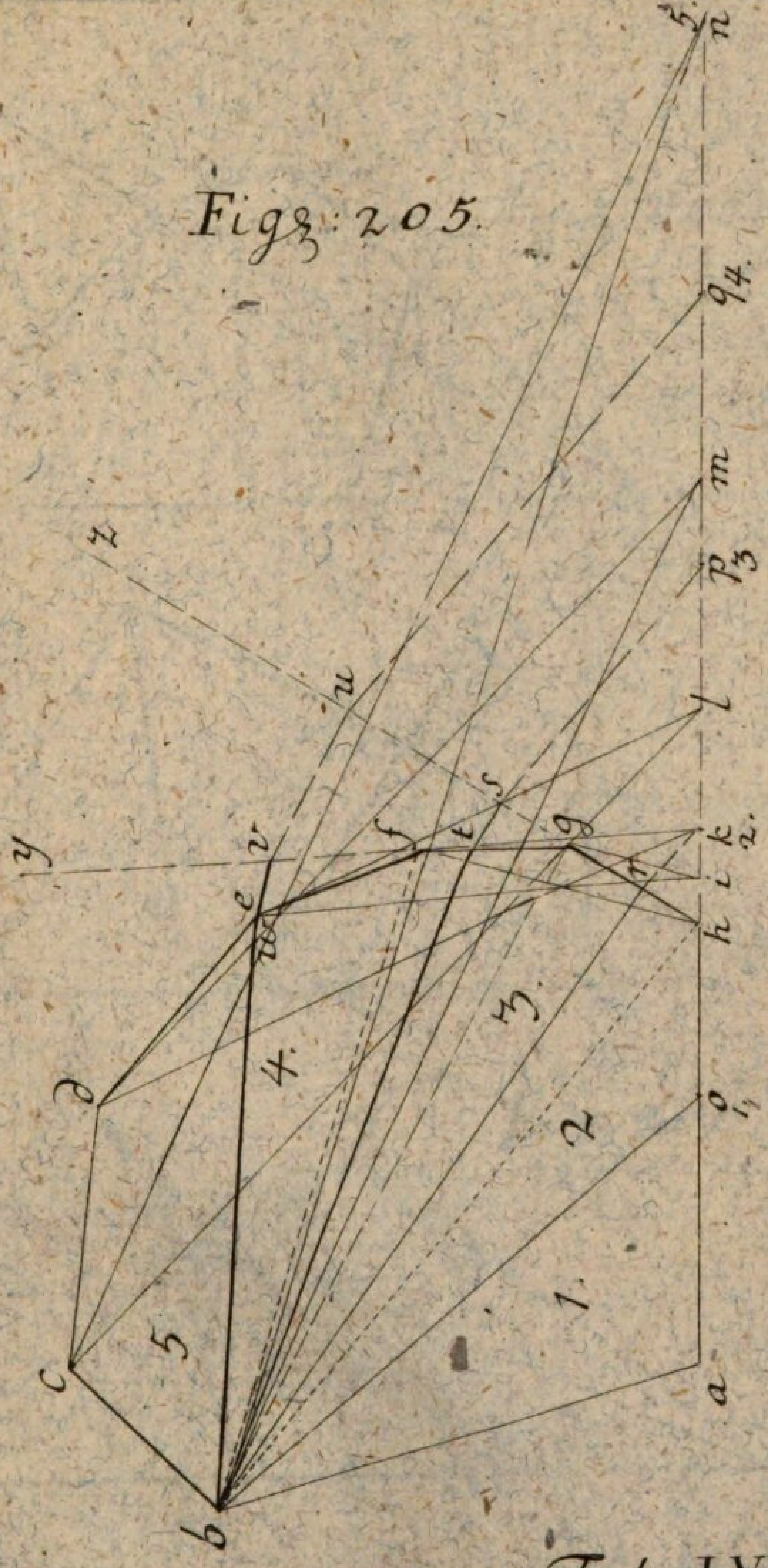
Figg: 204.

Tab. LVII.

de M: del:

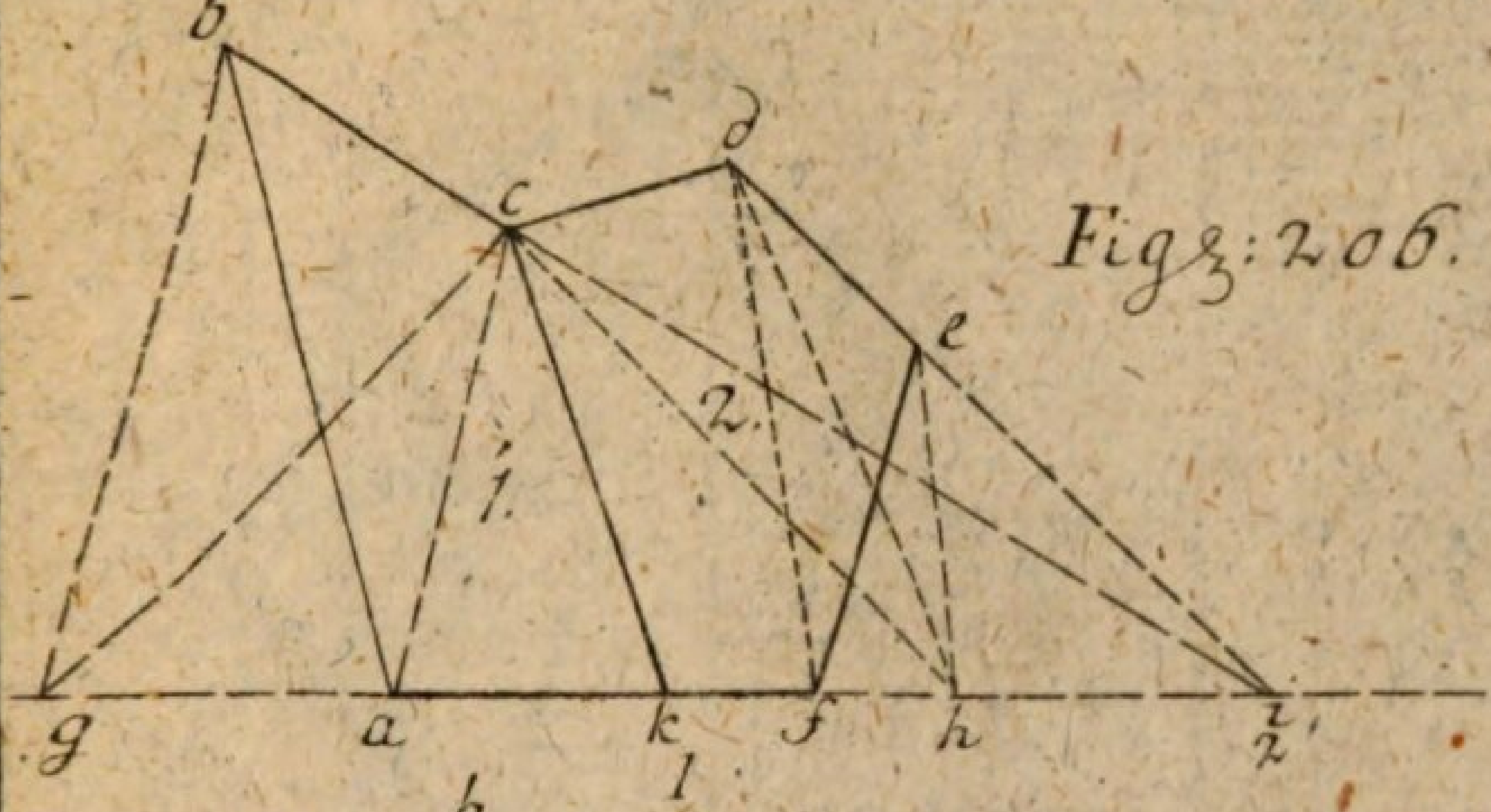
J. D. P. sc.

Figg: 205.

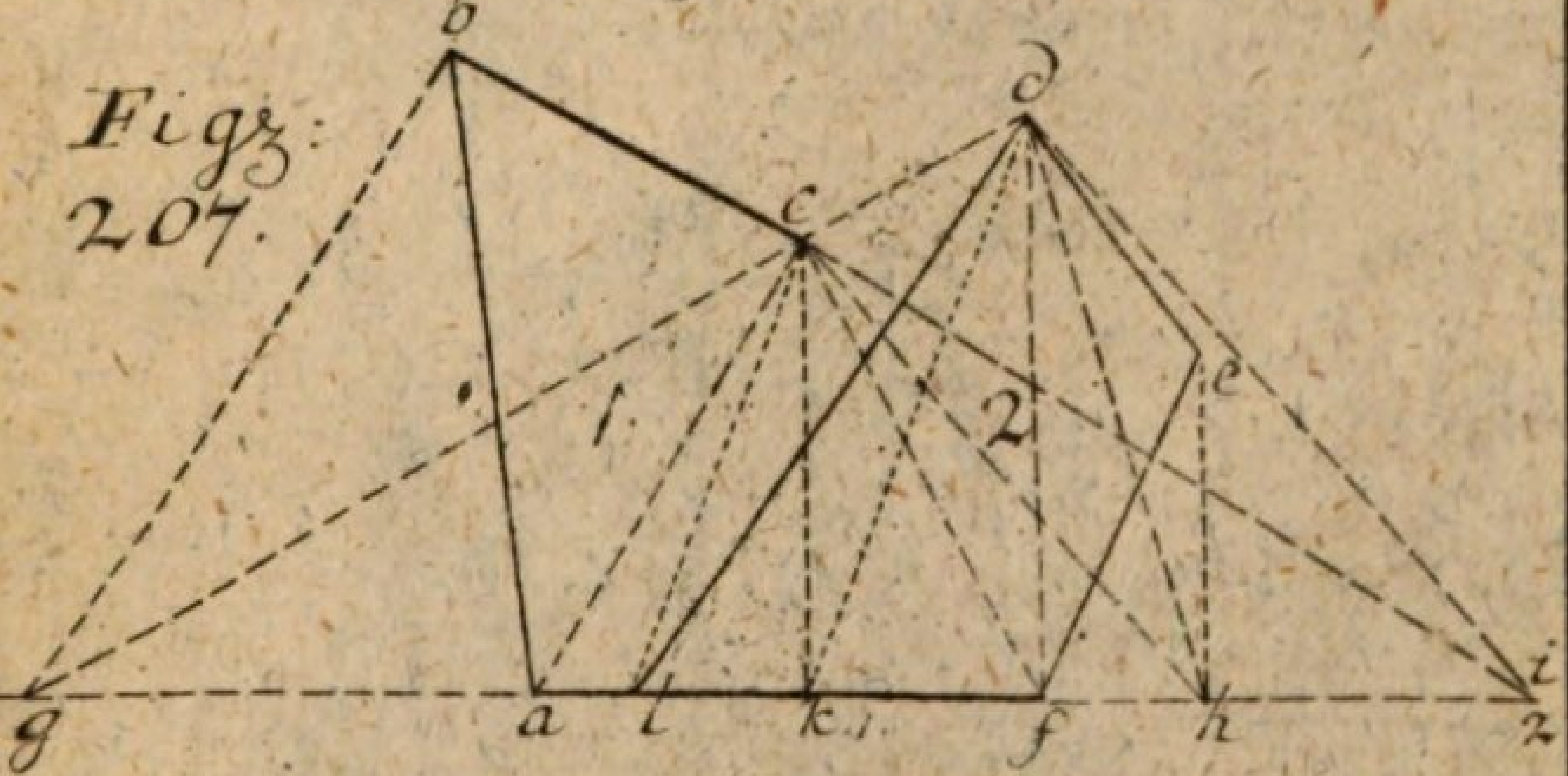


Tab: LVIII.

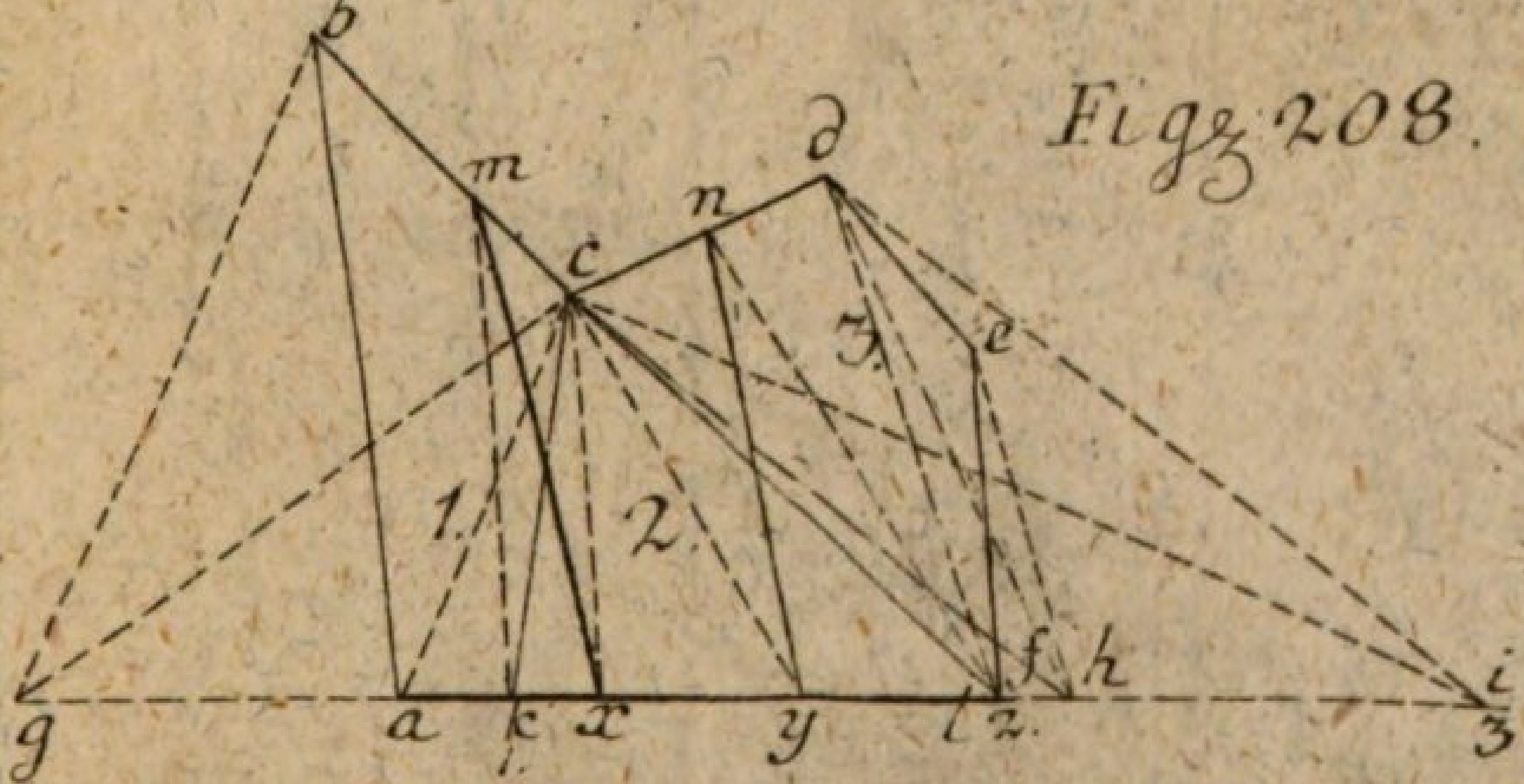
Figz: 206.



Figz: 207.



Figz: 208.

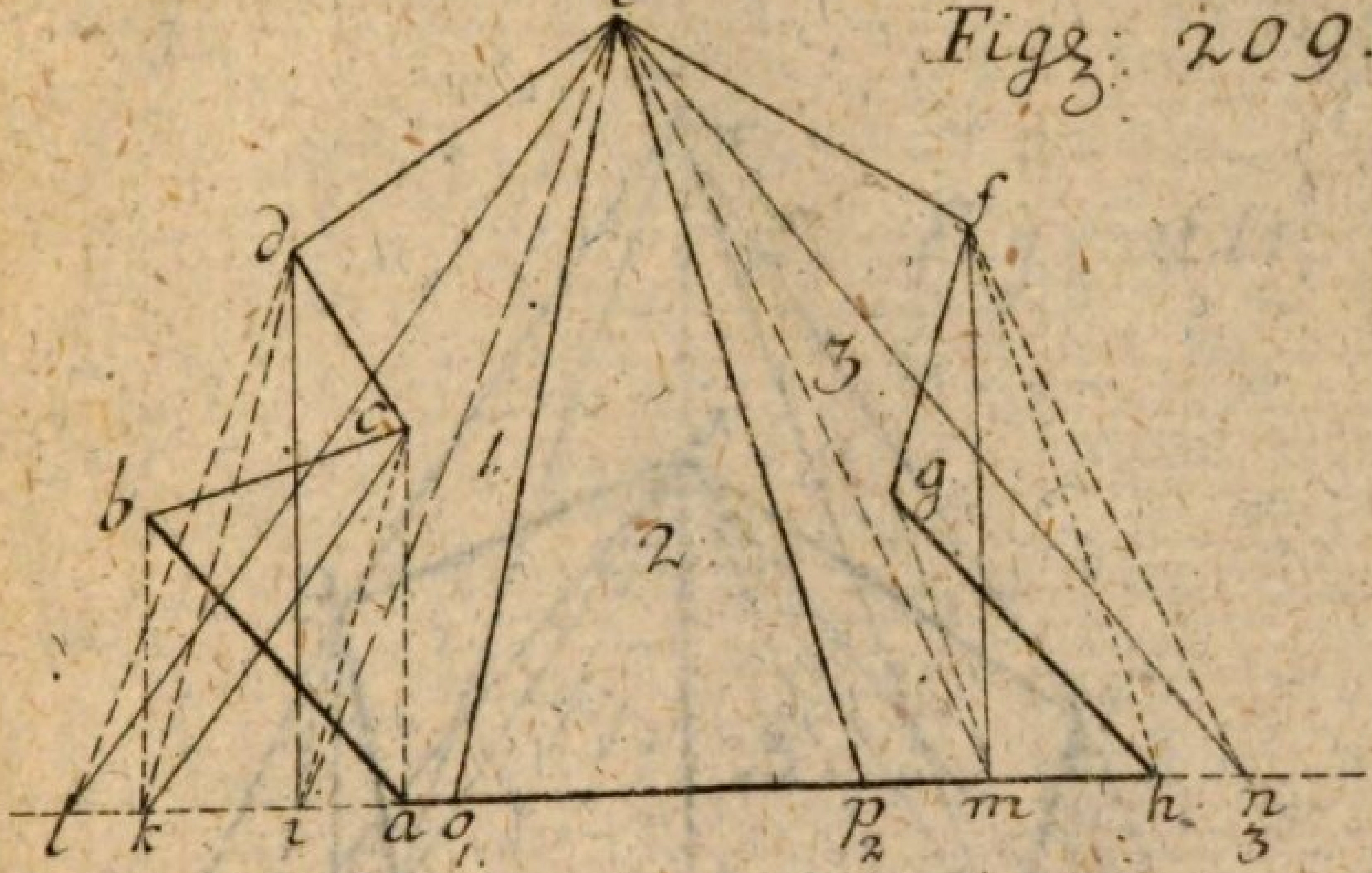


Tab. LIX.

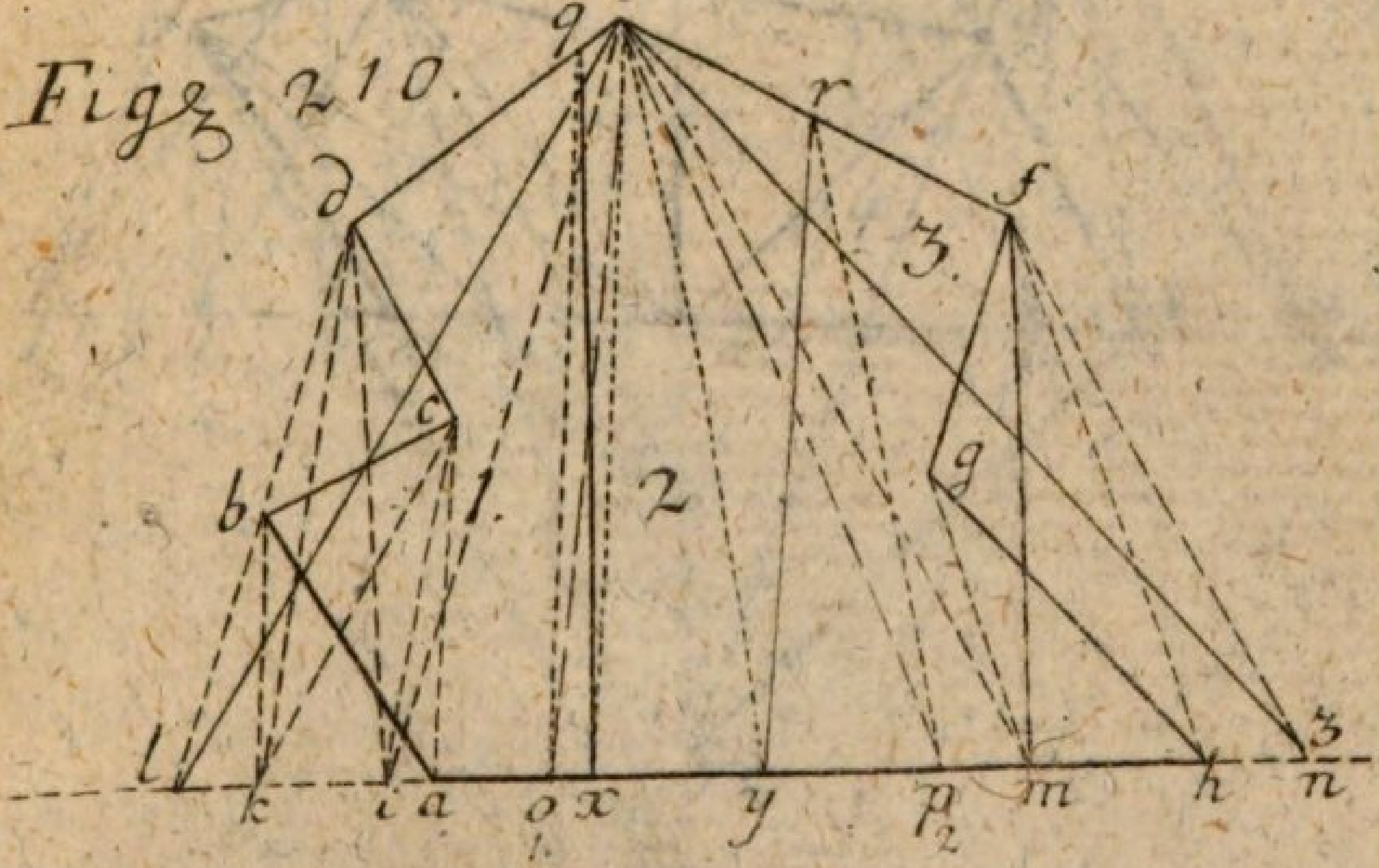
de M. del.

J. D. P. sc.

Figz: 209.

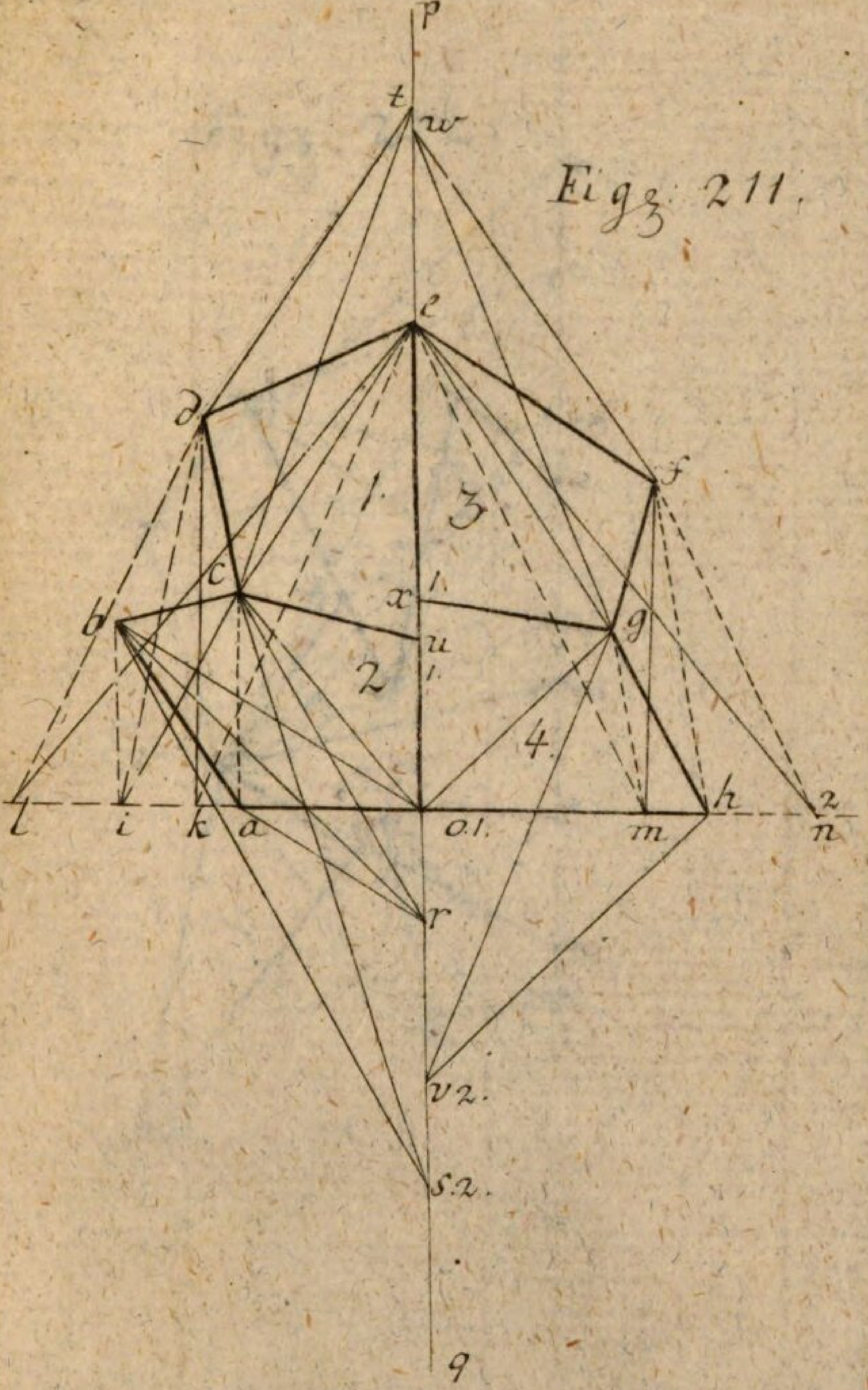


Figz. 210.



Tab. LX.

de M del.



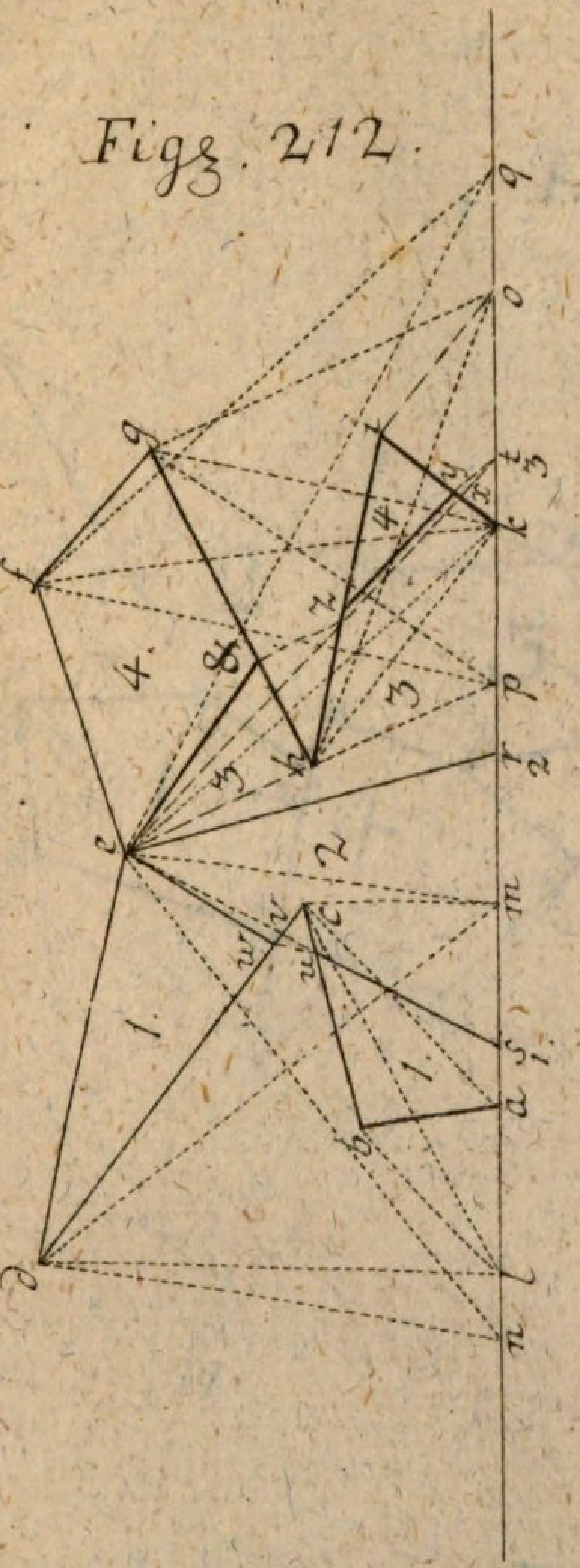
Figg. 211.

de M. del.

Tab. LXI.

J.D.P. sc.

Figg. 212.



de M. del.

Tab: LXII.

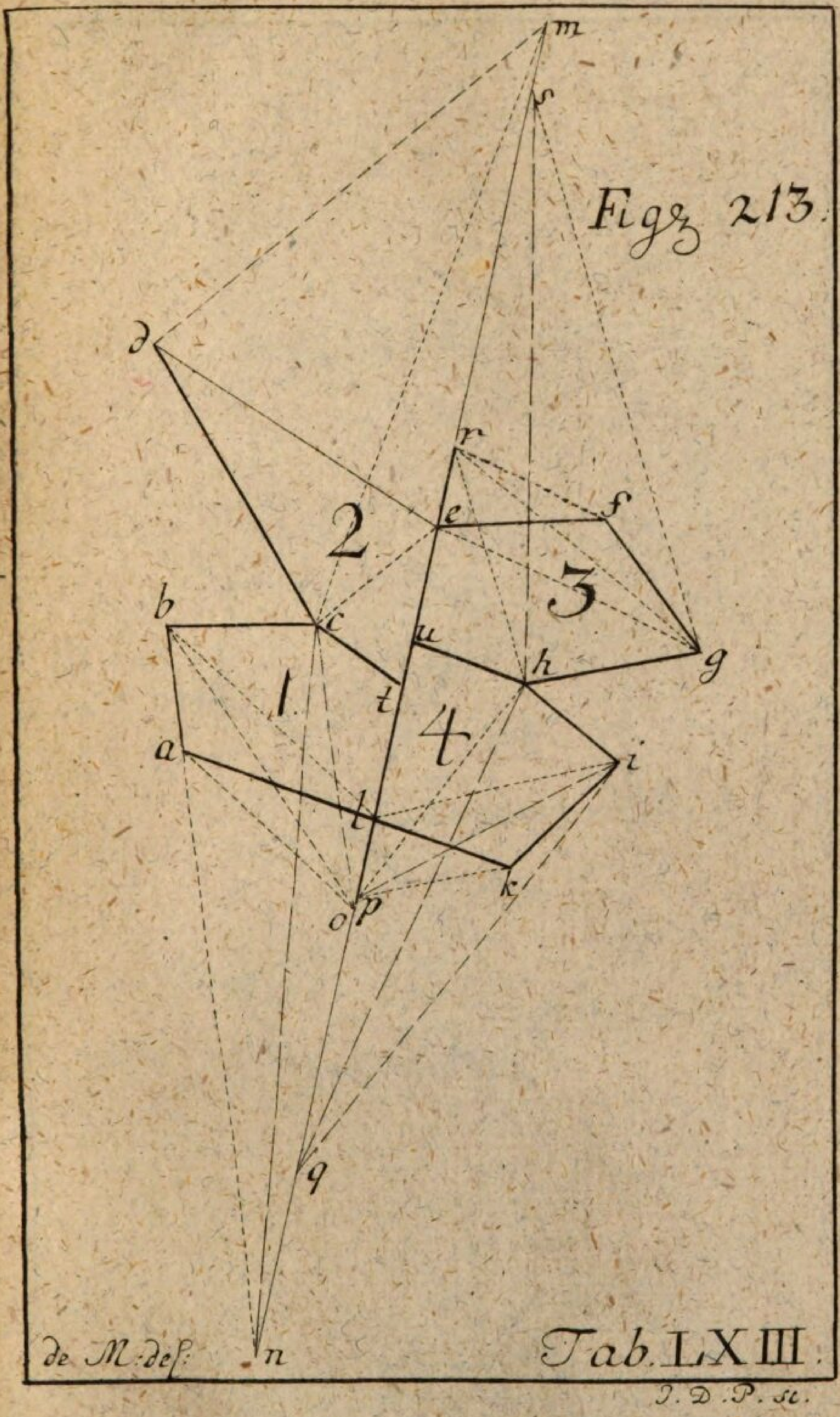
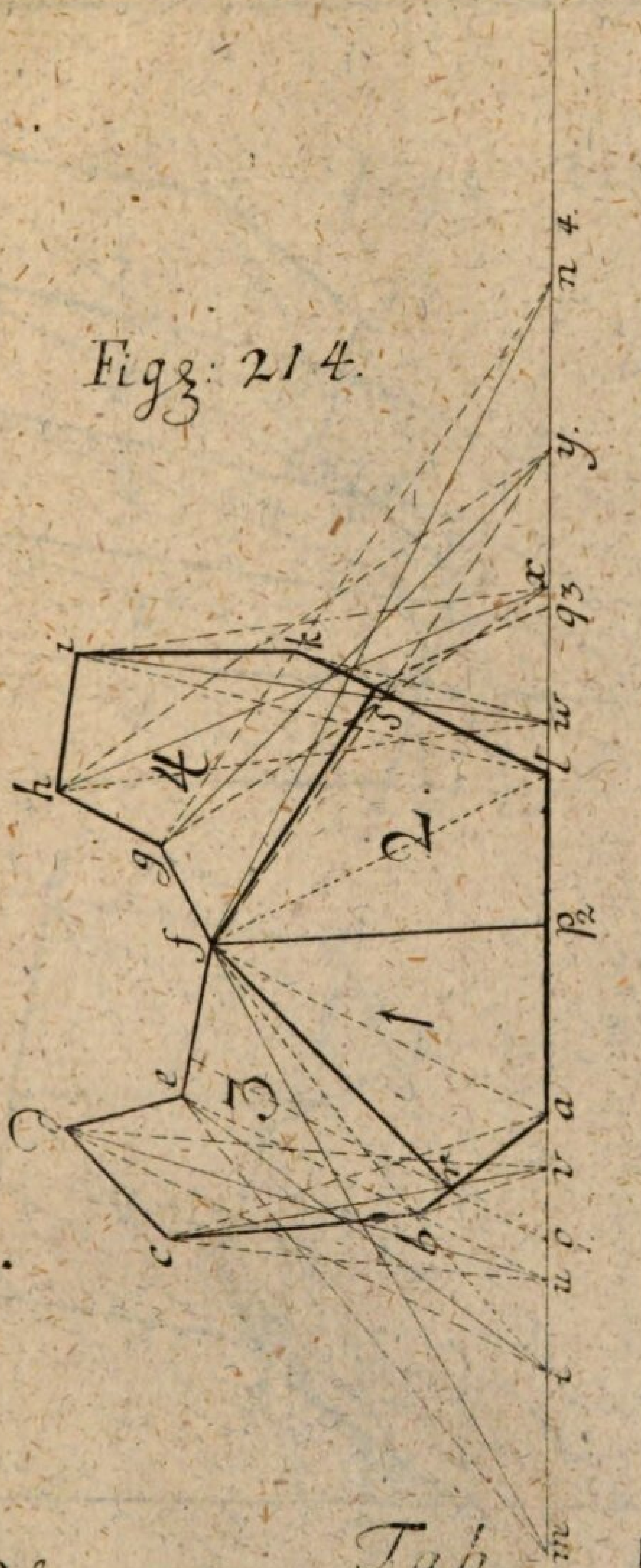


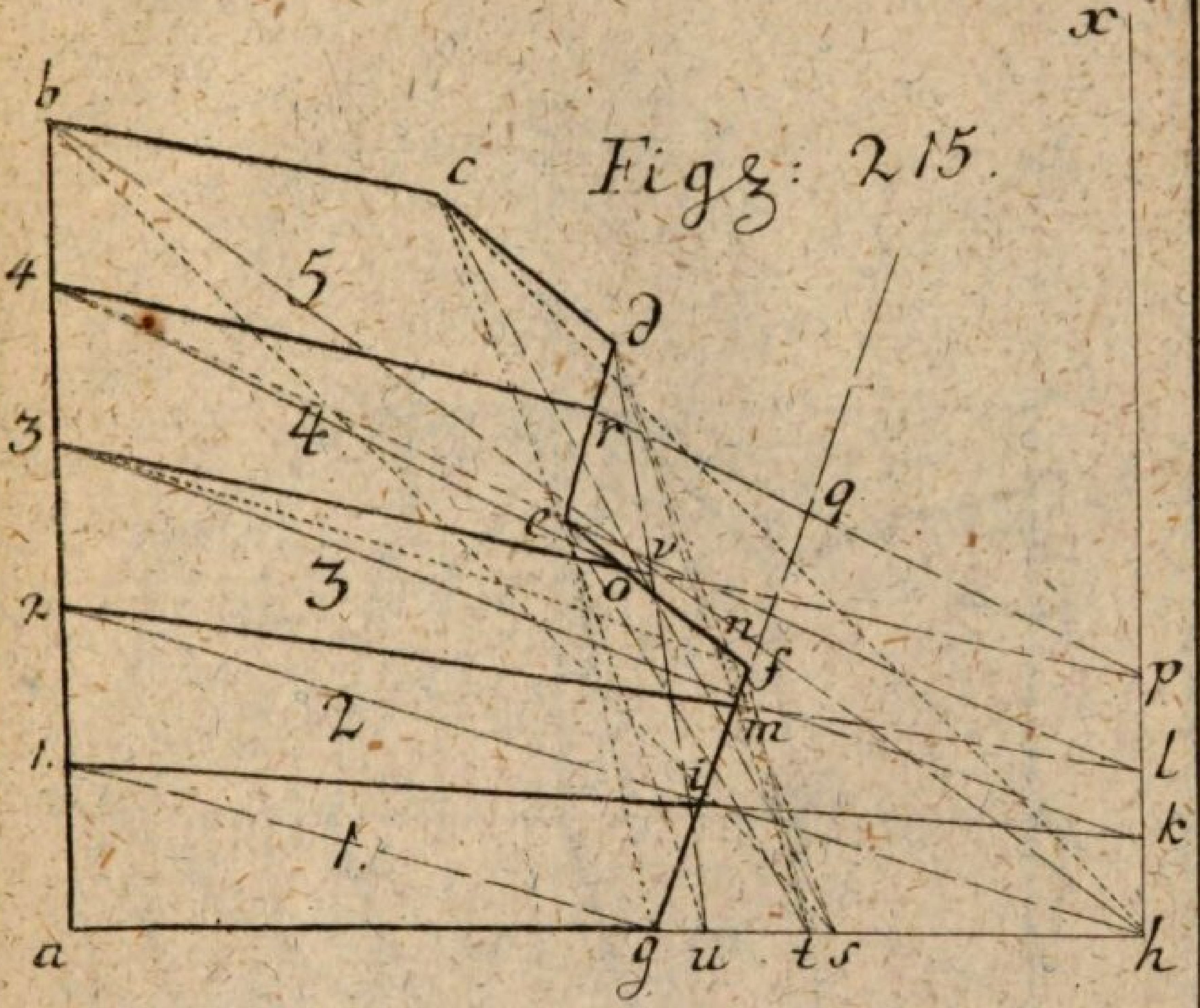
Fig. 213.
m
s
d
r
e
f
2
3
b
c
u
h
g
1
t
4
a
i
l
k
o p
q
n
de M: del:
Tab. LXIII.
I. D. P. sc.

Figg: 214.

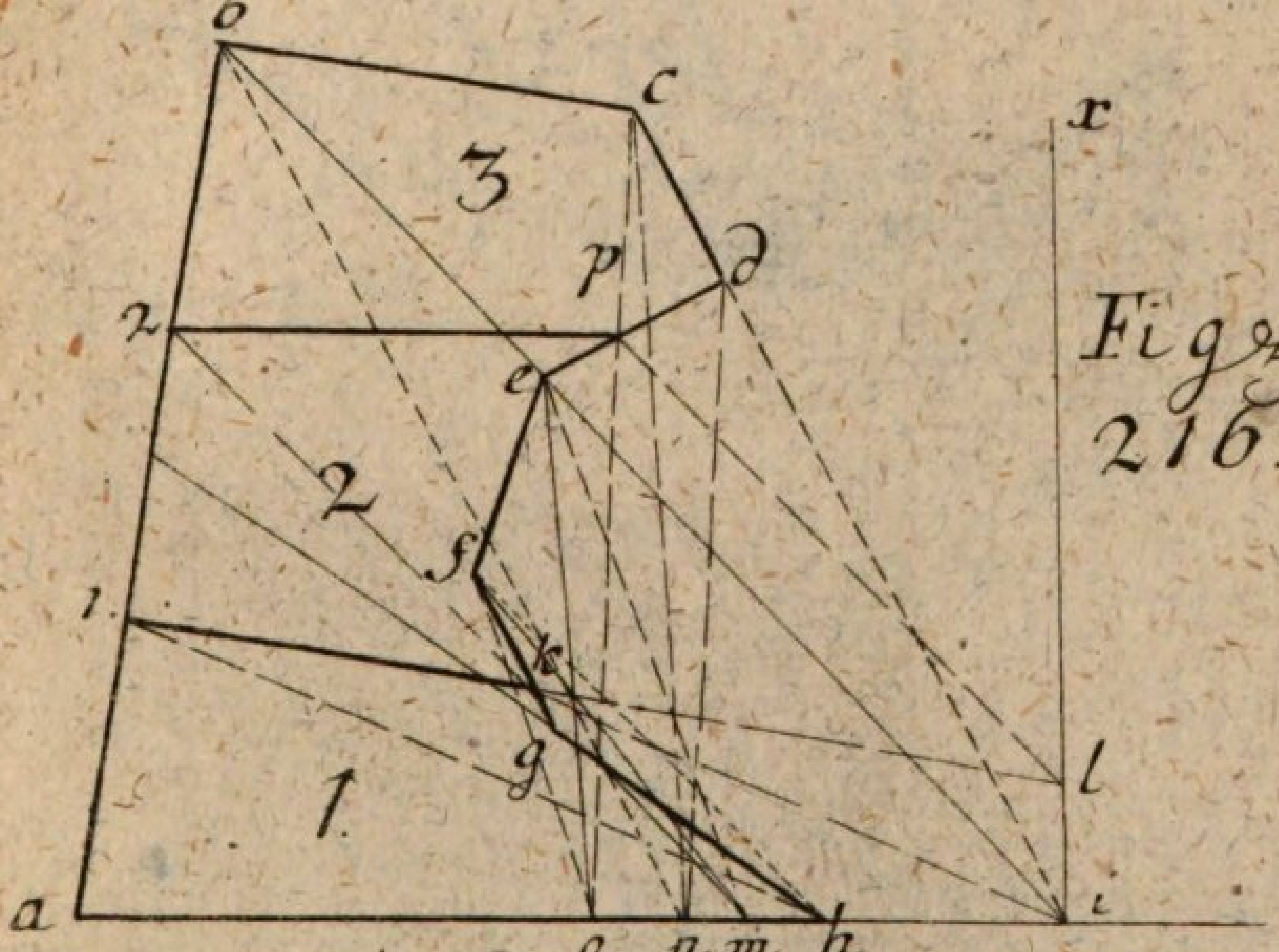


Tab. LXIV

de M. del.

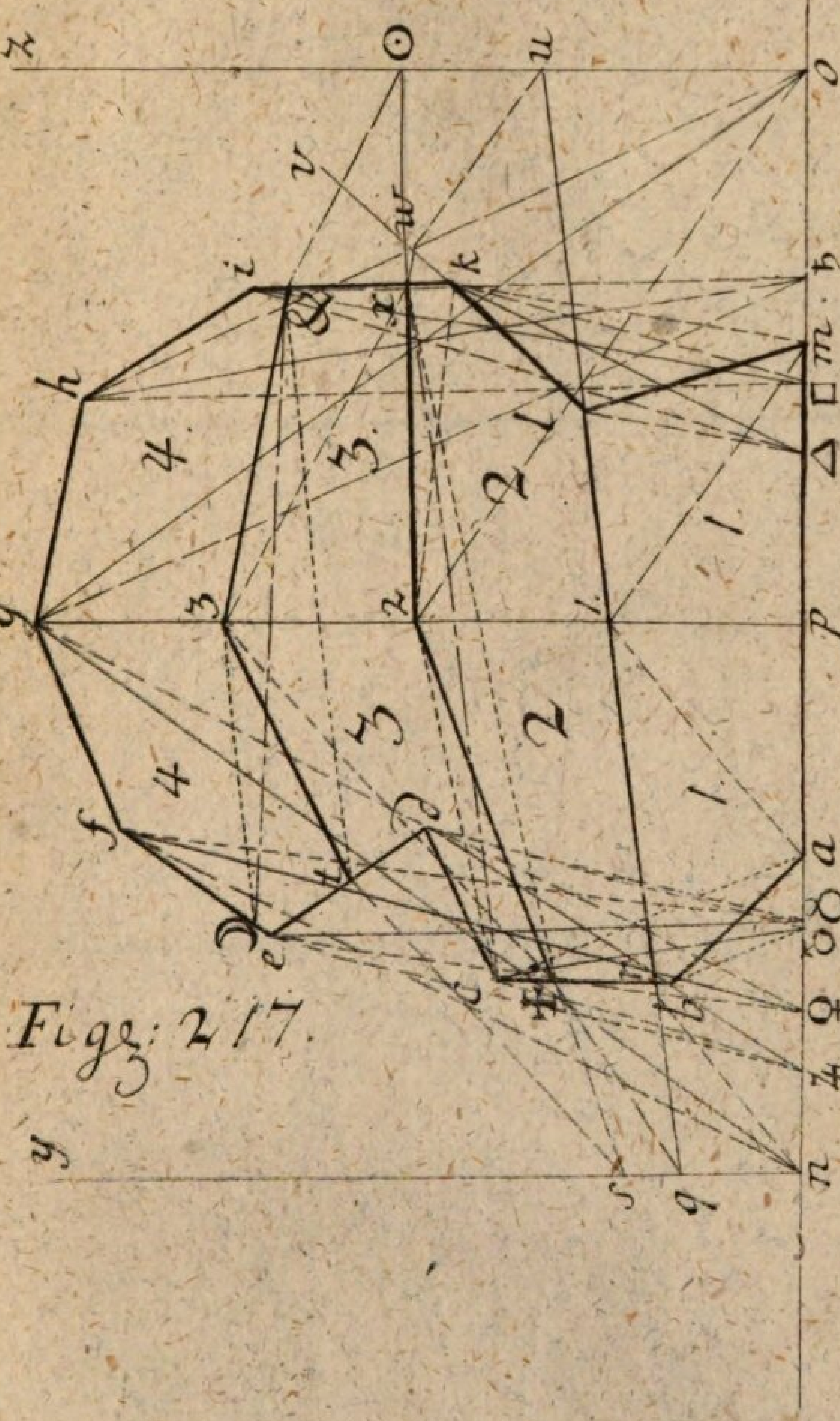


Figz: 215.



Figz: 216.

Tab. LXV.



Figg: 217.

de M. del.

Tab: LXVI.

Fig. 1.

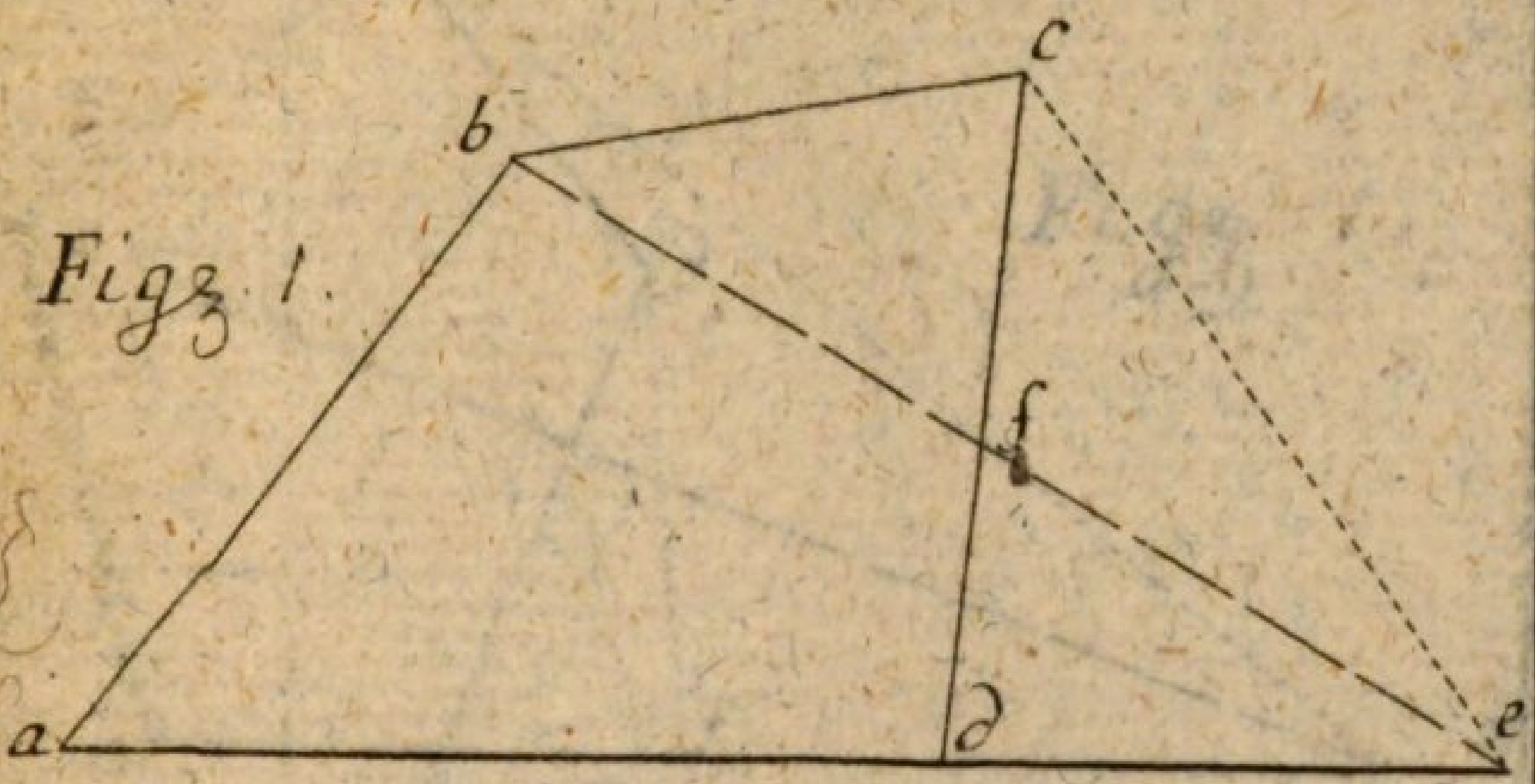


Fig. 2.

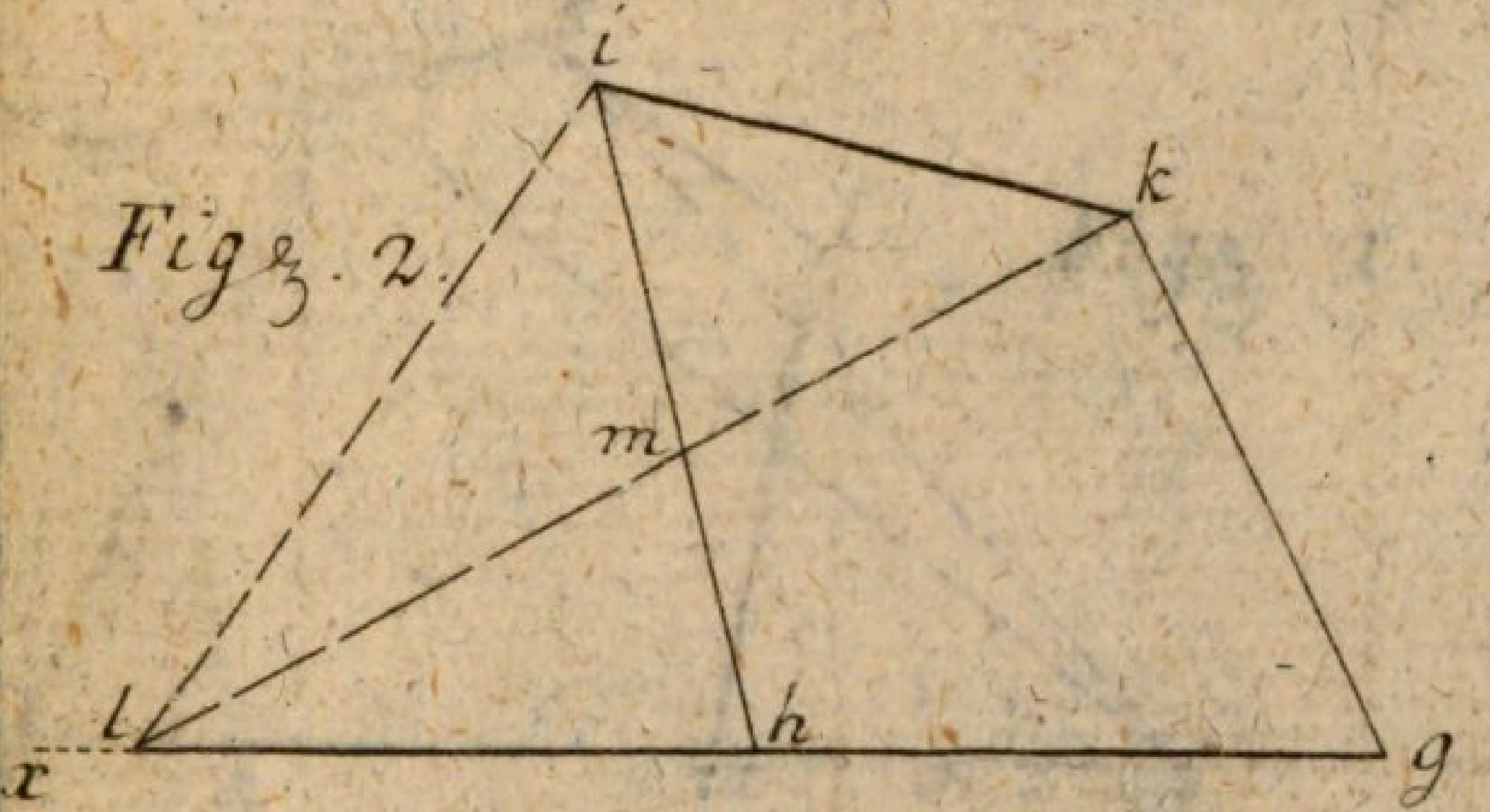
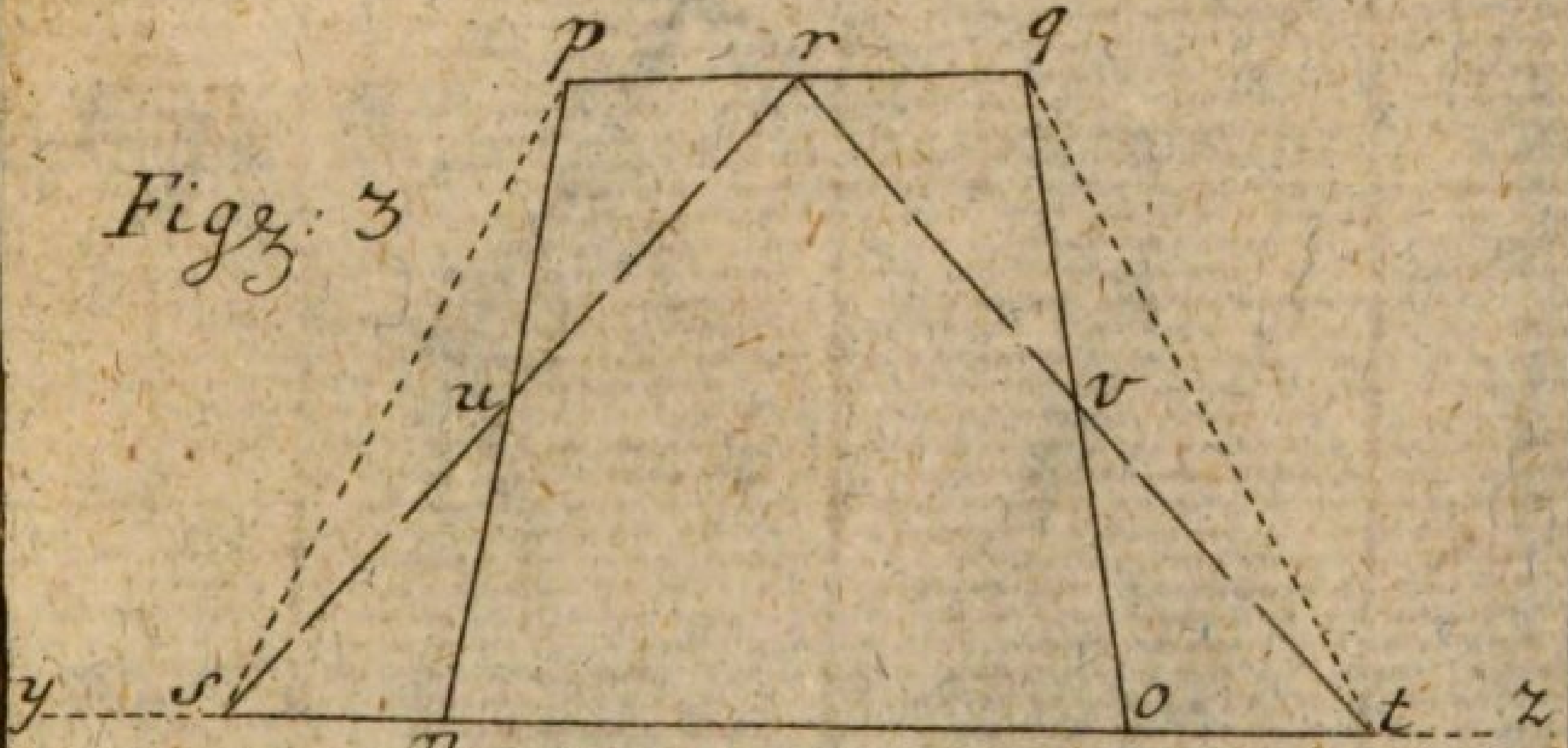
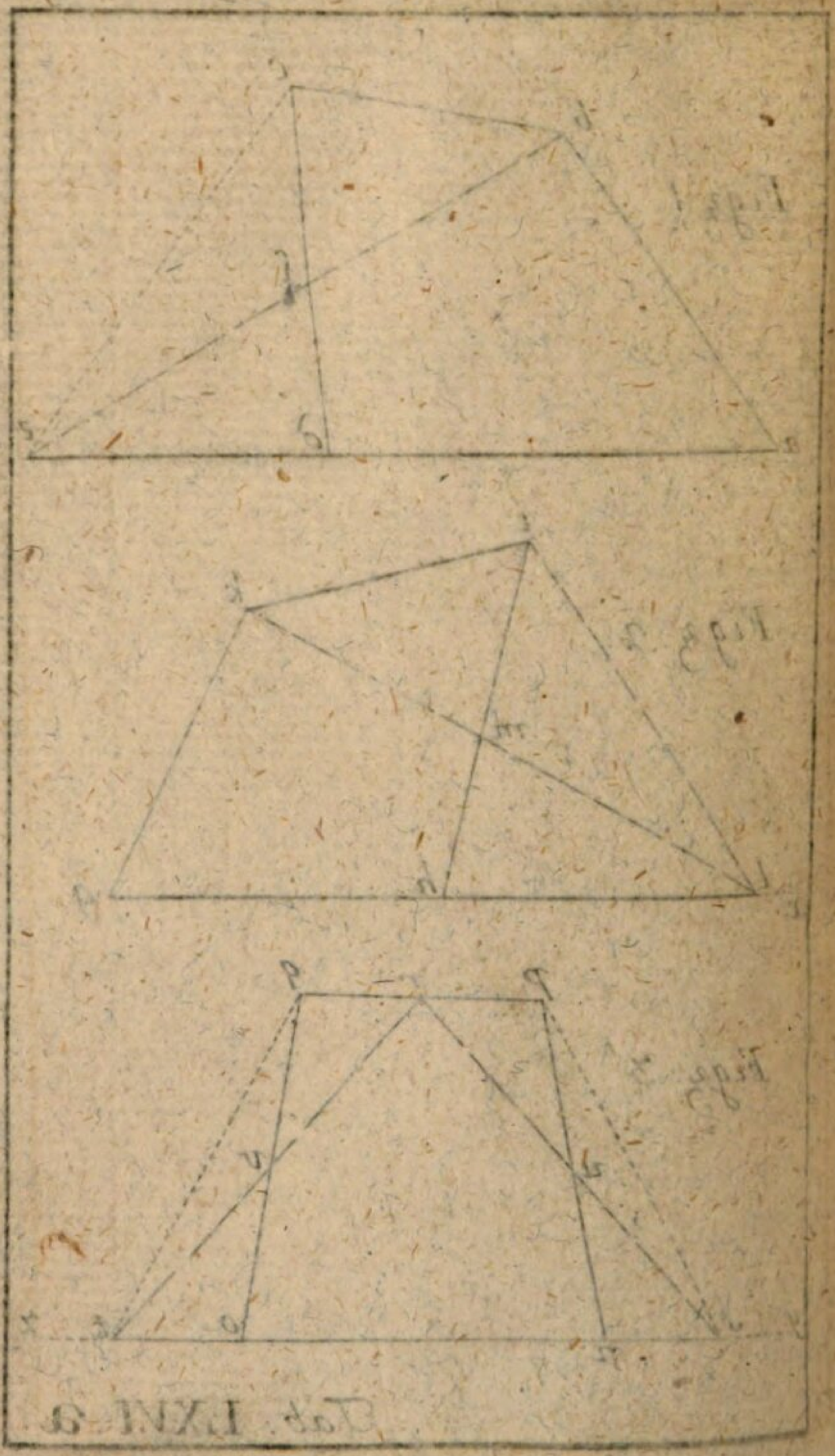


Fig. 3.



Tab: LXVI. a.



Moller 4ᵗᵉ Th

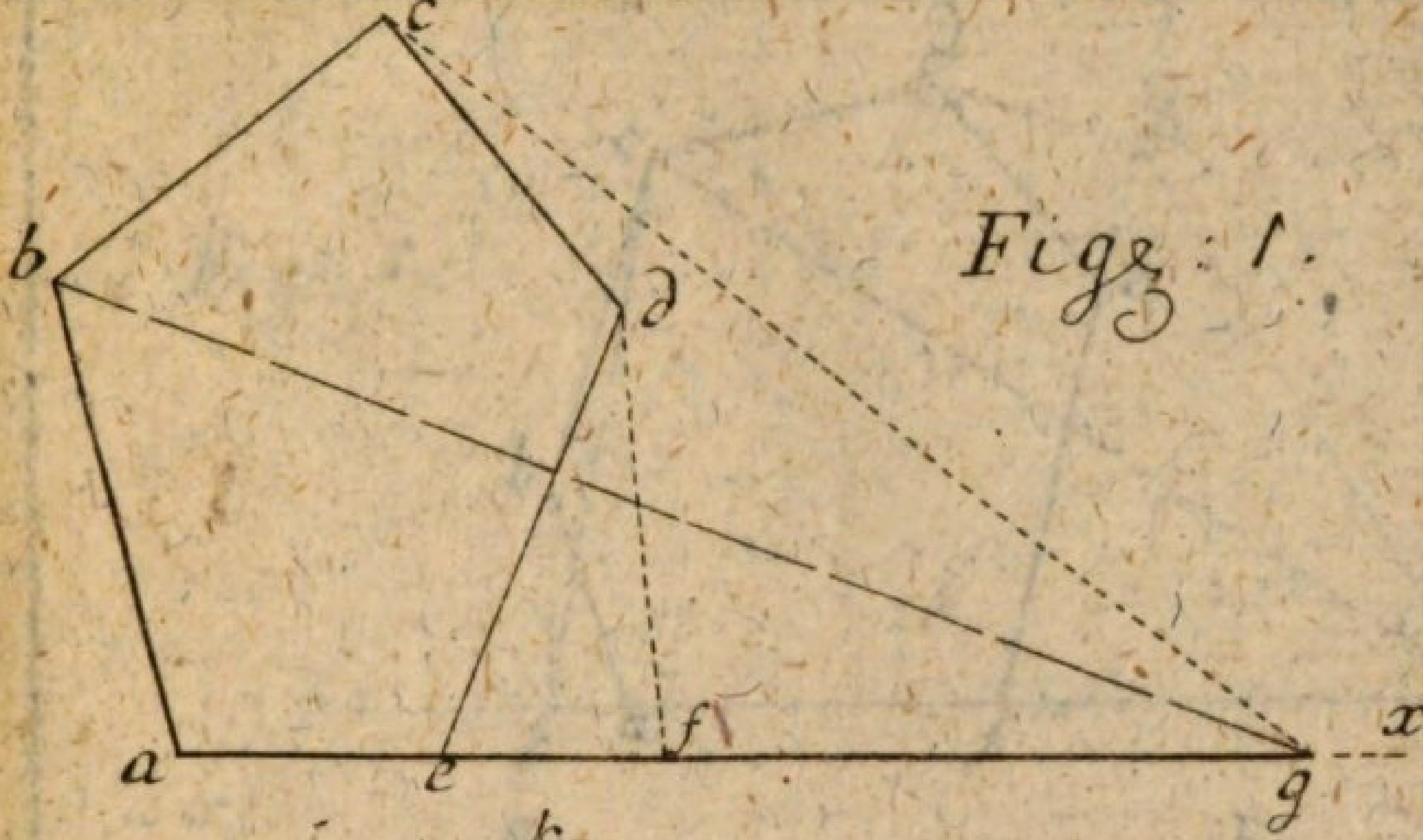


Fig: 1.

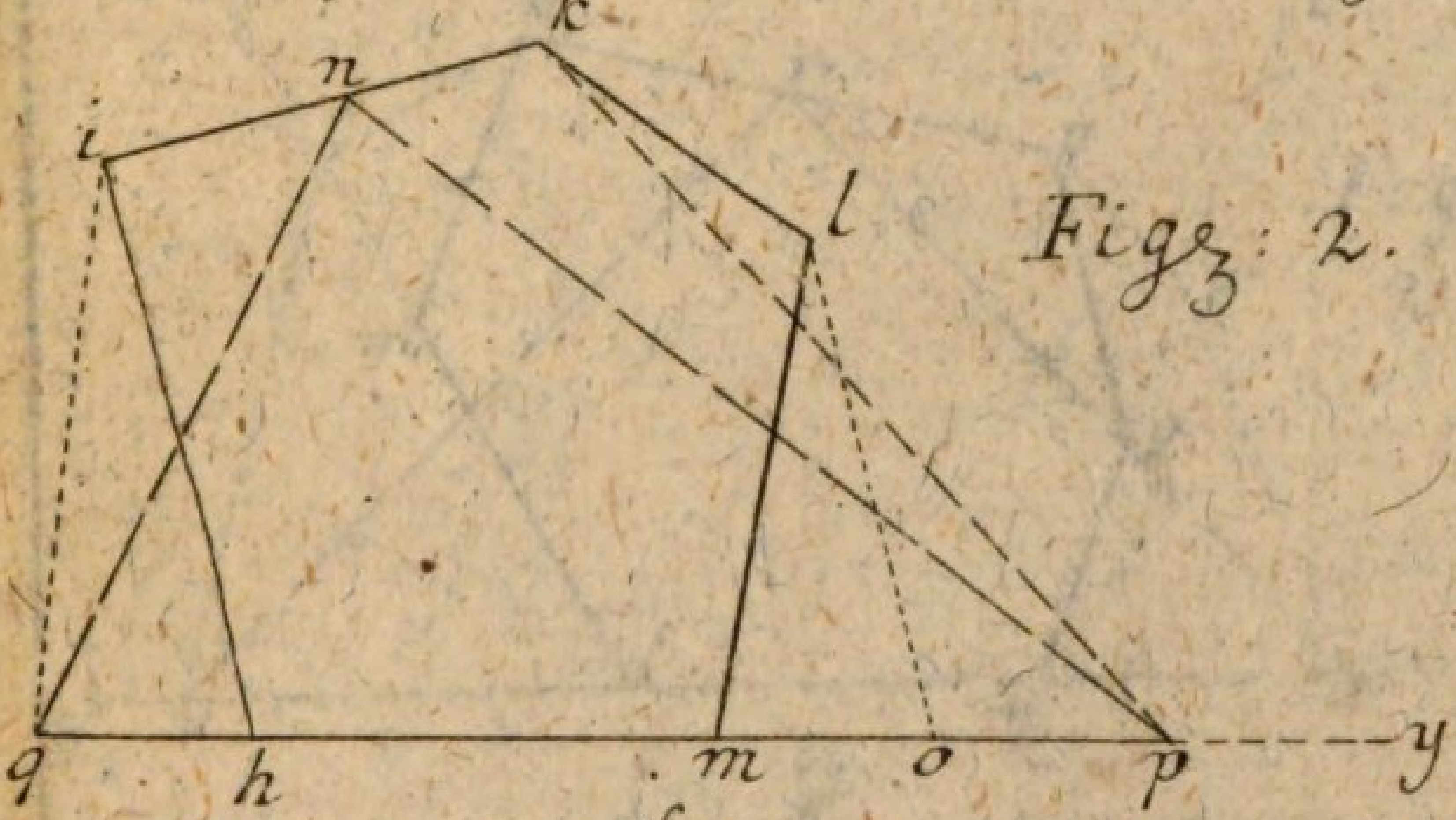
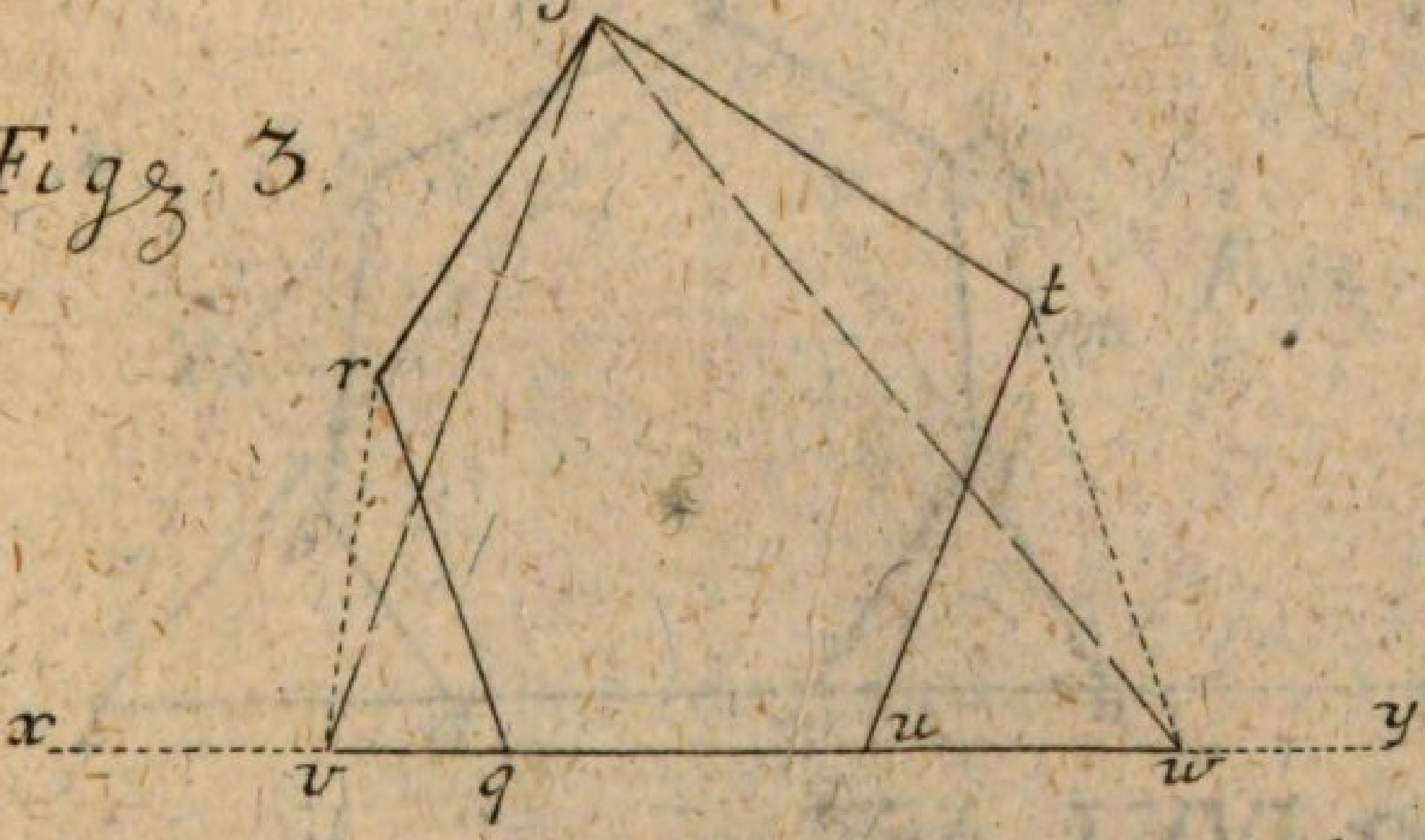
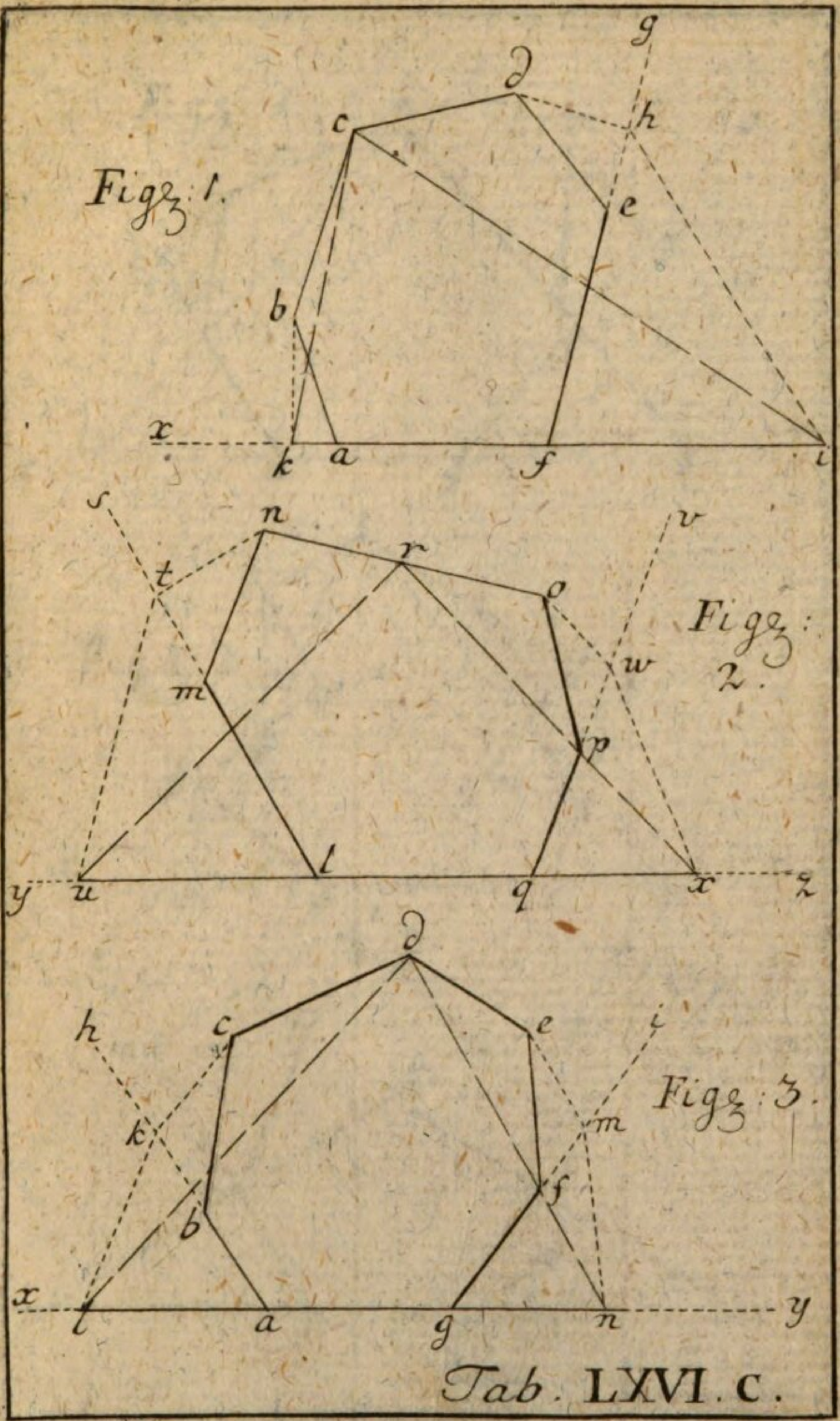


Fig: 2.

Fig: 3.



Tab. LXVI. b.



Tab. LXVI. c.

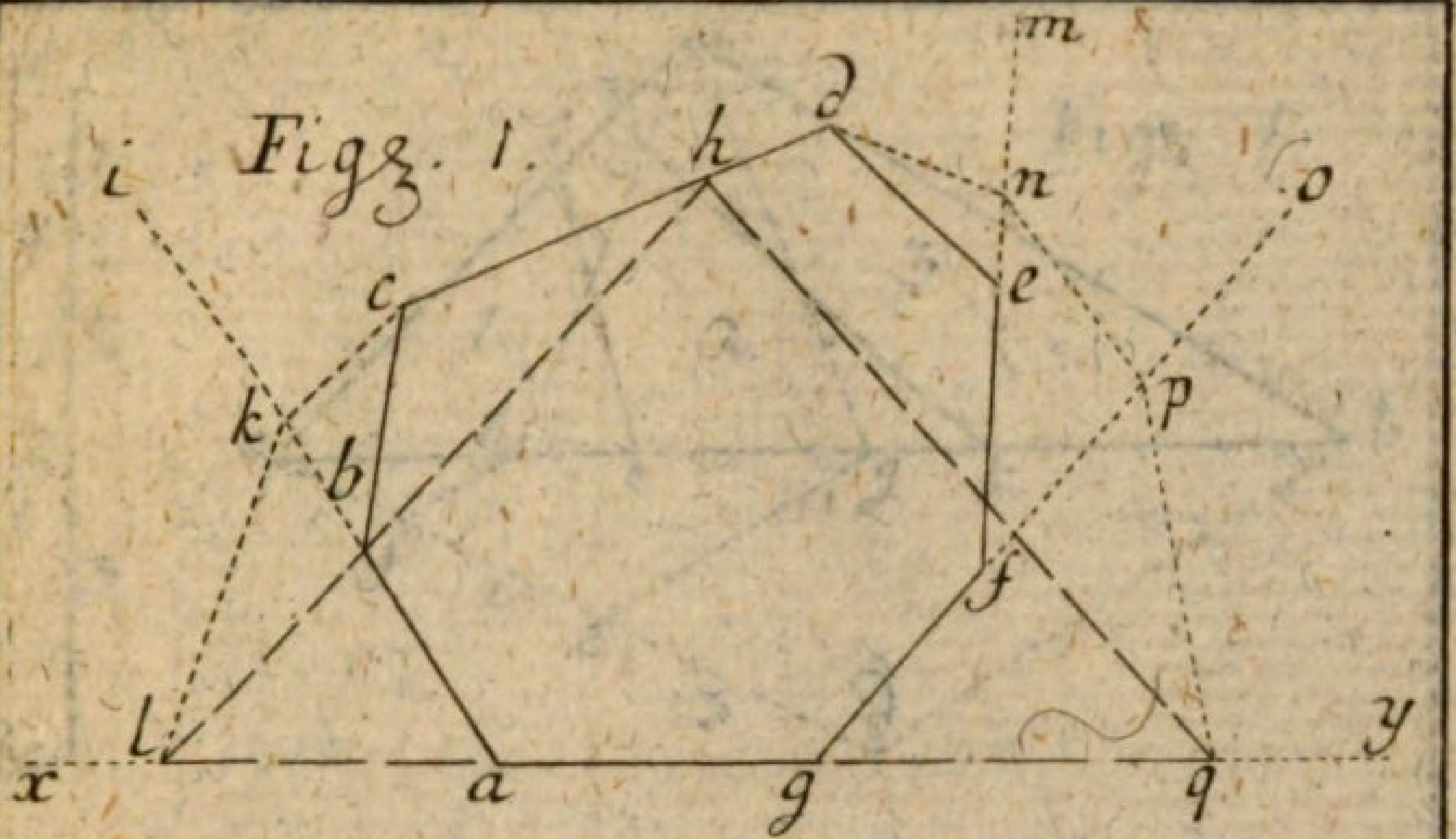


Fig. 1.
i
h
d
m
n
o
c
e
k
p
b
f
l
x
a
g
q
y

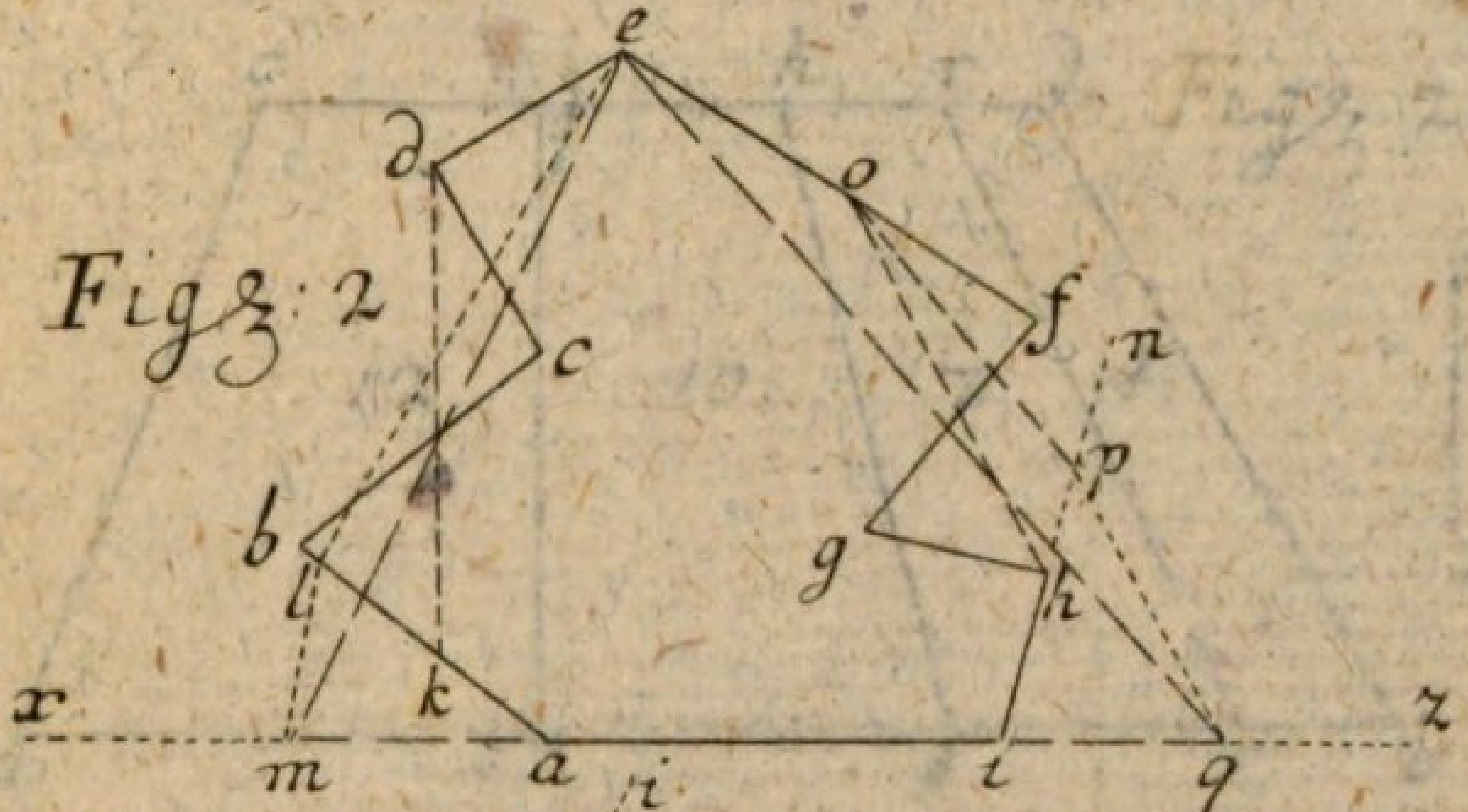


Fig. 2
e
d
o
f
n
c
p
b
g
l
h
k
x
m
a
i
q
z

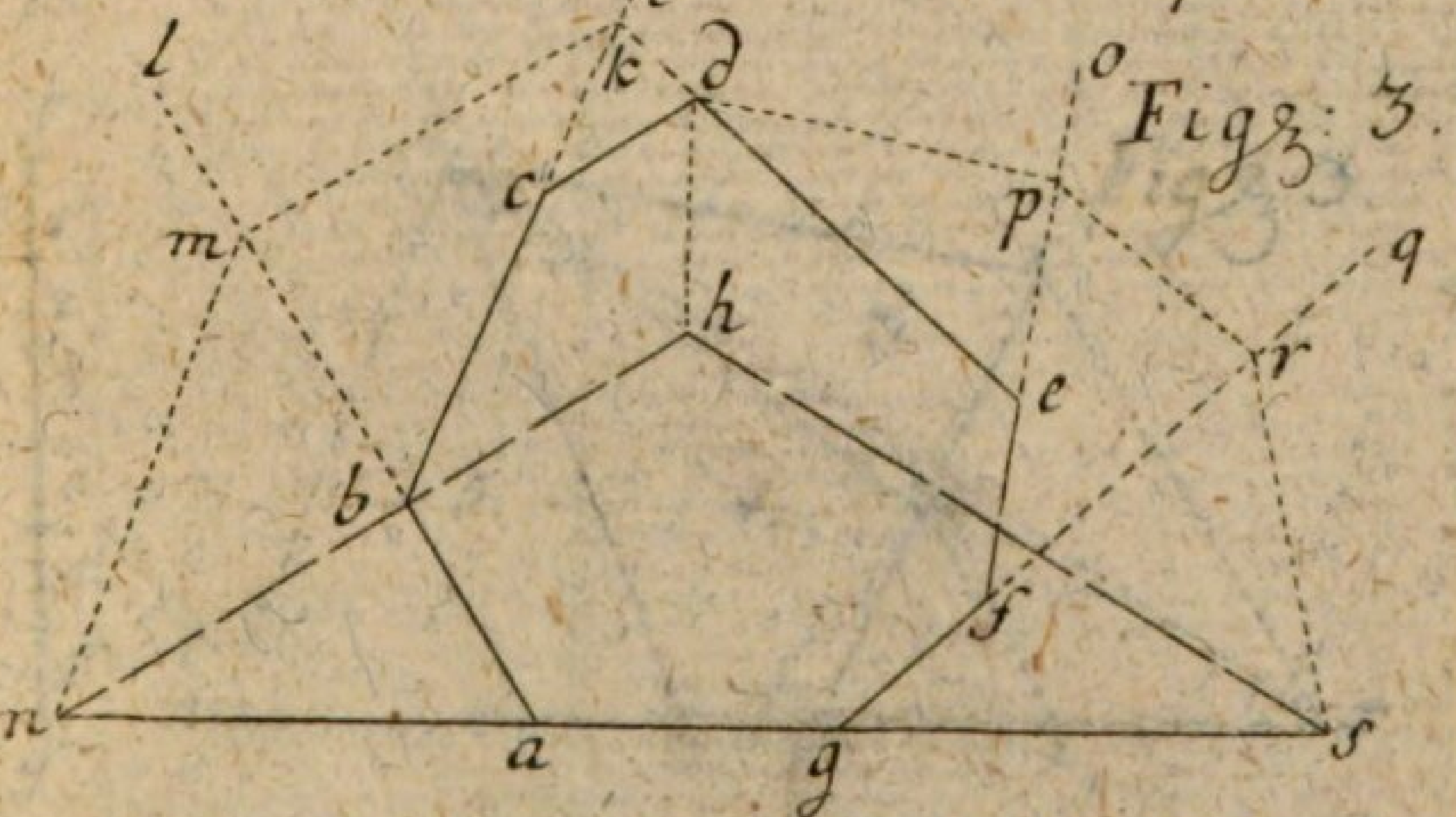
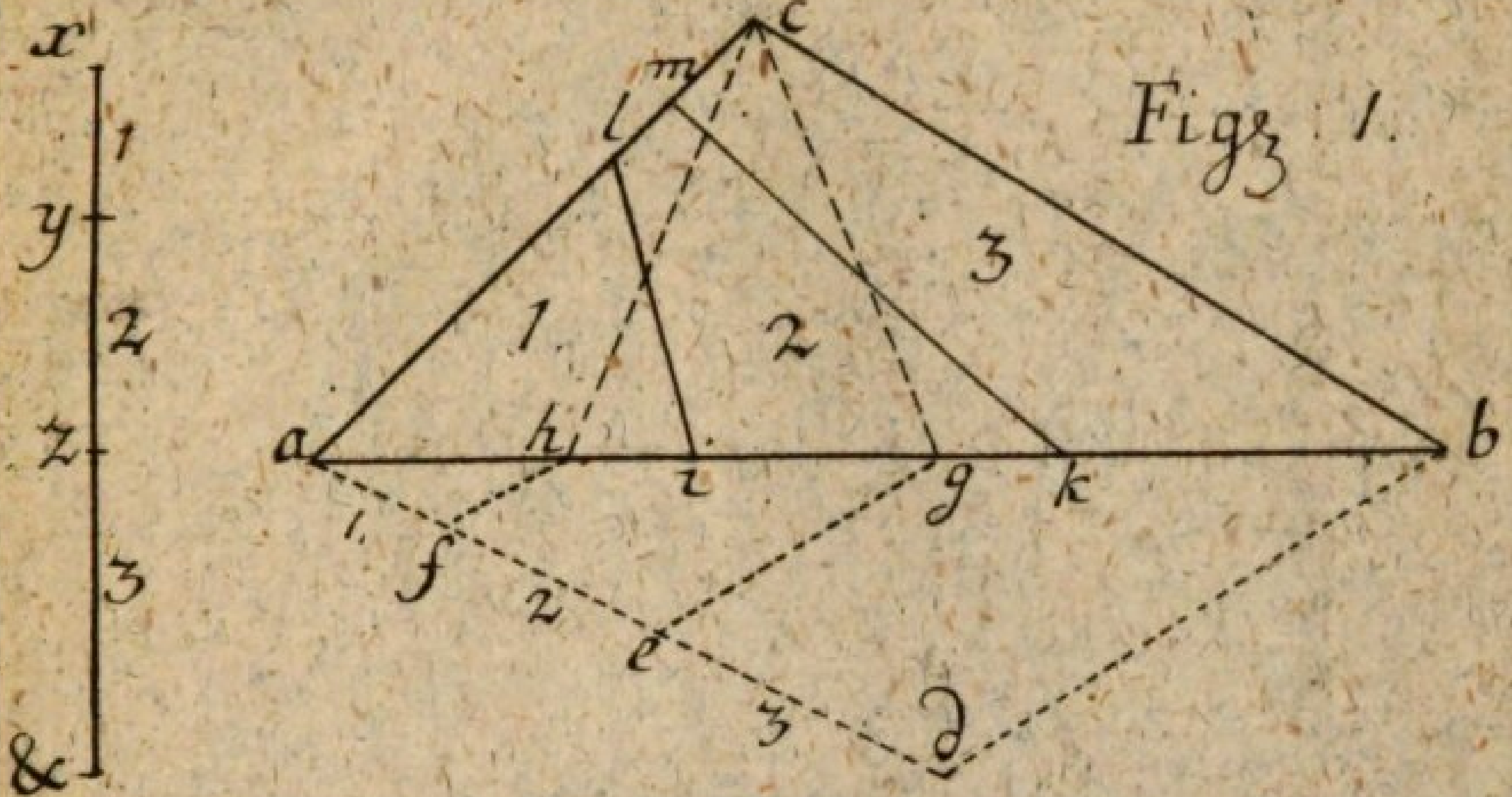
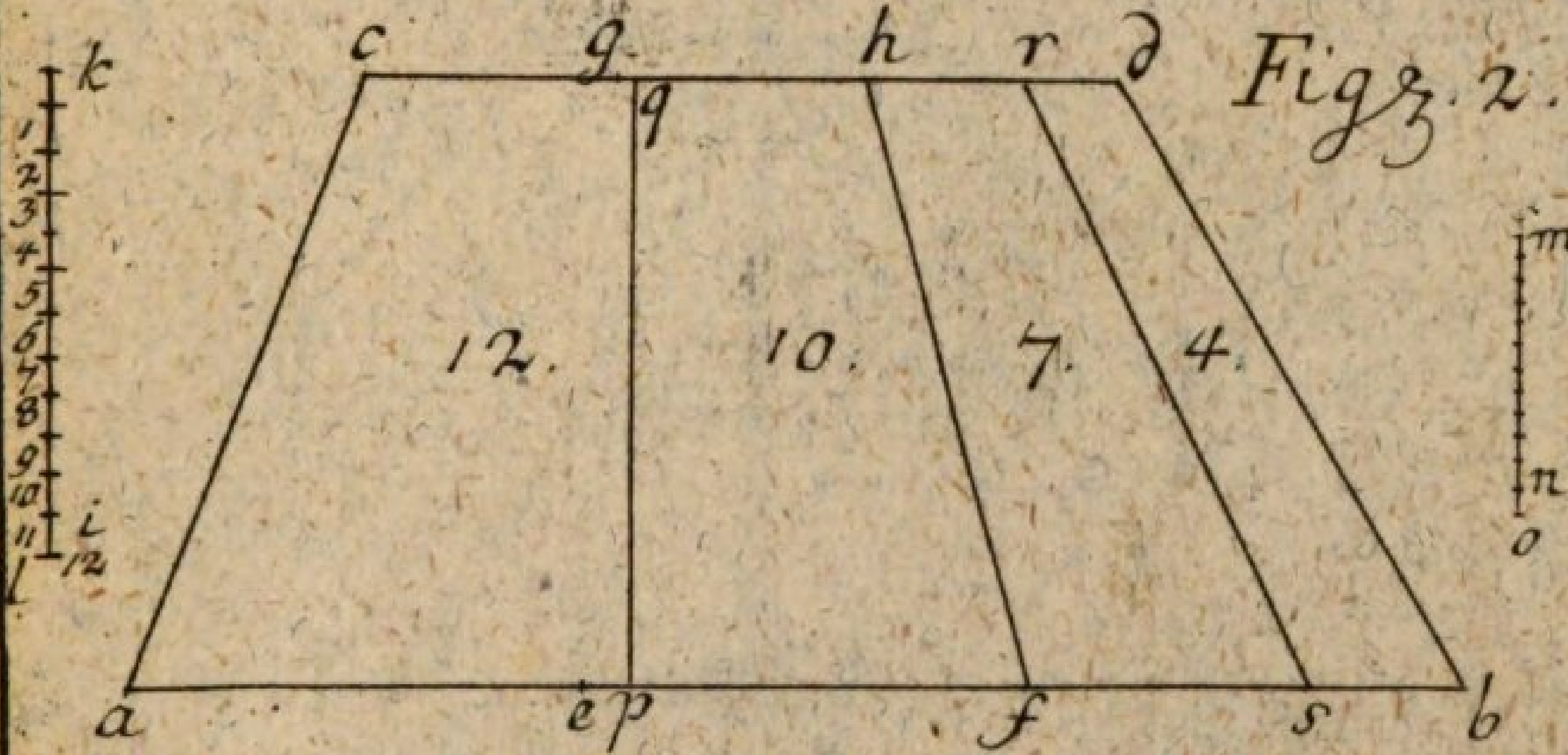


Fig. 3.
l
i
k
d
o
c
p
m
q
h
r
e
b
f
n
a
g
s

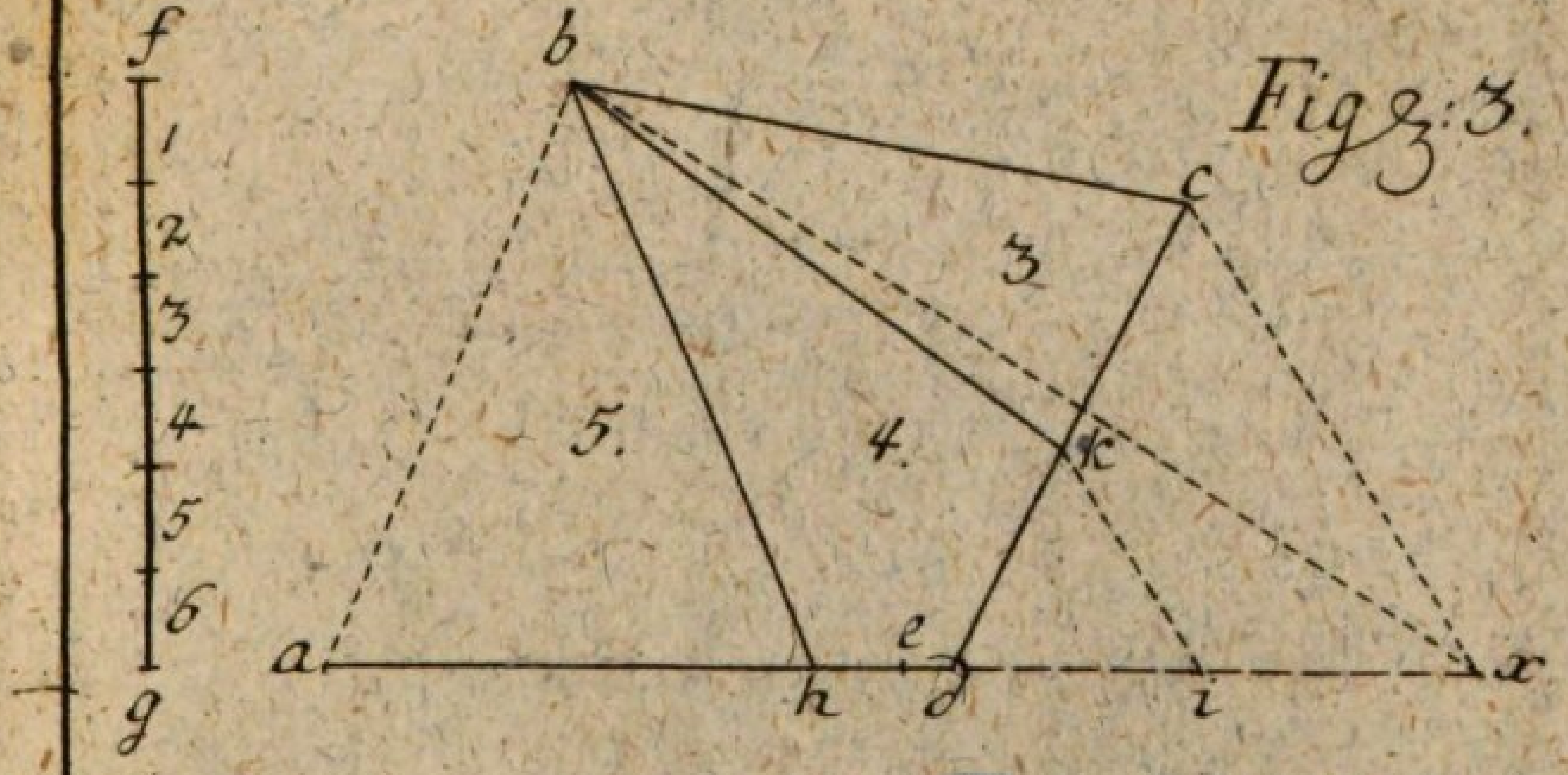
Tab: LXVI. d.



Figᵹ. 1.

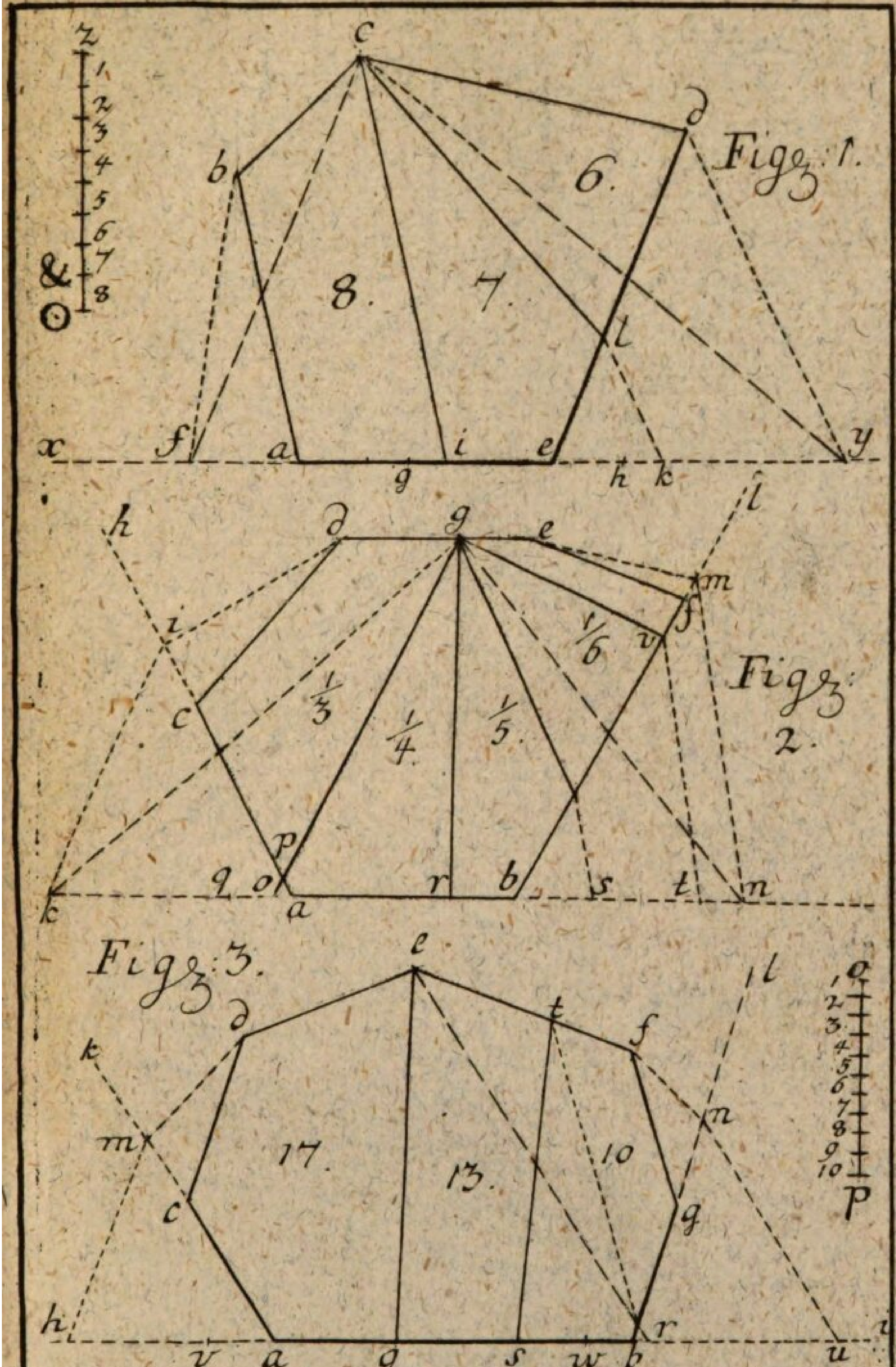


Figᵹ. 2.

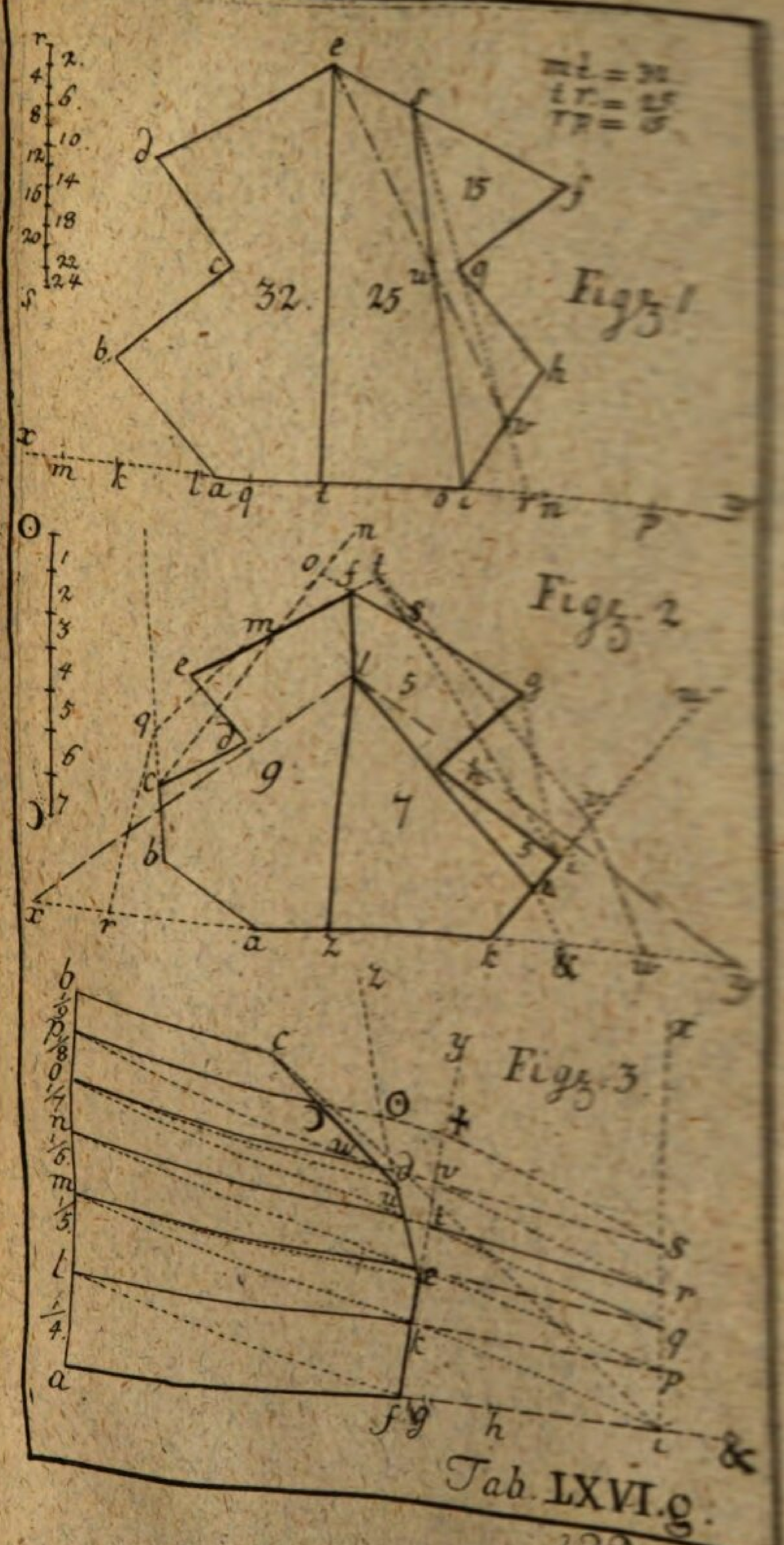


Figᵹ. 3.

Tab. LXVI.e.

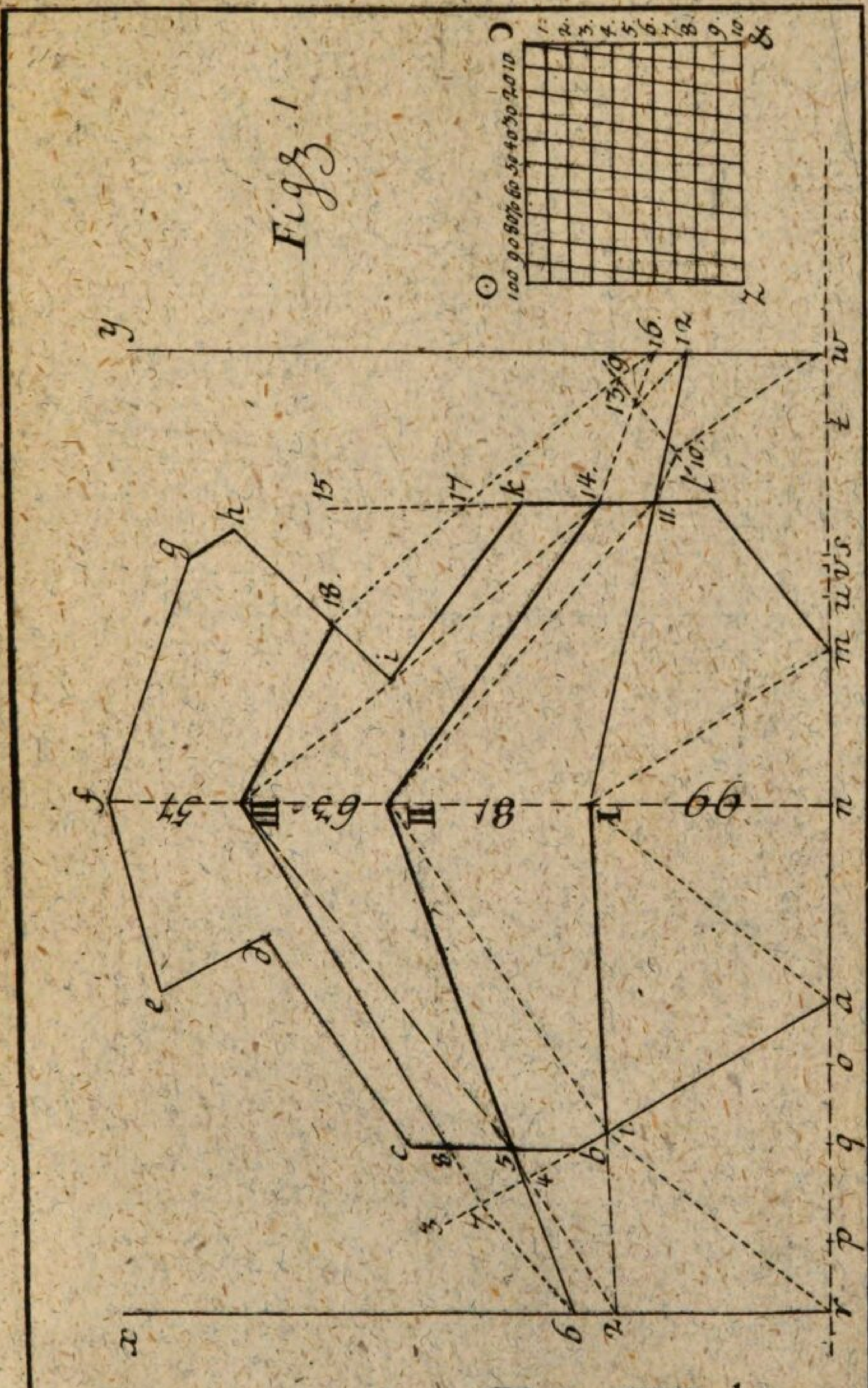

z
1
2
3
4
5
6
7
8
&
O
c
d
b
Fig: 1.
6.
8.
7.
l
x
f
a
i
e
y
g
h
k
Fig: 2.
h
d
g
e
l
m
f
v
1/6
1/3
1/4
1/5
c
p
q
o
a
r
b
s
t
n
k
Fig: 3.
e
l
t
d
f
k
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
P
n
m
17.
13.
10
c
g
r
h
v
a
q
s
w
b
u

Tab. LXVI. f.



Tab. LXVI.g.

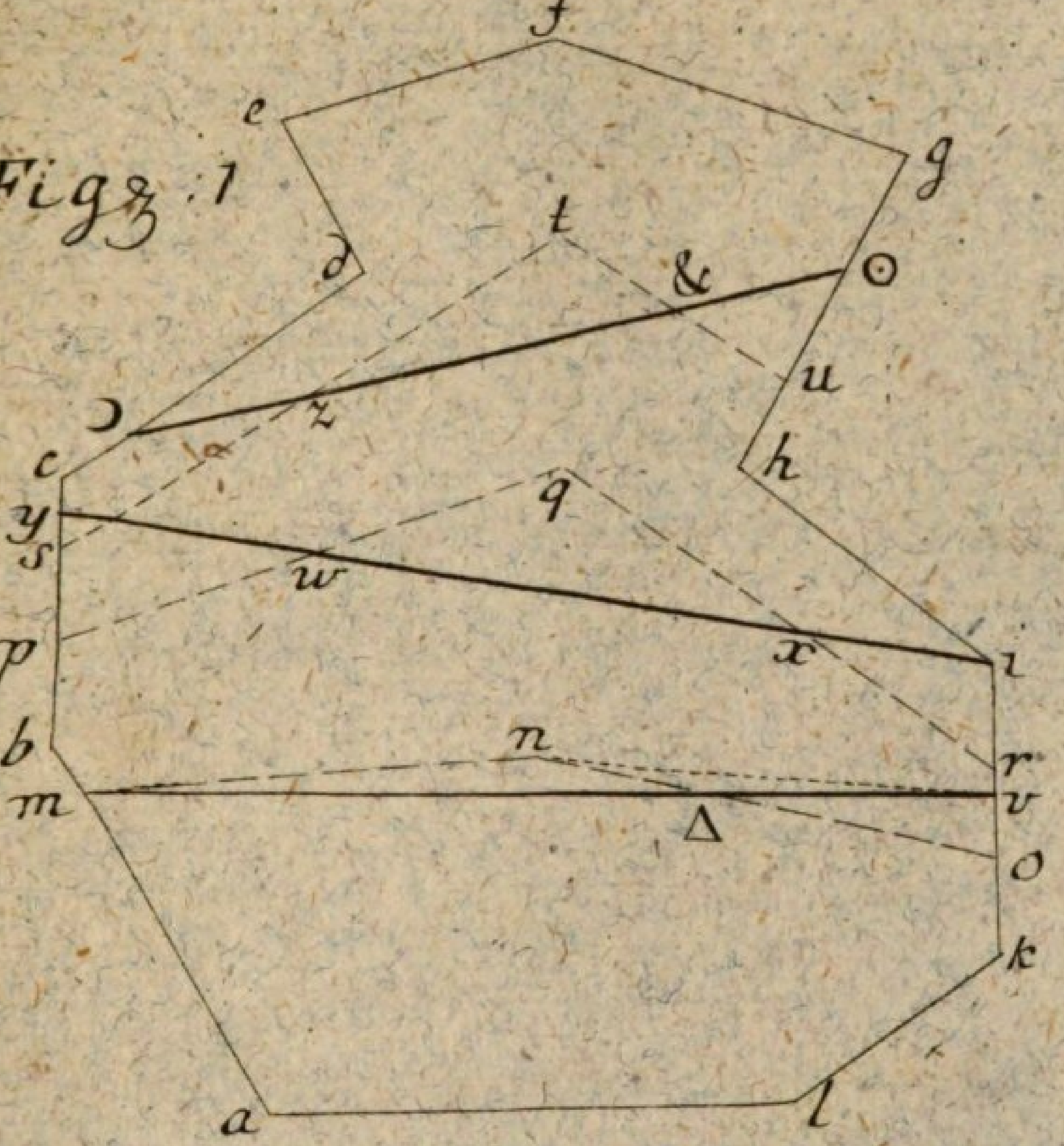
IDP. sc.



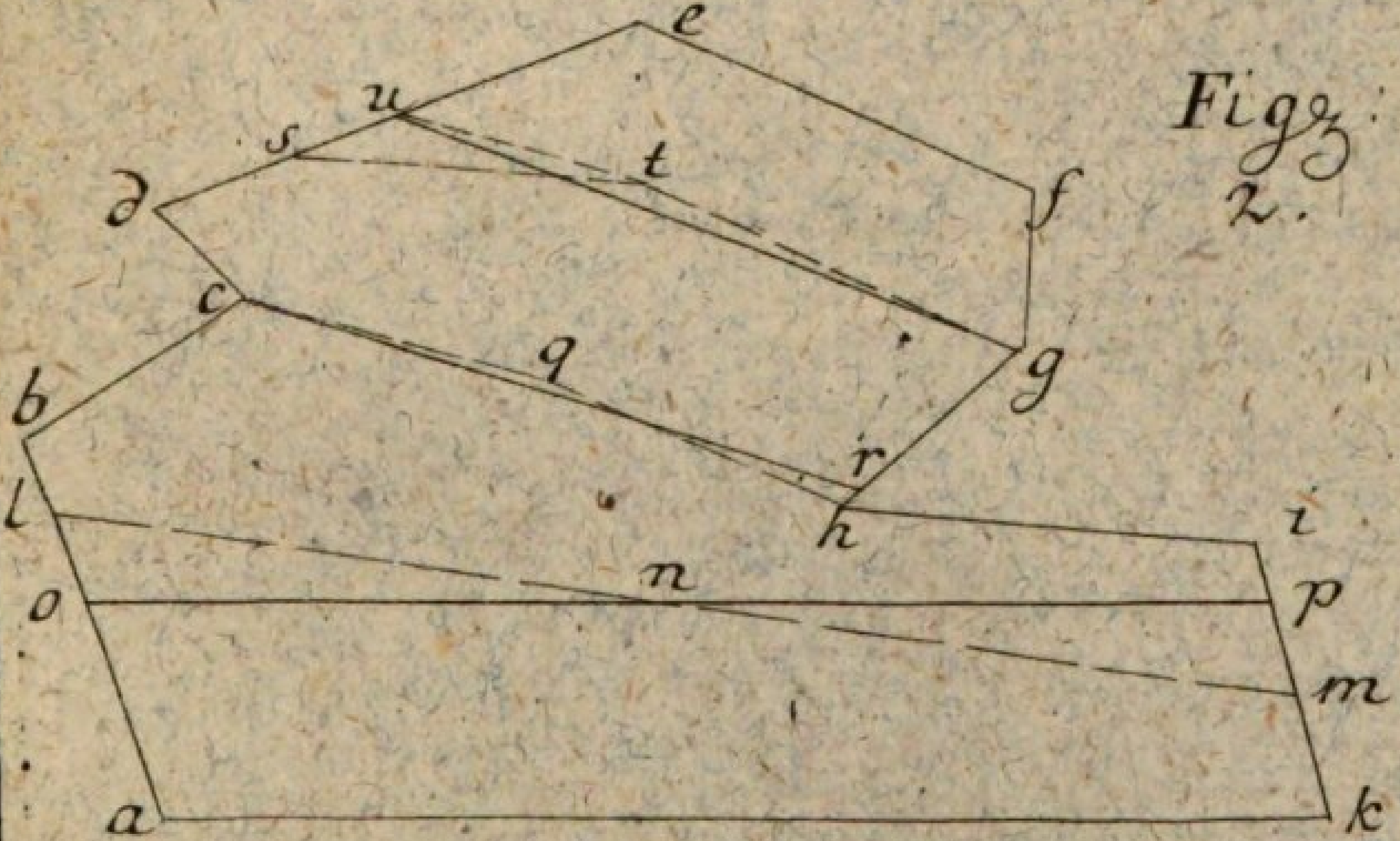
Tab XVI. h.

I. D. P. sc.

Figg: 1



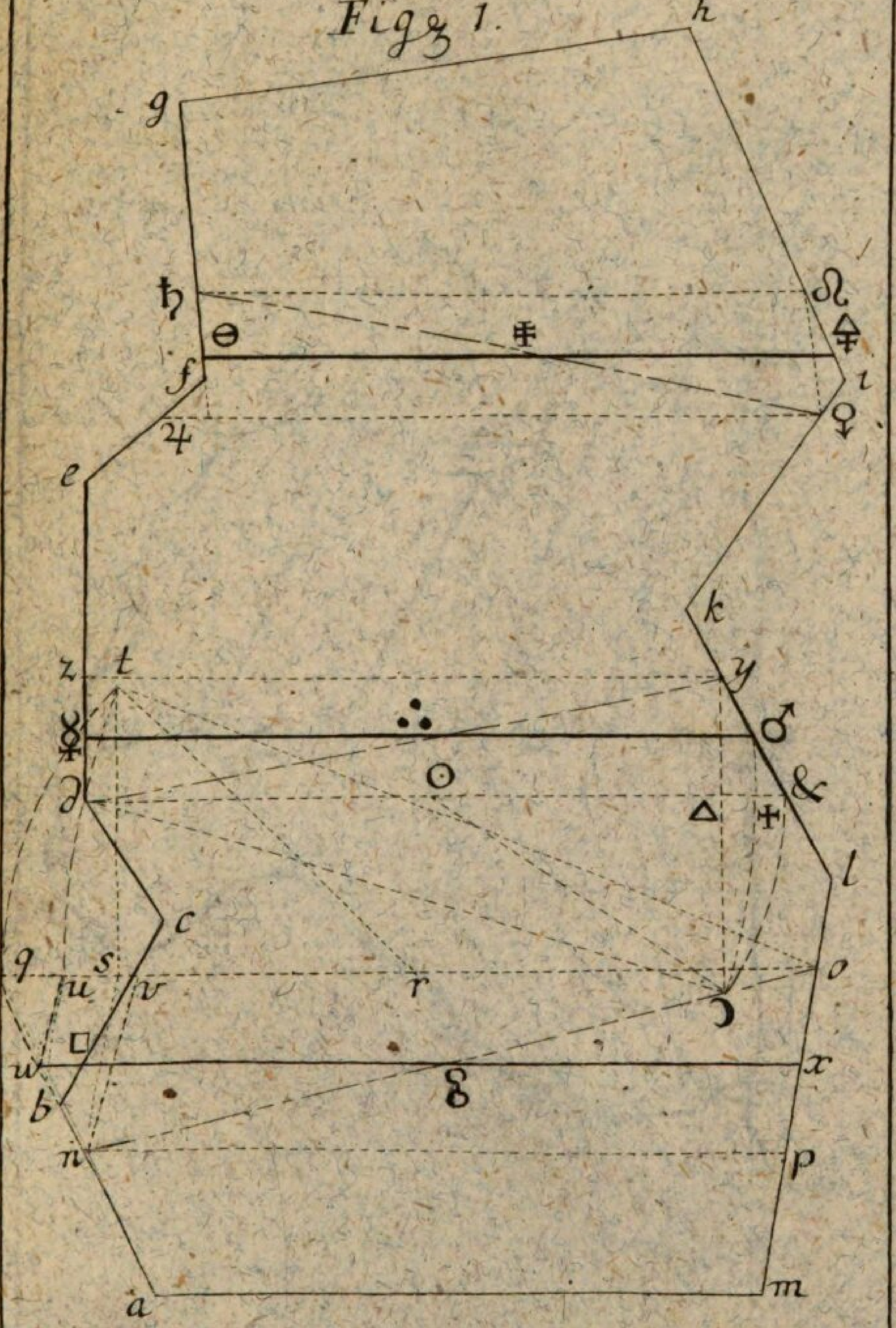
Figg: 2.



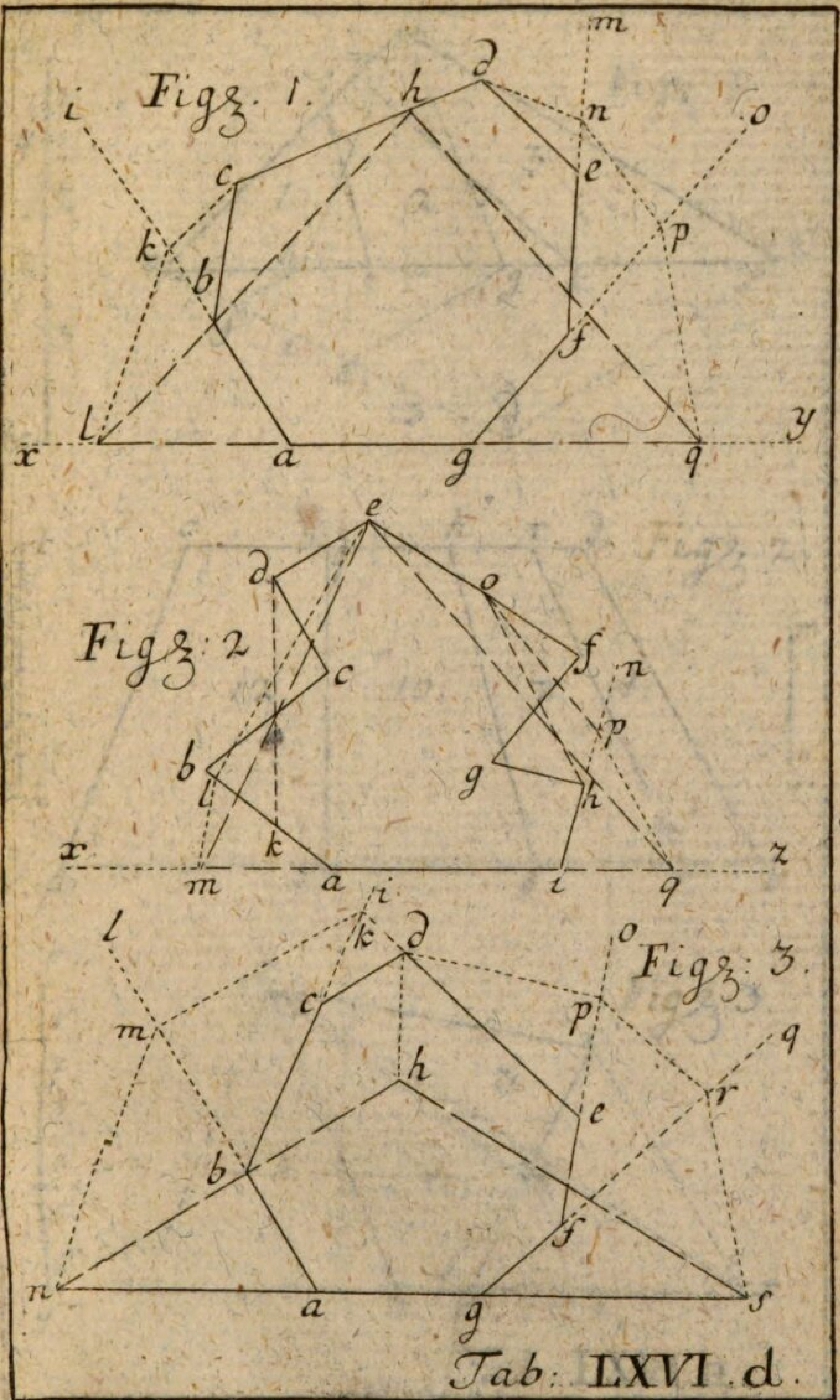
Tab: LXVI. i

J. D.P. sc.

Fig. 1.



Tab LXVI. K.



Tab: LXVI. d.

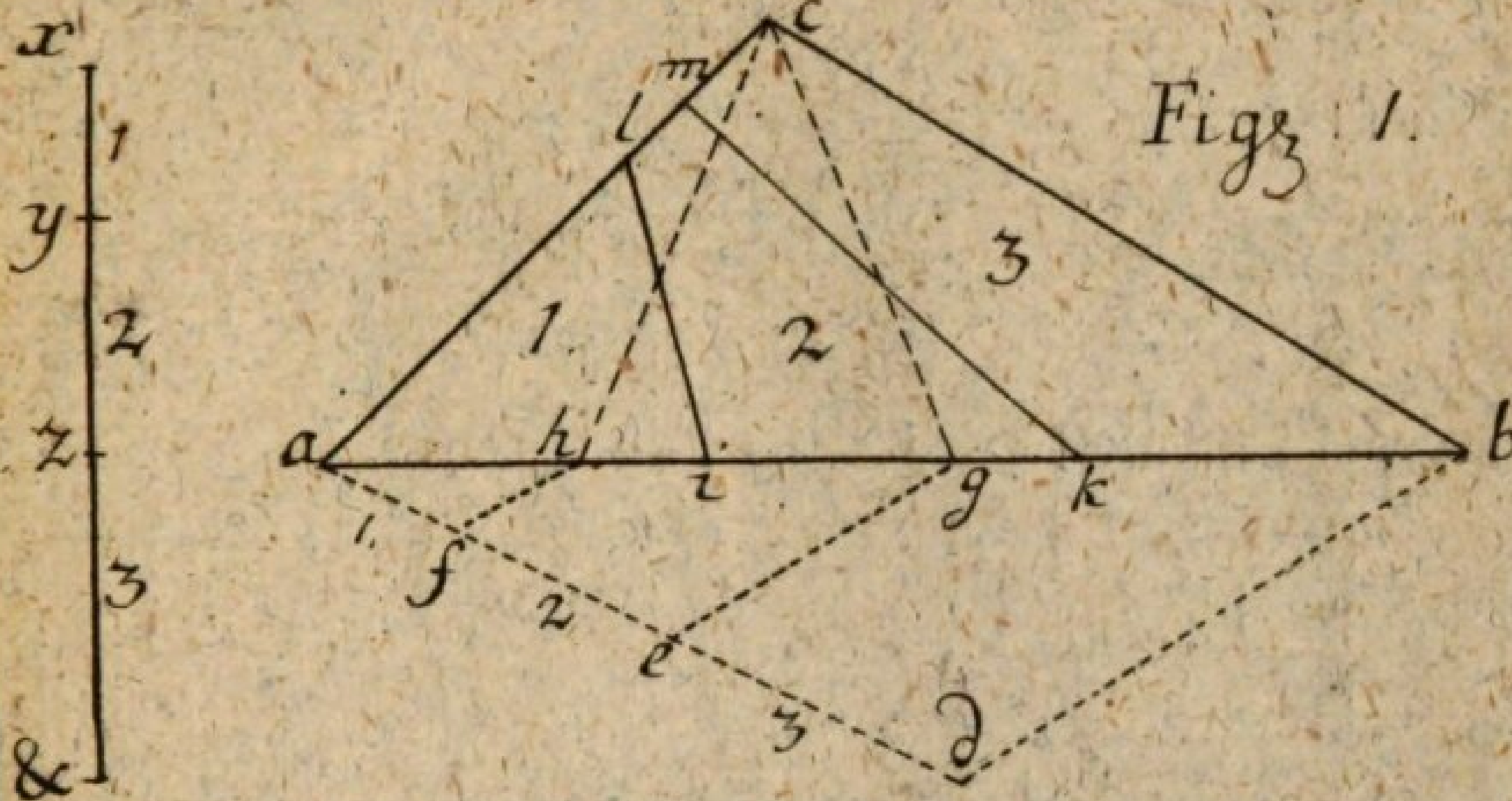


Fig. 1.

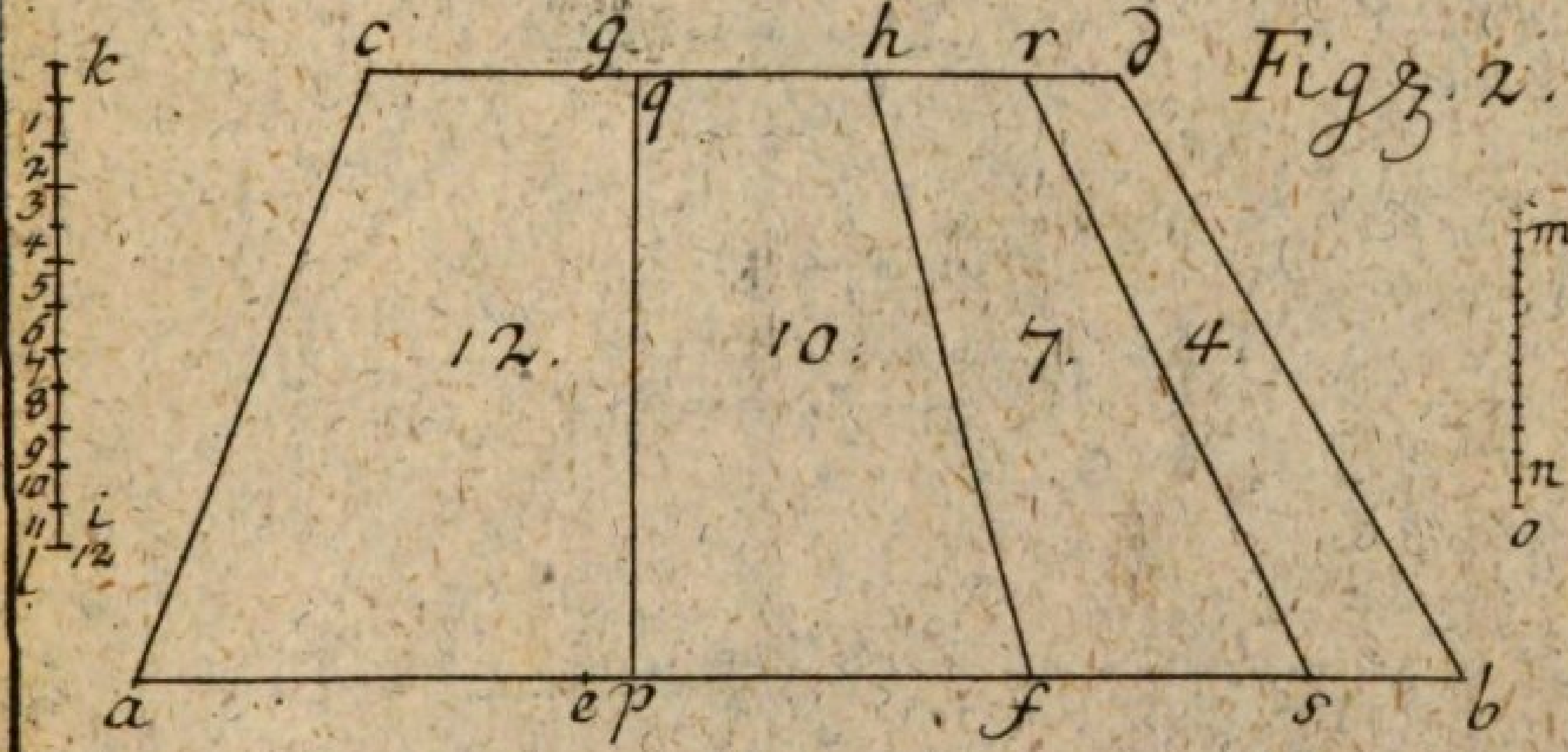


Fig. 2.

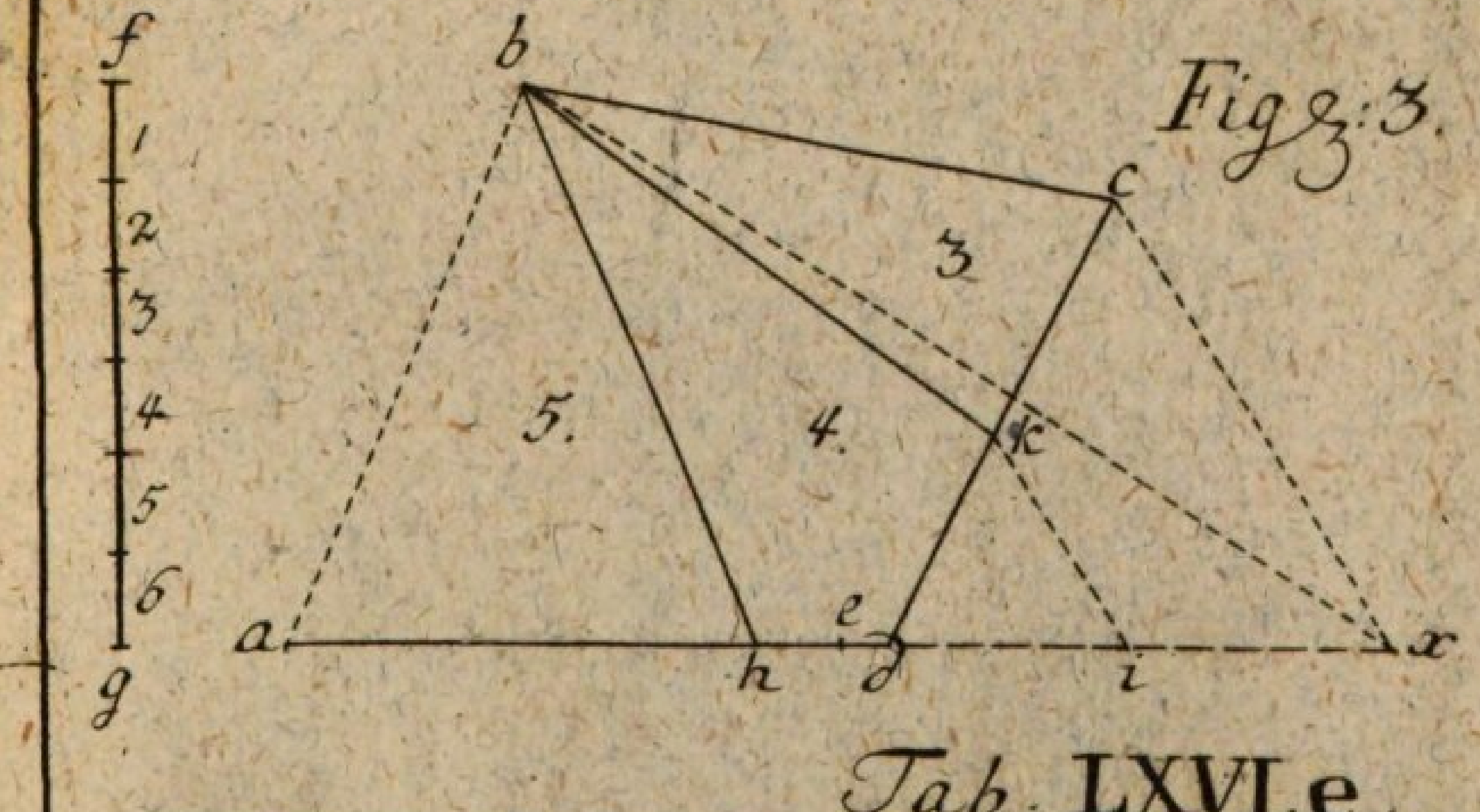


Fig. 3.

Tab. LXVI.e.

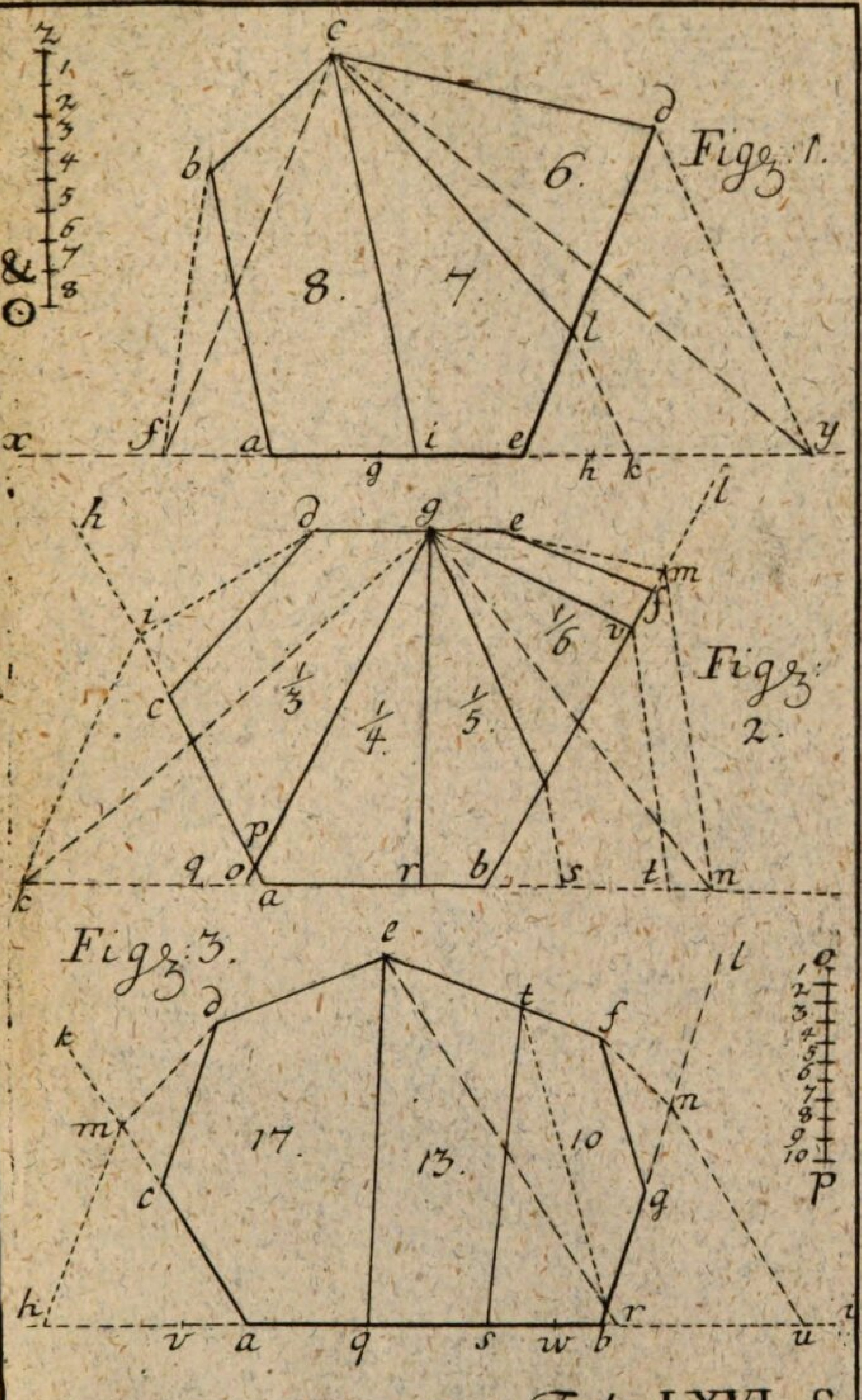
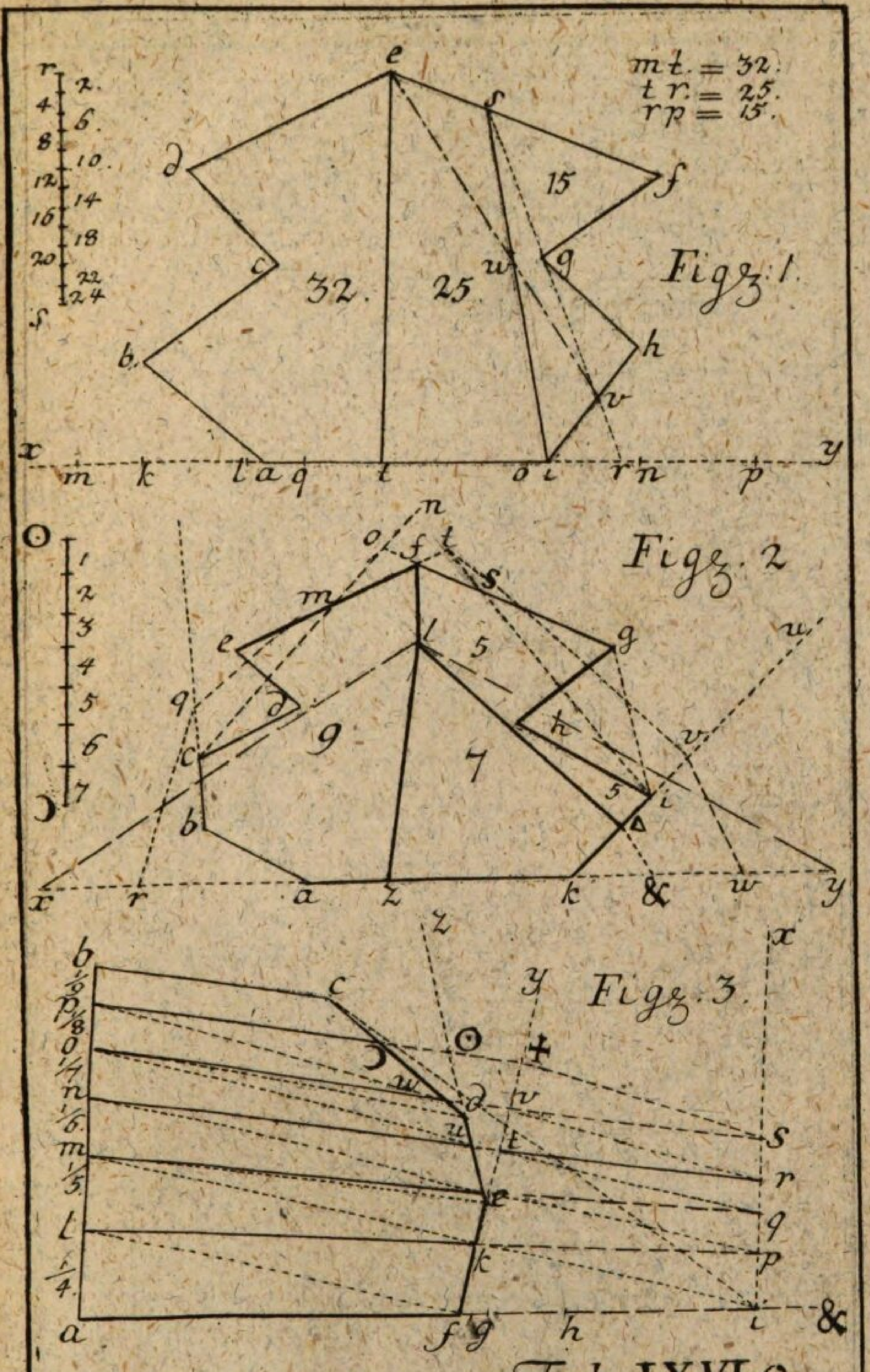


Fig: 1.
c
d
b
6.
8.
7.
l
x
f
a
i
e
y
g
h
k
z
&
O
Fig: 2.
h
d
g
e
l
m
f
v
i
1/6
1/3
1/4
1/5
c
p
q
o
r
b
s
t
n
k
a
Fig: 3.
e
l
t
d
f
k
m
n
17.
13.
10
c
g
h
v
a
q
s
w
b
r
u
o
P

Tab. LXVI. f.

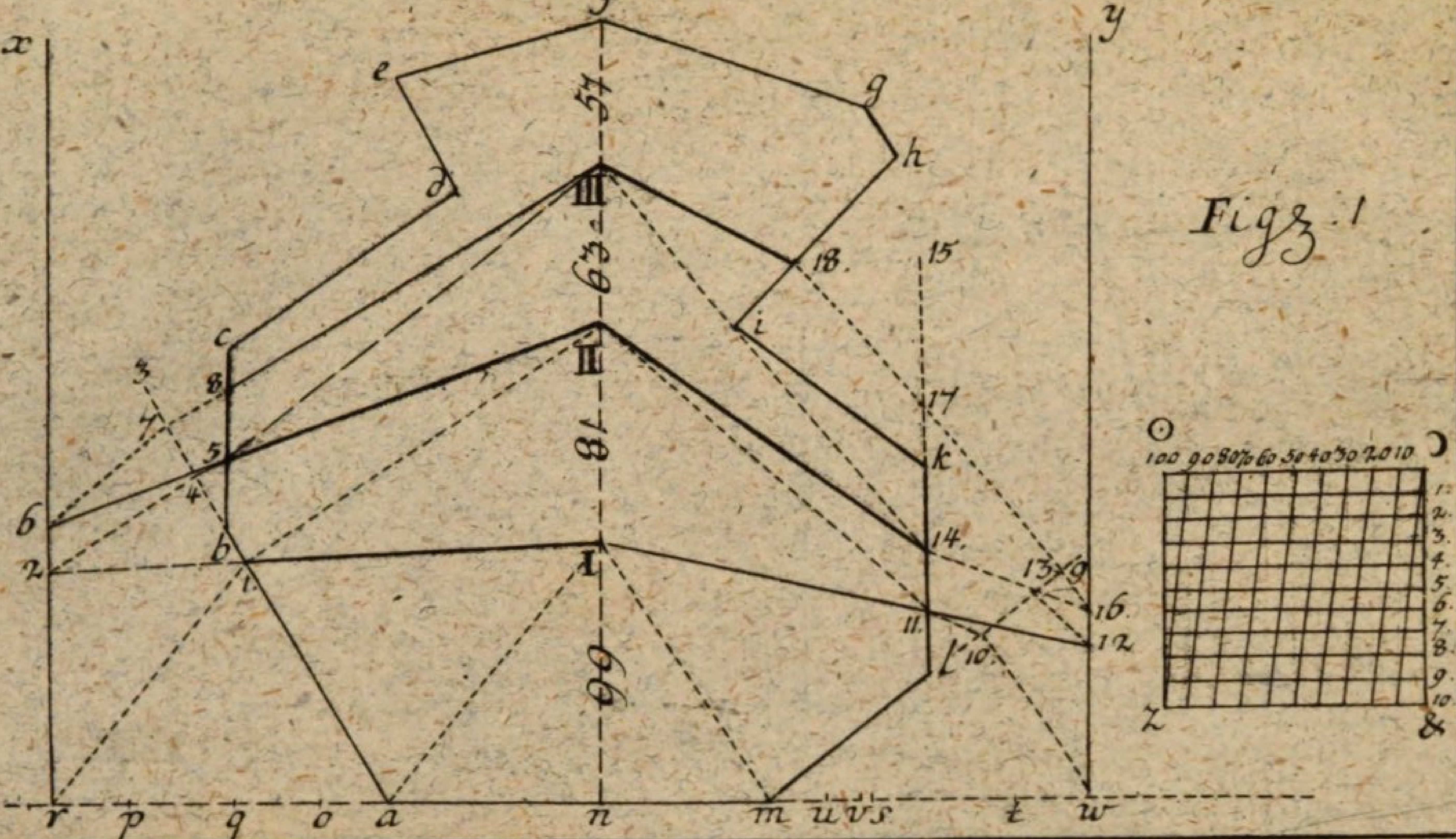


Tab. LXVI.g.

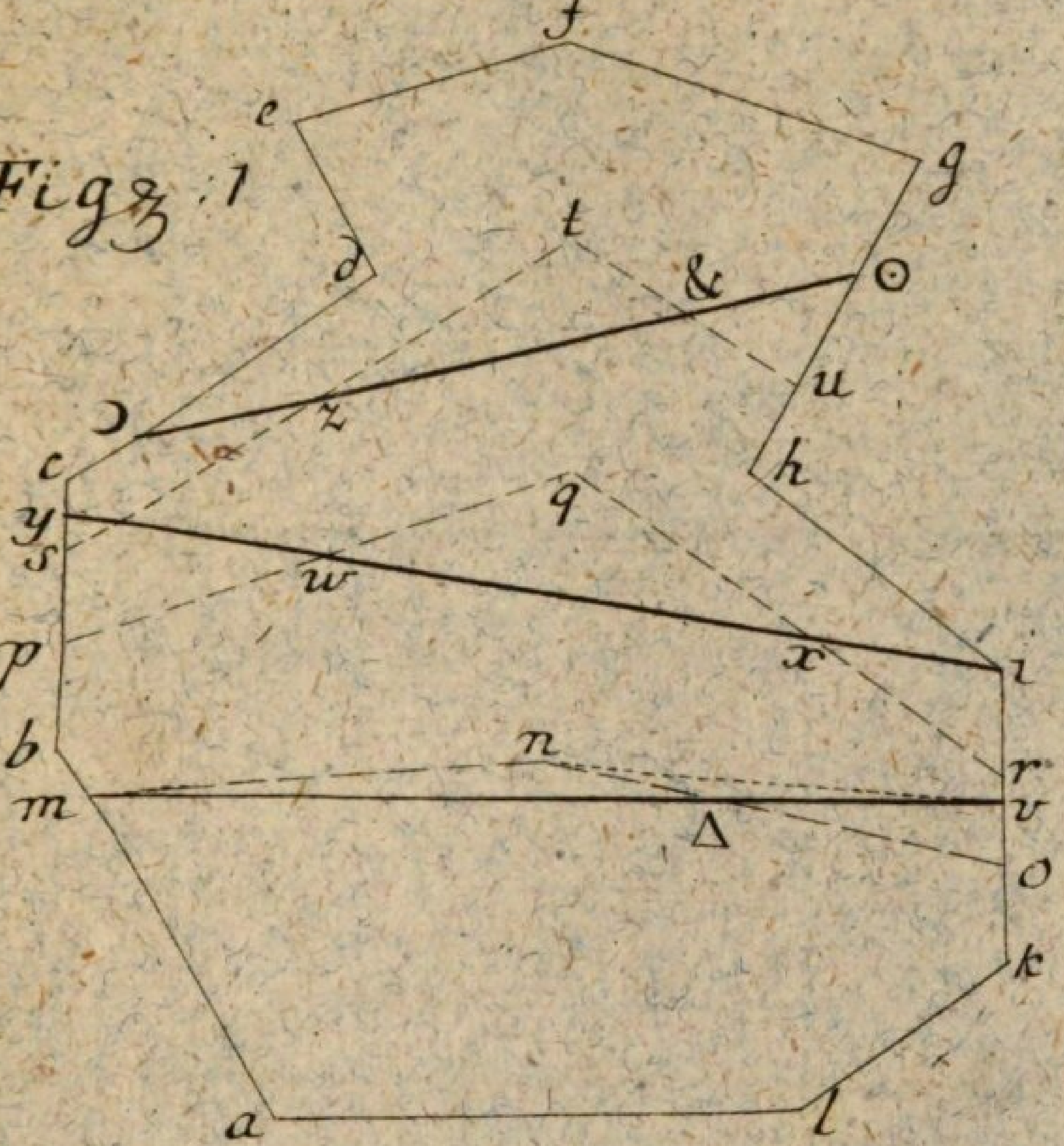
I.D.P. sc.

Tab XVI. h.

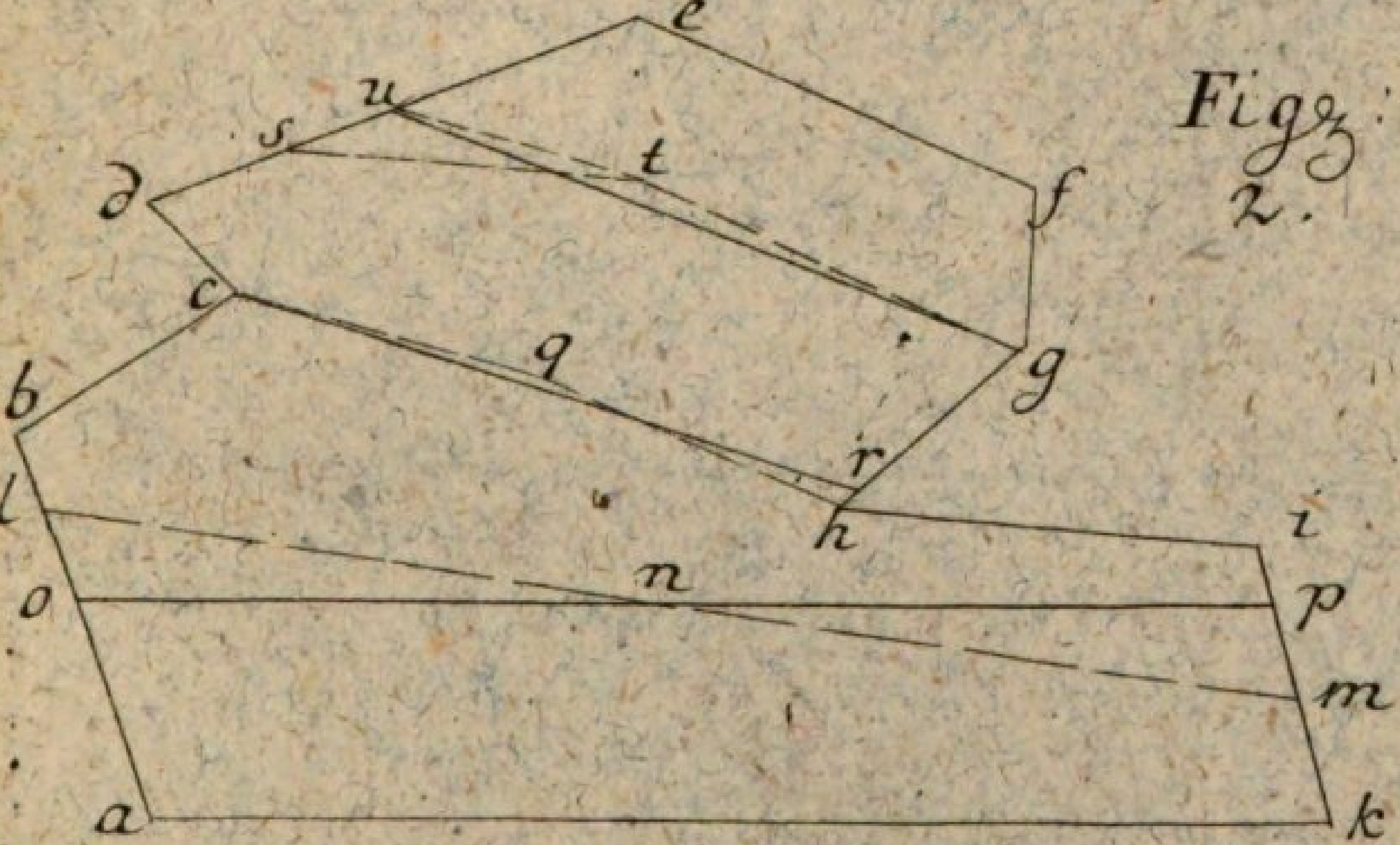
Figg. 1



Figz: 1



Figz: 2.

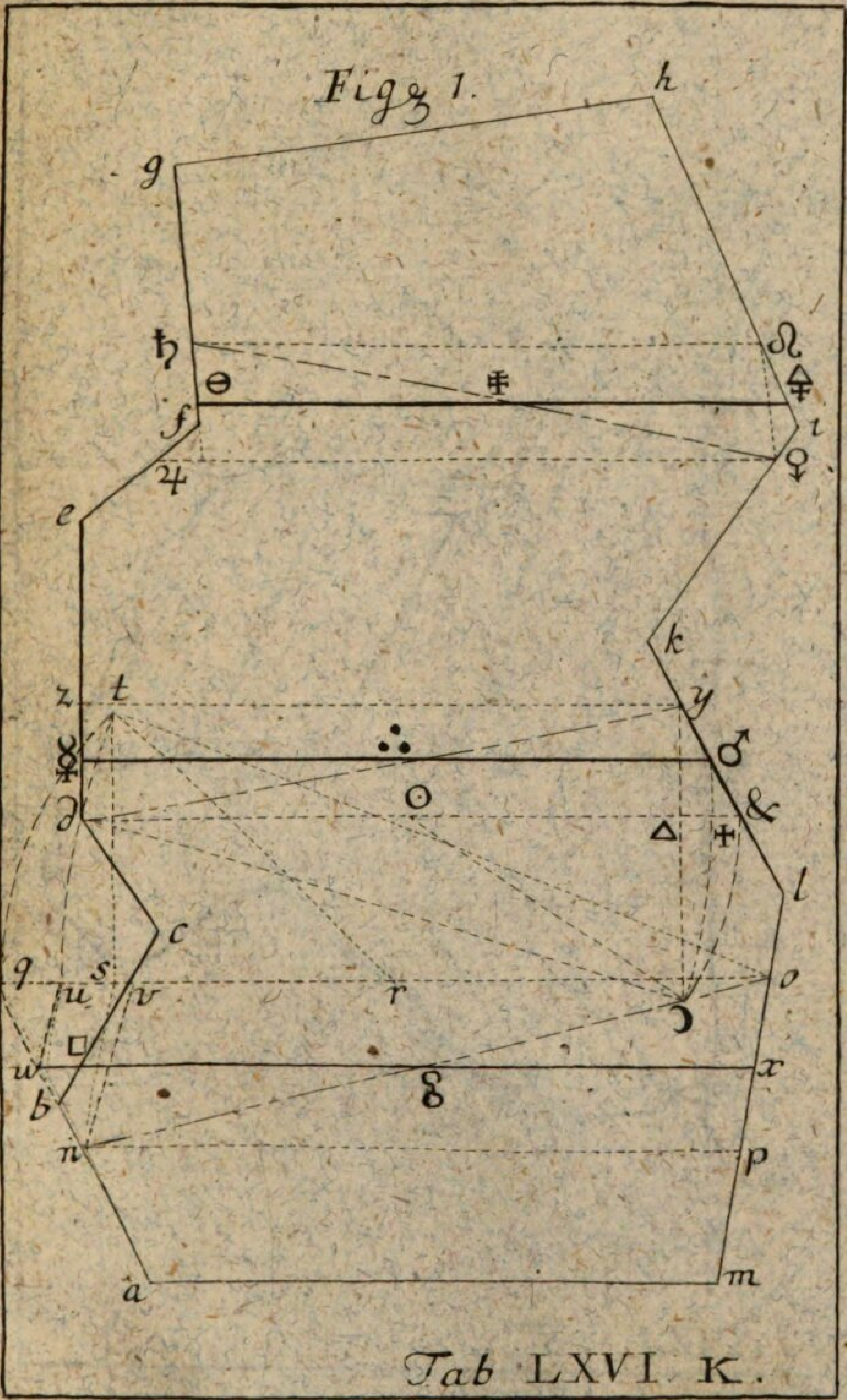


Tab: LXVI. i

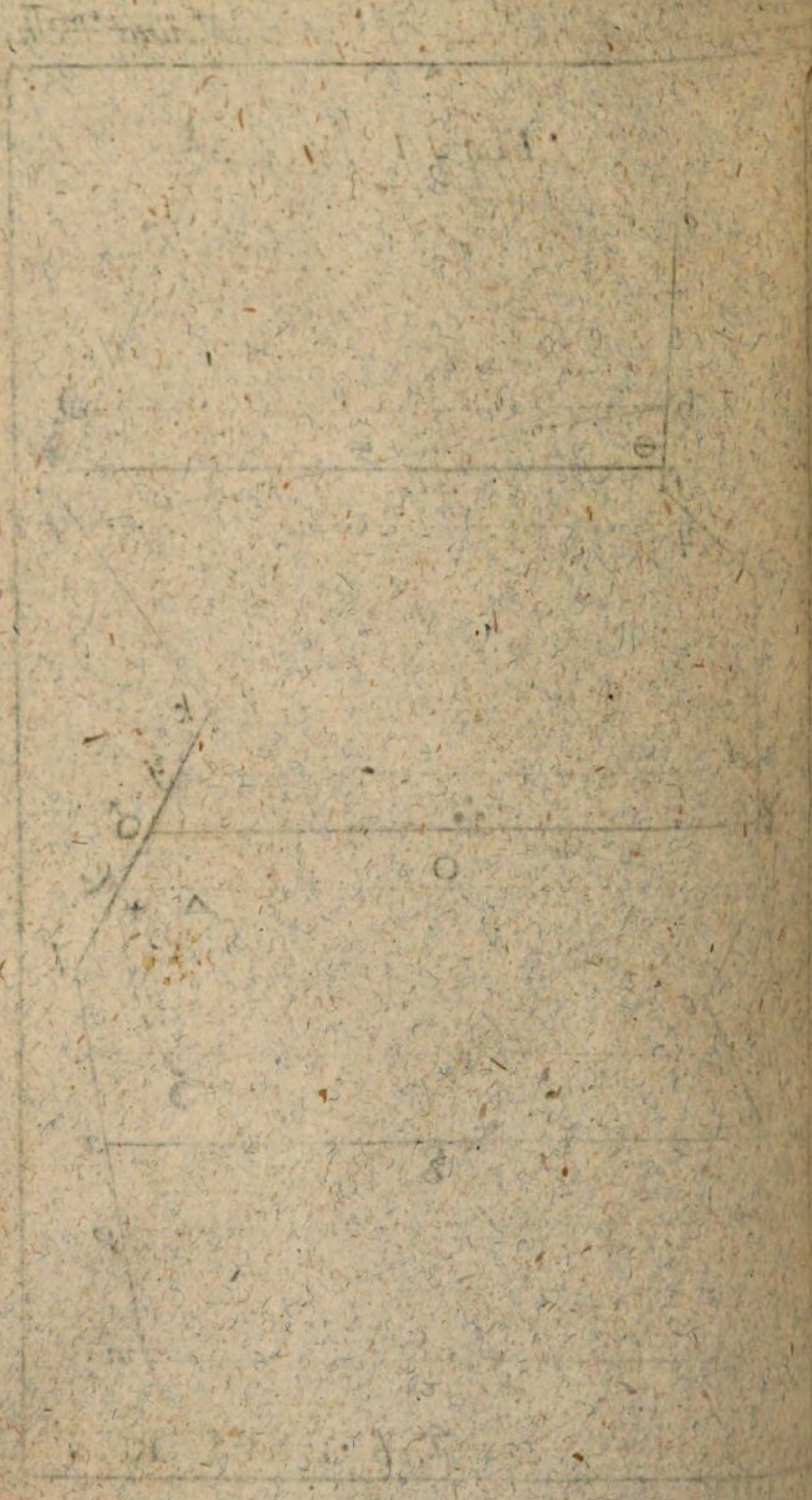
J. D.P. sc.

Moller 4ten Th.

Fig. 1.



Tab LXVI. K.



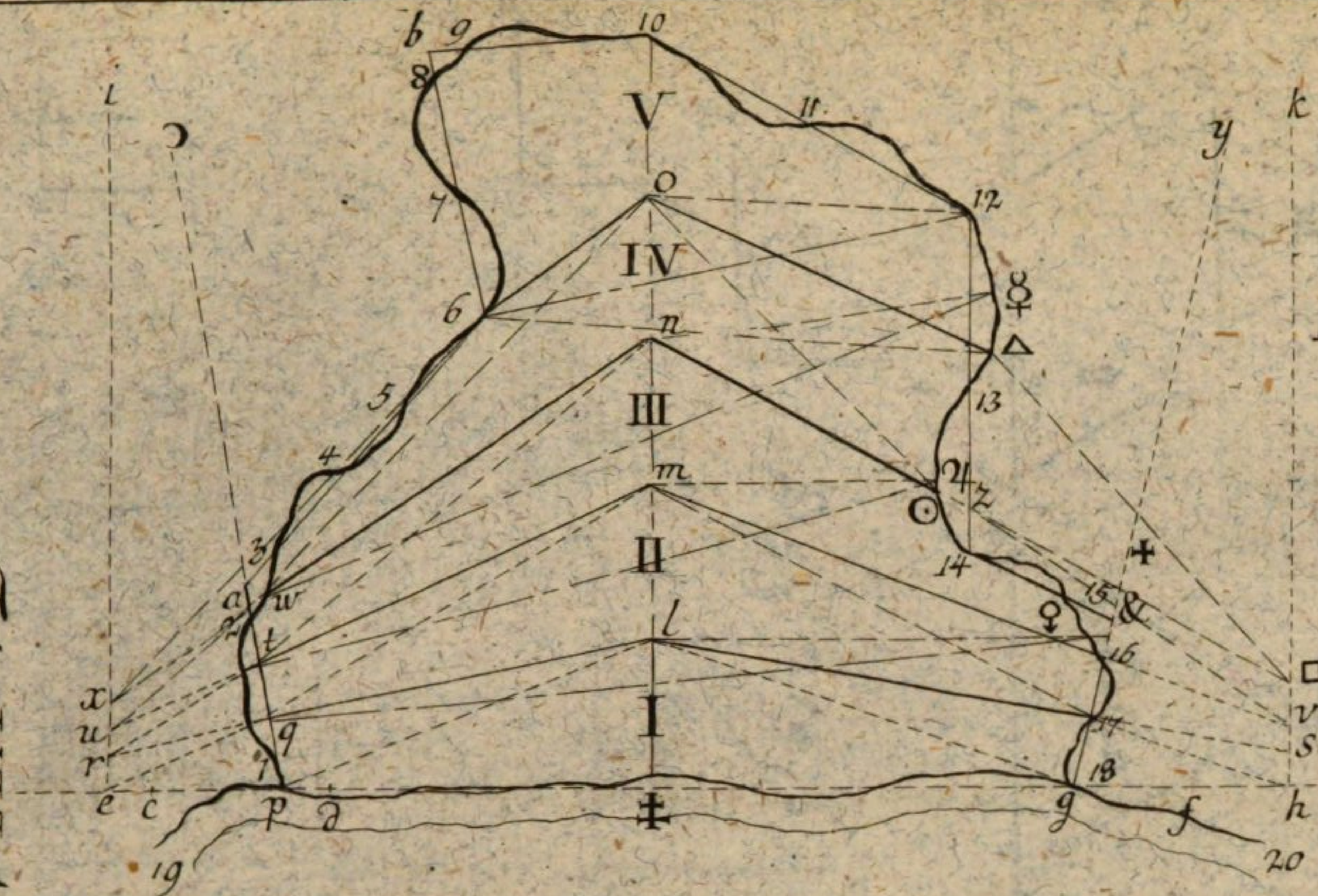
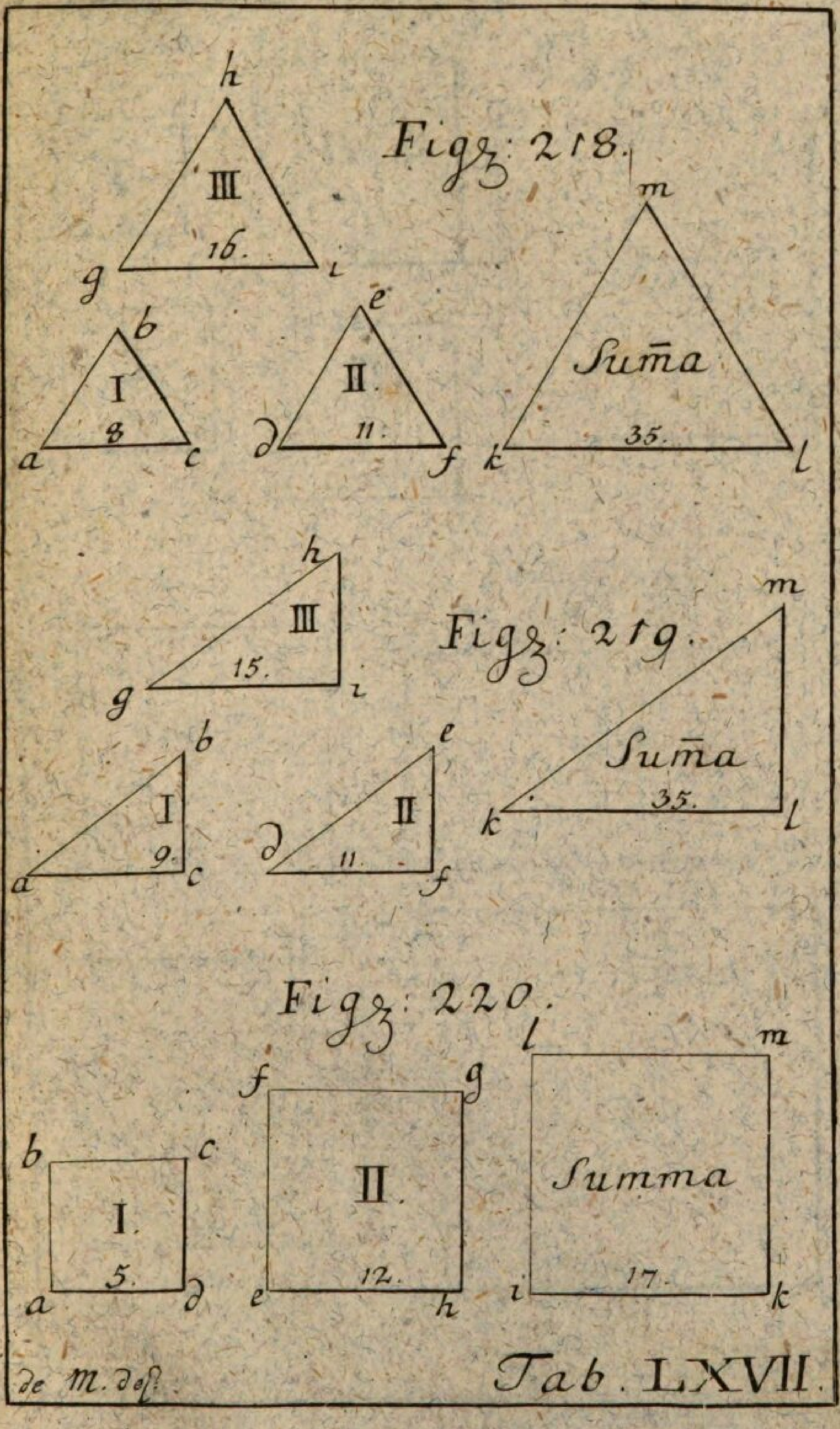
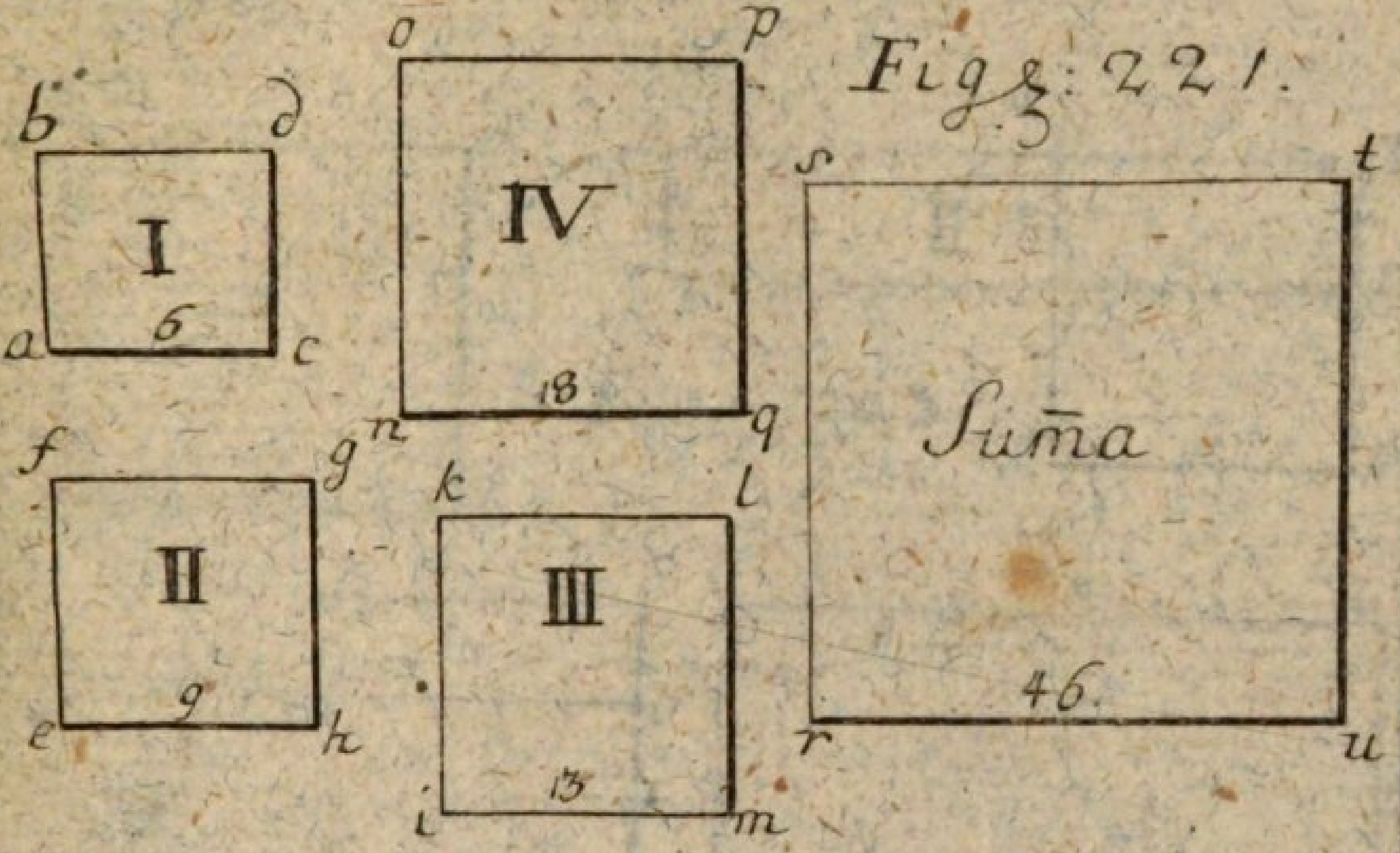


Fig. 1.

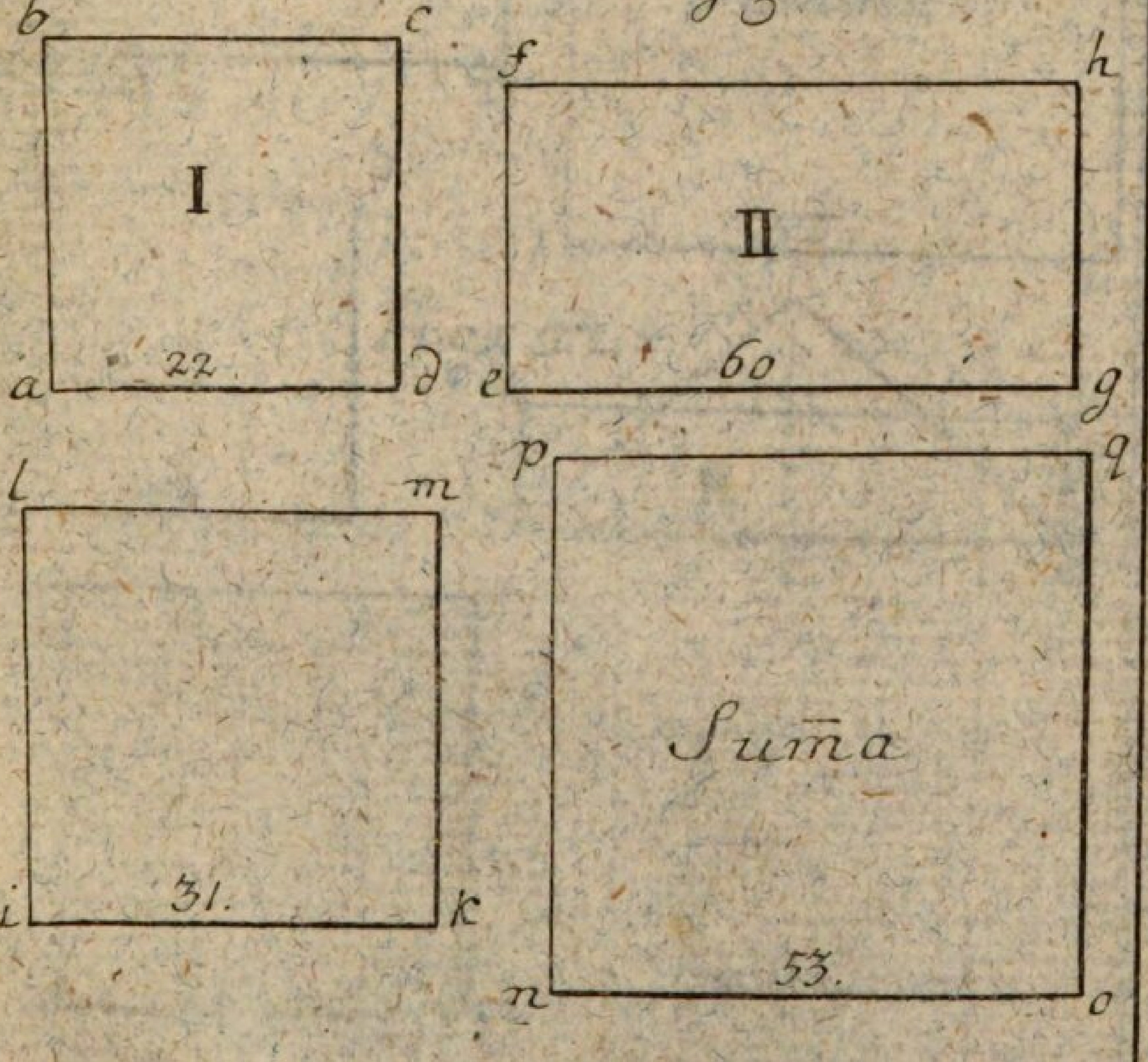
Tab. LXVI. 1.


Figg: 218.
h
III
16.
g
i
m
b
I
8
a
c
e
II.
11.
∂
f
Suma
35.
k
l
h
III
15.
g
i
m
Figg: 219.
Suma
35.
k
l
b
I
9.
a
c
e
II
11.
∂
f
Figg: 220.
l
m
f
g
b
c
I.
5.
a
∂
II.
12.
e
h
Summa
17.
i
k
de M. del.
Tab. LXVII.

Figg: 221.



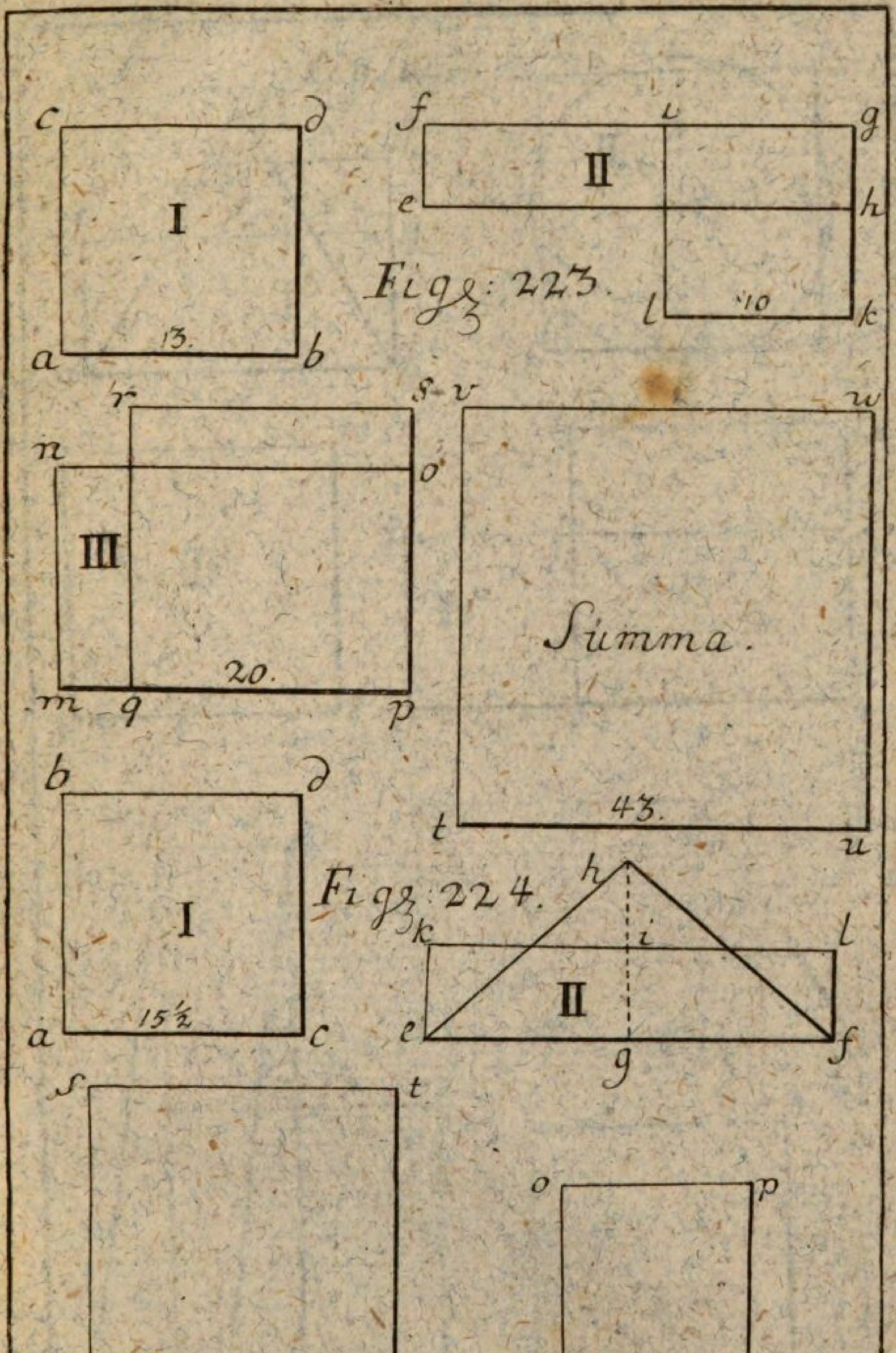
Figg: 222.



de Moller delineav.

Tab. LXVIII

J. D. Philippin geb. Sysangin sc.



J. D. Philippin sc.

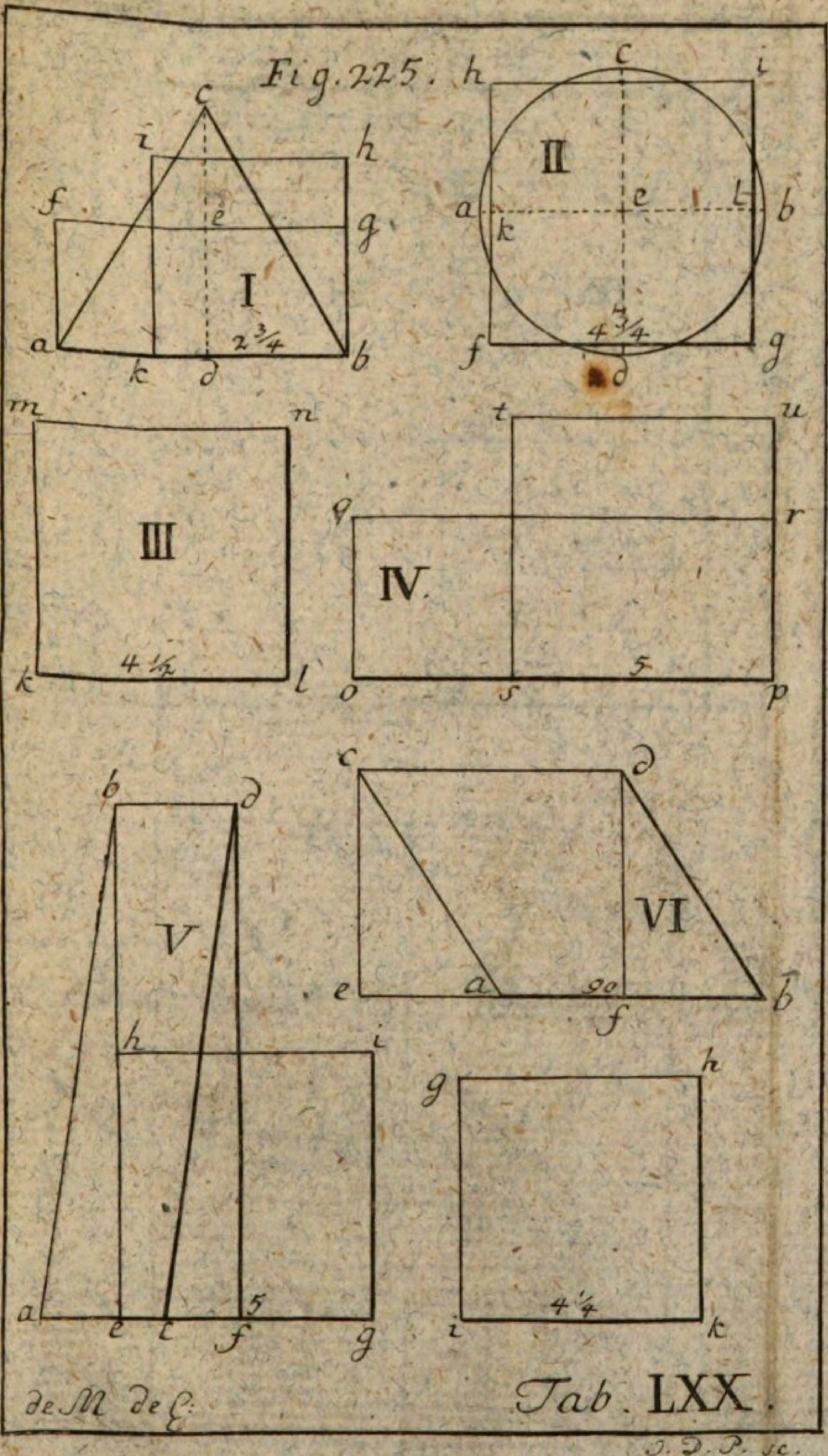
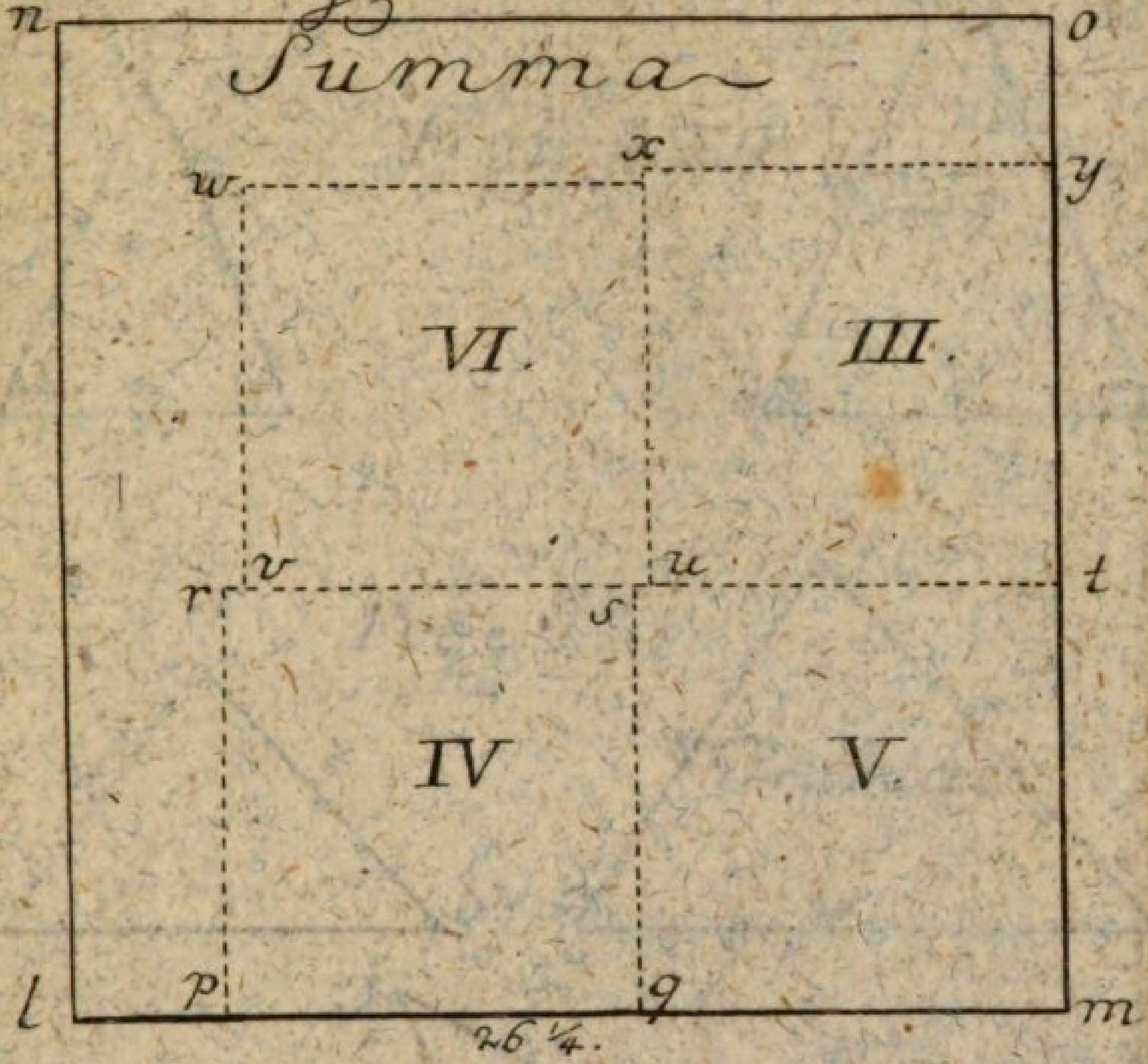


Fig. 225.

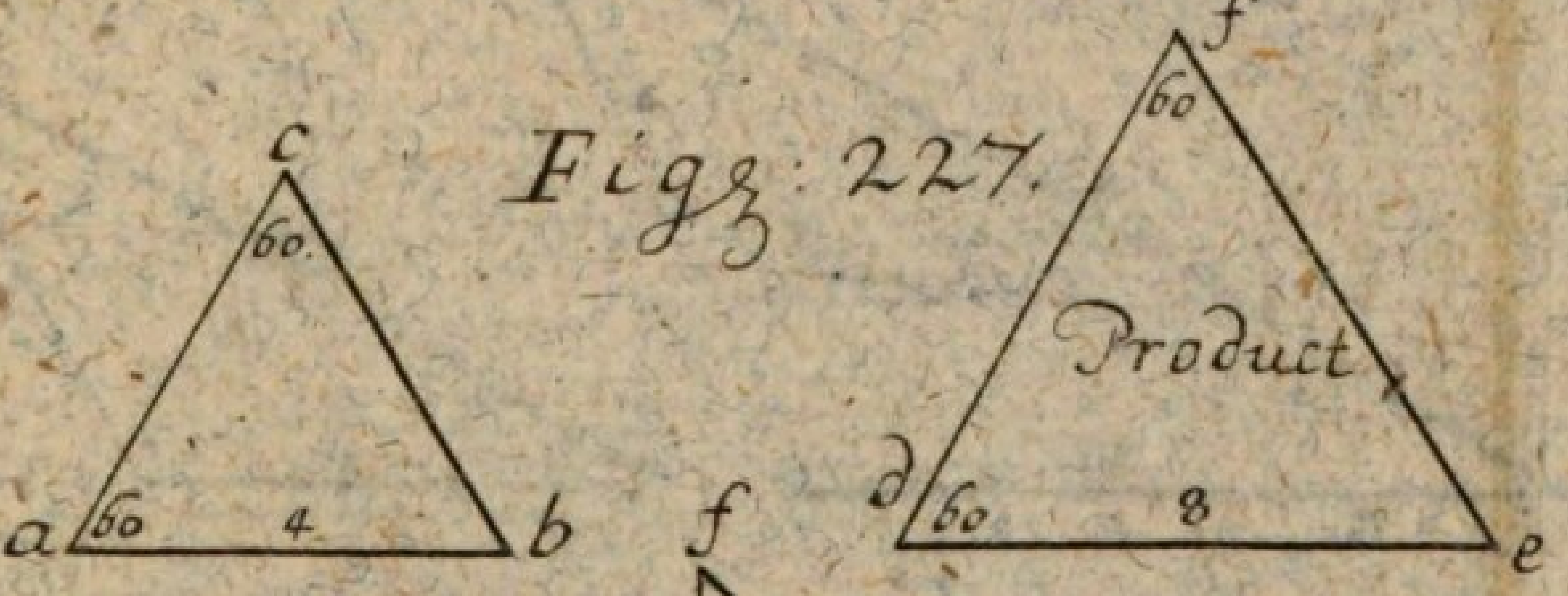
Tab. LXX.

J. D. P. sc.

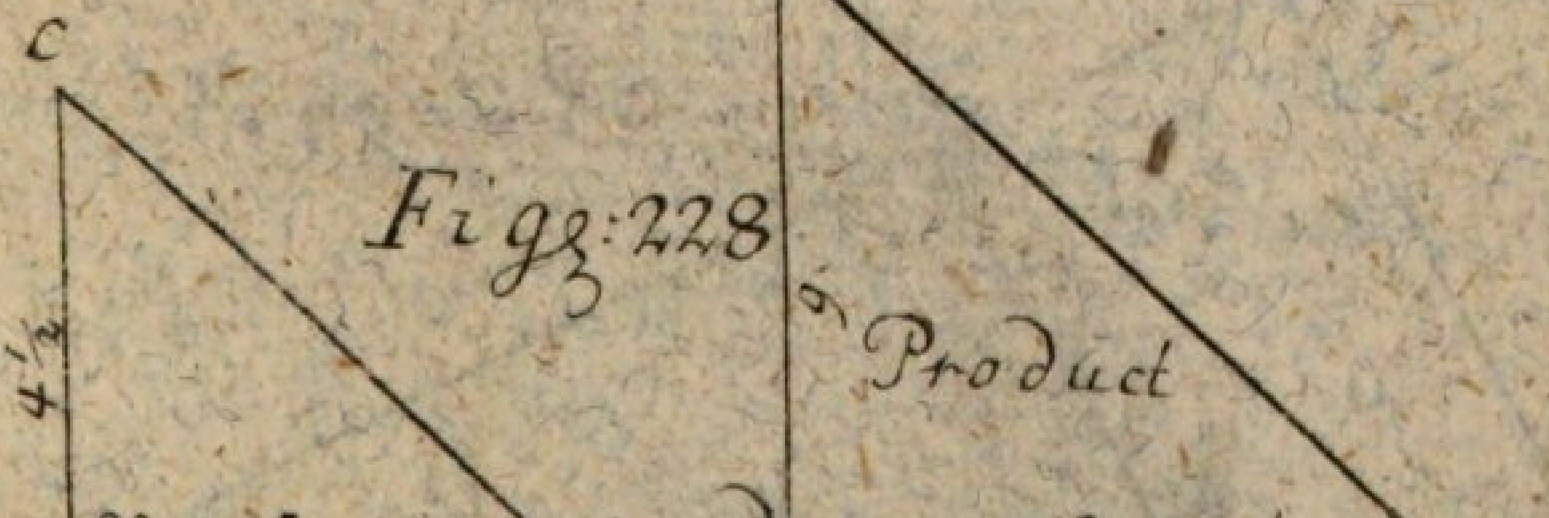
Figg: 226.



Figg: 227.



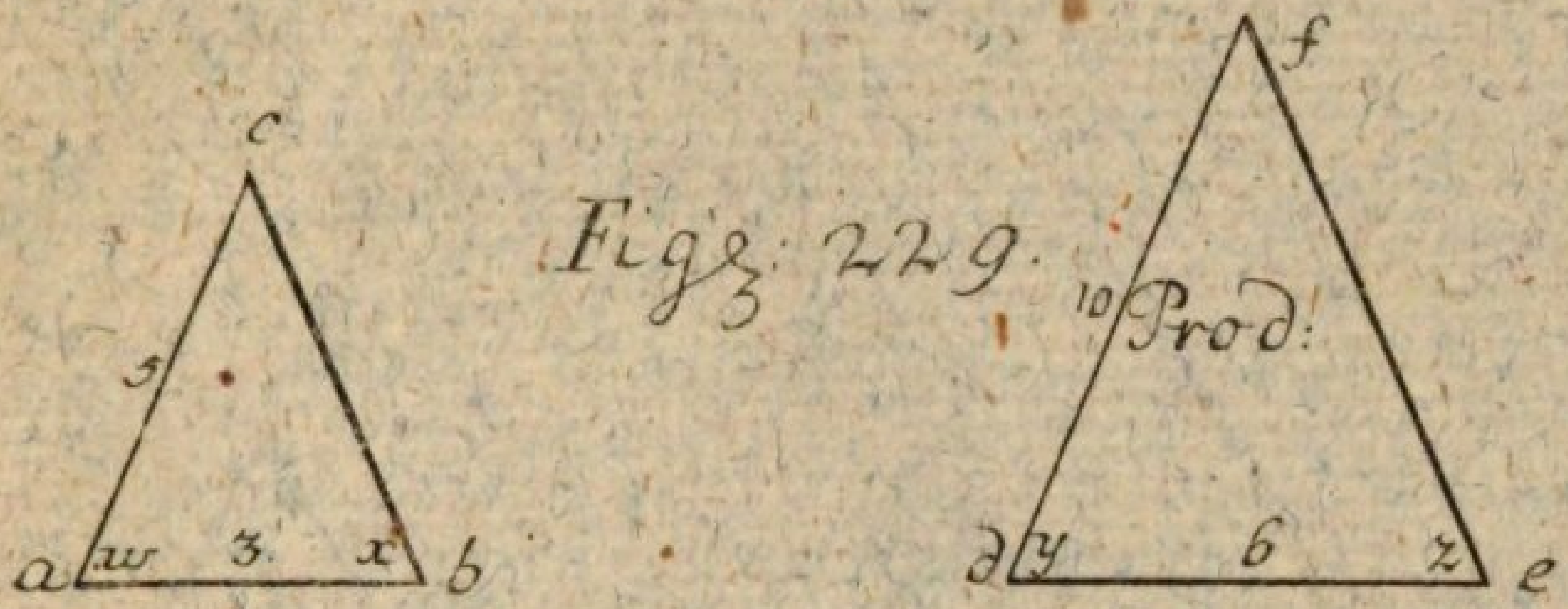
Figg: 228



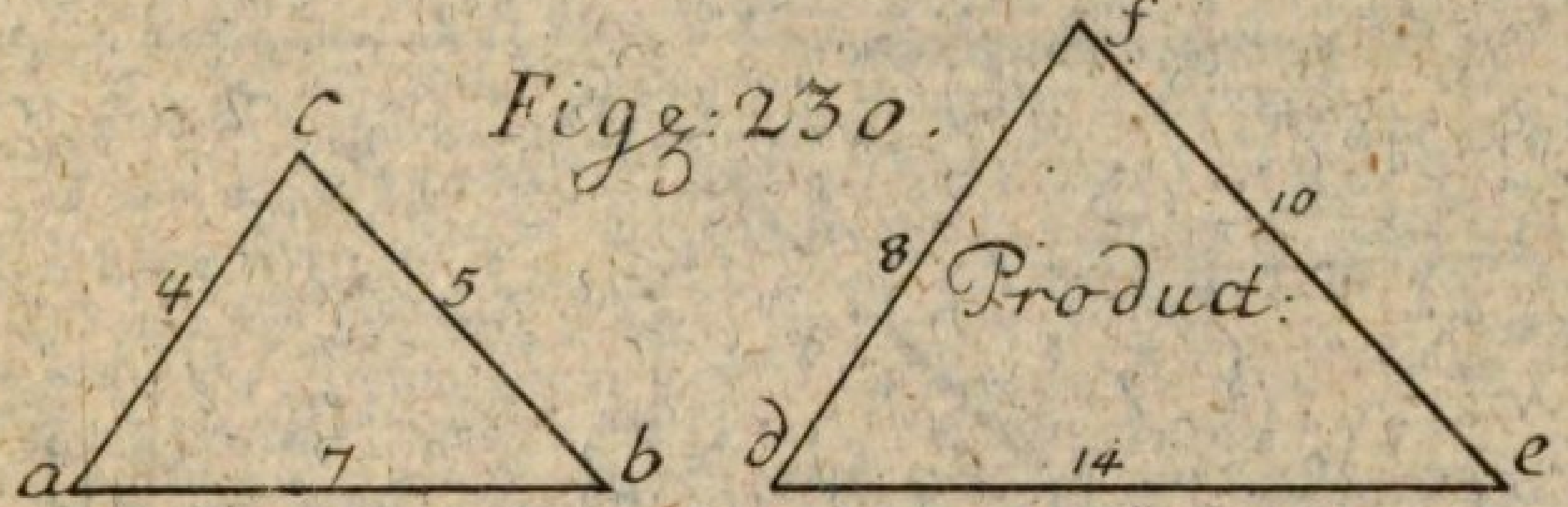
de M. del.

Tab: LXXI.

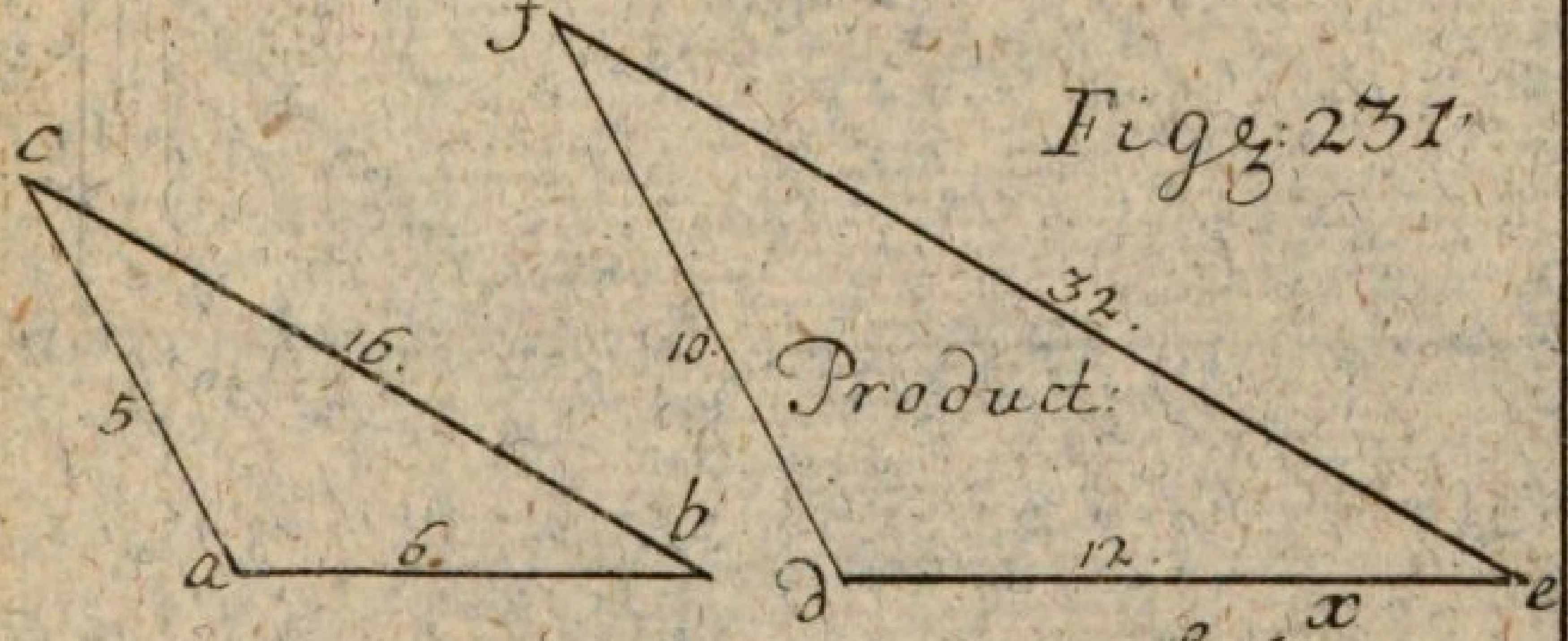
Figg: 229.



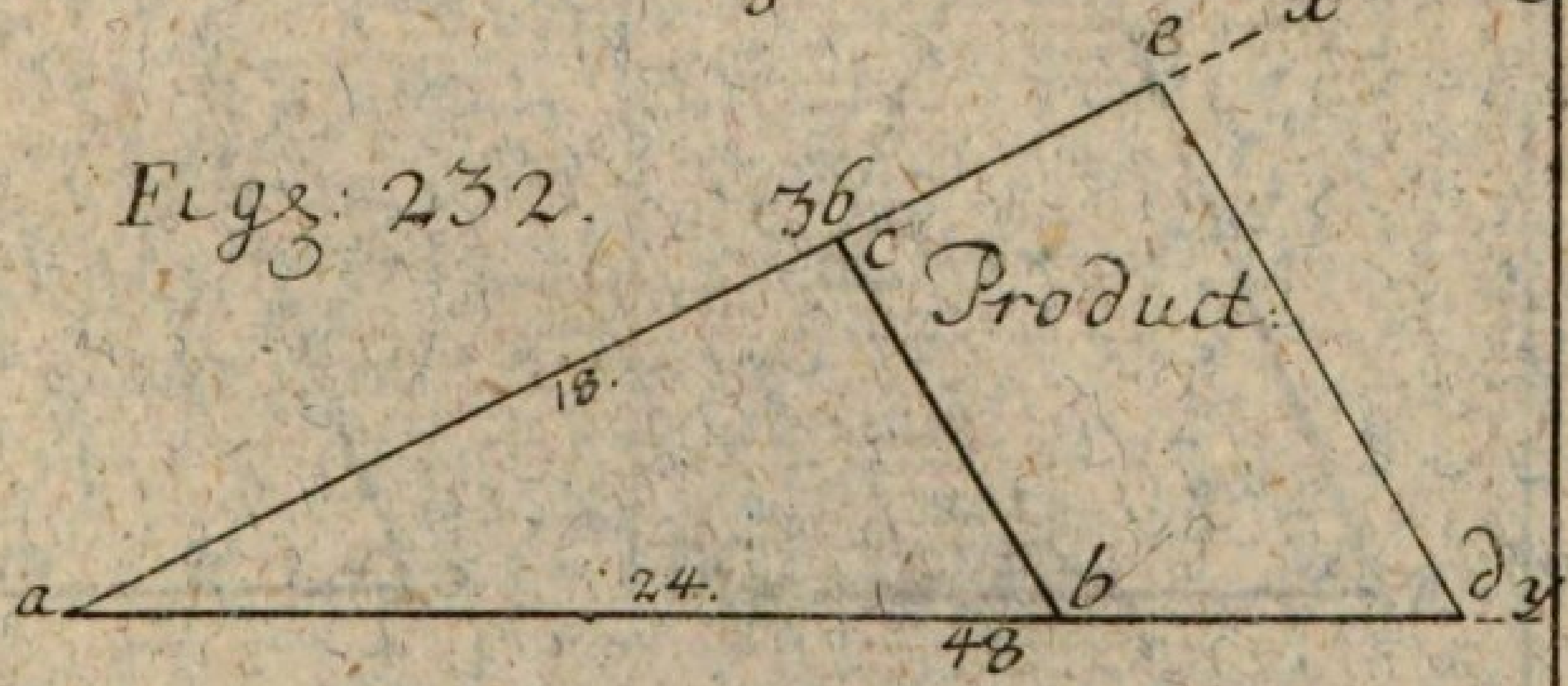
Figg: 230.



Figg: 231.

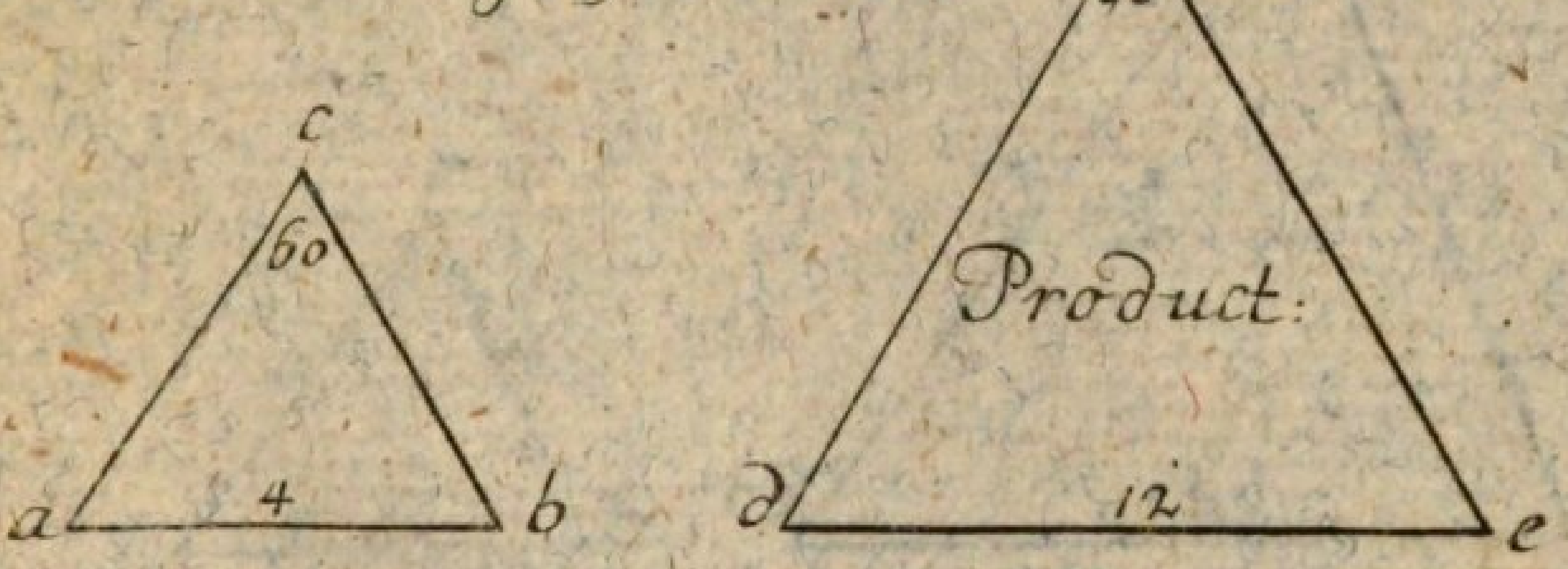


Figg: 232.

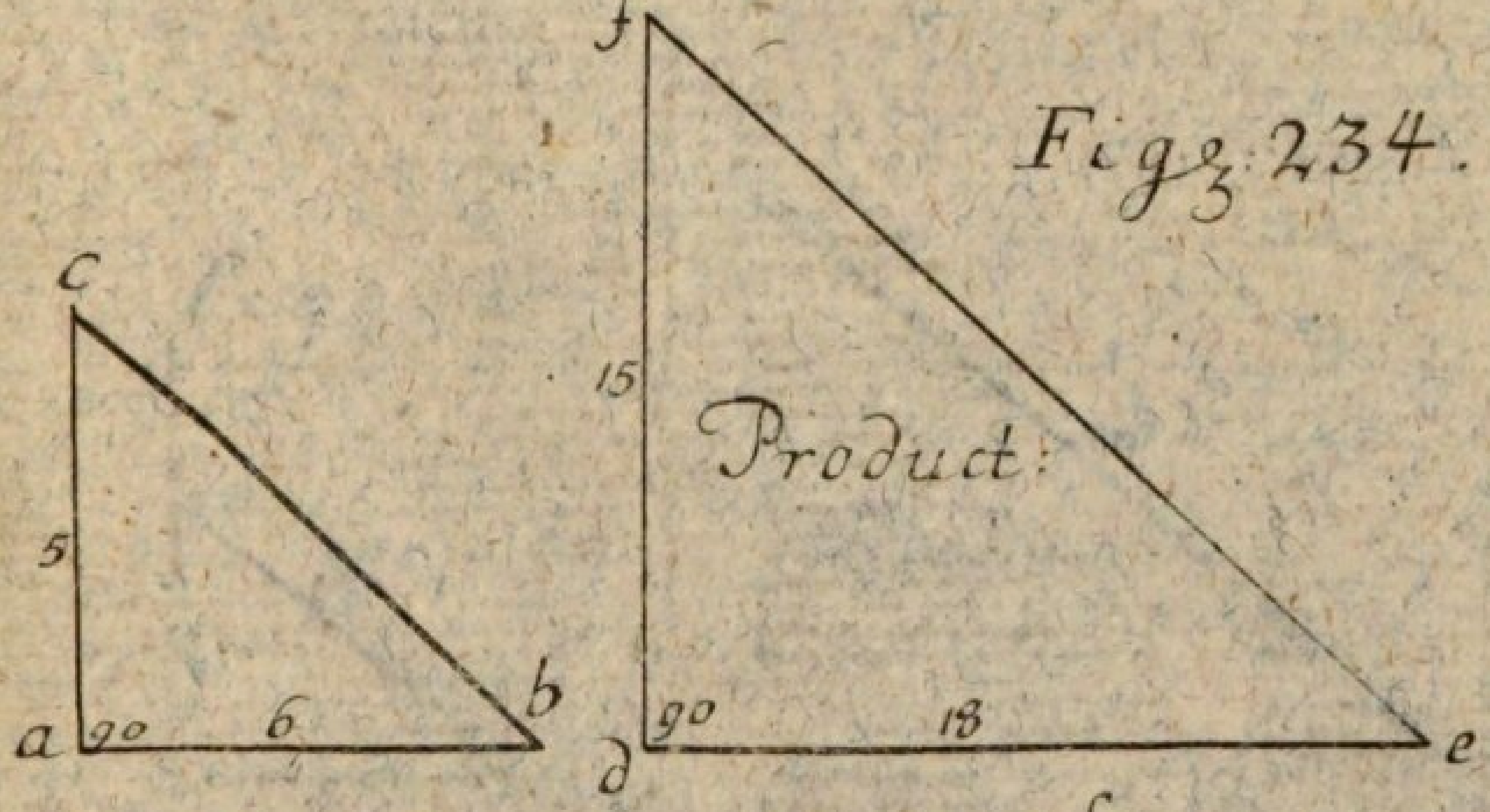


Tab. LXXII.

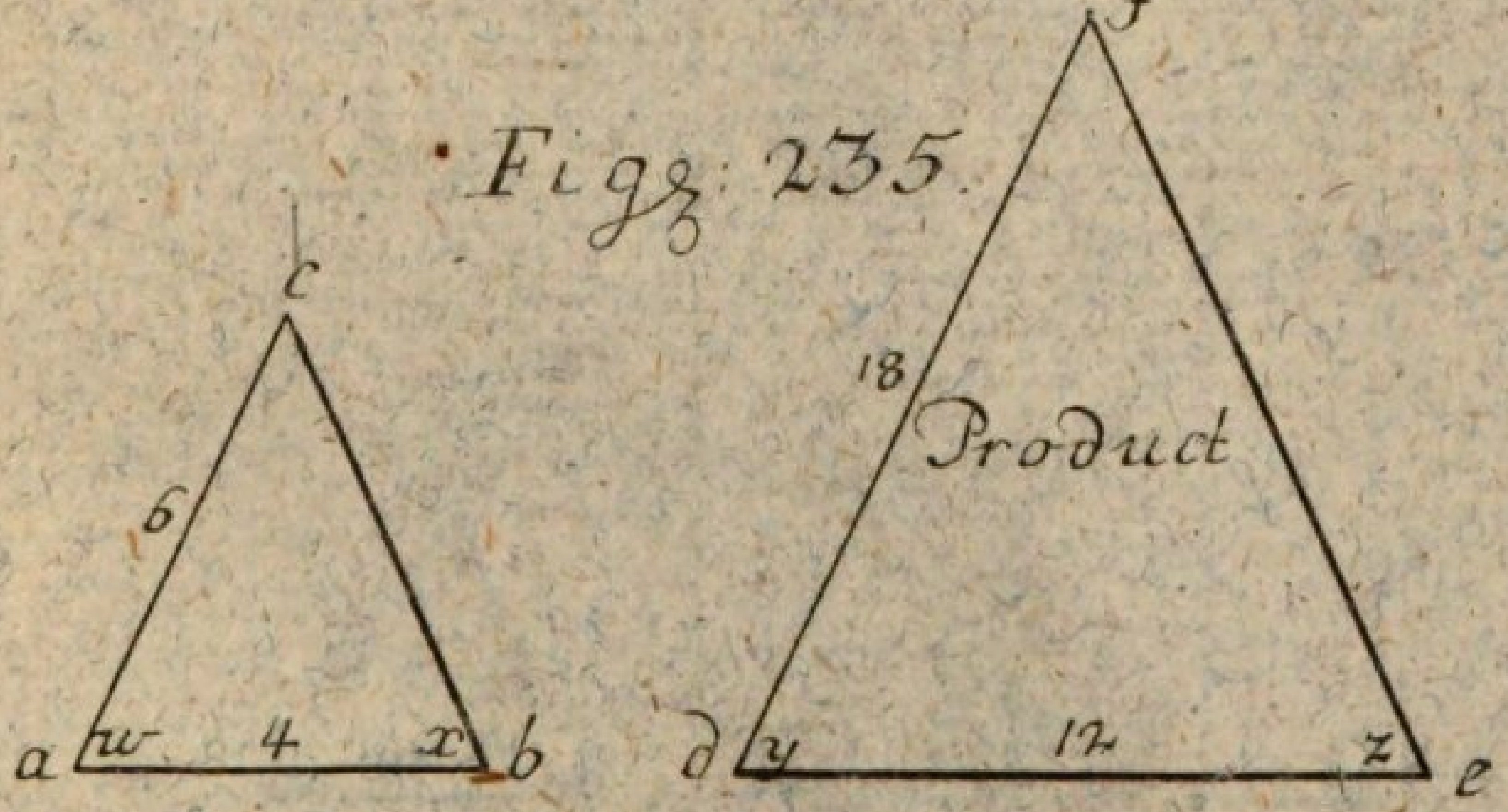
Figg: 233.



Figg: 234.

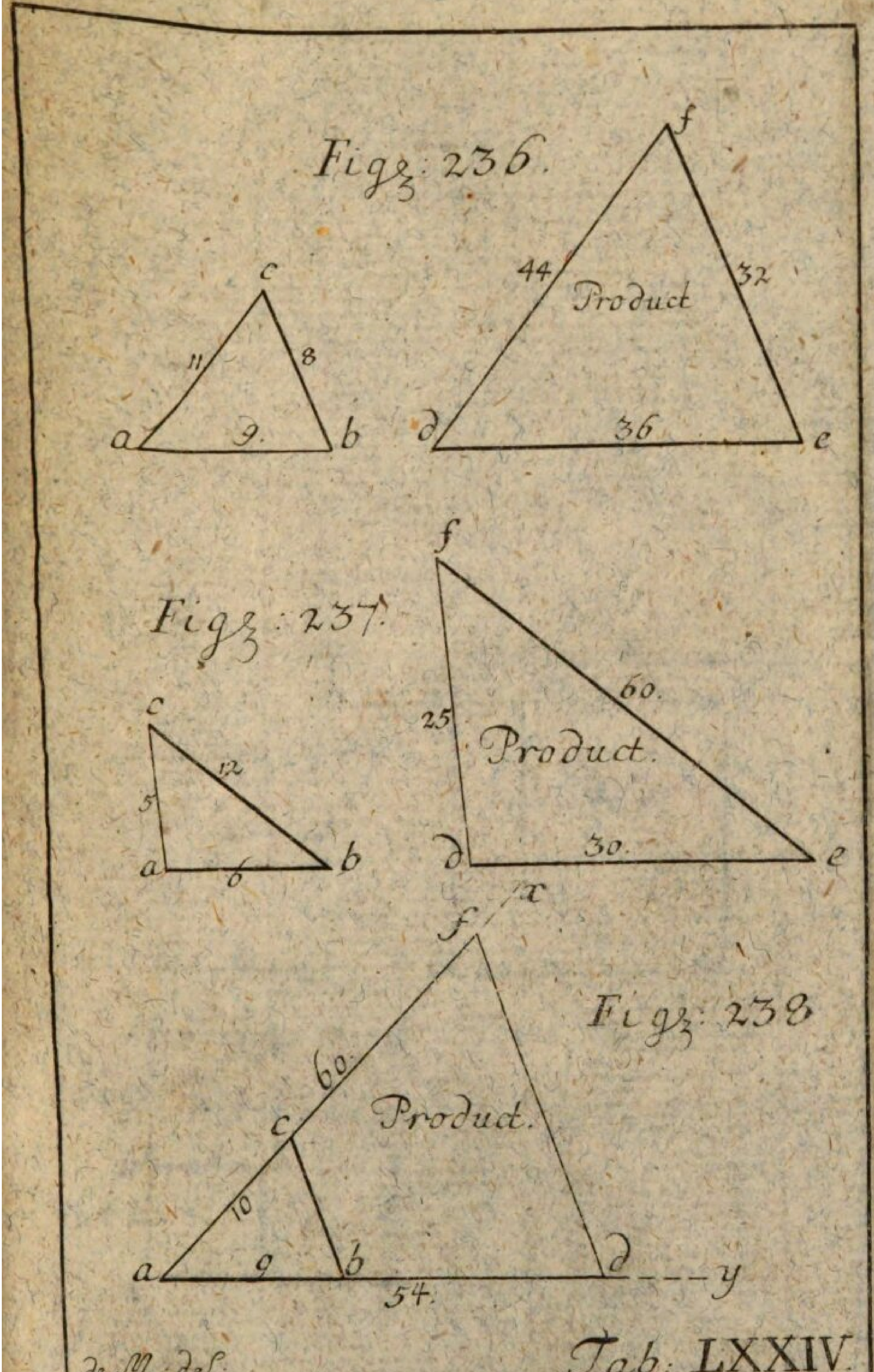


Figg: 235.



de M: del:

Tab: LXXIII.



de M: del.

Tab: LXXIV.

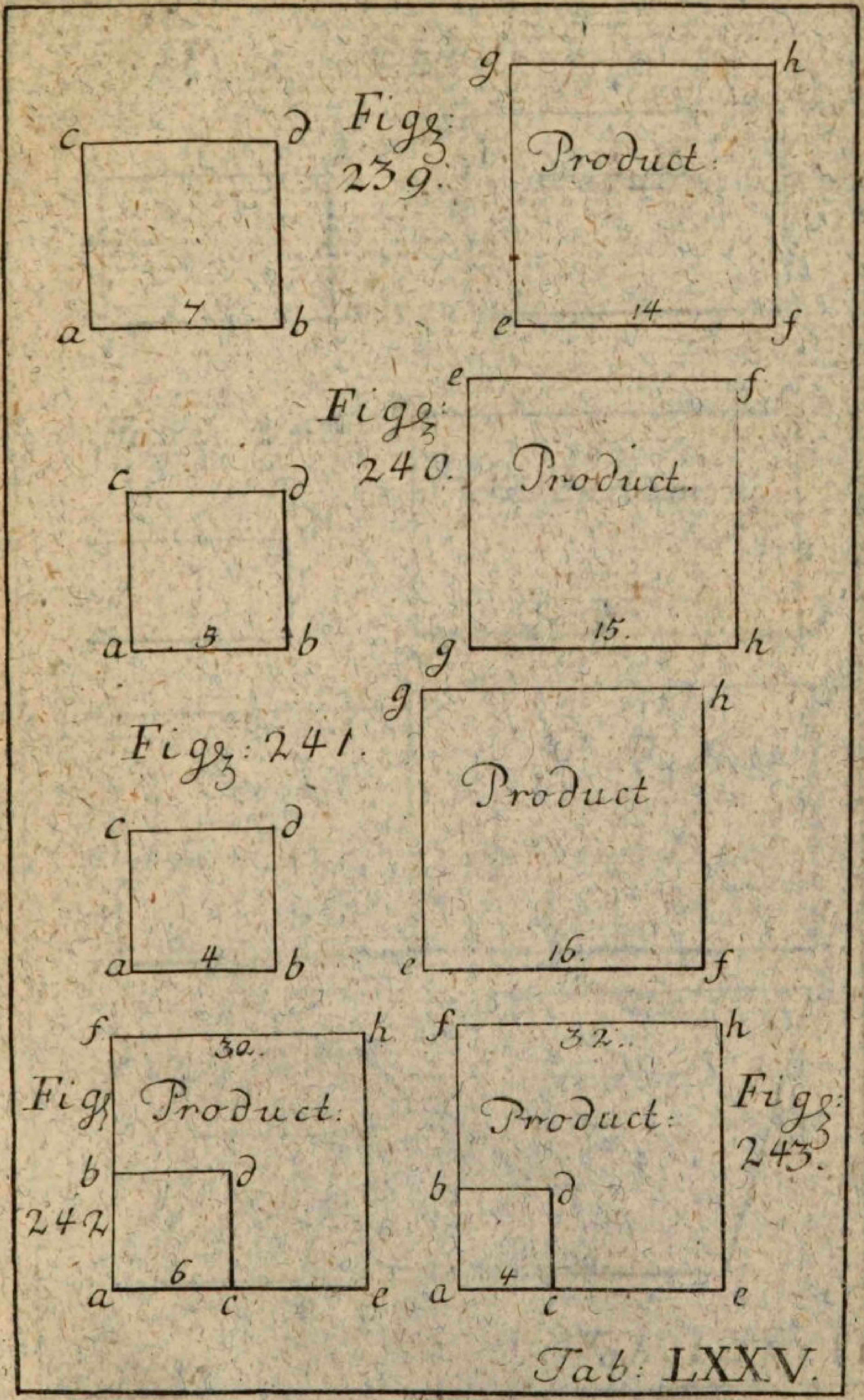
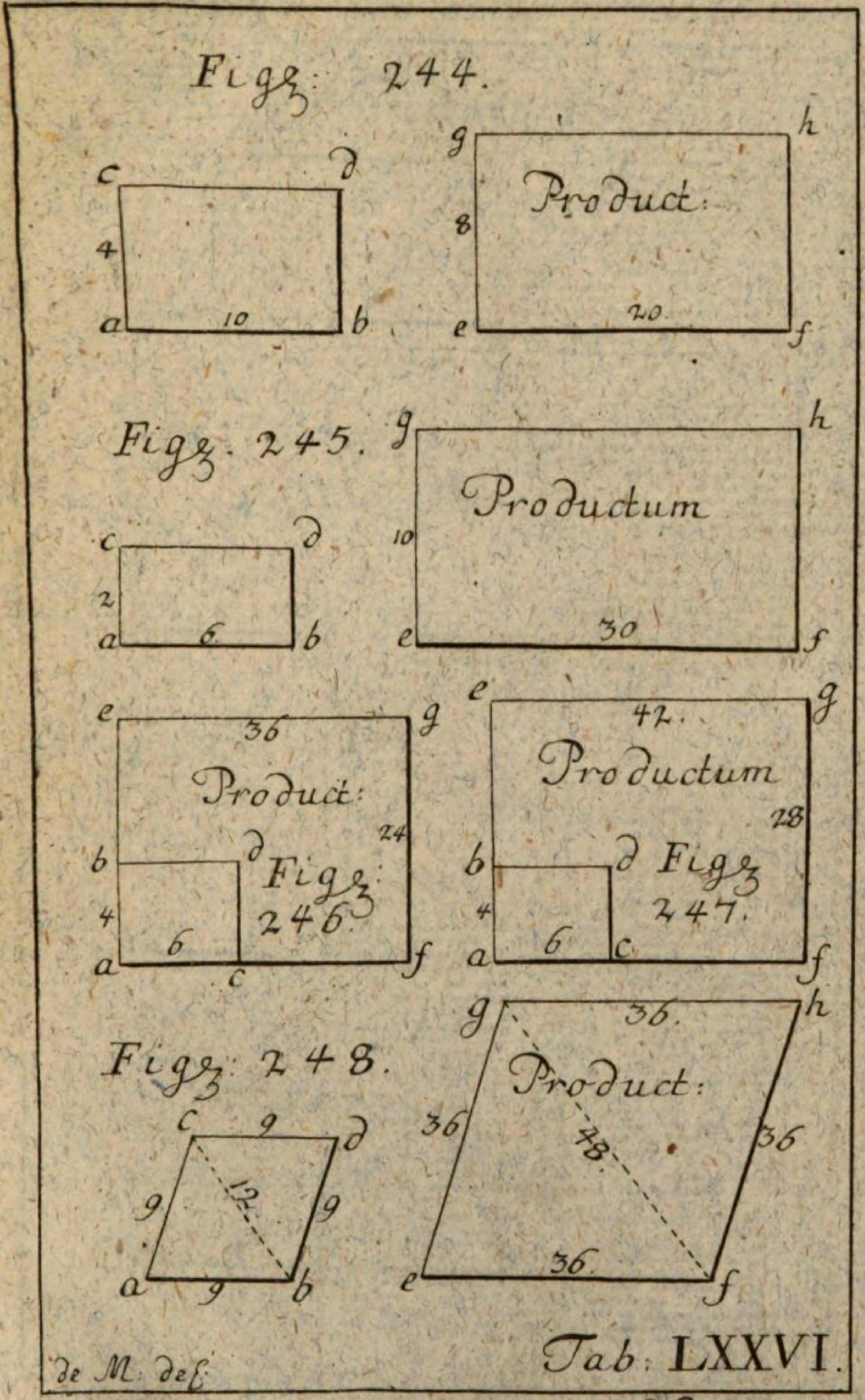
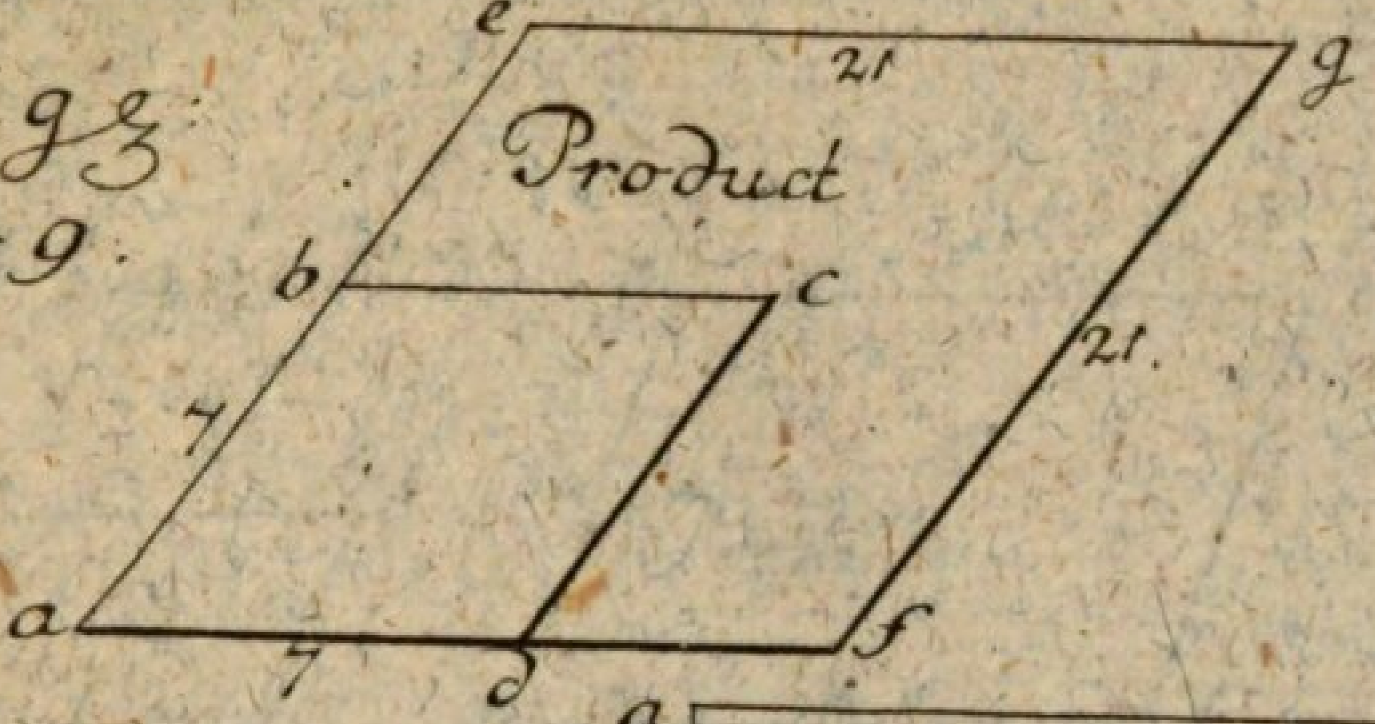


Fig: 239.
c d a 7 b
g h Product: e 14 f
Fig: 240.
c d a 3 b
e f Product. 15. g h
Fig: 241.
c d a 4 b
g h Product e 16. f
Fig: 242
f h 30. Product: b d a 6 c e
f h 32. Product: b d a 4 c e
Fig: 243.
Tab: LXXV.

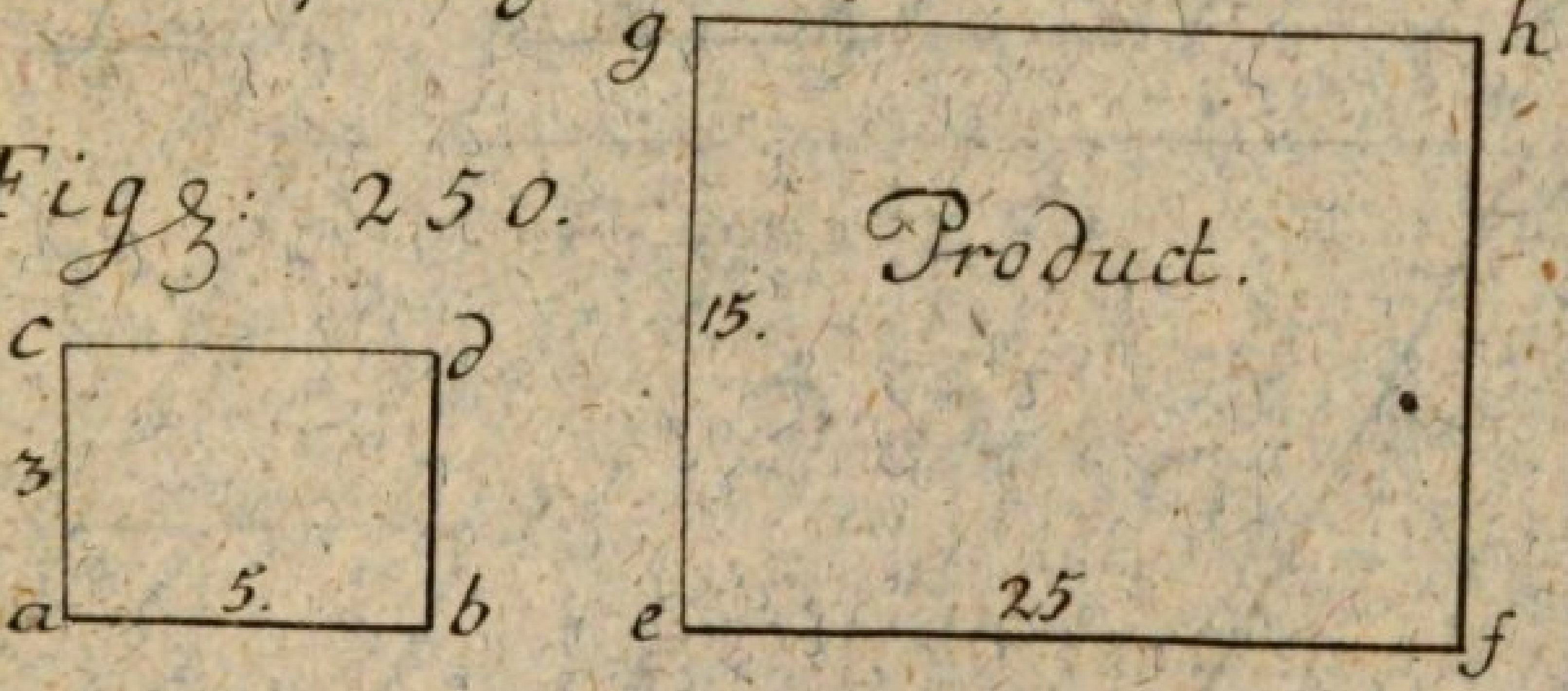

Figg: 244.
c d a b 4 10
g h e f 8 20
Product:
Figg: 245.
c d a b 2 6
g h e f 10 30
Productum
e g b d a c 36 24 4 6
Product:
Figg: 246.
e g b d a c f 42. 28 4 6
Productum
Figg: 247.
Figg: 248.
c d a b 9 9 9 9 12
g h e f 36. 36 36 36. 48.
Product:
de M: del:
Tab: LXXVI.

J. D. P. sc.

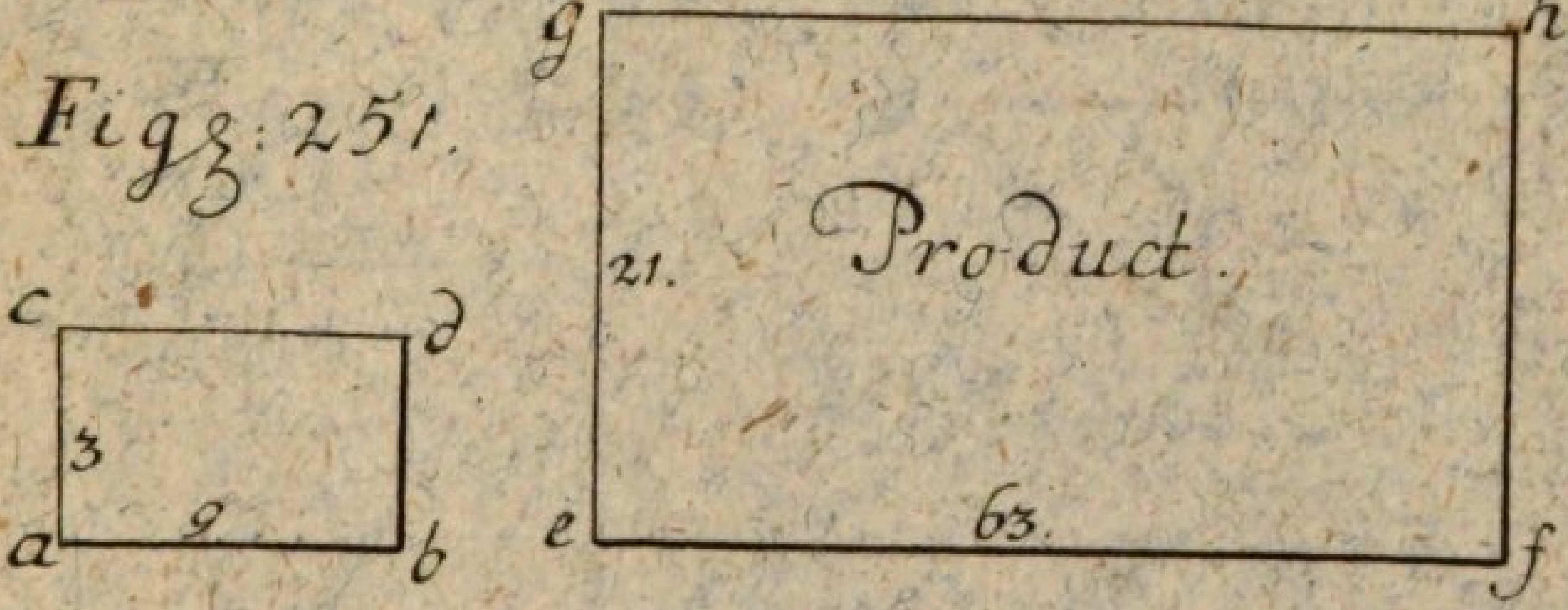
Figg: 249.

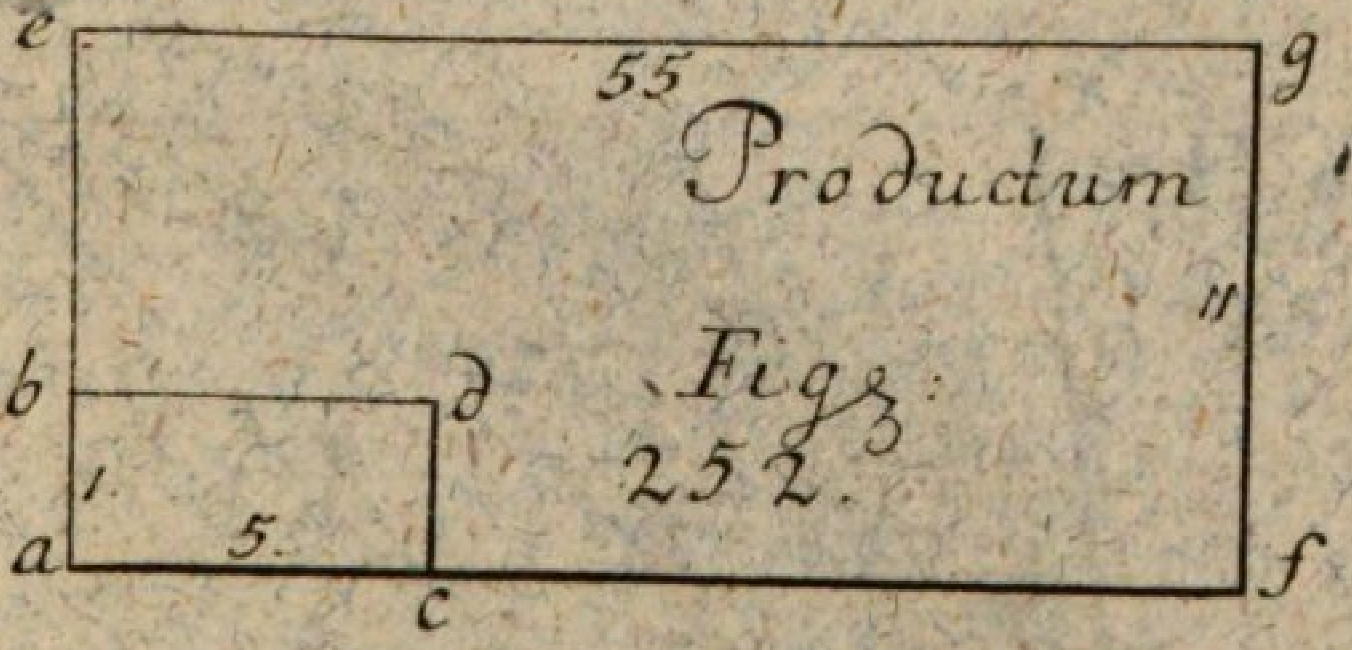


Figg: 250.



Figg: 251.





Figg: 252.

de M: del.

Tab: LXXVII.

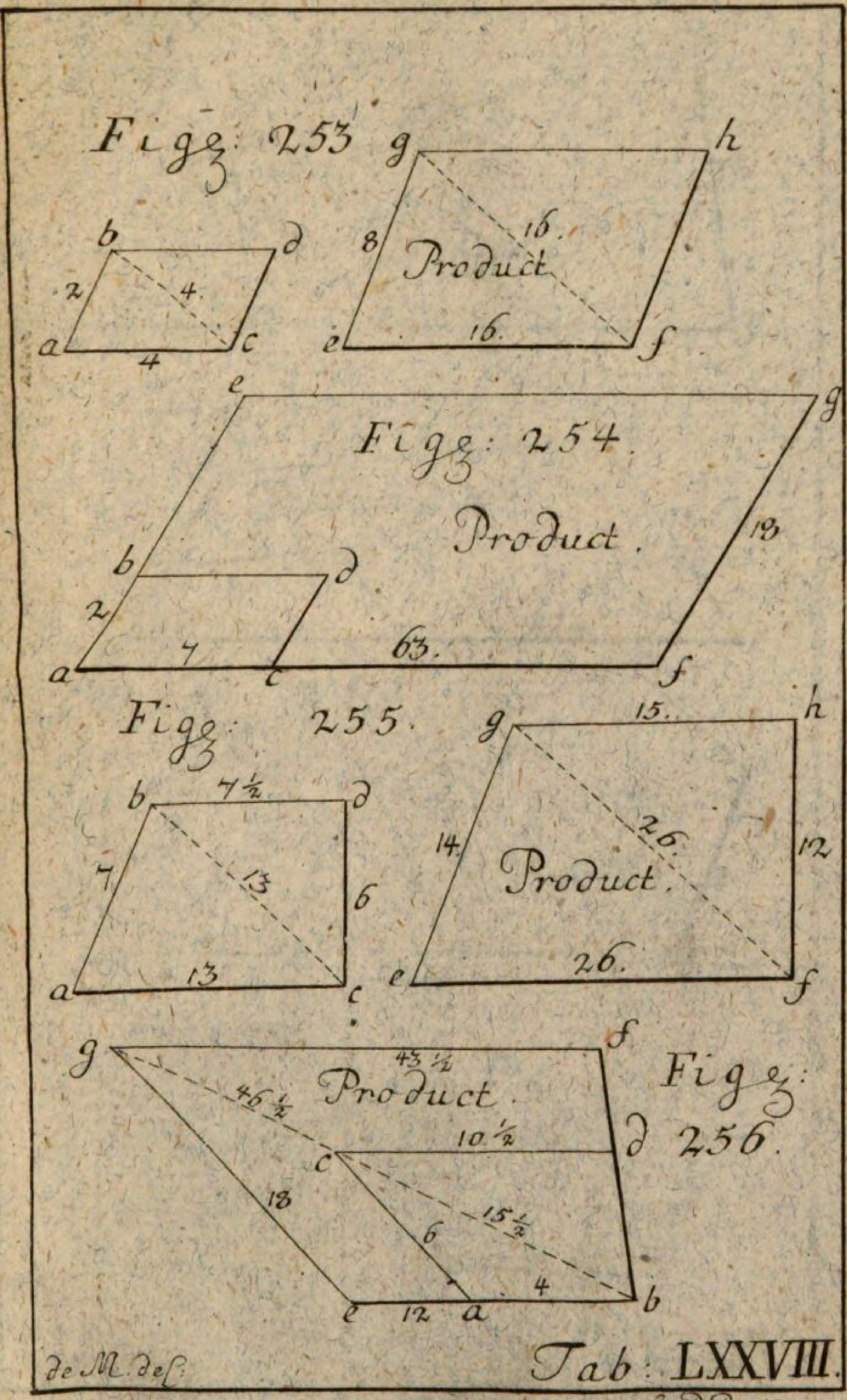
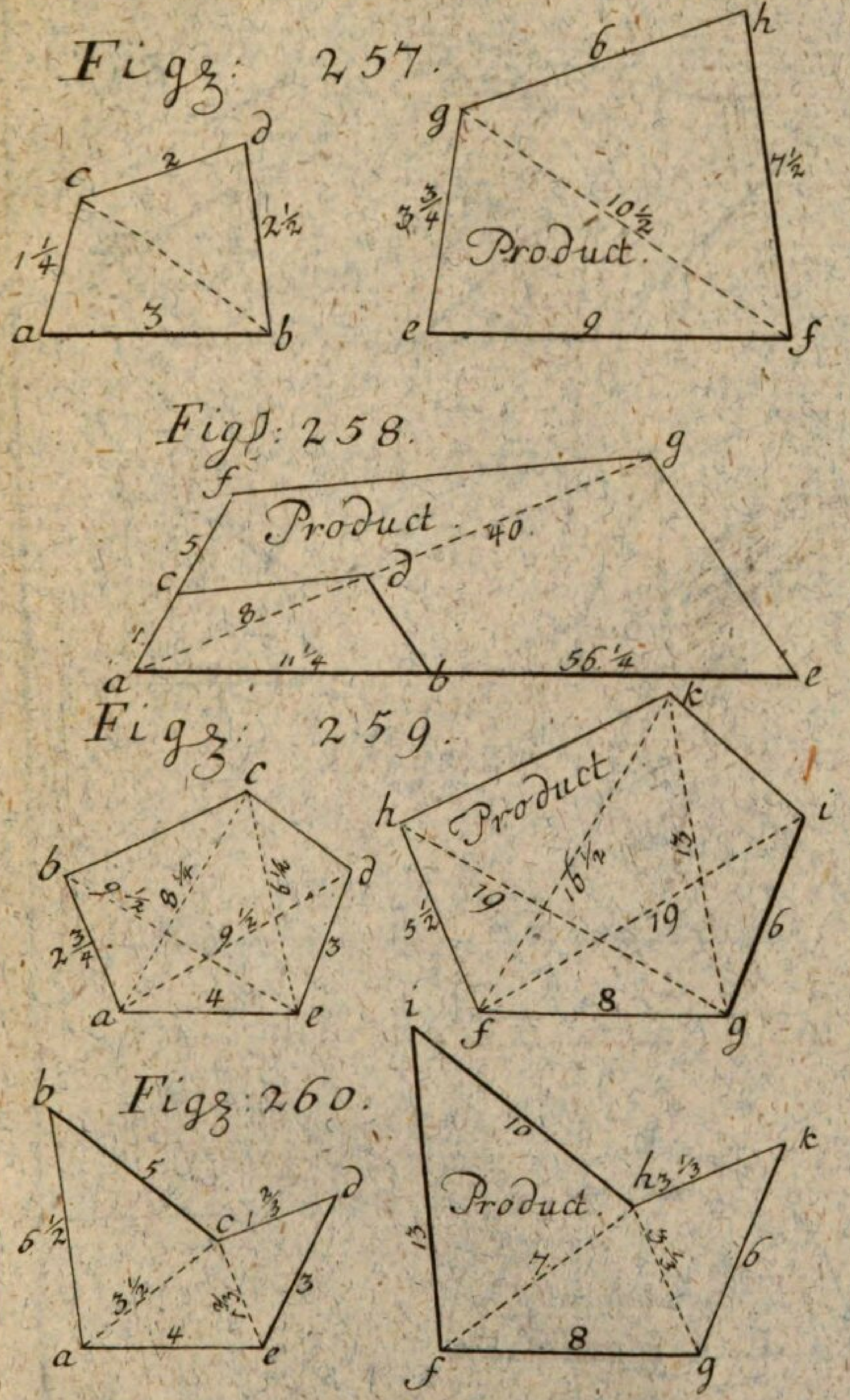


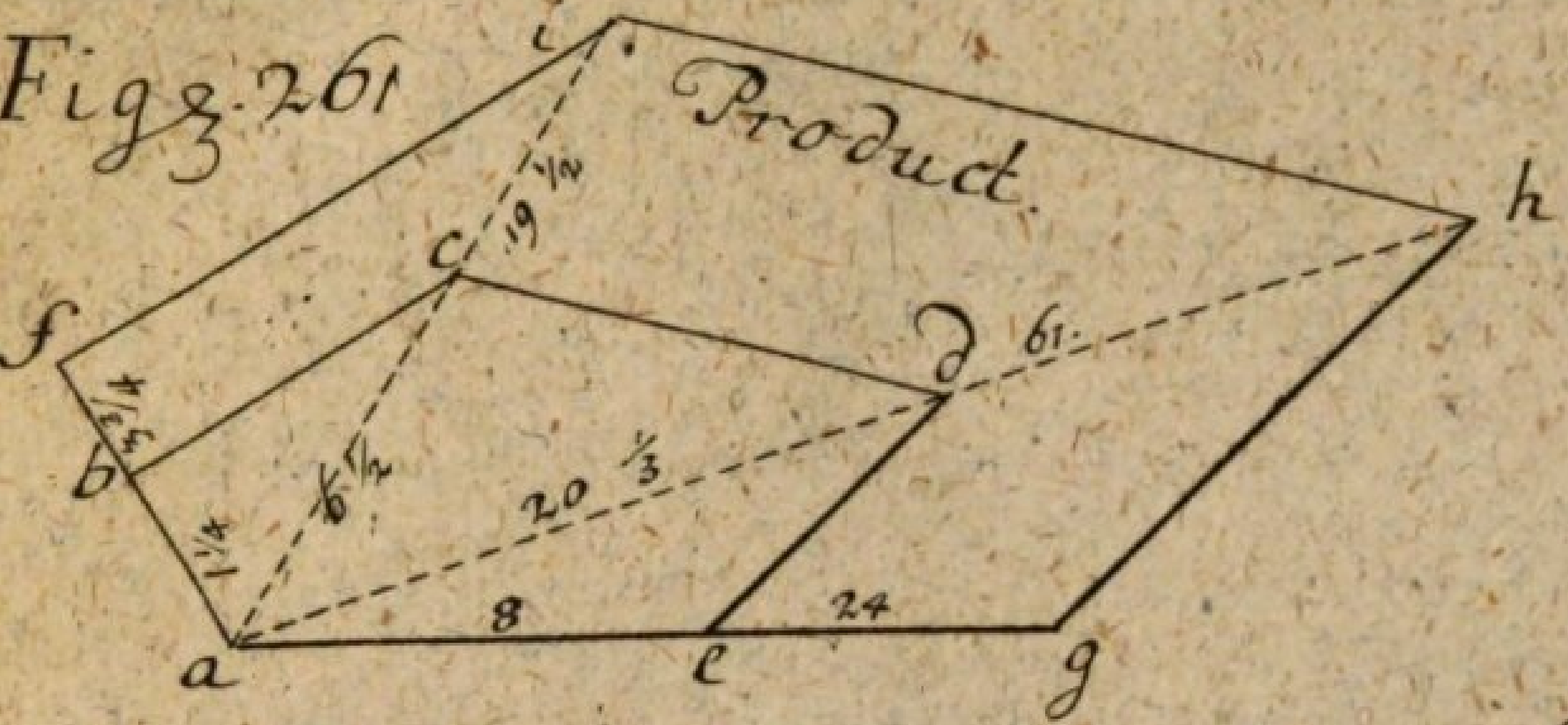
Fig: 253
Product
Fig: 254
Product
Fig: 255
Product
Product
Fig: 256
de M. del.
Tab: LXXVIII.
J. D. P. sc.



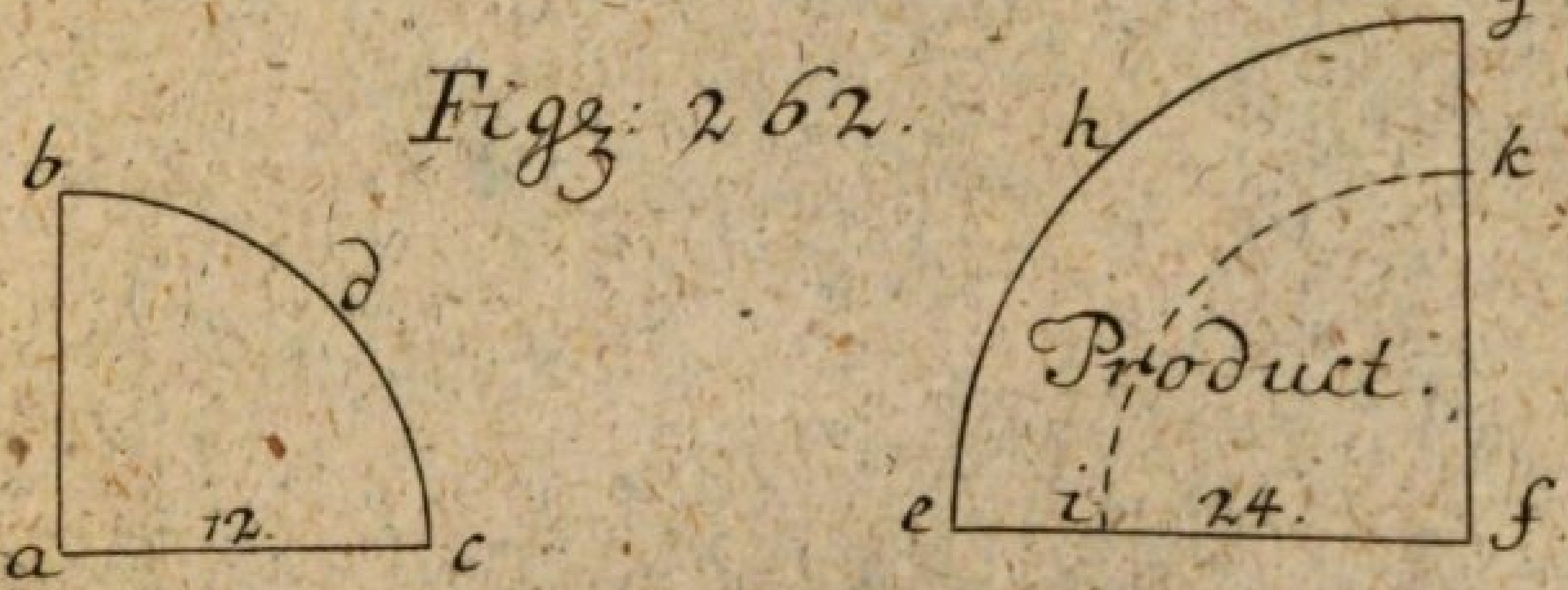
de M. del.

Tab. LXXIX.

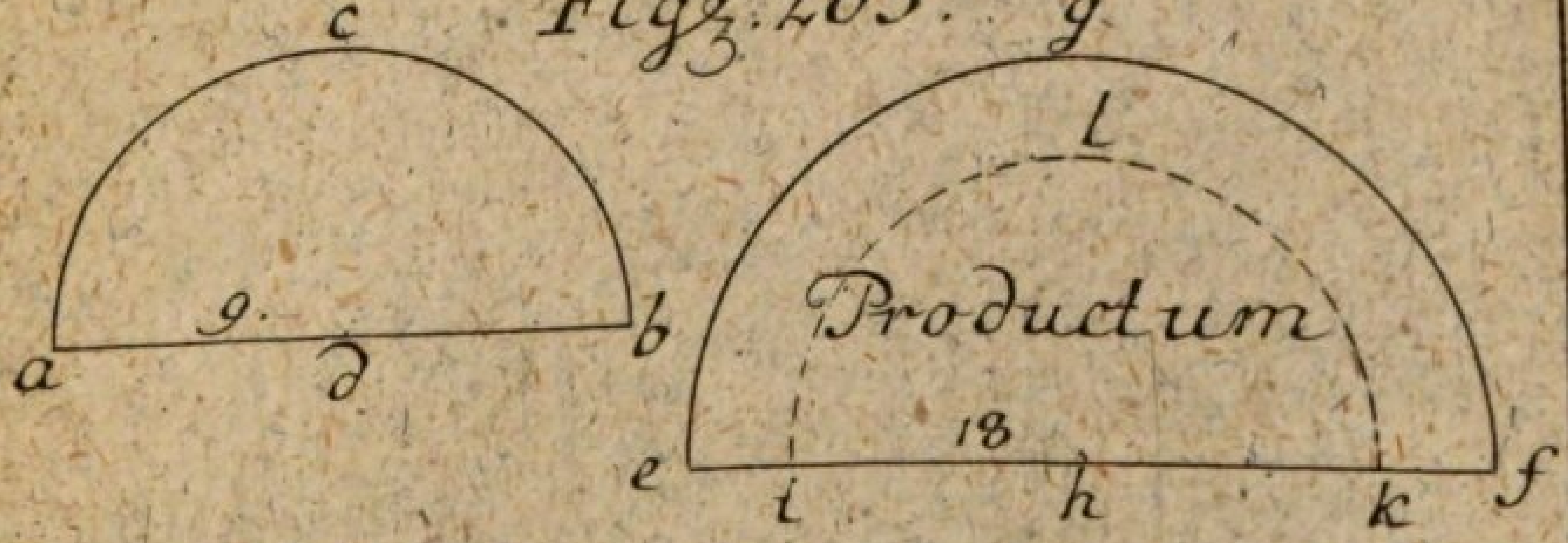
Figg. 261



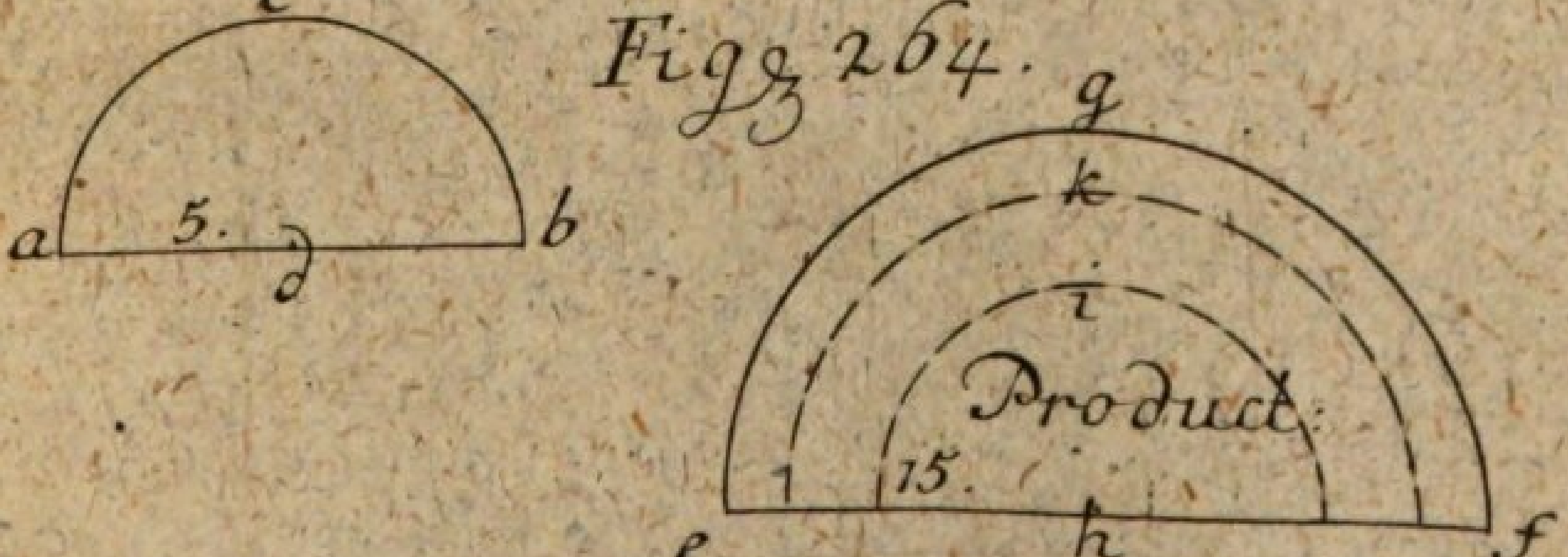
Figg. 262.



Figg. 263.



Figg. 264.

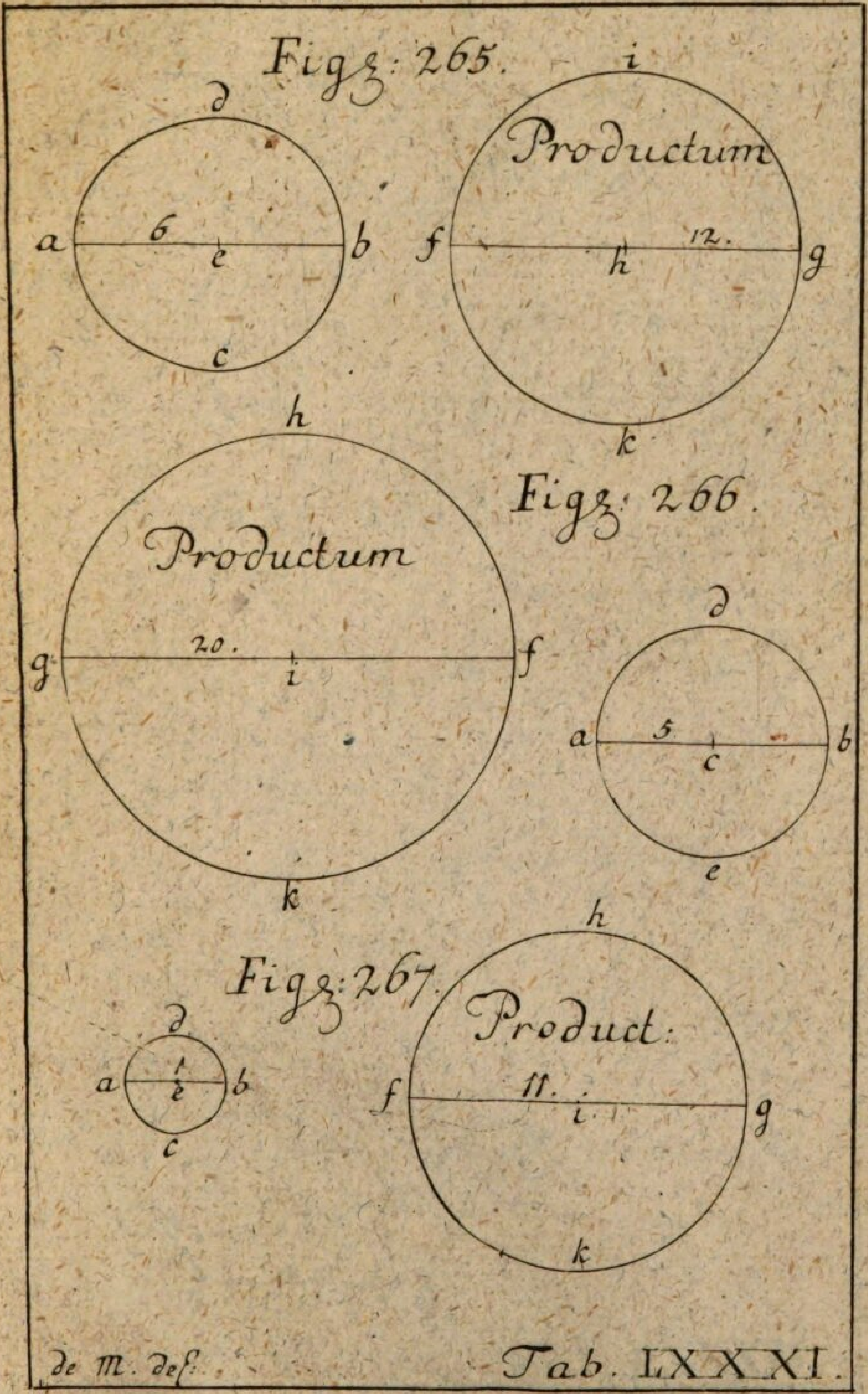


de M: del.

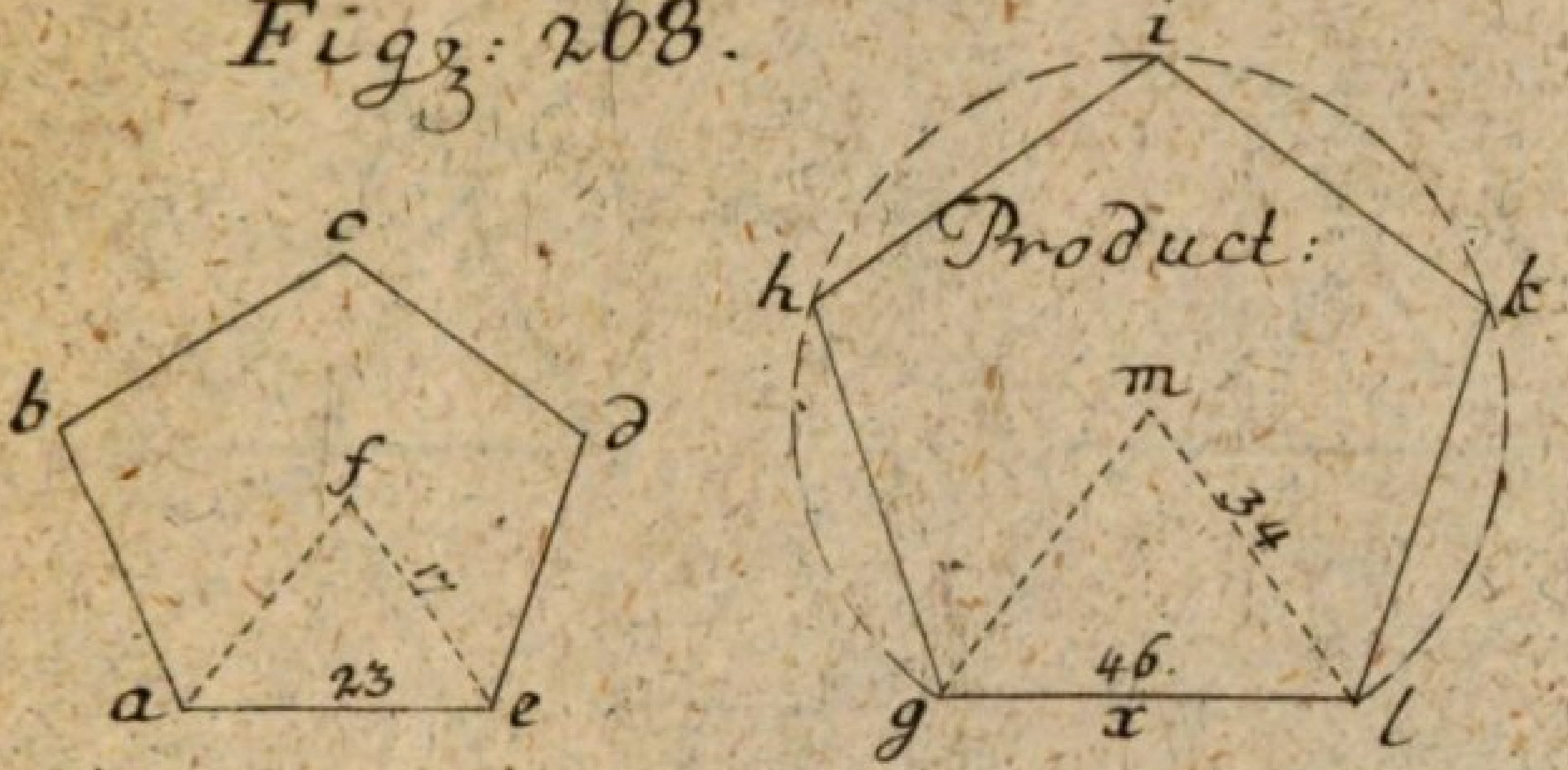
Tab. LXXX

J. D. P. sc.

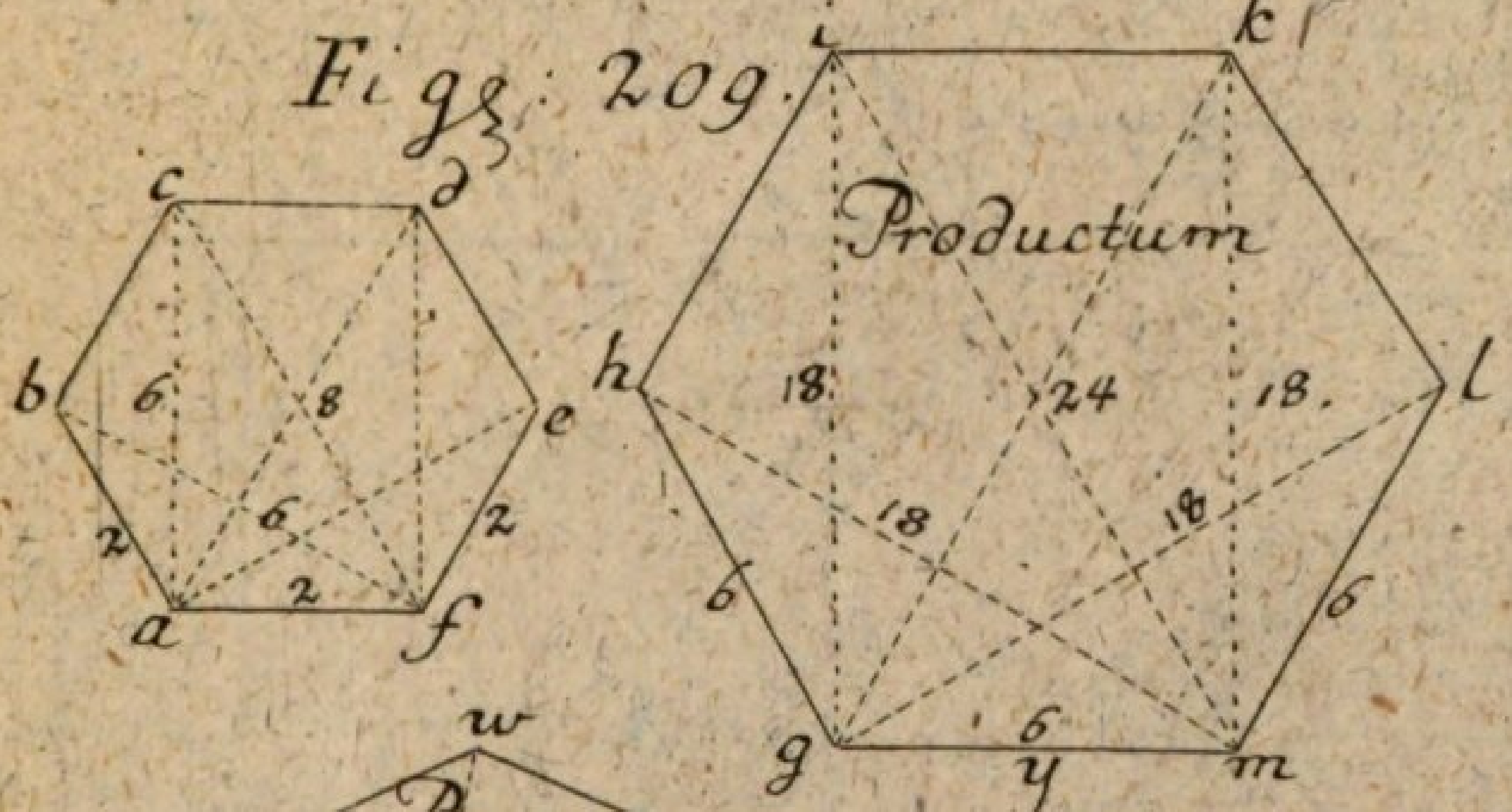
Moller 4ten Th

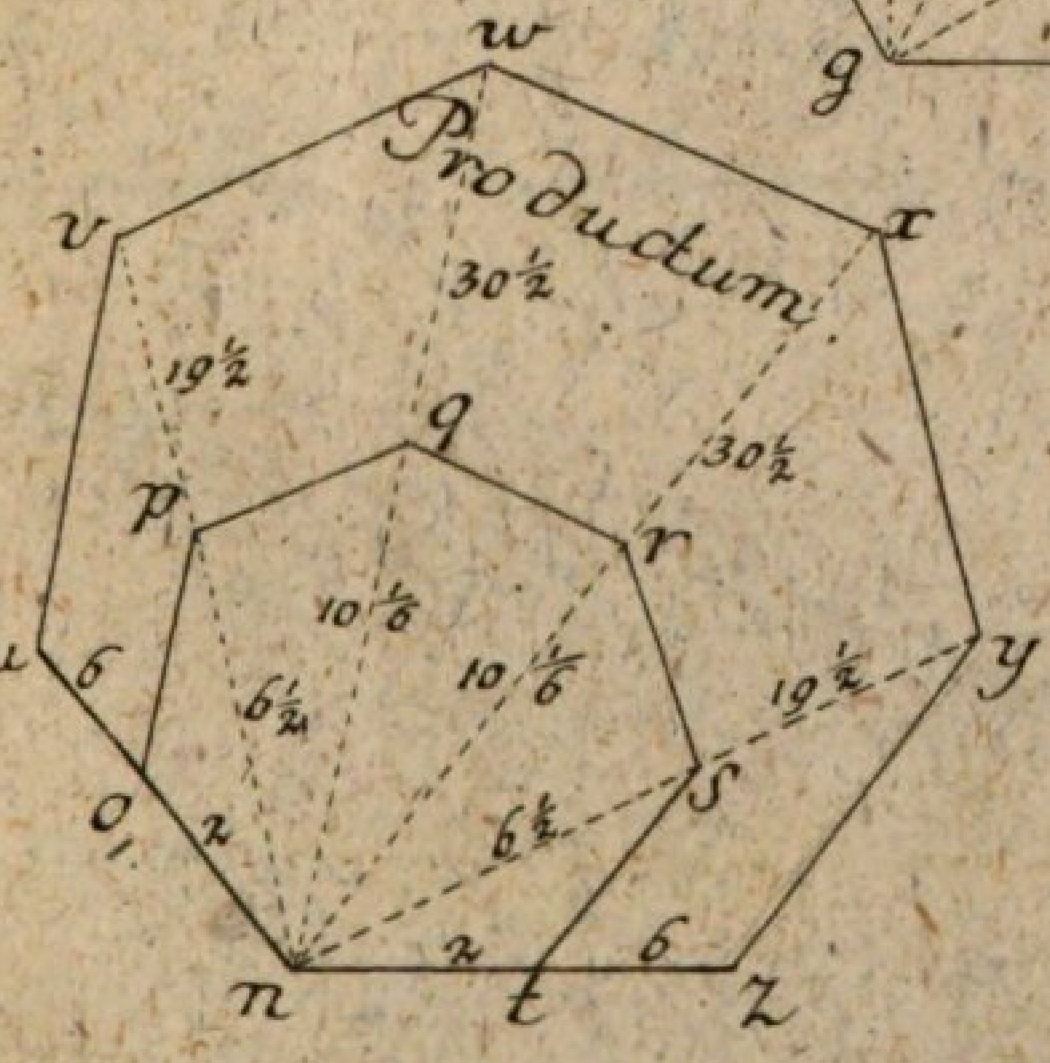


Figg: 268.



Figg: 269.

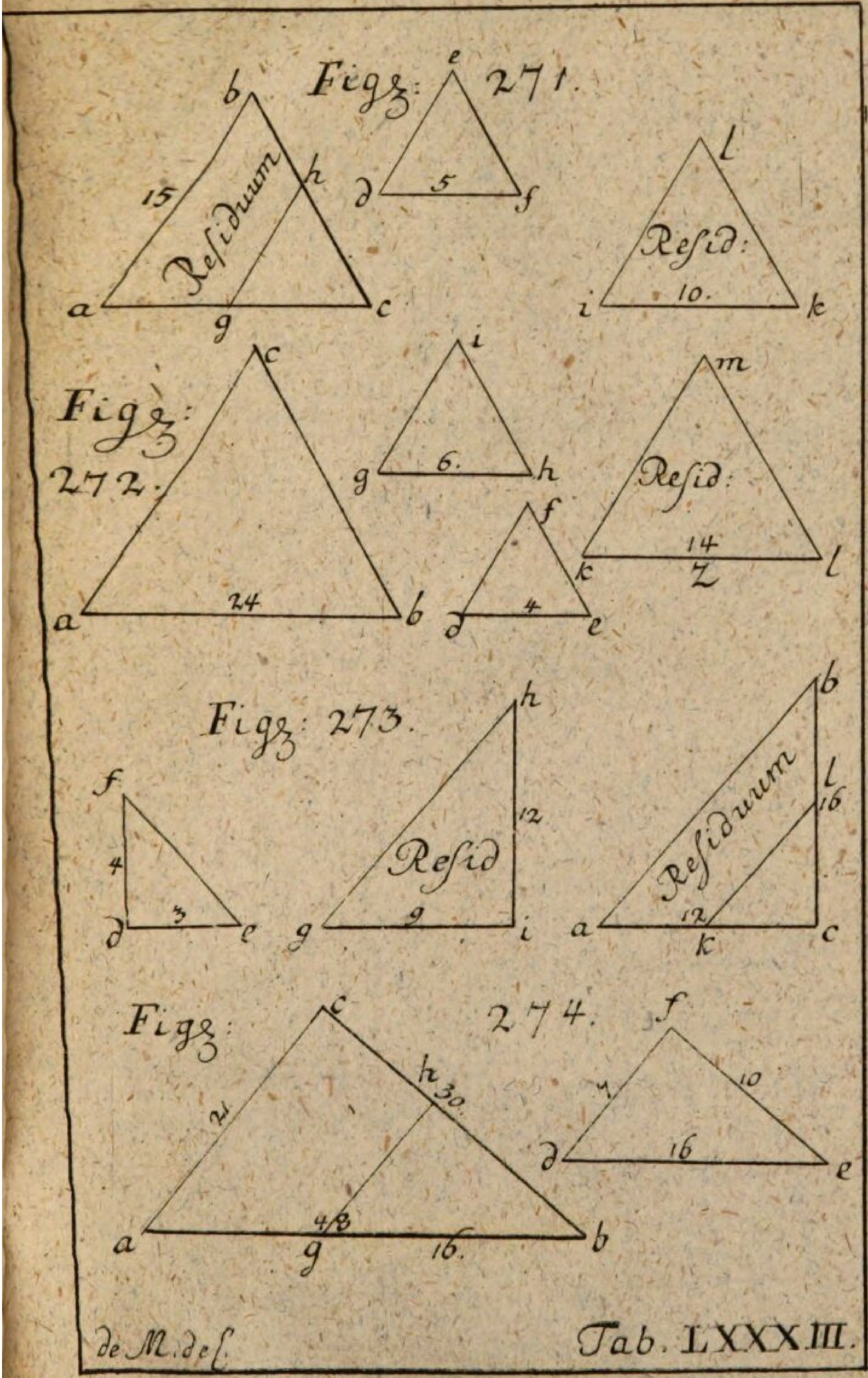




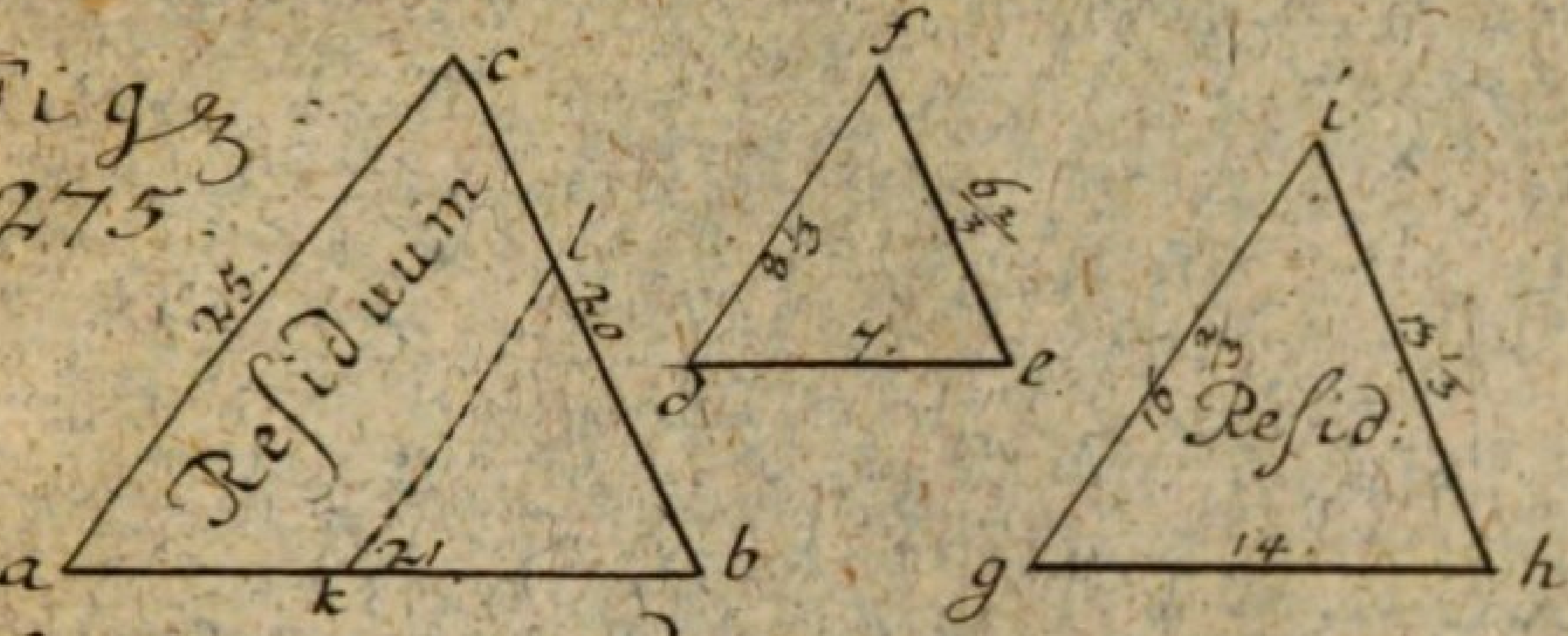
Figg: 270.

de M. del.

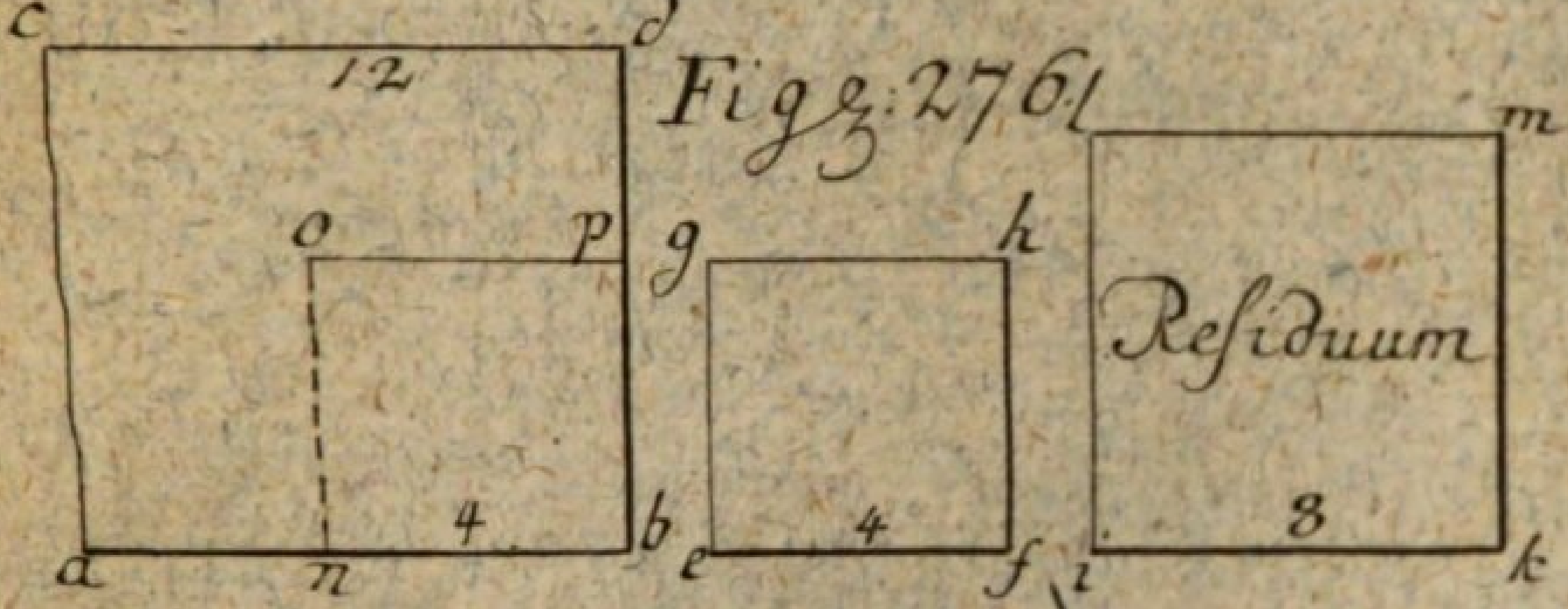
Tab. LXXXII.


Figg: 271.
Residuum
Resid:
Figg: 272.
Resid:
Figg: 273.
Resid
Residuum
Figg: 274.
de M. del.
Tab. LXXXIII.

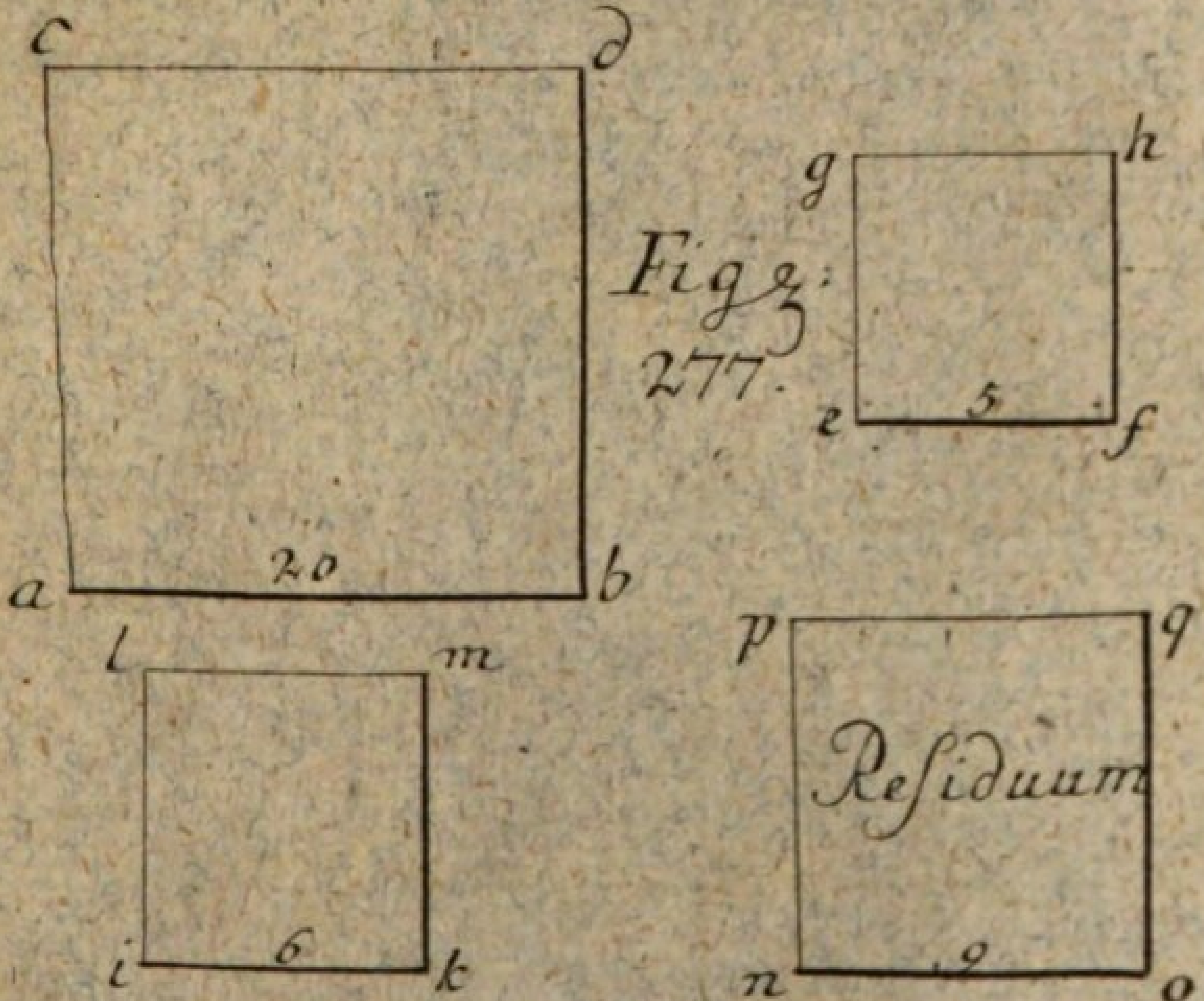
Figg. 275.



Figg: 276.



Figg: 277.



Tab. LXXXIV.

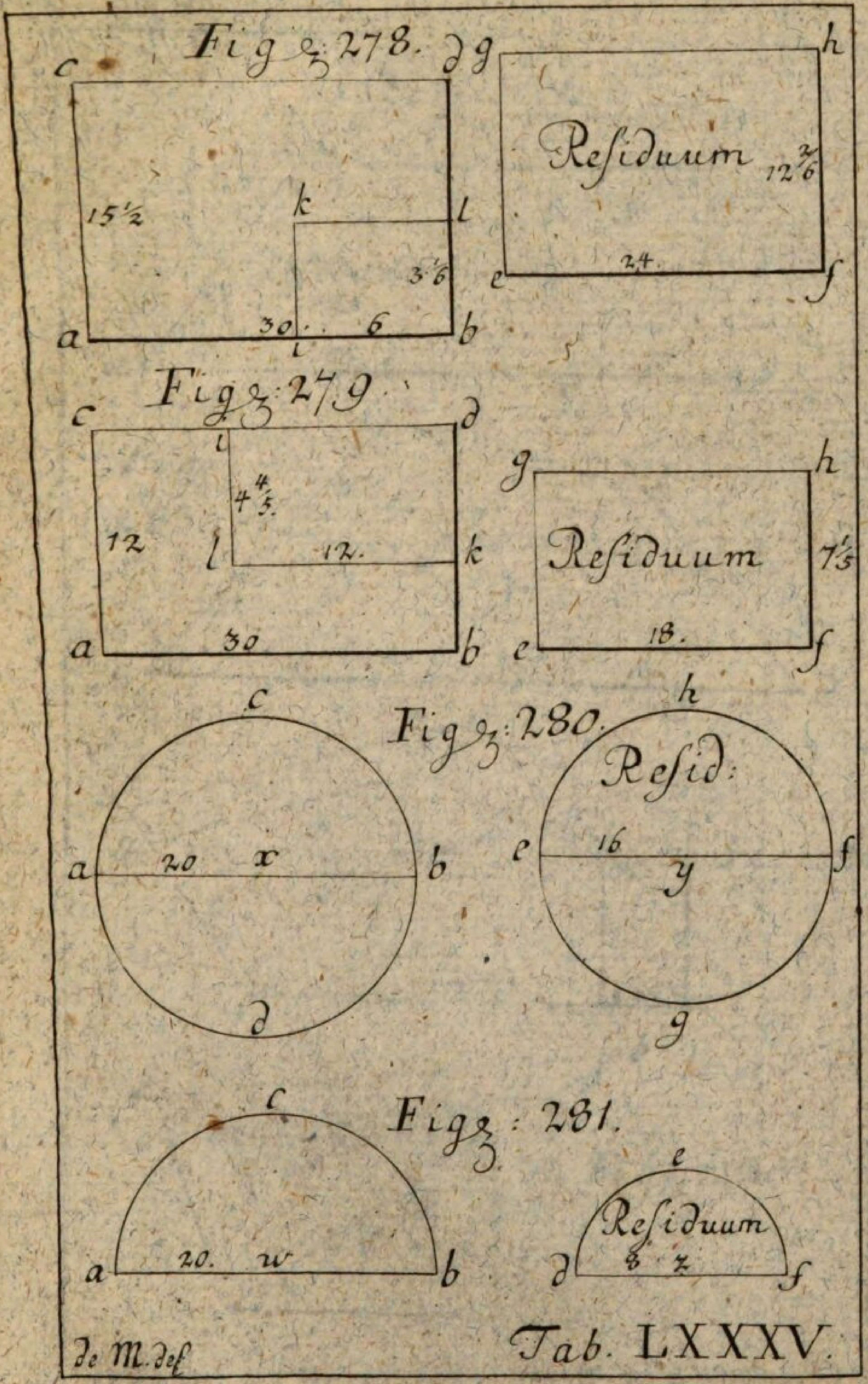


Fig: 278.
c
d g
h
Reſiduum
$12\frac{2}{6}$
$15\frac{1}{2}$
k
l
$3\frac{1}{6}$
24.
e
f
a
30
6
b
i
Fig: 279.
c
d
i
g
h
$4\frac{4}{5}$
12
l
12.
k
Reſiduum
$7\frac{1}{5}$
a
30
b
e
18.
f
c
h
Fig: 280.
Reſid:
e
16
f
a
20
x
b
y
d
g
Fig: 281.
c
e
Reſiduum
a
20.
w
b
d
8
z
f
de M. del.
Tab. LXXXV.

Fig. 282.

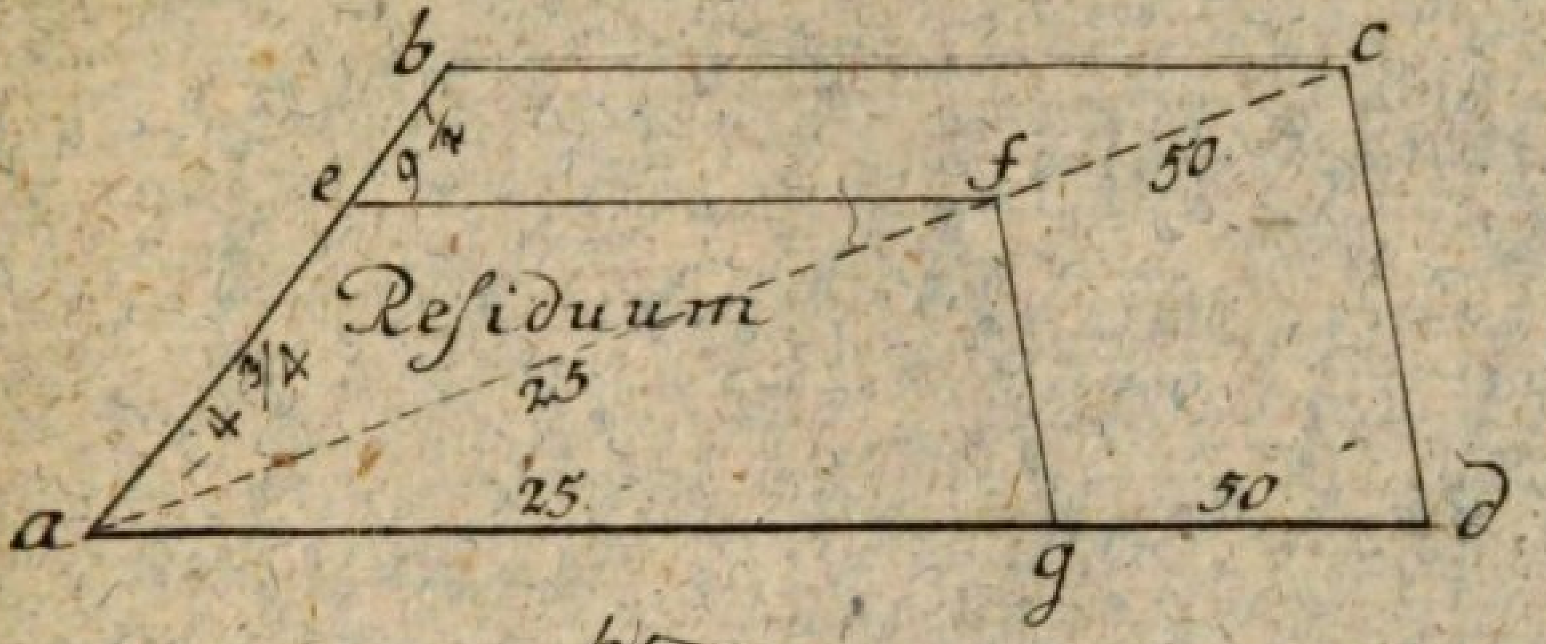


Fig. 283

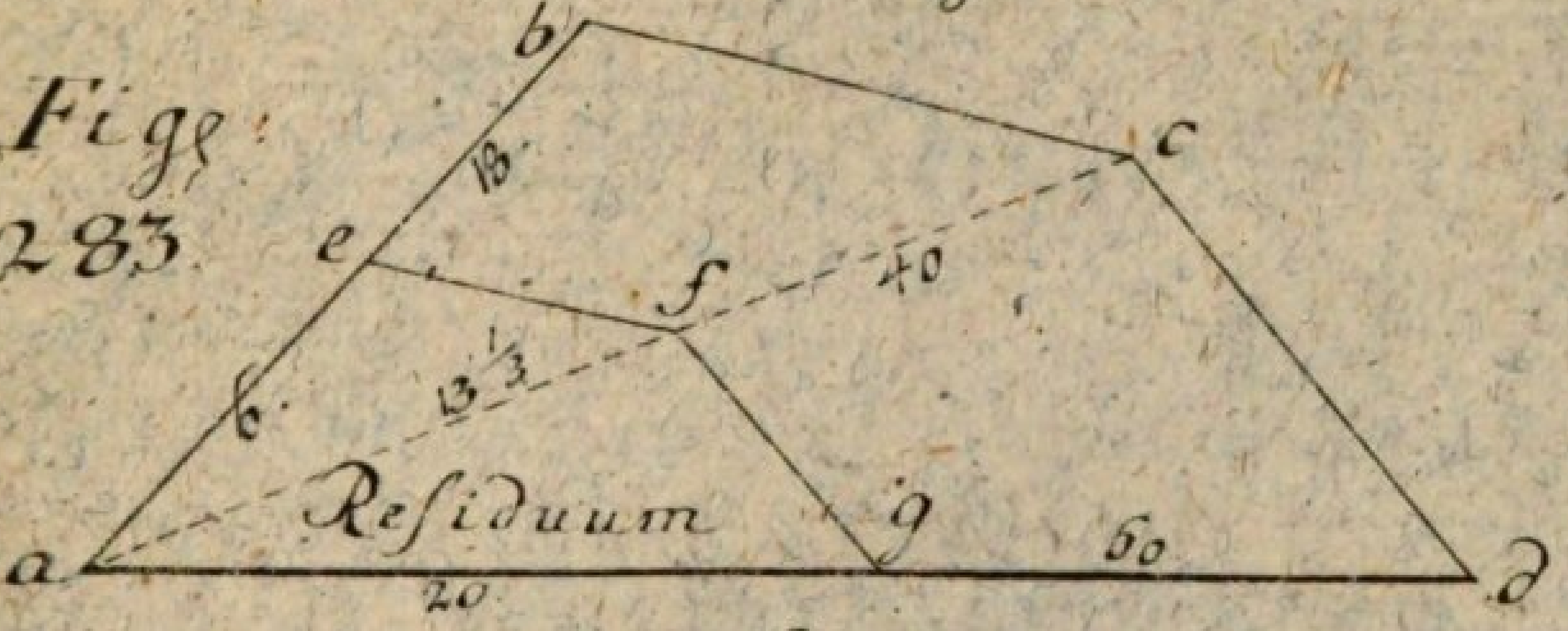


Fig 284

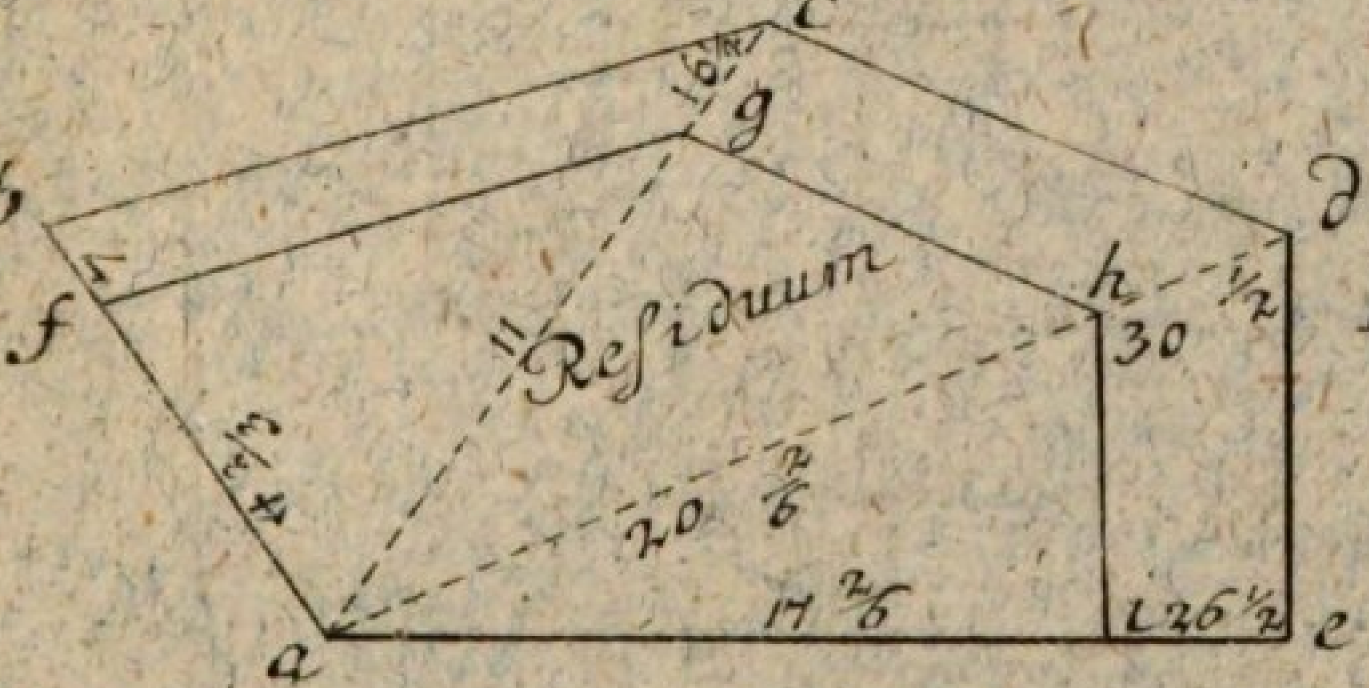
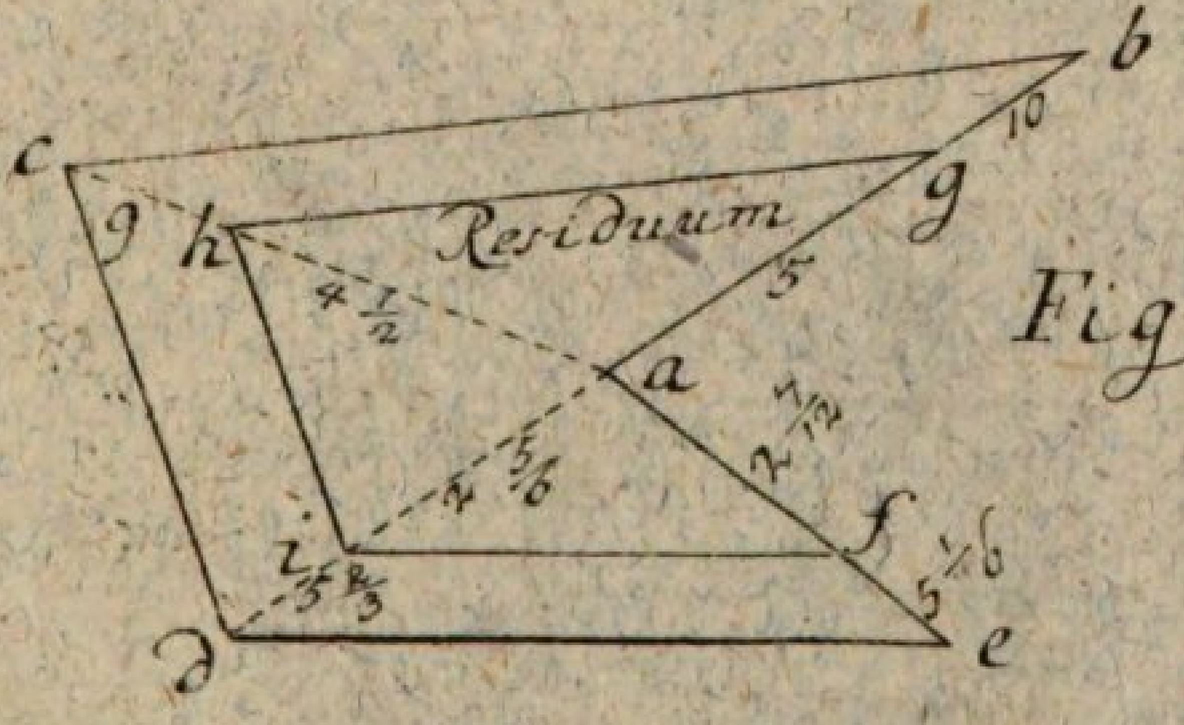


Fig. 285.



de M. del.

Tab. LXXXVI.

Moller 4ten Th.

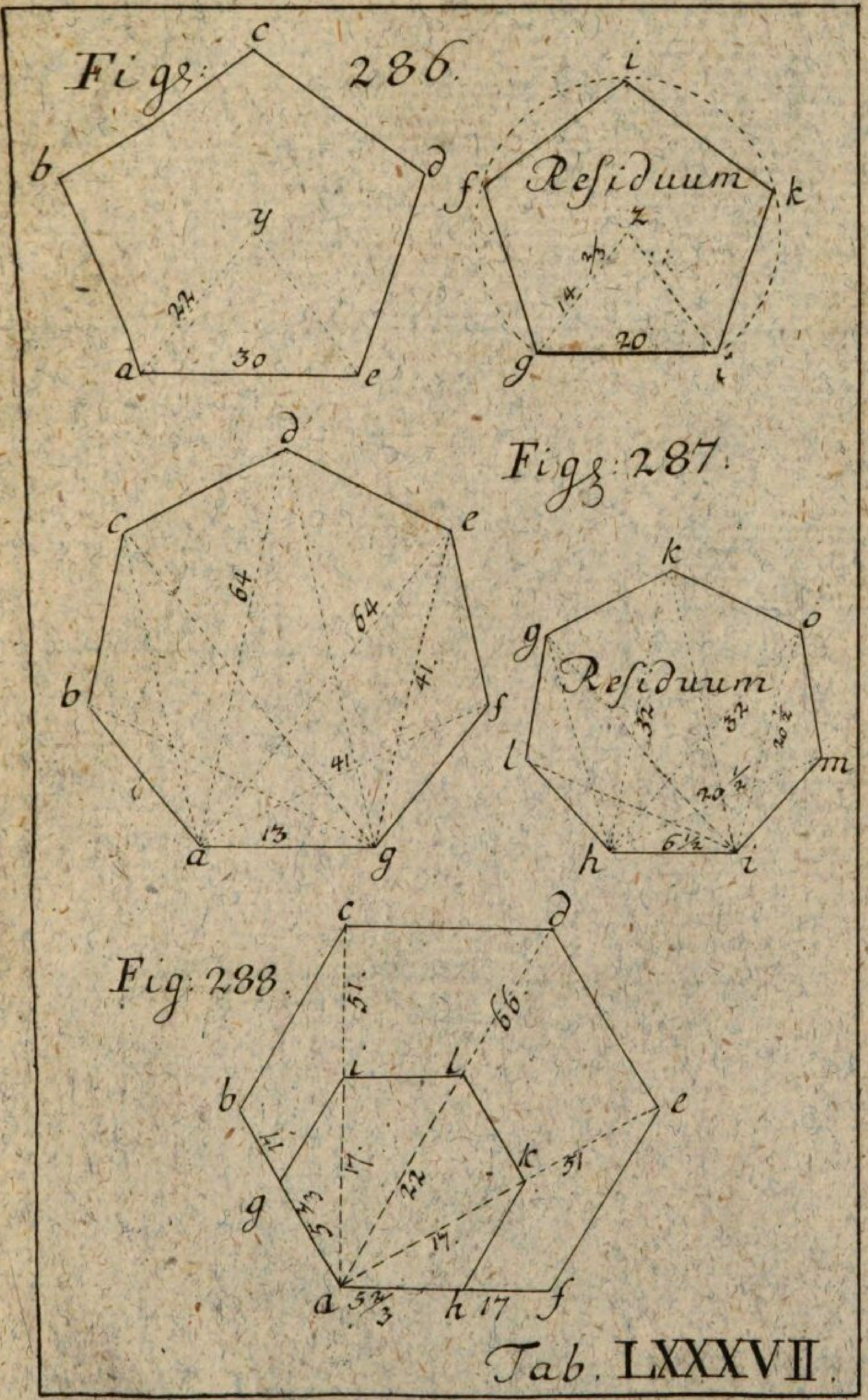


Fig. 289.

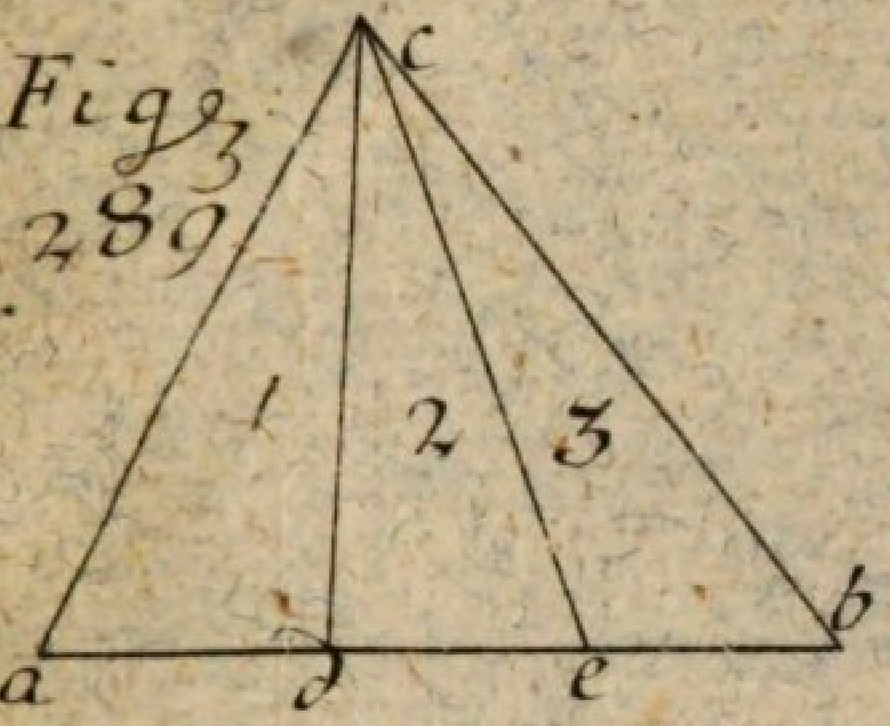


Fig. 290.

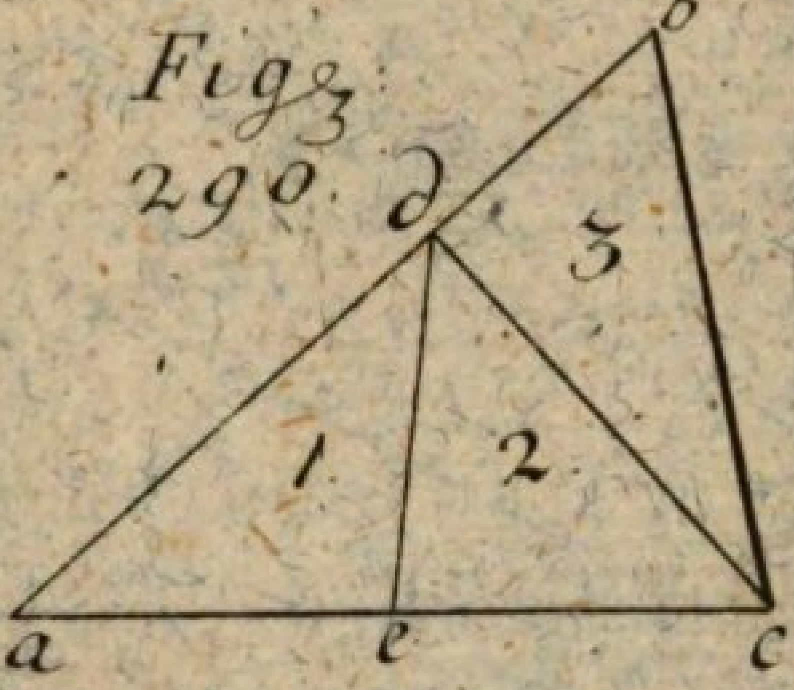


Fig. 291.

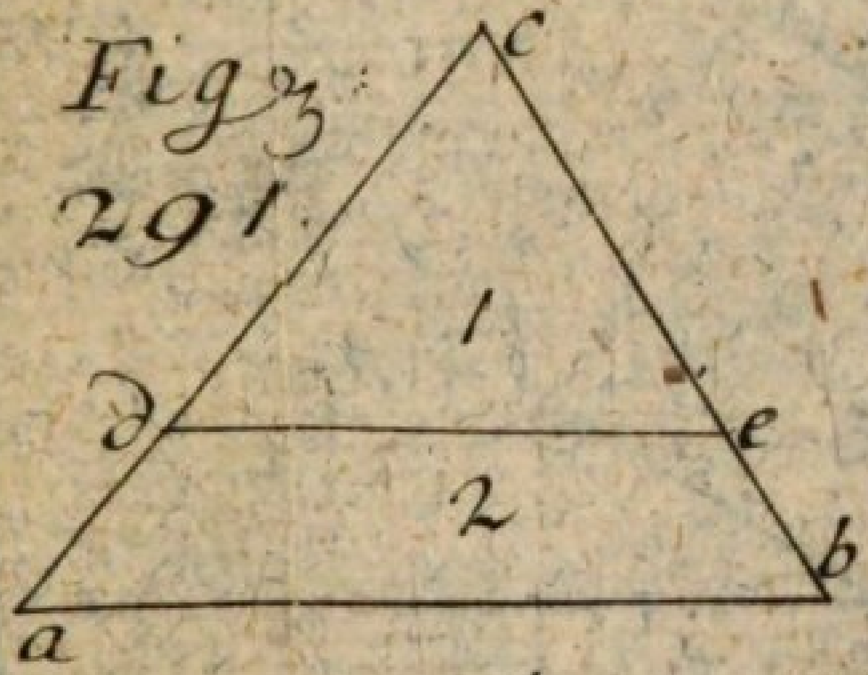


Fig. 292.

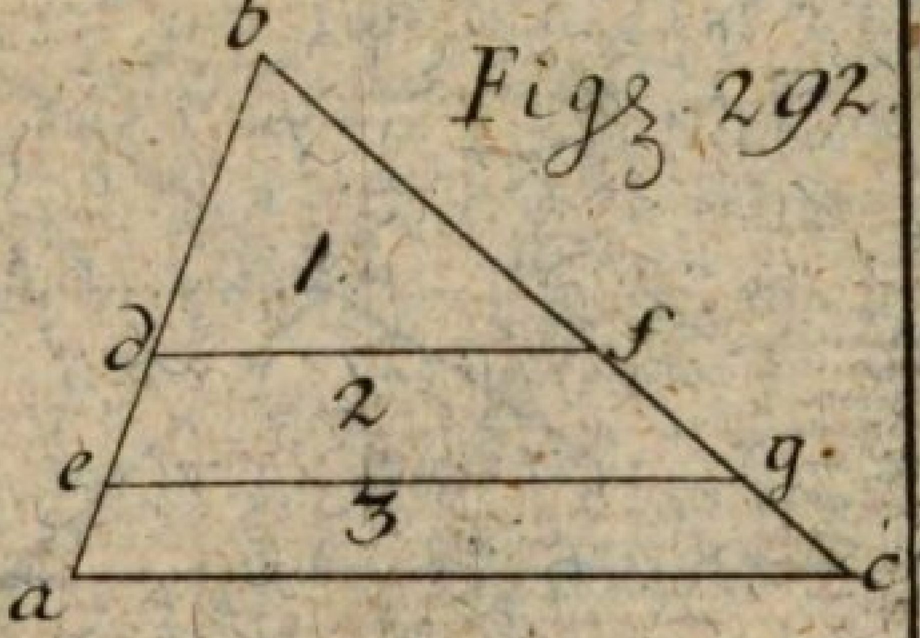
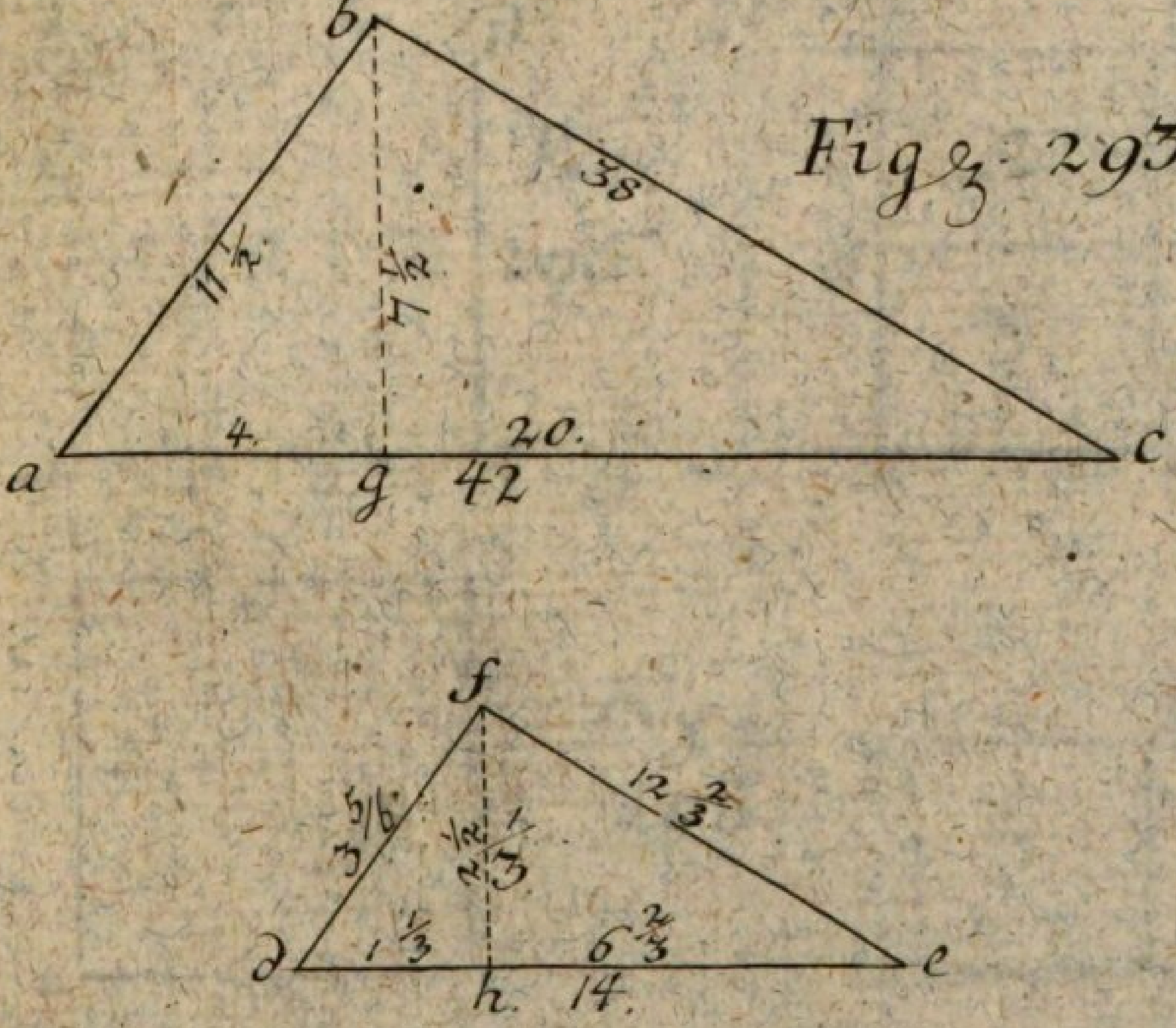
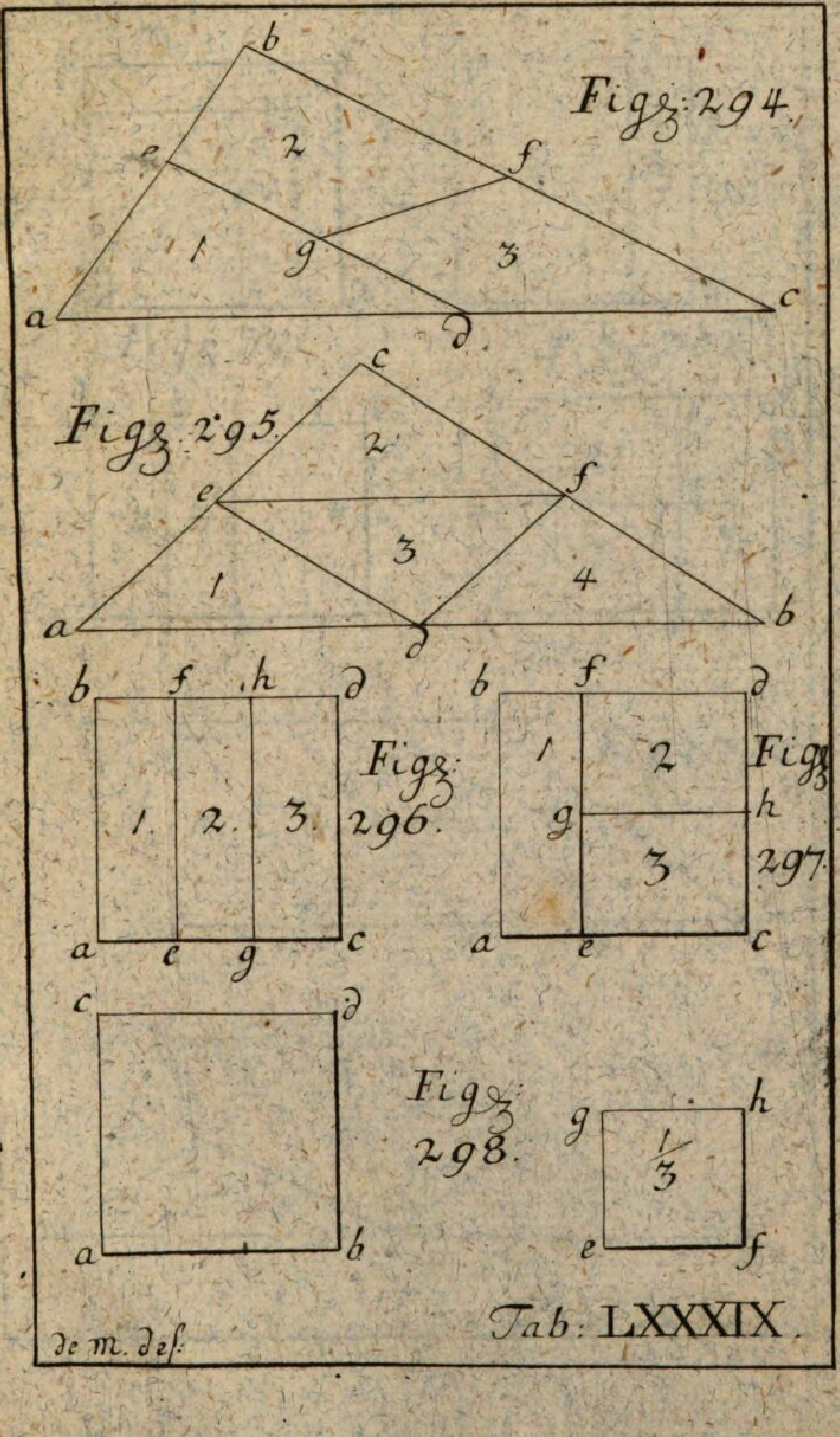


Fig. 293.



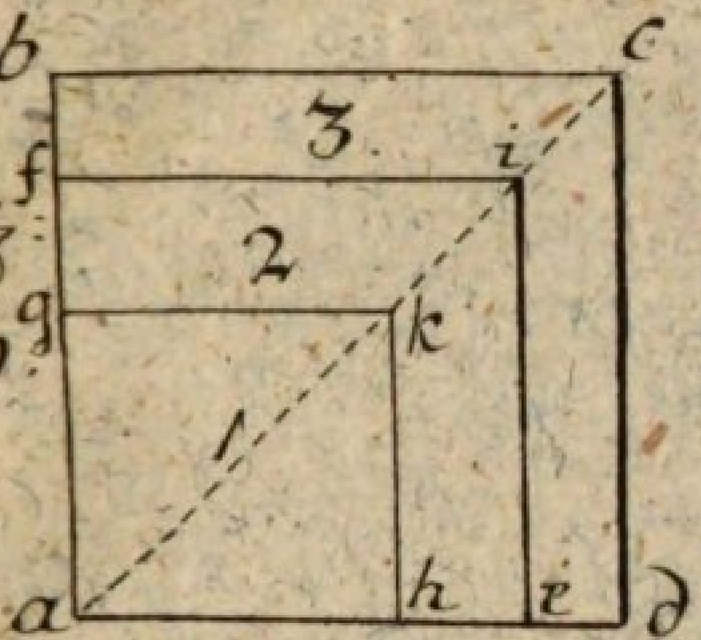
de M: del.

Tab. LXXXVIII

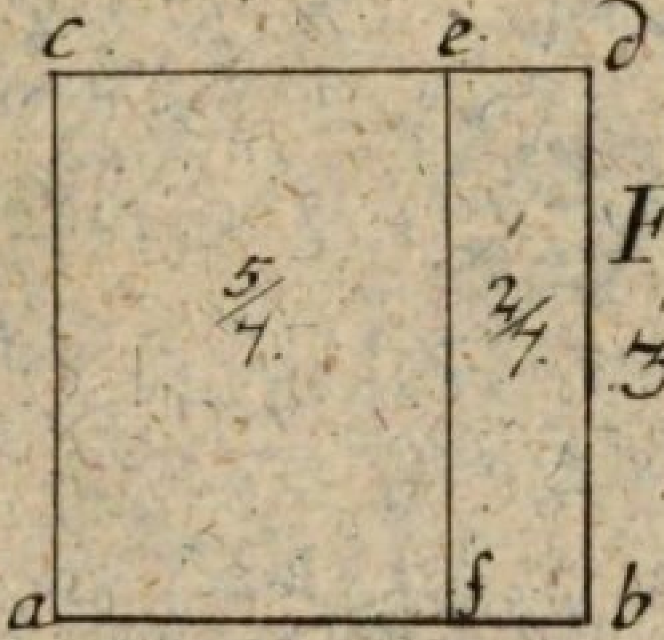


Tab: LXXXIX.

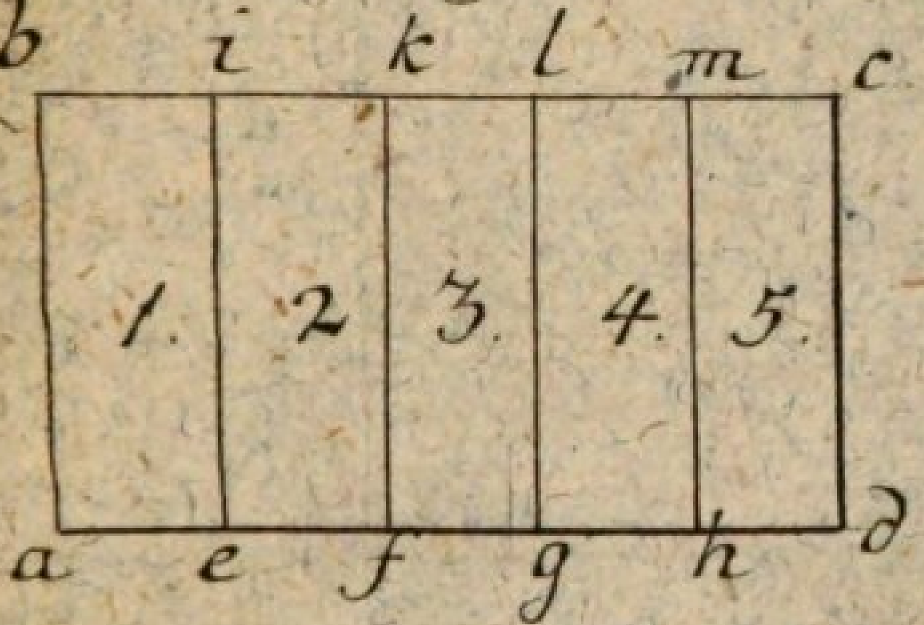
Figg: 299.



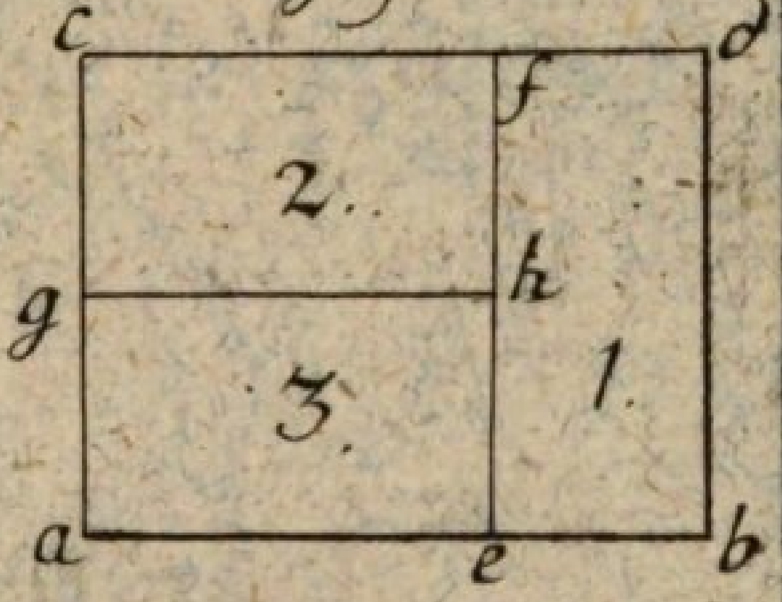
Figg: 300.



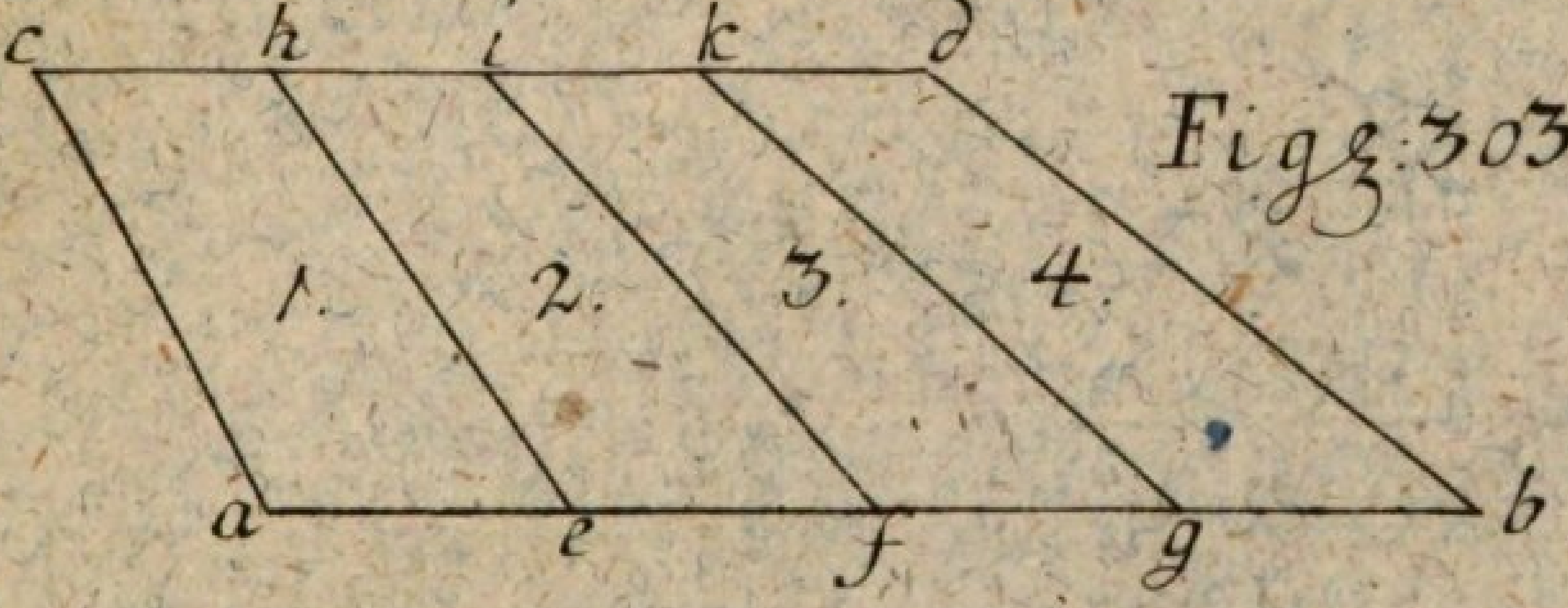
Figg: 301.



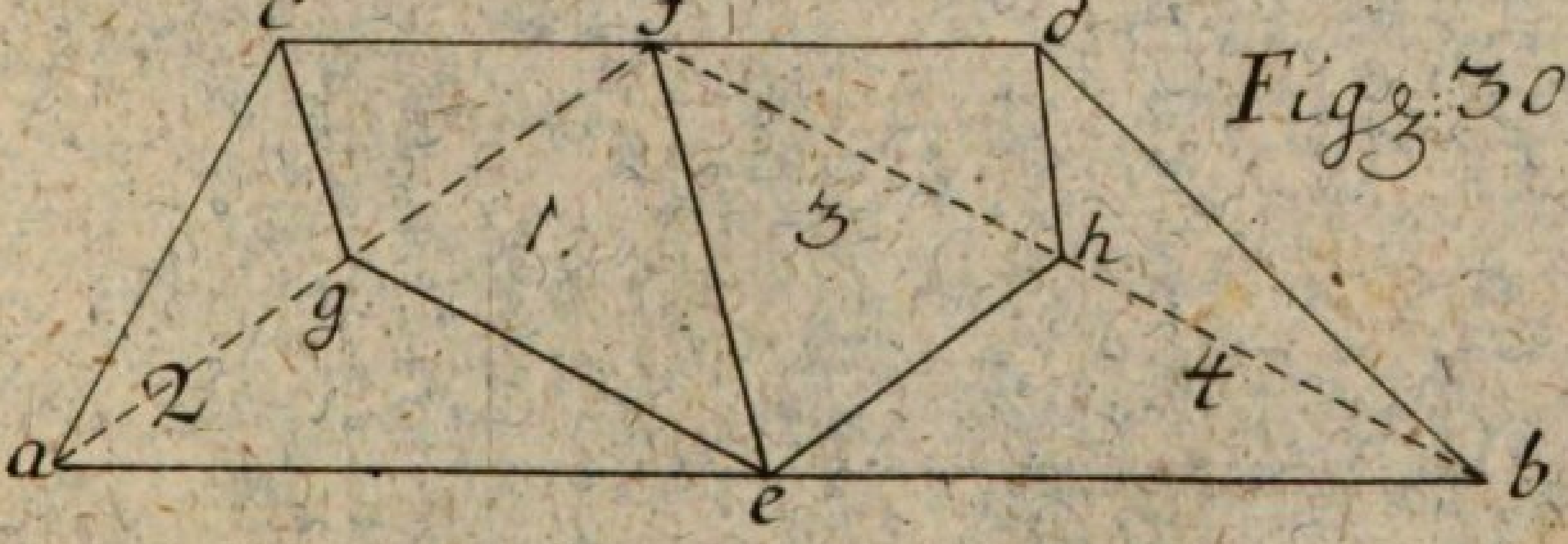
Figg: 302.



Figg: 303.



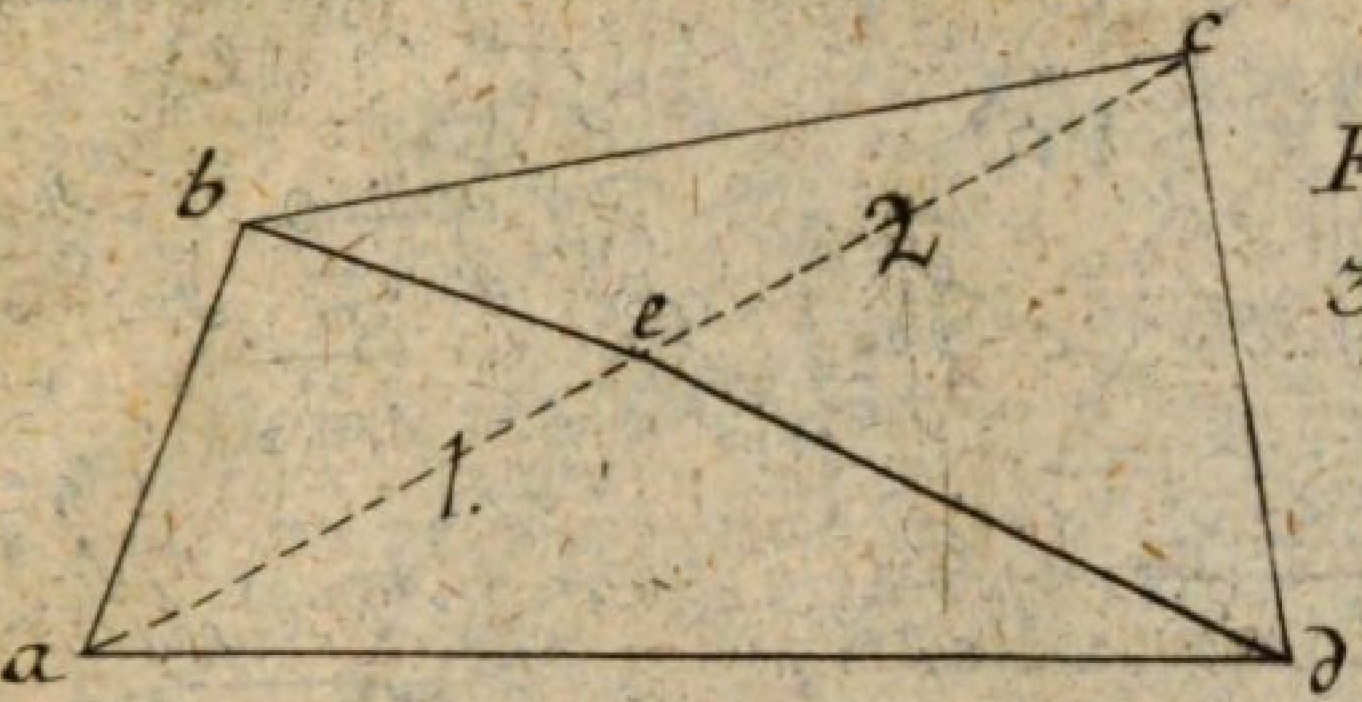
Figg: 304.



de M. del:

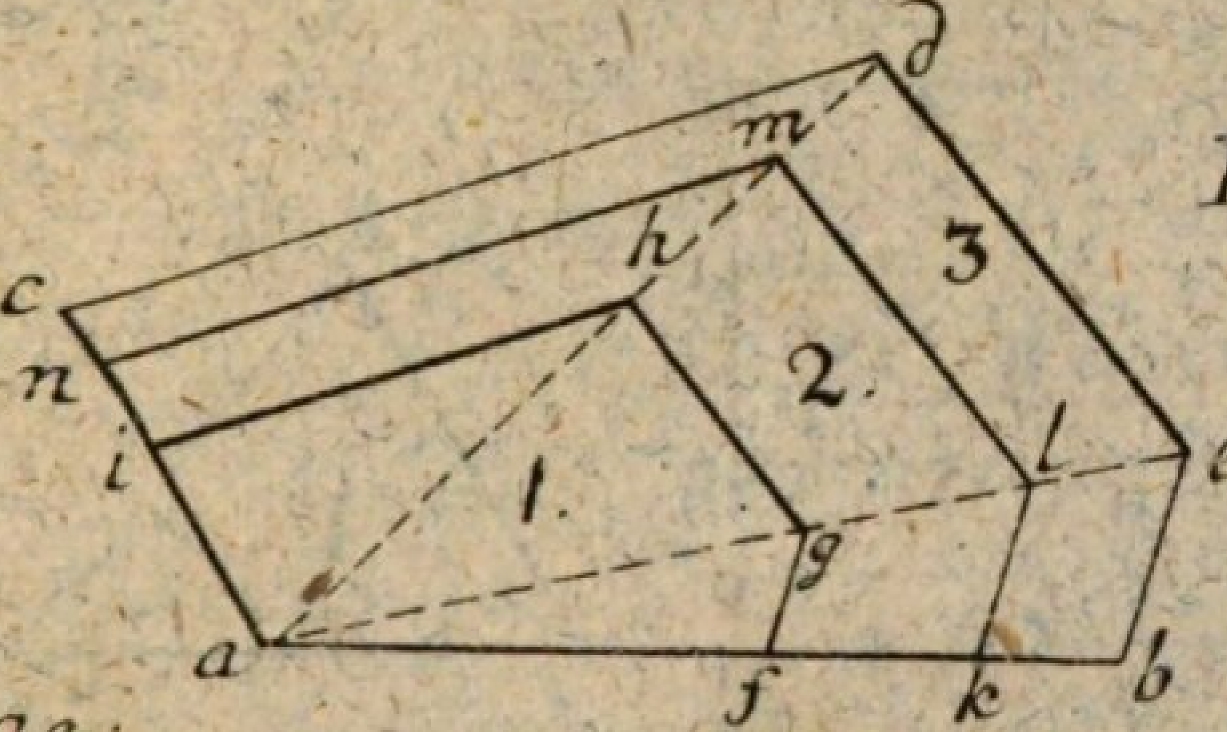
Tab: XC.

J. D. P. sc.

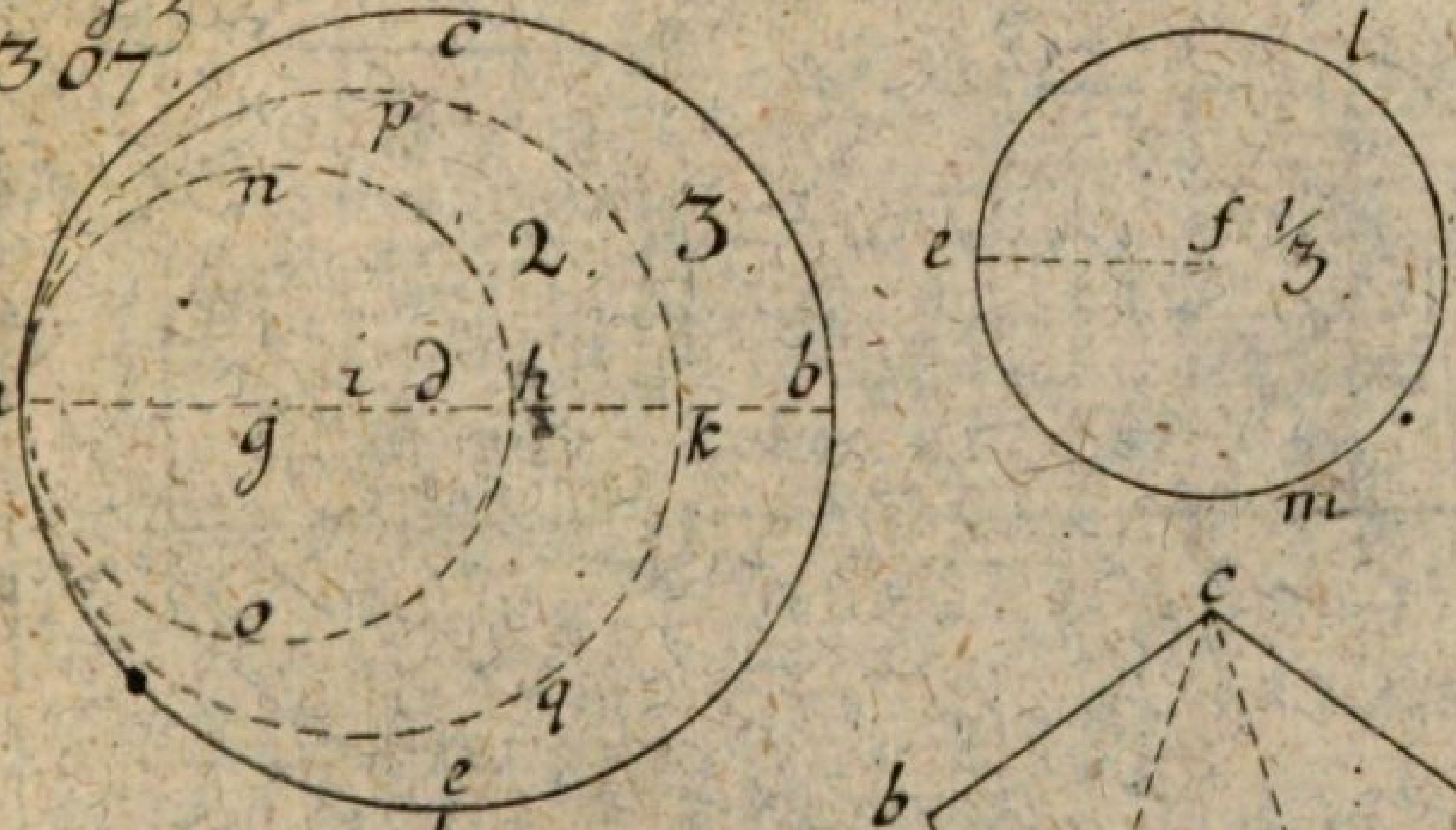


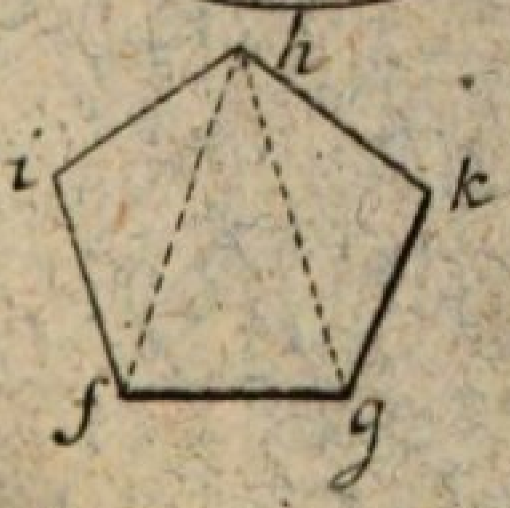
Figg: 305.

Figg: 306

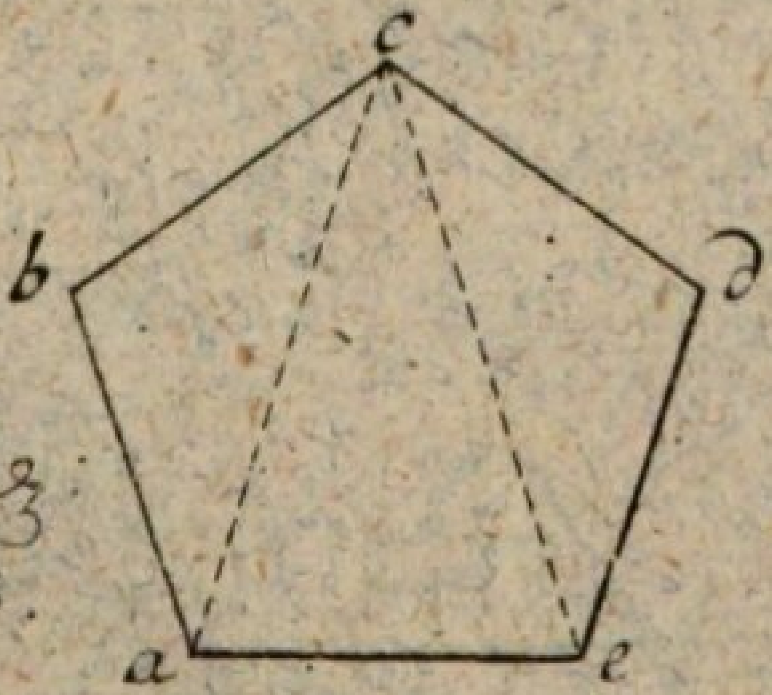


Figg: 307.



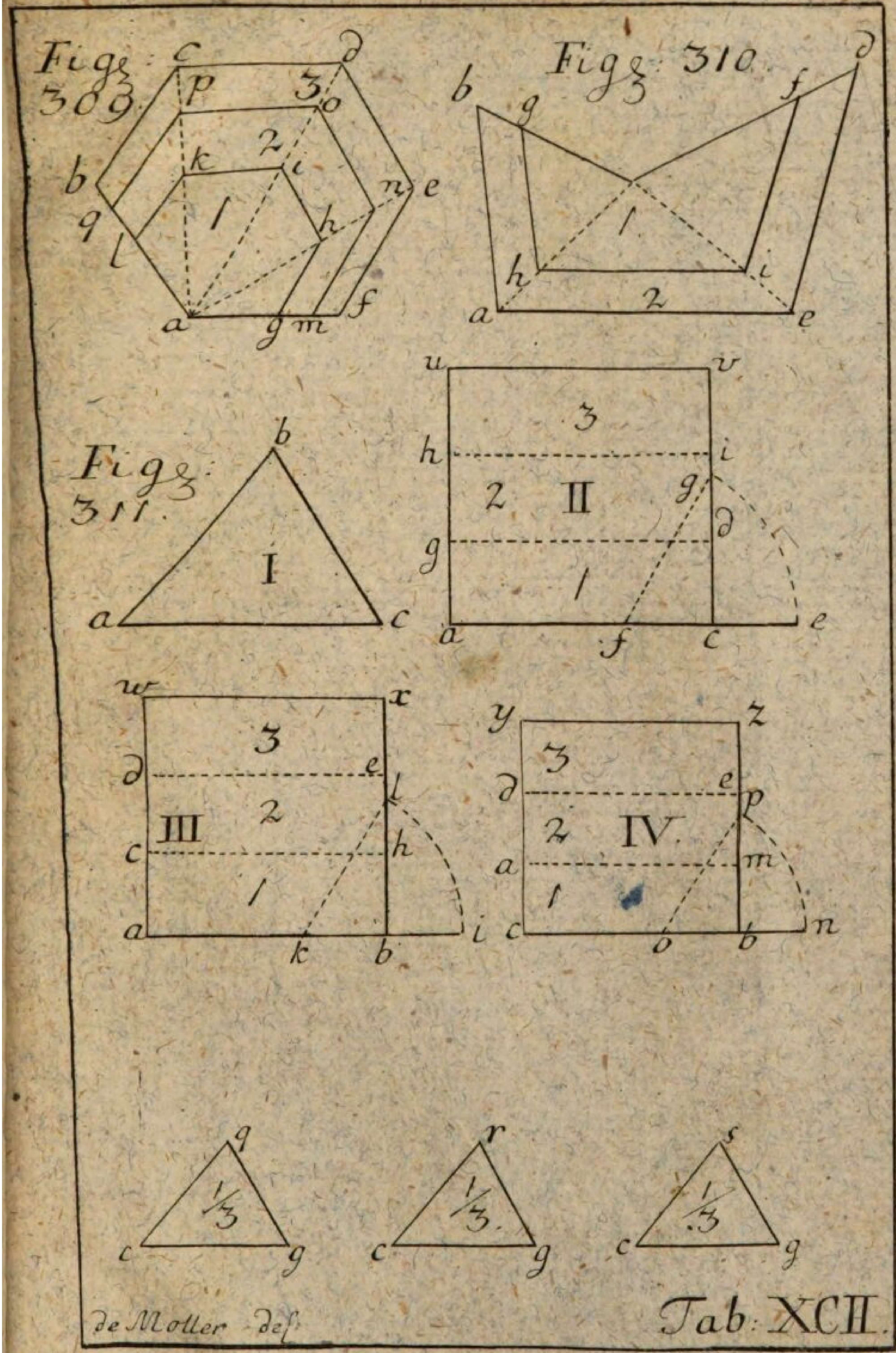


Figg: 308.



de m. des.

Tab: XCI.



I. D. Philippin geb. Sysang sc.

Fig. 289

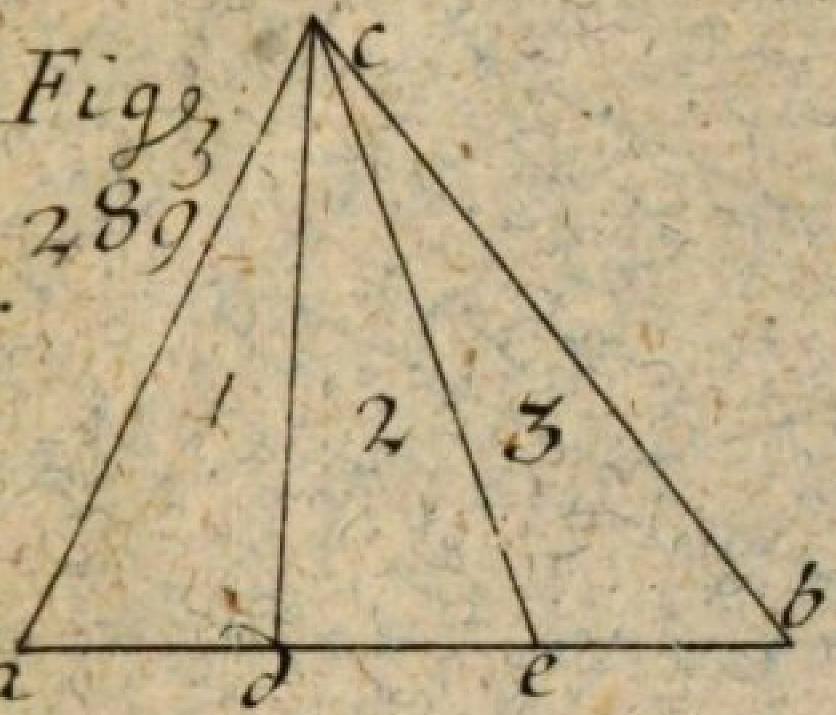


Fig. 290

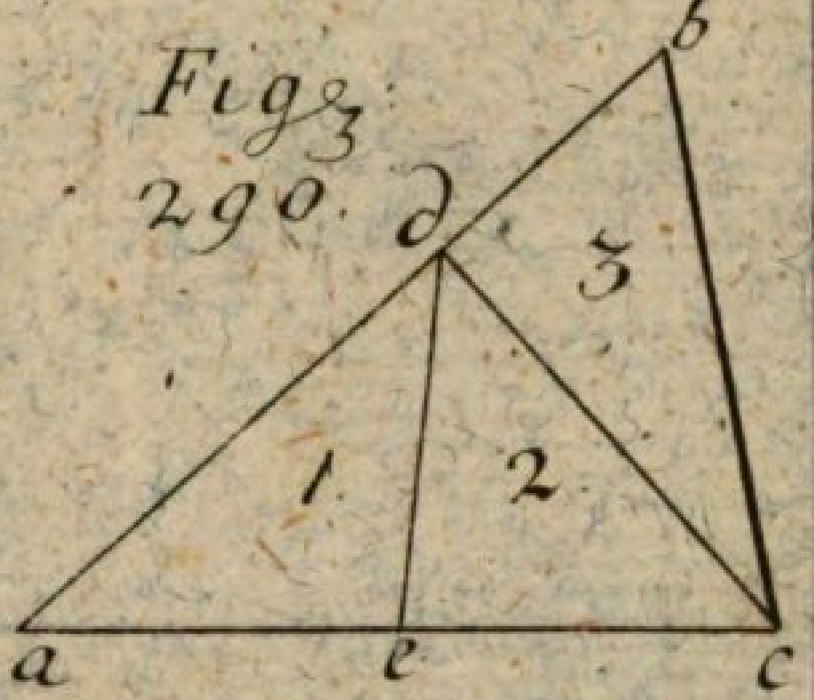


Fig. 291

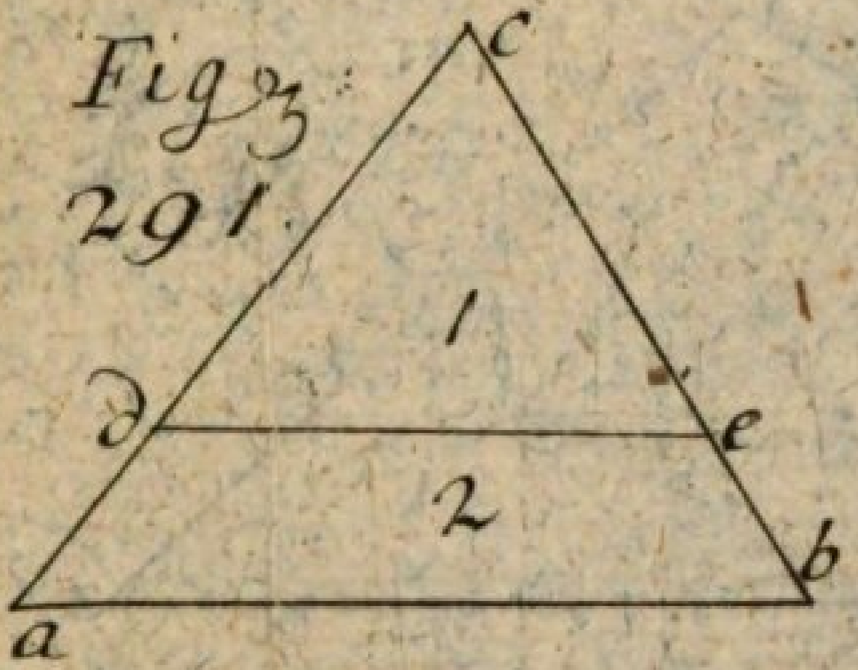


Fig. 292

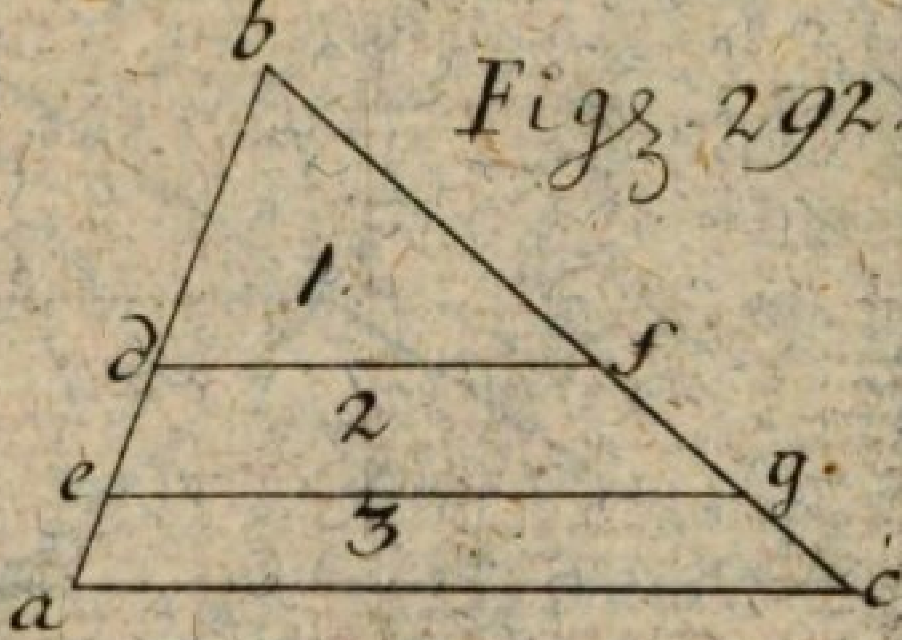
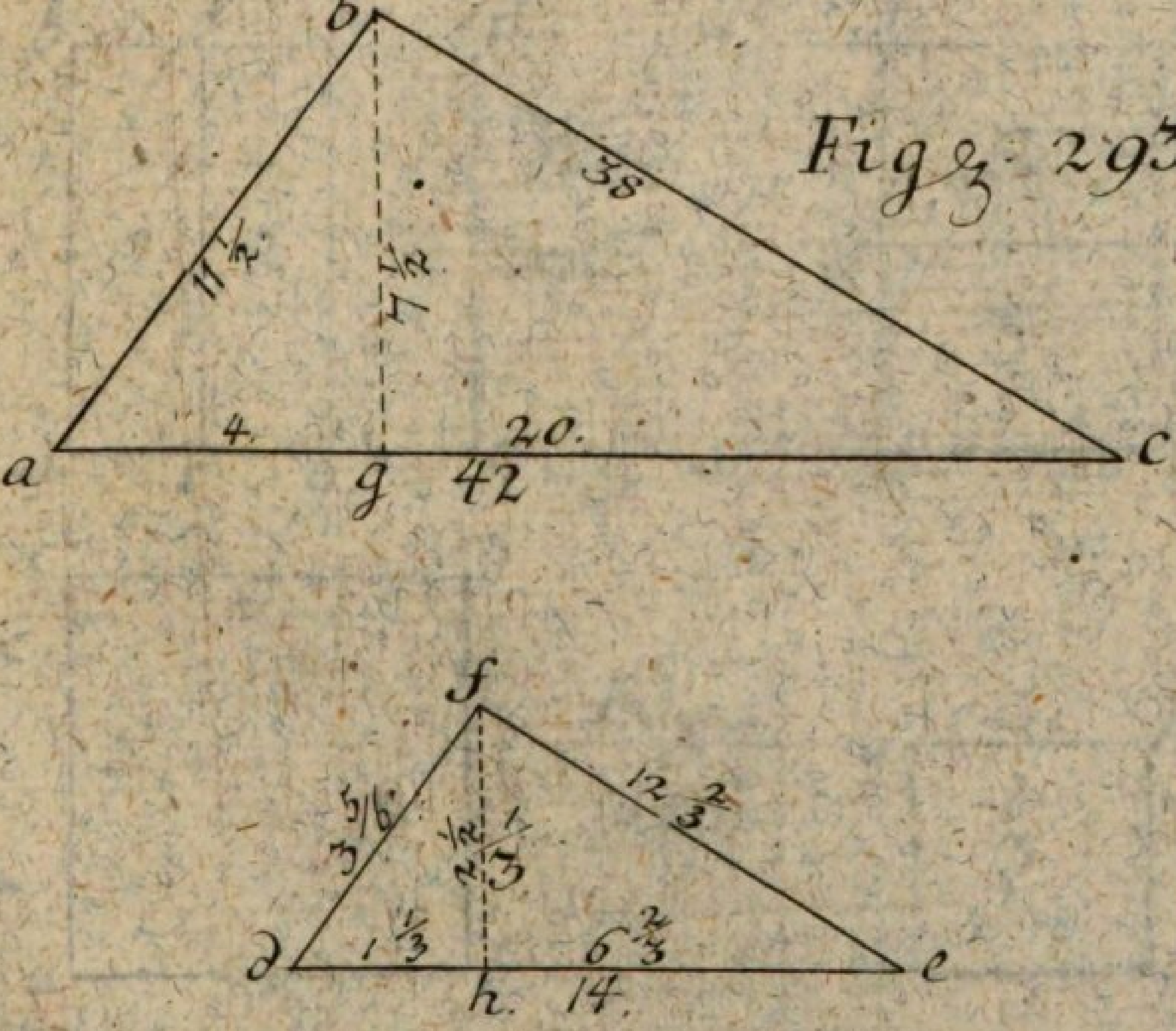


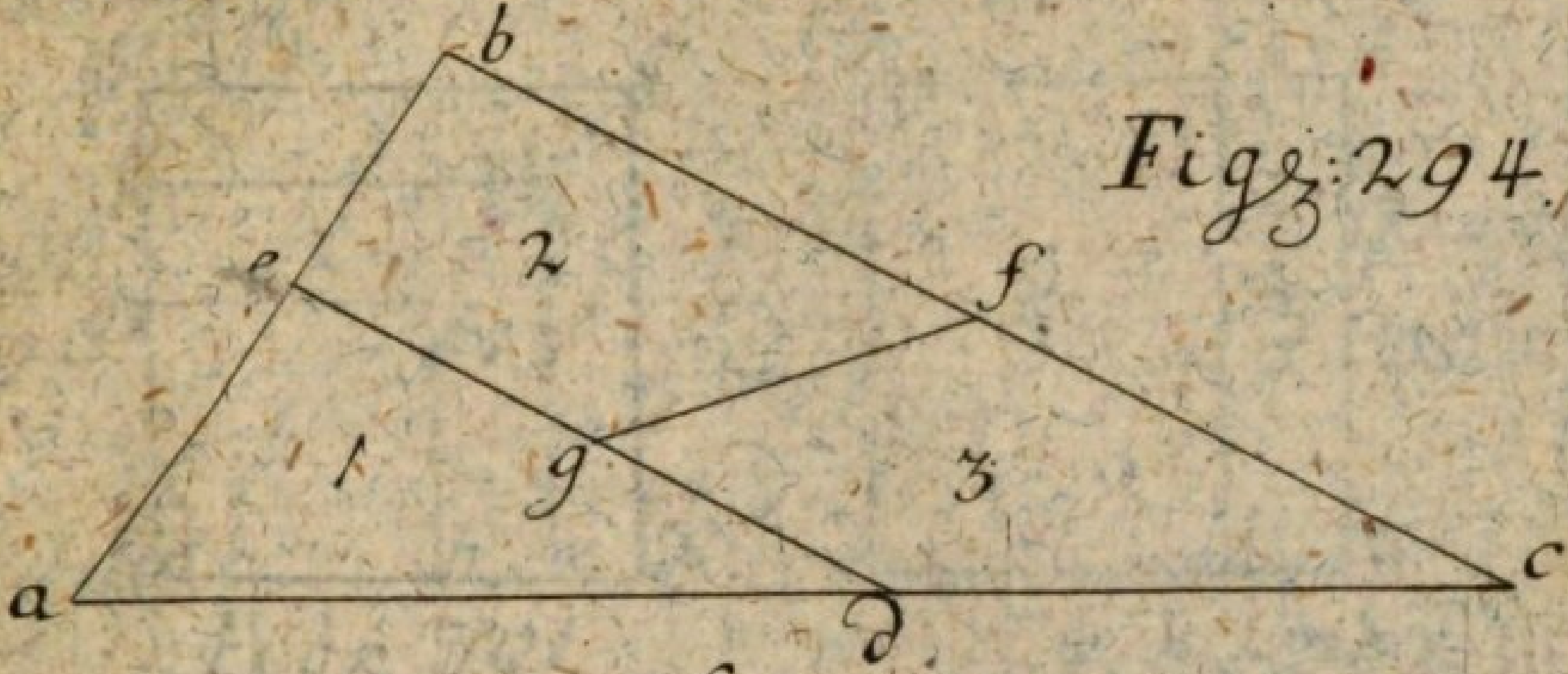
Fig. 293



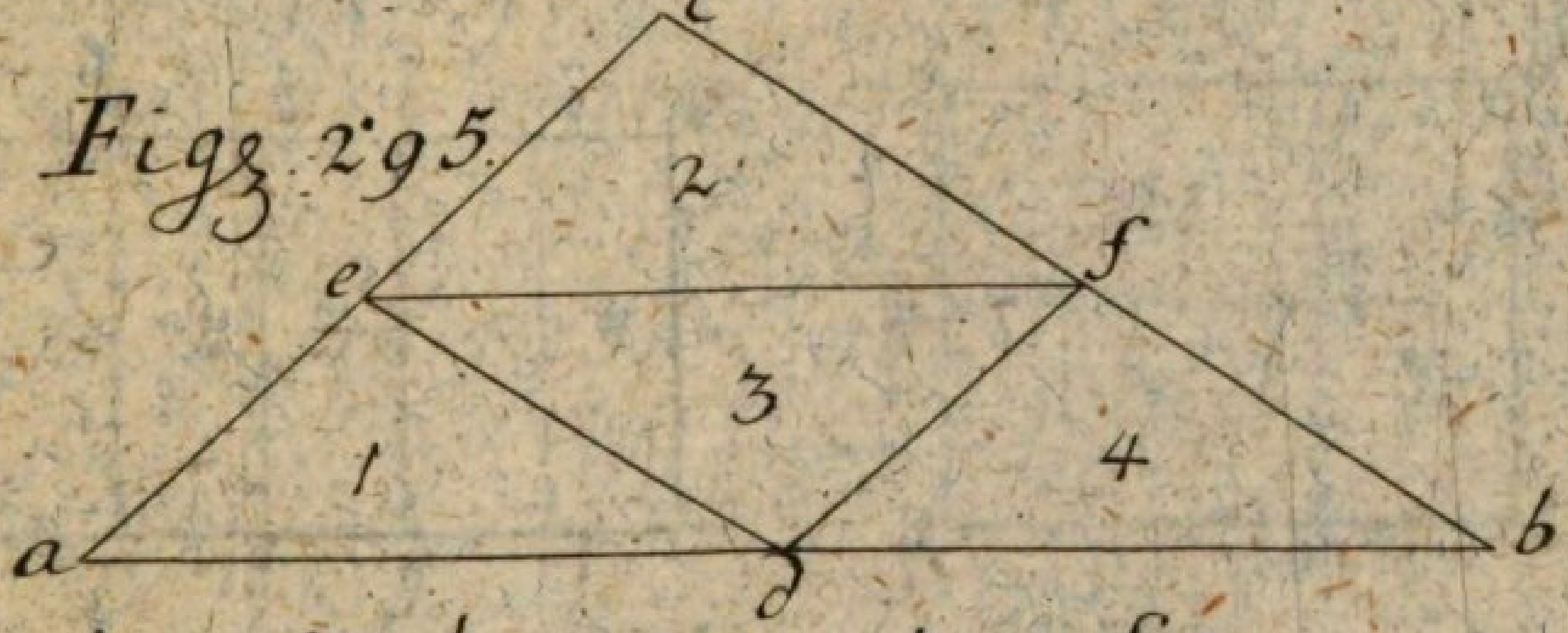
de M: del.

Tab. LXXXVIII

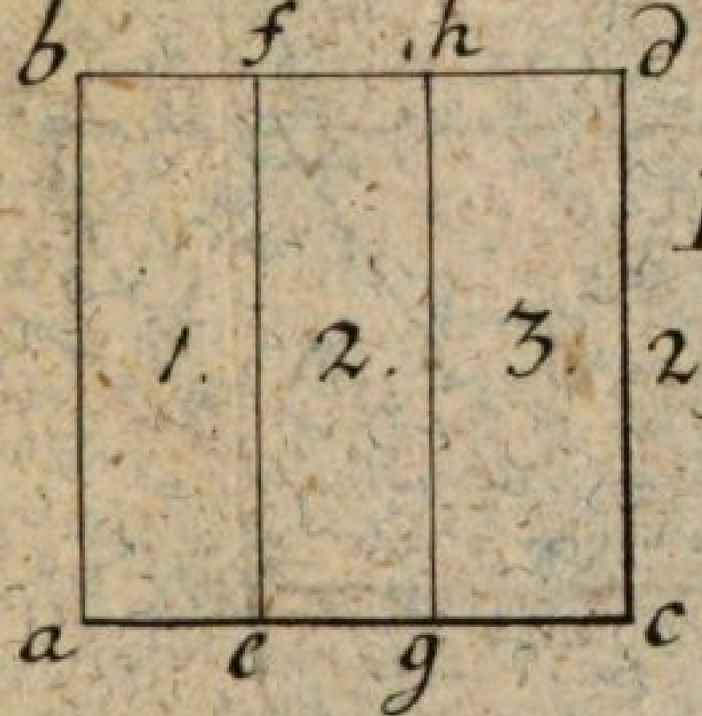
Figg: 294.



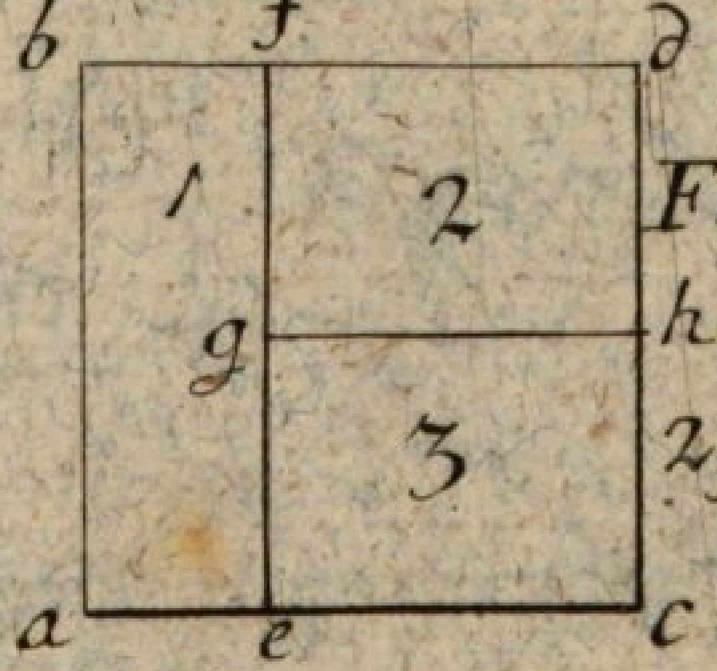
Figg: 295.



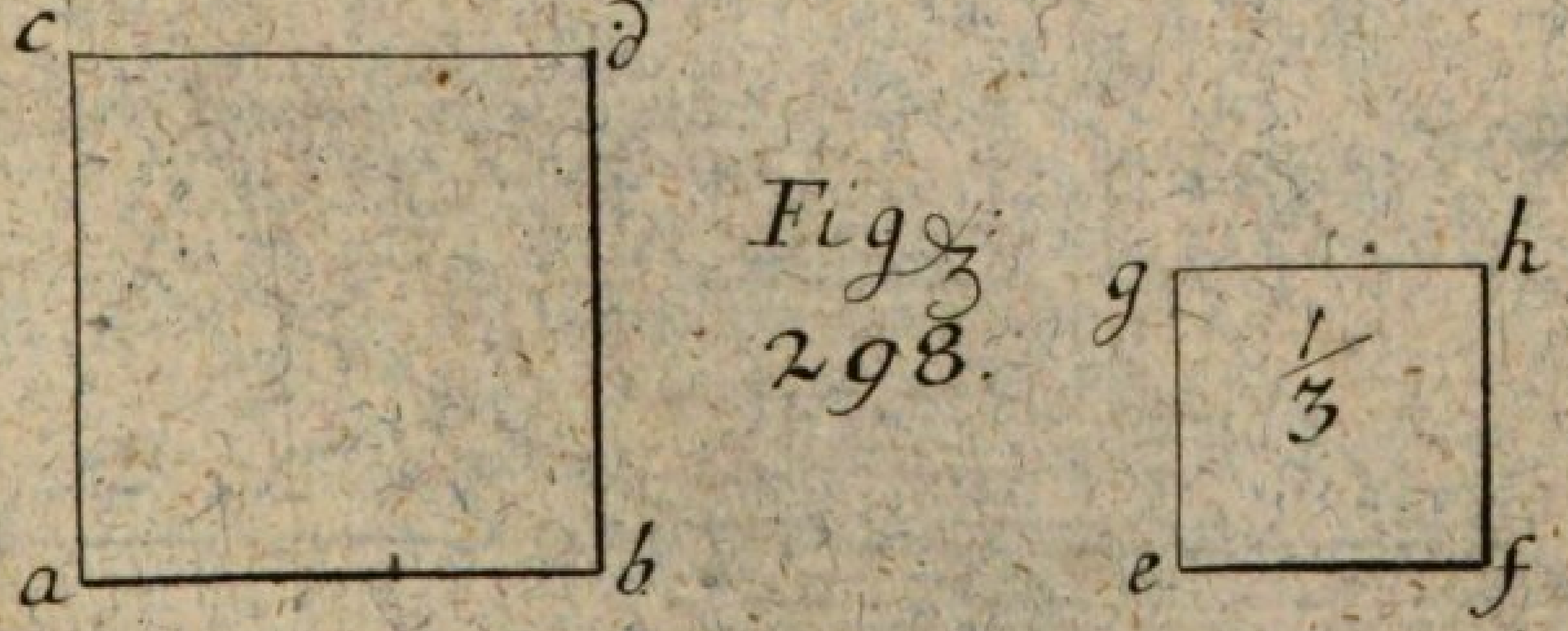
Figg: 296.



Figg: 297.



Figg: 298.



de m. deſ:

Tab: LXXXIX.

Fig: 299.

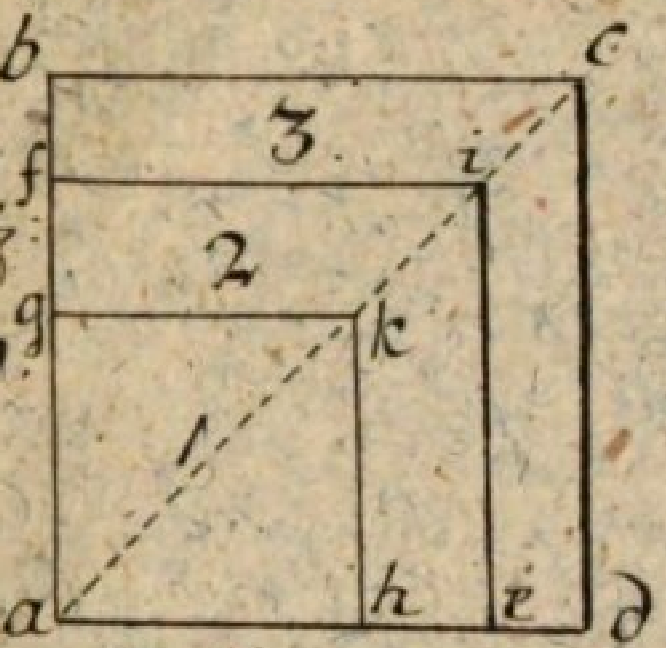


Fig: 300.

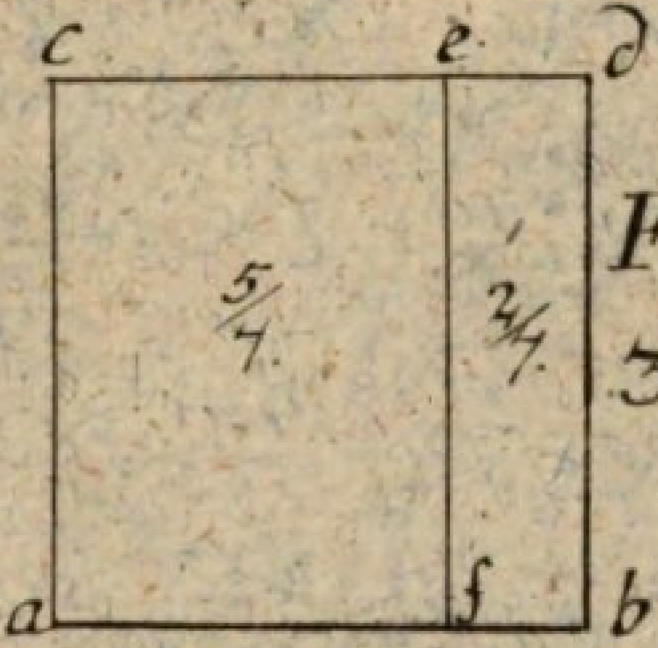


Fig: 301.

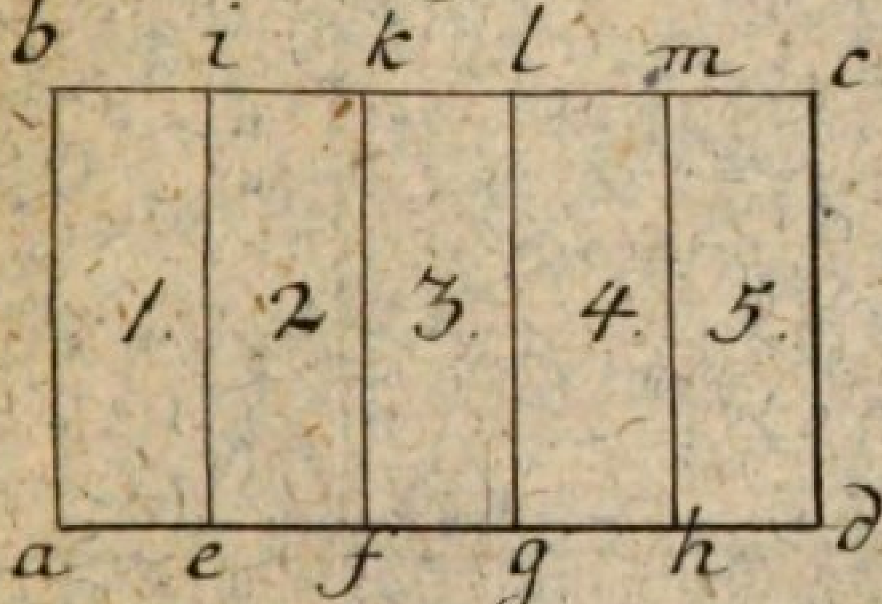


Fig: 302.

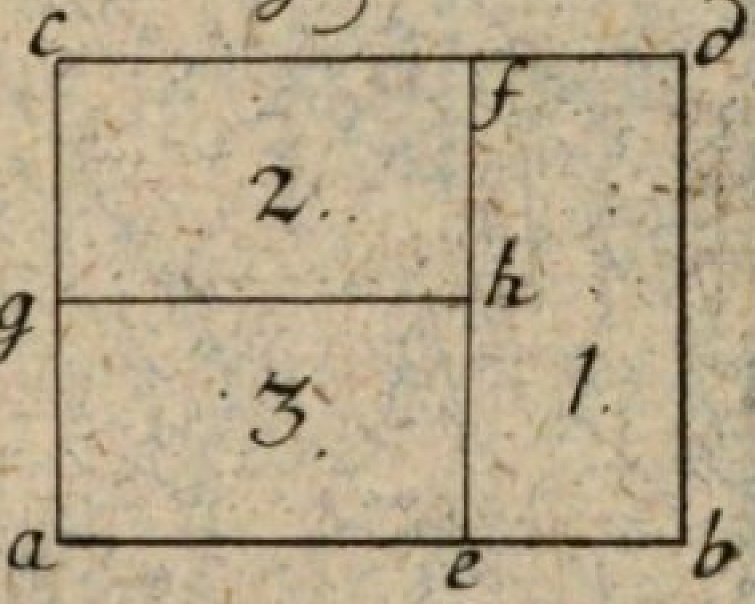


Fig: 303.

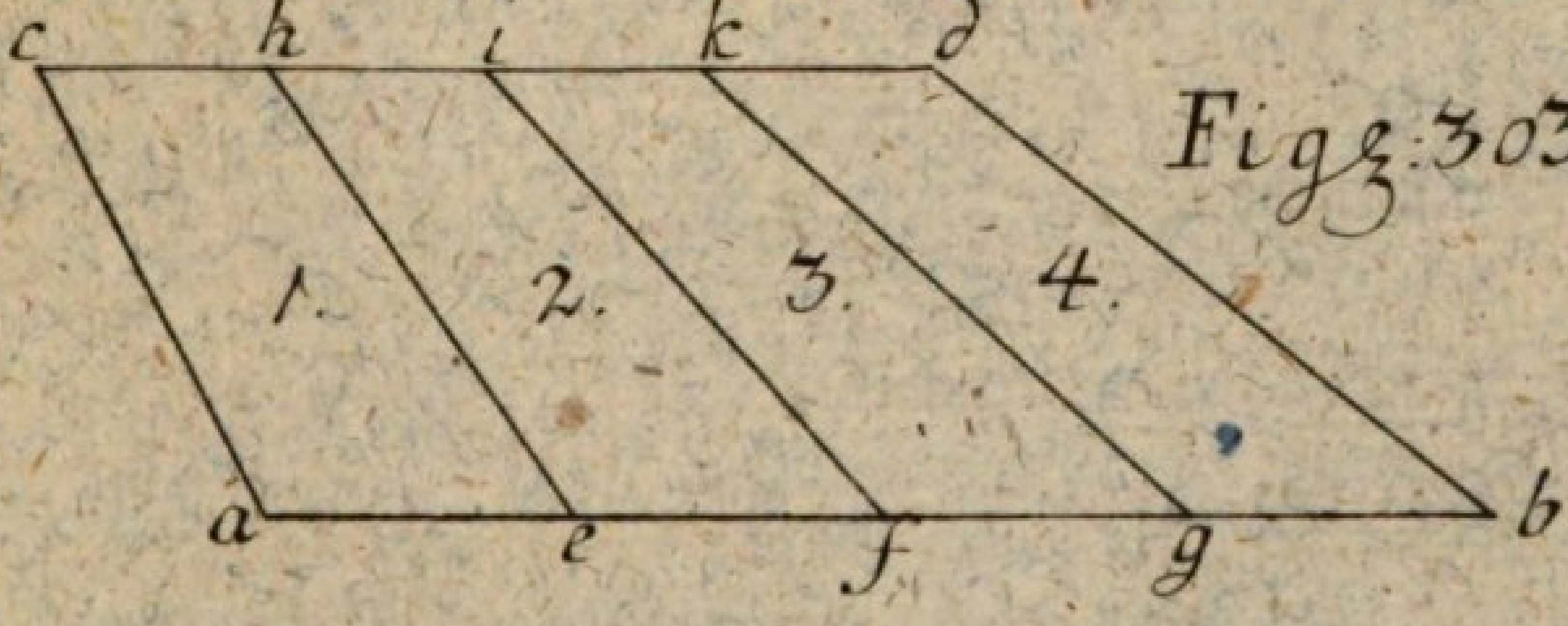
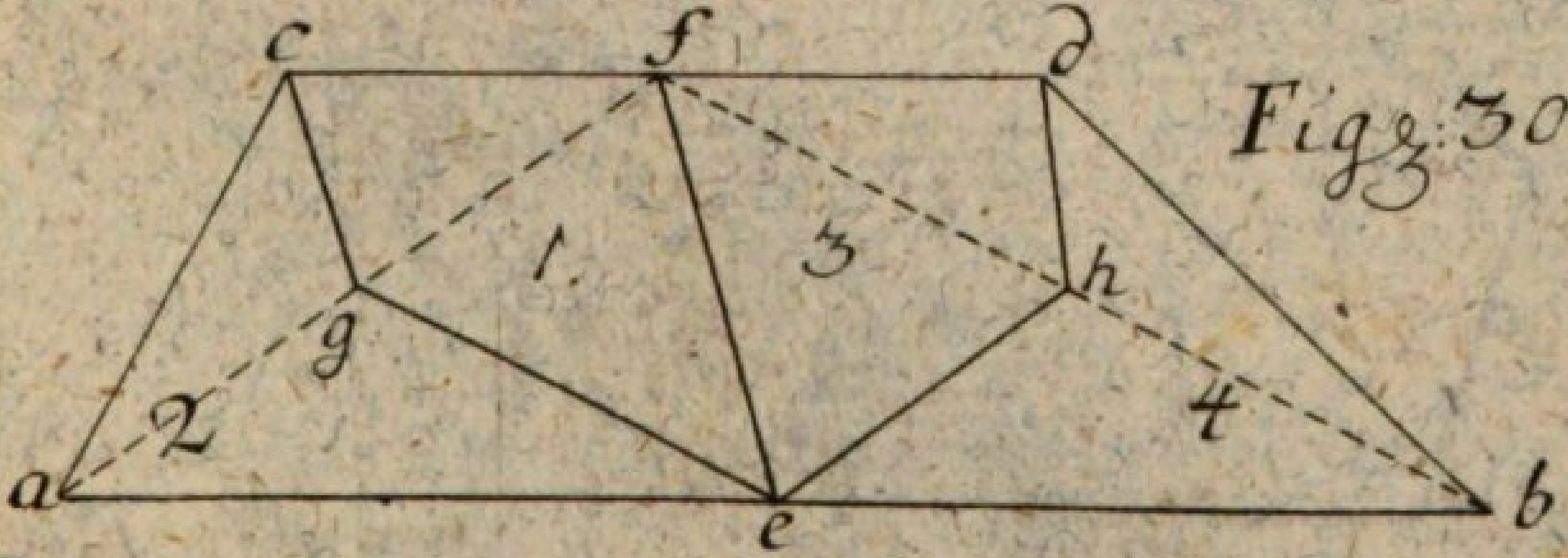


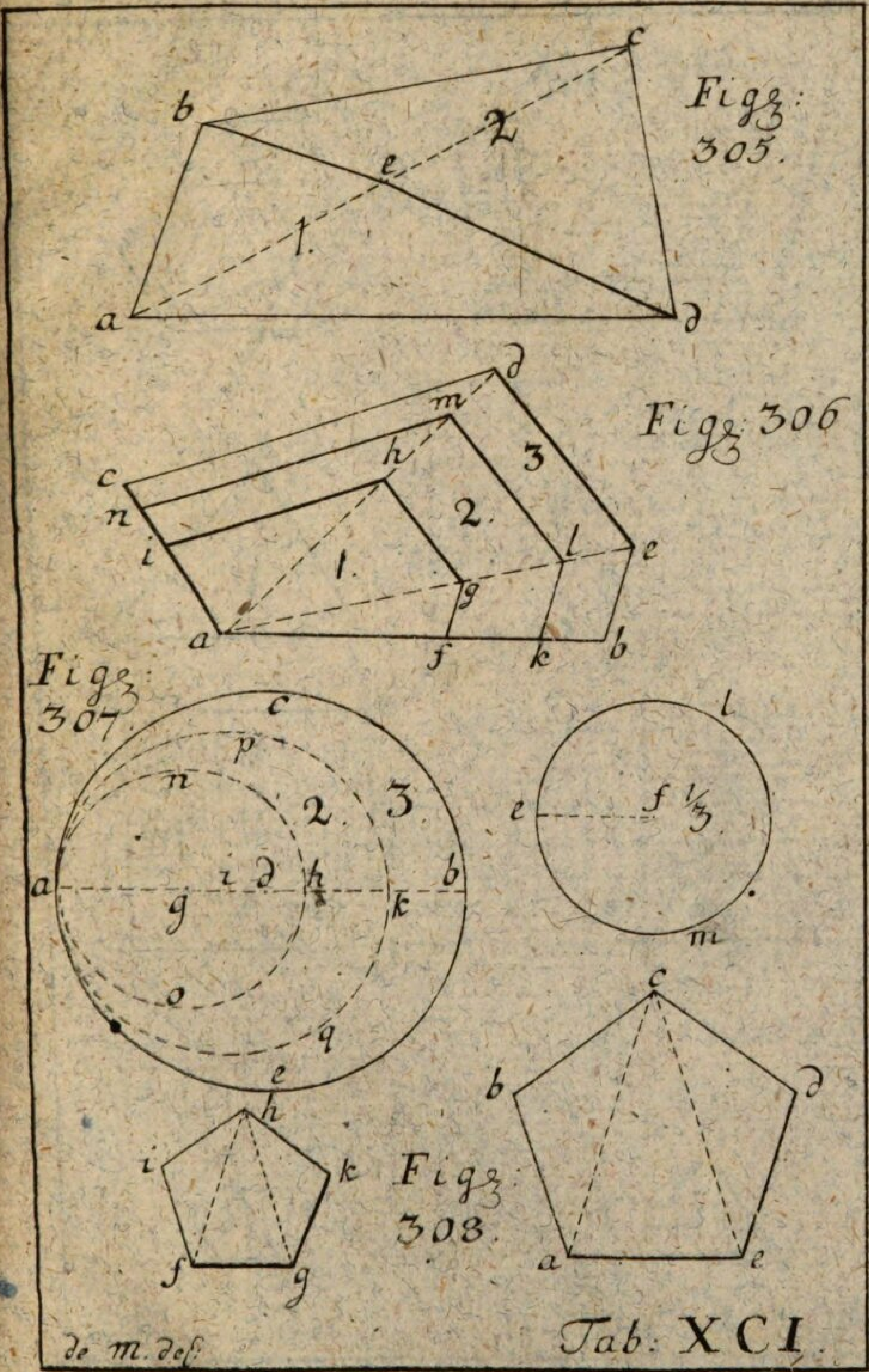
Fig: 304.



de M. del:

Tab: XC.

I. D. P. sc.



Tab: XCI.

Fig: 309.

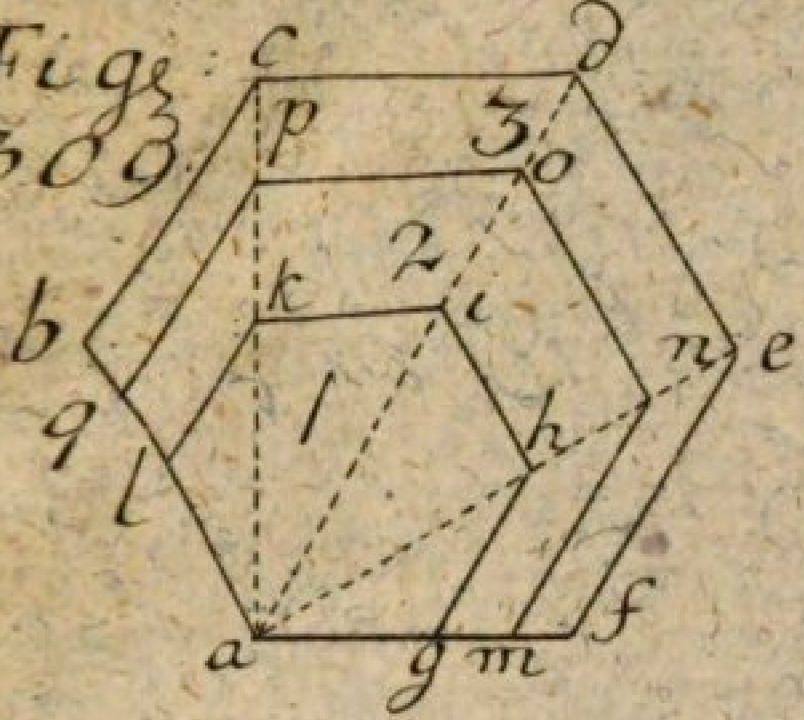


Fig: 310.

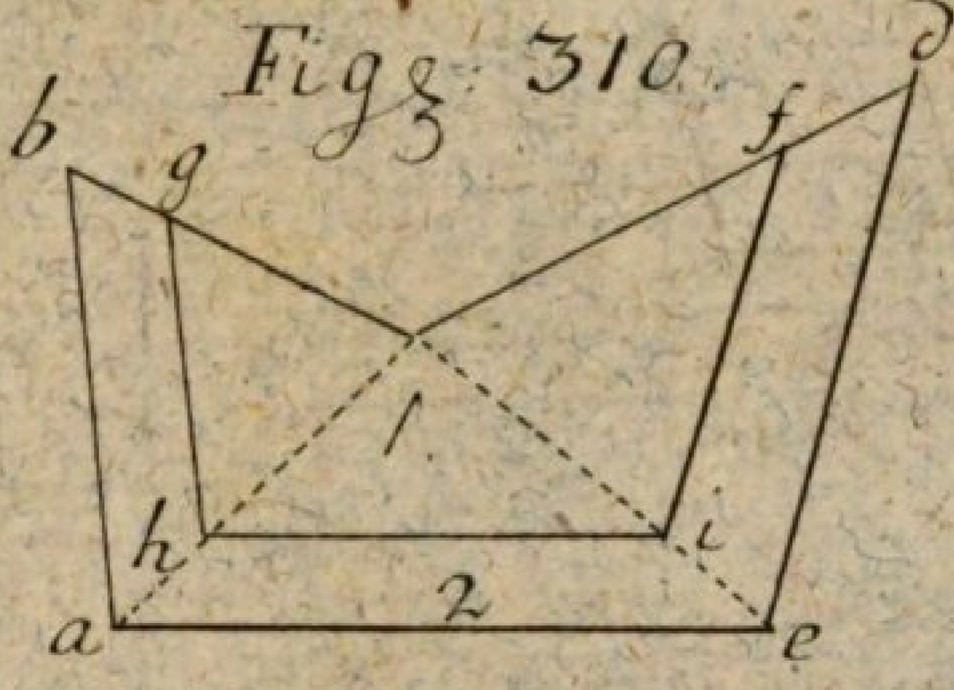
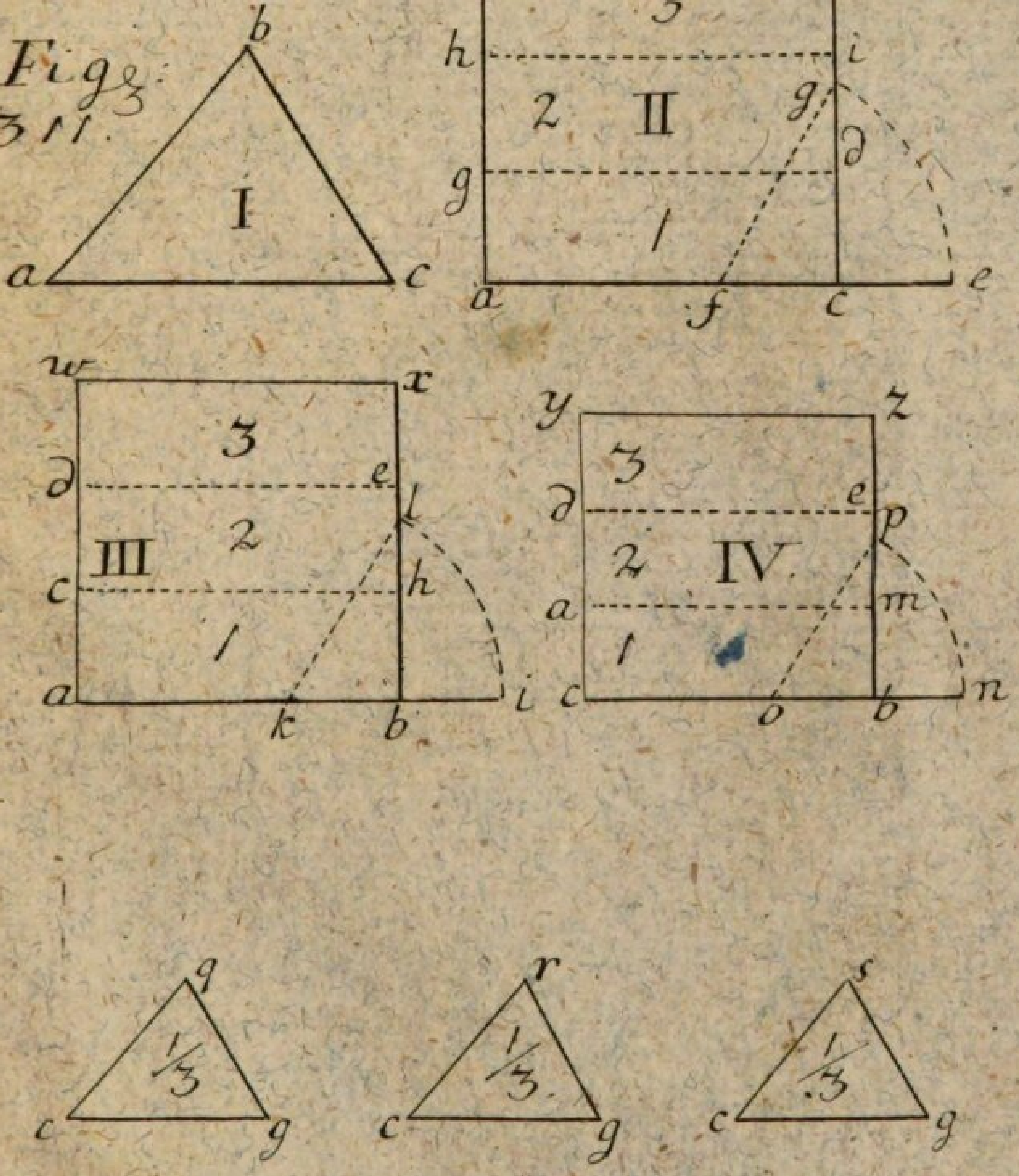


Fig: 311.



de Moller del.

Tab: XCII.

J. D. Philippin geb. Sysang sc.

Moller, Ludwig David von

Neu abgefaßte Methode die Geometrie von sich selbst zu erlernen durch
vielen Fleiß und Mühe aus denen besten Autoribus zusammengetragen und mit
verschiednen neu erfundnen Aufgaben vermehrt, nebst einer vollständigen
nirgend anders wo zu findenden Anweisung vom Gebrauch des so nützlichen
als nöthigen Proportionalzirkels versehen und mit sehr vielen hierzu nö
Bd.: 4

Breslau (1783)

Math.p. 348-4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10137788-4
VD18 90034384